ORMAPS: UM SAD PARA OS PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO

Denis Ferreira Lima
UNESP/IBILCE/DCCE
R. Cristovão Colombo, 2265 – S. J. Rio Preto, SP, 15054-000
(dflima@yahoo.com.br)

Socorro Rangel[1]
UNESP/IBILCE/DCCE
R. Cristovão Colombo, 2265 – S. J. Rio Preto, SP, 15054-000
(socorro@dcce.ibilce.unesp.br)

RESUMO

A tecnologia de Apoio à Decisão consiste em analisar, através de modelos matemáticos, problemas gerenciais de grande porte, e fornecer resultados que auxiliem a tomada de decisões relacionadas ao problema. Neste trabalho é apresentado o desenvolvimento de um Sistema de Apoio à Decisão, o ORMaps, voltado à solução de Problemas de Localização de Facilidades. A ferramenta ORMaps é desenvolvida a partir da integração entre Sistemas de Informação Geográfica, responsáveis pela coleta e análise dos dados do problema, e Algoritmos de Otimização, responsáveis pela resolução do modelo matemático associado ao problema.

Palavras-Chave: p-medianas, Sistemas de Informação Geográfica (SIG), Sistemas de Apoio à Decisão (SAD)

ABSTRACT

This work presents the development of a Decision-Support System to the Facilities Location Problem. The system, called ORMaps, integrates Geographic Information Systems to collect and analyze data with Optimization Algorithms to solve the associated mathematical model.

Key-Words: p-medians, Geographic Information Systems (GIS), Decision Systems Support (DSS)

1. INTRODUÇÃO

A globalização vem exigindo que as corporações atuem rapidamente na tomada de decisões, objetivando a melhoria da qualidade de seus produtos ou serviços e a redução dos custos envolvidos, possibilitando a sua atuação competitiva no mercado.
No entanto, uma boa decisão depende de uma análise cuidadosa de uma grande quantidade de informações. Neste contexto, decisões empíricas e sem critérios não têm mais lugar no mercado atual.
Com o objetivo de auxiliar na análise de informações e opinar sobre uma decisão, propõe-se o uso de um Sistema de Apoio a Decisão (SAD) capaz de fornecer, graças a evolução dos computadores com alta capacidade de processamento e preços acessíveis, "sugestões" cada vez melhores sobre problemas cada vez maiores, cooperando para a tomada de decisões rápidas e eficientes.
O presente trabalho apresenta o desenvolvimento de um SAD destinado a resolução de uma classe de problemas de localização, o problema das p-medianas. O sistema é desenvolvido a partir da integração

[1]Trabalho parcialmente financiado pela FAPESP (2000/09971-9)

entre algoritmos de otimização para a solução de um problema das p-medianas e a tecnologia de um Sistema de Informação Geográfica (SIG), criando-se um SAD gráfico, intuitivo e capaz de fornecer soluções robustas ocultando do usuário final a resolução do modelo matemático envolvido .
As demais seções deste artigo estão organizadas da forma que segue. A modelagem matemática e as características dos problemas de localização, particularmente, do problema das p-medianas estão descritas na seção 2. Um breve estudo sobre SIG's está descrito na seção 3. A seção 4 apresenta os algoritmos utilizados na implementação do SAD, e a metodologia utilizada para integração das duas tecnologias. Na seção 5 são apresentas as principais conclusões obtidas e algumas sugestões para trabalhos futuros.

2. PROBLEMAS DE LOCALIZAÇÃO

Decisões envolvendo localização encontram-se presentes em uma grande variedade de situações, tanto na vida individual quanto coletiva, seja nos setores público ou privado. Pode-se dizer que todas as decisões envolvendo localização podem ser resumidas a uma única pergunta: "Onde está (ou será) instalada uma determinada facilidade?", onde facilidade é o termo usado para designar fábricas, depósitos, escolas, hospitais, etc. Analisando esta pergunta, obtém-se a definição básica dos Problemas de Localização de Facilidades, que tratam exatamente das decisões sobre onde localizar as facilidades considerando que os clientes devem ser servidos de forma a otimizar algum critério específico ([4], [14]).
Genericamente, pode-se descrever o problema de localização de facilidades como a composição de dois conjuntos conhecidos: (1) Conjunto de clientes e suas respectivas demandas (quando existentes) pelo serviço desejado; (2) Conjunto dos lugares em potencial para a instalação das facilidades, juntamente com suas respectivas capacidades (quando aplicável) de oferecimento do serviço. A solução deste problema consiste em definir em quais lugares as facilidades serão instaladas e determinar quais clientes deverão ser atendidos por cada uma das facilidades, minimizando-se os custos de oferecimento destes serviços e, quando presentes, respeitando-se as demandas e capacidades envolvidas [15].
Vários parâmetros podem ser considerados nos problemas de localização, tais como: quantidade de facilidades, locais em potencial para a sua instalação, tamanho (ou capacidade) das facilidades e demanda dos clientes. Tais parâmetros devem ser considerados durante a definição do modelo matemático, e permitem a classificação dos problemas de localização em classes de problemas menores, dentre as quais pode-se citar: o problema de cobertura, problema de máxima cobertura, problema dos p-centros e problema das p-medianas [4]. O problema das p-medianas será discutido com mais detalhes nas seções a seguir.

2.1. O Problema das p-medianas

O Problema das p-medianas é um problema central na classe dos problemas de localização [3], e consiste na localização de P facilidades (medianas) em uma rede de modo que o custo total seja minimizado [4].
Embora a literatura apresente diversas variantes na definição do **custo total** (veja [3], [4], [7], [17]) a ser minimizado e, consequentemente, nas formas em que o problema pode ser apresentado, a dificuldade na solução do problema independe desta diversidade, é inerente ao problema [3]. Neste trabalho abordamos apenas o chamado Problema das p-medianas Puro, apresentado por Christofides [3], no qual o custo considerado consiste na soma das distâncias de cada vértice de demanda (clientes) à sua mediana (facilidade) mais próxima.
Uma particularidade do problema de p-medianas, não presente nos demais problemas de localização, é que pelo menos uma solução ótima consiste na localização de P facilidades nos próprios vértices da rede, de modo que cada vértice de demanda seja também considerado como um local em potencial para a instalação de uma facilidade [4], simplificando assim a representação do problema. Um modelo de programação inteira 0-1 para o problema das p-medianas é dado por:

$$Z = \min \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} d_{ij} x_{ij} \qquad \text{(i)}$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \qquad \forall i \in N \qquad \text{(ii)}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{jj} = P \qquad \text{(iii)}$$

$$x_{ij} \leq x_{jj}, \qquad \forall i, j \in N, \quad i \neq j \qquad \text{(iv)}$$

$$x_{ij} \in \{0, \quad 1\}, \qquad \forall i, j \in N \qquad \text{(v)}$$

onde:

$N = \{1, \quad 2, \quad ..., \quad n\}$, e n é o número de vértices na rede;

P é o número de facilidades (medianas) a serem instaladas;

$[d_{ij}]_{nxn}$ é a matriz de custo (distância), com $d_{jj} = 0$, $\forall j \in N$;

$[x_{ij}]_{nxn}$ é a matriz de alocação, com:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, \text{se o vértice } i \text{ é atendido pela mediana } j, i \neq j \\ 0, \text{caso contrário} \end{cases} \quad \text{e}$$

$$x_{jj} = \begin{cases} 1, \text{se o vértice } j \text{ é uma mediana} \\ 0, \text{caso contrário} \end{cases}$$

As restrições (ii) garantem que cada cliente i será atendido por uma única mediana j; as restrições (iv) asseguram o cliente i só será atendido pela mediana j se esta estiver instalada ($x_{jj} = 1$). A restrição (iii) determina o número exato de serviços a serem instalados (medianas) e (v) corresponde às condições de integralidade do problema.

Uma outra variação do problema das p-medianas é o caso capacitado, onde cada facilidade possui uma capacidade máxima de atendimento e cada cliente possui uma demanda mínima a ser atendida. Apesar do caso capacitado fugir ao escopo deste trabalho, a sua formulação através de um modelo de programação inteira é apresentada a seguir (apenas a título de curiosidade) e consiste na substituição das restrições (iv) por:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i x_{ij} \leq b_j x_{jj}, \qquad \forall j \in N \qquad \text{(iv')}$$

onde:

a_i é a demanda do vértice i;

b_j é a capacidade de atendimento do vértice j, se este for escolhido como facilidade (mediana).

Muitas situações práticas podem ser enquadradas nas características de instalação de facilidades e minimização do custo total, que definem o problema das P-Medianas. Dentre as várias aplicações existentes, aponta-se a localização de Centrais de chaveamento em redes telefônicas; Subestações em redes de energia elétrica; Depósitos em redes de distribuição; Postos de triagem (seleção) de correspondência dos Correios; Bibliotecas, delegacias, postos de saúde, etc. em uma cidade [3]; Escolas públicas e planejamento de expansão [16]; e Replicação de servidores em uma Intranet/Internet [2].

3. SISTEMAS DE INFORMAÇÃO GEOGRÁFICA (SIG'S)

A coleta de informações sobre a distribuição geográ

$$Z^* = \min\{Z_j\}, \text{ onde} \quad \text{(vi)}$$

$$Z_j = \sum_{i=1}^{n} d_{ij} \quad \text{(vii)}$$

Supondo-se que tenha sido dado um conjunto com $P-1$ facilidades. Define-se então X_{P-1} como o conjunto dos vértices onde estas $P-1$ facilidades estão localizadas. Define-se também $d(i, X_{P-1})$ como a menor distância entre o vértice de demanda i e a facilidade mais próxima (vértice pertencente ao conjunto X_{P-1}). Similarmente, pode-se considerar $d(i,\{j\} \cup X_{P-1})$ como a menor distância entre o vértice de demanda i e o vértice mais próximo dentre as facilidades já definidas (o conjunto X_{P-1}) ou o vértice x_j, candidato a tornar-se uma mediana.

Assim, a melhor localização para a instalação de uma única (p-ésima) facilidade, dado o conjunto de $P-1$ facilidades pré-definidas, consiste na escolha do x_j cujo j minimize a expressão abaixo:

$$Z_j = \sum_{i=1}^{n} d(i,\{j\} \cup X_{P-1}) \quad \text{(viii)}$$

Esta técnica define o algoritmo míope que considera sempre a existência de $K-1$ medianas já definidas e a necessidade de localizar uma única (k-ésima) mediana, incrementando o valor K a cada iteração, até $K = P$.

Seguindo a característica dos algoritmos míopes, não leva-se em conta neste algoritmo o impacto causado pelo conjunto de vértices escolhidos na solução final. A "miopia" deste algoritmo caracteriza-se exatamente pelo fato de que uma vez alocado um vértice como mediana, não considera-se a possibilidade de desalocá-lo.

Método exato: Algoritmo de Busca Direta

Tendo obtido uma solução factível (Z') para o problema através do algoritmo míope, este resultado será utilizado como limitante superior ($L_S = Z'$) em um algoritmo de busca direta.

O processo de busca descrito a seguir esta baseado no algoritmo apresentado por Christofides [3] e consiste em gerar subproblemas em uma árvore de busca binária, especificando se um determinado vértice deve ser alocado ou não como uma mediana. Cada subproblema pode ser representando pelos conjuntos S^+, S^- e F, correspondendo, respectivamente, aos vértices fixados como medianas, fixados como não-medianas e àqueles ainda não fixados.

A cada nó percorrido na árvore, calcula-se um limite inferior que é utilizado, juntamente com o limite superior, para decidir se a busca deve ou não avaliar os nós filhos deste nó.

Considerando que um vértice $x_j \in S^-$ deve ser alocado a algum outro vértice pertencente ao conjunto $S^+ \cup F$, pode-se calcular o custo da melhor alocação como:

$$u'_j = \min_{x_i \in S^+ \cup F} (d_{ji}) \quad \text{(ix)}$$

Por outro lado, um vértice $x_j \in F$ que não tornar-se uma mediana, deverá gerar um custo de pelo menos:

$$u''_j = \min_{\substack{i \neq j \\ x_i \in S^+ \cup F}} (d_{ji}) \quad \text{(x)}$$

Assim, um limite inferior para o valor ótimo do problema pode ser calculado como:

$$L_I = \sum_{x_j \in S^-} u'_j + U'', \quad \text{(xi)}$$

onde U'' é a soma dos $n - p - |S^-|$ menores u''_j.

Se, em um dado nó da árvore, $L_I < L_S$, então a busca deve continuar analisando os nós filhos deste nó, decidindo-se então qual vértice será adicionado aos conjuntos S^+ ou S^-. Caso contrário, sabe-se que nenhuma solução melhor do que a atual poderá ser encontrada à partir deste nó, sendo desnecessária a análise dos seus nós filhos. Realiza-se então o procedimento de retorno (*backtracking*) pela árvore para avaliar outros nós.

A escolha sobre a inclusão de um novo vértice nos conjuntos S^+ ou S^- é feita com base nos $u_j^{'}$ e $u_j^{''}$ calculados, adotando-se os seguintes critérios:

Se $\left|\left\{u_j^{'} \mid x_i \in F\right\}\right| > 0$ ($u_j^{'}$ calculado conforme (ix)) (xii)

então $\begin{cases} F = F - \{x_i\} \\ S^+ = S^+ \cup \{x_i\} \end{cases}$,

onde x_i está associado ao menor $u_j^{'}$ pertencente ao conjunto descrito em (xii)

senão $\begin{cases} F = F - \{x_i\} \\ S^- = S^- \cup \{x_i\} \end{cases}$,

onde x_i está associado ao menor $u_j^{''}$ (calculado conforme (x)).

Estes critérios foram definidos empiricamente por nós e têm apresentado os melhores resultados, no sentido de minimizar a quantidade de nós percorridos durante a busca na árvore, apesar de provocar um aumento no custo da avaliação de cada nó.

Outra escolha que deve ser feita empiricamente é a forma como a busca será realizada na árvore. Esta busca pode ser feita em profundidade (analisando os nós filhos e netos de um dado nó) ou em largura (analisando os irmãos e primos de um dado nó). Ambas as alternativas são custosas e não existe uma definição clara sobre vantagens e desvantagens de cada uma delas na velocidade de obtenção da solução ótima. Assim, a opção por uma ou outra forma de percorrer os nós da árvore deve ser feita baseada em testes realizados na classe de problemas em questão e/ou em outros critérios peculiares a implementação.

4.2. Integração entre Algoritmos de Otimização e SIG

Para atingir o objetivo proposto por este trabalho, foi necessária a integração dos Algoritmos de Otimização a Sistemas de Informação Geográfica.

A principal vantagem desta integração consiste em possibilitar o uso intuitivo da ferramenta, sem haver a necessidade de qualquer conhecimento prévio de programação inteira.

Como nem todas as funcionalidades dos SIG's são necessárias para esta integração, optou-se pela utilização de bibliotecas de classes permitindo a inclusão apenas das funcionalidades necessárias e tornando o ORMaps uma ferramenta independente de qualquer pacote SIG comercial. Particularmente, foi utilizada a biblioteca MapObjects [5], criada pela ESRI e disponibilizada gratuitamente para avaliação durante um período determinado. Uma descrição detalhada dos principais módulos do sistema ORMaps pode ser encontrada em [12].

De maneira bastante genérica e simplificada, as subrotinas de MapObjects utilizadas possibilitaram a identificação dos locais de demanda (vértices) presentes em um mapa previamente carregado, o cálculo das distâncias euclidianas entre cada par de vértices (considerando-se a própria escala obtida no mapa), e a exibição da solução obtida através dos algoritmos de otimização implementados, destacando as medianas instaladas e exibindo linhas entre cada vértice e sua mediana mais próxima, indicando assim a alocação ideal (ver figura 1 abaixo).

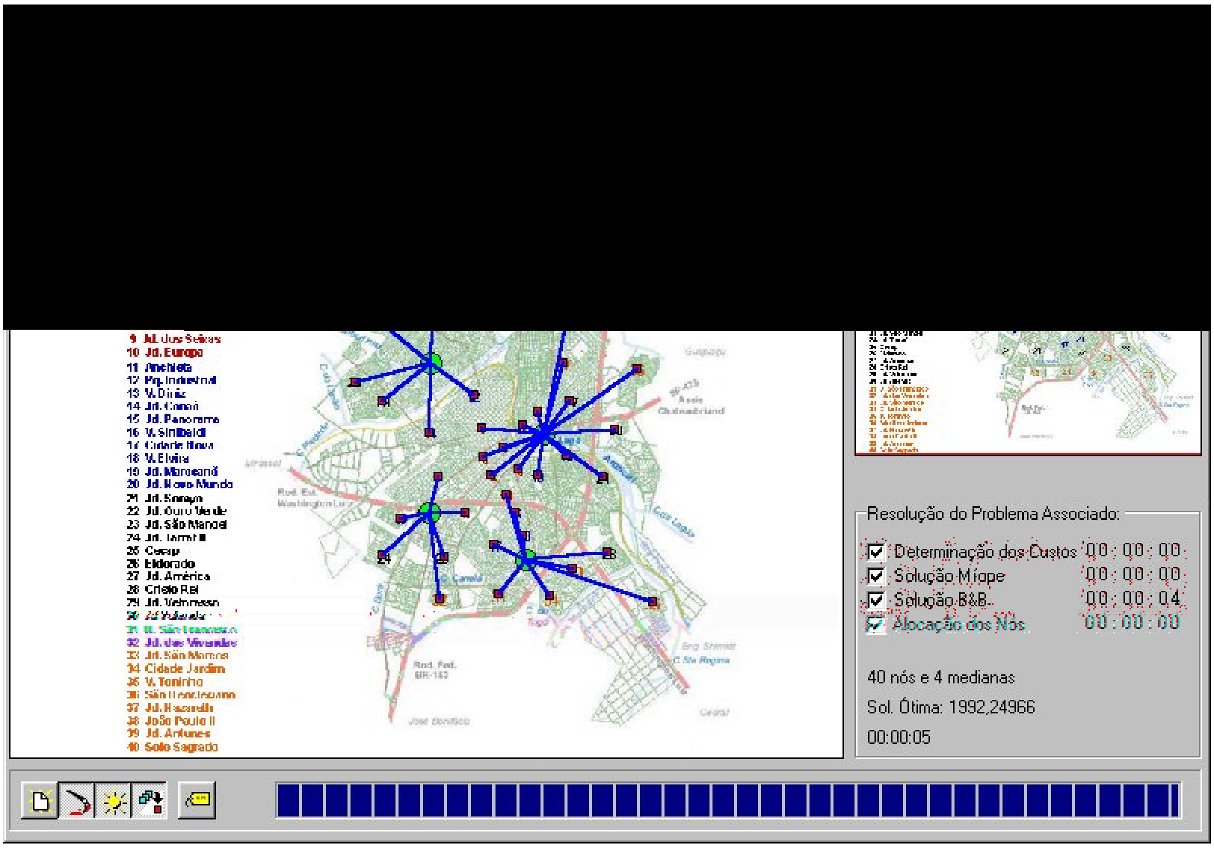

Figura 1: Solução obtida pelo ORMaps

4.3. Testes e Resultados

Foram realizados testes computacionais para verificar a qualidade do SAD implementado. Tais testes foram realizados em dois microcomputadores de mesmo potencial (Pentium III 500 MHz com 128 Mb de RAM) [3] considerando problemas com a seguinte variação: $50 \leq N \leq 818$ e $5 \leq P \leq N/3$, onde N indica a quantidade de vértices e P a quantidade de medianas. Os problemas utilizados foram retirados da biblioteca "dadosSJC[4]" mantida pelo projeto ARSIG [14], e referem-se a dados reais da cidade de São José dos Campos.

Para efeito de comparação, os problemas também foram resolvidos através do sistema comercial geral para a solução de problemas de otimização inteira: LINDO [13]; e por uma heurística lagrangeana/surrogate (ARSIG) específica para o problema das p-medianas proposta por Lorena et al [14].

Os resultados obtidos estão descritos nas Tabelas 1 e 2 abaixo, onde GAP1 é a diferença percentual entre a solução ótima e a solução obtida pelo ARSIG; GAP2 é a diferença percentual entre a solução ótima e a solução míope obtida pelo ORMaps; e GAP3 é a diferença percentual entre a solução míope obtida pelo ARSIG e a solução obtida pelo ORMaps uma vez que para estes problemas ($N \geq 324$) não foi possível obter a solução ótima após uma hora de tempo de CPU (com exceção do problema 324x108). Como pode ser observado, o tempo de resolução do algoritmo de otimização embutido no ORMaps é um fator crítico. Nas instâncias maiores, o algoritmo exato implementado não forneceu solução inteira viável melhor que a obtida pela heurística míope. É interessante observar também que para alguns problemas a heurística míope foi capaz de fornecer boas soluções com um custo computacional menor que a heurística langrangeana/surrogate.

[3] Os problemas foram submetidos ao software LINDO em um computador com 512 Mb de memória RAM devido ao "estouro" de memória ocorrido nos computadores com 128 Mb.

[4] http://www.lac.inpe.br/~marcos/dadosSJC.zip

Tabela 1: Soluções Ótimas obtidas

Problema			Lindo		Arsig			ORMaps (sol. Míope)			ORMaps (sol. Ótima)	
N	P	Sol. Ótima	Iterações	Tempo[1]	Solução	Tempo[1]	GAP1	Solução	Tempo[1]	GAP2	Tempo[1]	Nós
50	5	7.574,99	1.380	00:00:01	7.574,99	00:00:00	0,00%	7.818,0962	00:00:00	3,21%	00:07:19	1.057.763
50	10	4.738,45	517	00:00:01	4.738,45	00:00:00	0,00%	4.997,1004	00:00:00	5,46%	10:19:10	175.584.929
50	16	3.371,78	469	00:00:00	3.586,37	00:00:00	6,36%	3.611,9731	00:00:00	7,12%	07:00:52	109.805.343
100	5	24.753,51	6.192	00:00:16	24.753,50	00:00:00	0,00%	27.637,9783	00:00:00	11,65%	05:01:18	63.089.127
100	10	15.744,83	7.461	00:00:38	15.774,66	00:00:01	0,19%	16.408,4855	00:00:00	4,21%	424:57:38	4.428.838.928
100	20	9.940,78	5.688	00:00:25	9.988,08	00:00:01	0,48%	10.513,7587	00:00:00	5,76%	392:35:12	4.097.361.854
100	33	6.926,84	30.696	00:02:26	7.306,04	00:00:01	5,47%	7.213,4782	00:00:00	4,14%	22:50:47	3.239.641.065

GAP 1: Diferença percentual entre a solução ótima do problema e a solução fornecida pelo ARSIG
GAP 2: Diferença percentual entre a solução ótima do problema e a solução inicial (míope) obtida pelo ORMaps
[1] Tempos expressos em hh:mm:ss

Problema		Lindo			Arsig		ORMaps (após aprox. 1 hora)			
N	P	Solução	Iterações	Tempo[1]	Solução	Tempo[1]	Sol. Míope[2]	Tempo Míope[1]	Nós	GAP3
324	5	[illegible]	77.048	01:00:00	122.[illegible],02[3]	00:00:02	133.604,9523	00:00:00	1.200.000	9,05%
324	10	-	45.541	01:00:00	79.256,36	00:00:04	85.763,3133	00:00:00	1.200.000	8,21%
324	20	-	47.590	01:00:00	54.533,11	00:00:04	56.950,4151	00:00:00	1.200.000	4,43%
324	50	-	48.563	01:00:00	32.101,52	00:00:04	34.335,1918	00:00:00	1.200.000	6,96%
324	108	18.721,89[3]	44.036	00:52:52	19.683,61	00:00:04	19.595,8305	00:00:00	1.200.000	-0,45%
818	5	-	168.341	01:00:00	605.856,13	00:00:50	628.561,1188	00:00:02	350.000	3,75%
818	10	-	89.331	01:00:00	385.371,47	00:00:46	405.696,8467	00:00:02	350.000	5,27%
818	20	-	90.073	01:00:00	251.717,80	00:00:30	271.520,4629	00:00:02	350.000	7,87%
818	50	-	82.952	01:00:00	149.251,13	00:00:23	153.862,5429	00:00:02	350.000	3,09%
818	100	-	72.469	01:00:00	98.992,31	00:00:26	103.196,1744	00:00:02	350.000	4,25%
818	150	-	73.686	01:00:00	77.440,59	00:00:29	79.769,7002	00:00:02	350.000	3,01%
818	272	-	69.747	01:00:00	50.086,61	00:00:25	50.334,0481	00:00:02	350.000	0,49%

GAP 3: Diferença percentual entre a solução ótima do problema e a melhor solução obtida pelo ORMaps [illegible], sendo a solução míope a melhor solução obtida pelo ORMaps
[1] Tempos expressos em hh:mm:ss
[2] A solução míope não foi melhorada durante o tempo de execução do algoritmo de Busca [illegible]
[3] Solução ótima do problema

Tabela 2: Melhores Soluções obtidas limitando-se o tempo de busca

5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O aumento constante na capacidade de processamento de computadores pessoais e a diminuição de seus custos tem contribuído para a utilização destes equipamentos em processos computacionalmente pesados e custosos, antigamente executados apenas em *mainframes*.

Além disso, o desenvolvimento de ferramentas visuais tem contribuído para a popularização e massificação do uso de microcomputadores ao angariar cada vez mais usuários, transmitindo-lhes segurança e conforto na utilização deste "avanço tecnológico".

Considerando aspectos como (1) perfil de usuário, (2) obtenção e manipulação de informações e (3) qualidade dos resultados obtidos, pode se concluir que o casamento entre Algoritmos de Otimização e Sistemas de Informação Geográfica é tão **benéfico** quanto é **necessário** na confecção de Sistemas de Apoio à Decisões relativas aos Problemas de Localização de Facilidades, conferindo à ferramenta robustez e simplicidade, qualidade e quantidade de informações.

Dentre as possíveis extensões para este trabalho, citamos:

- Melhorar o desempenho do algoritmo exato para a solução do problema das p-medianas, utilizando por exemplo um limite inferior obtido à partir da solução dual da relaxação linear do problema [7] [8], ou mesmo incorporando outras classes de algoritmos exatos [4].
- Generalizar a obtenção da matriz de custos.
- Incluir novos algoritmos para outras classes de Problemas de Localização.

REFERÊNCIAS

[1] Câmara, G.; Davis, C.; Monteiro, A.; D'Alge, J.: ***Introdução à Ciência da Geoinformação***. Série de livros OnLine "Ciência e Engenharia da Geoinformação: Teoria e Aplicações". http://www.dpi.inpe.br/gilberto/livro/introd

[2] Chen, F.: Li, B.: ***Replicated Servers Allocation for Multiple Information Sources in a Distrubuted Environment***. Microprocessors and Microsystemns, Vol. 24, 2000.

[3] Christofides, N.: ***Graph Theory: An Algorithmic Approach***. Academic Press, 1975

[4] Daskin, M.S.: ***Network and Discrete Location: Models, Algorithms and Applications***. John Wiley & Sons, 1995.

[5] ESRI – Environmental Systems Research Institute (Redlands – CA, USA): ***MapObjects***, http://ww.esri.com/mapobjects

[6] ESRI – Environmental Systems Research Institute (Redlands – CA, USA): ***ArcView Network Analyst – Key Features and Technical Specifications***, http://www.esri.com/software/arcview/extensions/nettech.html

[7] Galvão, R.D.; Raggi, L.A.: ***A Method for Solving to Optimality Uncapacitated Location Problems***. Annals of Operations Research, Vol. 18, 1989

[8] Galvão, R.D.: ***A Dual-Bounded Algorithm for the p-median Problem***. Operations Research, Vol. 28, 1980

[9] ILOG Inc. CPLEX Division (Incline Village – N.Y., USA): ***Using the Cplex Callable Library***, Version 6.6, 2000

[10] INPE / DPI – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais / Divisão de Processamento de Imagens (São José dos Campos – SP, Brasil): ***SPRING***. http://www.dpi.inpe.br/spring

[11] Koch, T.: ***GIS: Mapping the OR/MS World***. OR/MS Today, Aug. 1999.

[12] Lima, D.F.: Confecção de um Sistema de Apoio à Decisão baseado na Integração entre algoritmos de Otimização e Sistemas de Informação Geográfica, Projeto final de graduação em Bacharelado em Ciência da Computação, IBILCE, UNESP - Campus de São José do Rio Preto, SP, 2001, http://www.dcce.ibilce.unesp.br/otimiza/monografias/ORMAPS.pdf.

[13] Lindo Systems Inc. (Chicago – Il, USA): ***LINGO User Manual***, Version 6.0, 1999

[14] Lorena, L.A.N.; Senne, E.L.F.; Paiva, J.A.C.; Pereira, M.A.: ***Integração de Modelos de Localização a Sistemas de Informações Geográficas***.

[15] Nemhauser, G.L.; Rinnooy Kan, A.H.G.; Todd, M.J.: ***Optimization – Handbooks in Operations Researchand Management Science, Vol. 1***. Elsevier Science, 1994

[16] Pizzolato, N.D.; Silva, H.B.F.: ***The Location of Public Schools: Evaluation of Practical Experiences***. International Transactions In Operational Research, Vol. 4, Nº 1, 1997.

[17] Tamir, A.: ***An O(pn2) Algorithm for the p-median and Related Problems on Tree Graphs***. Operations Research Letters, Vol. 19, 1996.

[18] TechTarget (Needham – MA, USA) : ***Enciclopédia de Tecnologia da Informação***. http://www.whatis.com