



DEA COM RESTRIÇÕES NOS MULTIPLICADORES NA AVALIAÇÃO DE AGÊNCIAS BANCÁRIAS

Renato Tadeu Tardelli Alves

Banco Itaú, São Paulo, SP (renato.tardelli-alves@itau.com.br)

Armando Zeferino Milioni

Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), São José dos Campos, SP (milioni@mec.ita.br)

RESUMO

No presente trabalho apresentamos um estudo de caso referente à avaliação da eficiência relativa de uma rede de agências bancárias localizadas na região metropolitana de São Paulo usando Análise de Envoltória de Dados (ou, do inglês, DEA, de *Data Envelopment Analysis*). Seis modelos são estudados e seus resultados são analisados com ênfase nas conseqüências e interpretações das restrições impostas aos multiplicadores.

Palavras Chave: Análise de Envoltória de Dados, Restrição nos multiplicadores, Eficiência

ABSTRACT

In this work we present a case study on the evaluation of the relative efficiency of a set of bank agencies located in Sao Paulo metropolitan area using Data Envelopment Analysis (DEA). Six models are studied and the results obtained are analyzed with emphasis on the consequences and interpretation of the constraints imposed upon the multipliers.

Keywords: Data Envelopment Analysis, Weight constraints, Efficiency

1 - INTRODUÇÃO

O uso de Análise de Envoltória de Dados (ou simplesmente DEA, do inglês *Data Envelopment Analysis*) na avaliação da eficiência relativa de espécies de um mesmo gênero (ou, DMU's, do inglês *Decision Making Units*) vem ganhando um número crescente de adeptos no Brasil e no exterior (ver, por exemplo, EMROUZNEJAD et alli, 2001; ANDERSON, 2000; MANO, 1999; ALVES 2001 ou ainda FORNI, 2002).

O presente artigo se situa nesse contexto. Nele, apresentamos os resultados da avaliação da eficiência relativa de um conjunto de 196 agências bancárias localizadas na região metropolitana de São Paulo. Diversos modelos são estudados e seus resultados são analisados com ênfase nas conseqüências e interpretações das restrições impostas aos multiplicadores.

A estrutura do artigo é a seguinte: Na seção 2 apresentamos as variáveis utilizadas. Na seção 3 apresentamos os modelos aplicados e analisamos brevemente os resultados obtidos em cada caso. Nessa mesma seção discutimos variações quanto às formas de impor restrições aos multiplicadores. Finalmente, reservamos a seção 4 para nossas conclusões.

2 - VARIÁVEIS UTILIZADAS E BASE DE DADOS

A discussão da escolha das variáveis não é o objetivo principal do presente trabalho. Assim, recomendamos ao leitor interessado a leitura de ALVES (2001), onde podem ser encontrados os detalhes dessa discussão. Nessa mesma referência apresentamos toda a base de dados, que diz respeito ao período compreendido entre Abril de 2000 e Março de 2001. Salvo menção contrária, os indicadores abaixo se referem ao número médio observado ao longo desse período de 12 meses. A



divisão do tipo A e B, aplicada a Clientes e Cartões de Crédito, segue nomenclatura e procedimentos internos do banco ao qual pertencem as agências estudadas. Nos dois casos, são indicativos de maior e menor retorno para a agência, respectivamente. A variável Nota diz respeito a um indicador da qualidade no atendimento durante o processo de venda atualmente utilizado pelo mesmo banco.

Variáveis de Entrada (*Inputs*):

1. Funcs: Número de funcionários da agência;
2. Equip: Número de terminais de auto-atendimento;
3. Clientes A: Tamanho da base de correntistas tipo A;
4. Clientes B: Tamanho da base de correntistas tipo B.

Variáveis de Saída (*Output*):

5. Cartões A: Número total de cartões de crédito tipo A vendidos ao longo do ano 2000;
6. Cartões B: Número total de cartões de crédito tipo B vendidos ao longo do ano 2000;
7. Nota: Nota geral recebida pela agência.

3 - MODELOS UTILIZADOS E RESULTADOS OBTIDOS

3.1 - Modelos sem restrições nos multiplicadores

Utilizamos inicialmente, para obter resultados preliminares, as formulações tradicionalmente conhecidas na literatura como CCR (ver CHARNES et alli, 1978) e BCC (ver BANKER et alli, 1984). Esses modelos, doravante ditos Modelos 1 e 2, respectivamente, diferem essencialmente no que diz respeito aos retornos de escala, supostos constantes na formulação CCR e variáveis na BCC.

Como referência de comparação dos resultados obtidos adotamos os índices de cumprimento de meta (ICM) das agências, derivados do atual sistema de avaliação e definição de metas do banco cujas agências foram analisadas.

Dadas as distinções entre hipóteses e condicionantes, não esperávamos que os resultados obtidos pela utilização de modelos DEA fossem iguais aos resultados do modelo atual do banco (ICM). O que buscávamos era apenas obter um indicador preliminar da qualidade da análise, equivalente, por exemplo, à opinião de um *expert*.

Os resultados obtidos com a utilização dos Modelos 1 e 2 estão representados graficamente nas Figuras 1 e 2, a seguir.

Das 196 agências analisadas, obtivemos um grande número de unidades eficientes (27 para o modelo CCR e 34 para o BCC). Também obtivemos um grande número de multiplicadores nulos, um conhecido problema face ao fato de uma variável apresentar multiplicador nulo equivaler a desprezar aquela variável na determinação da eficiência.

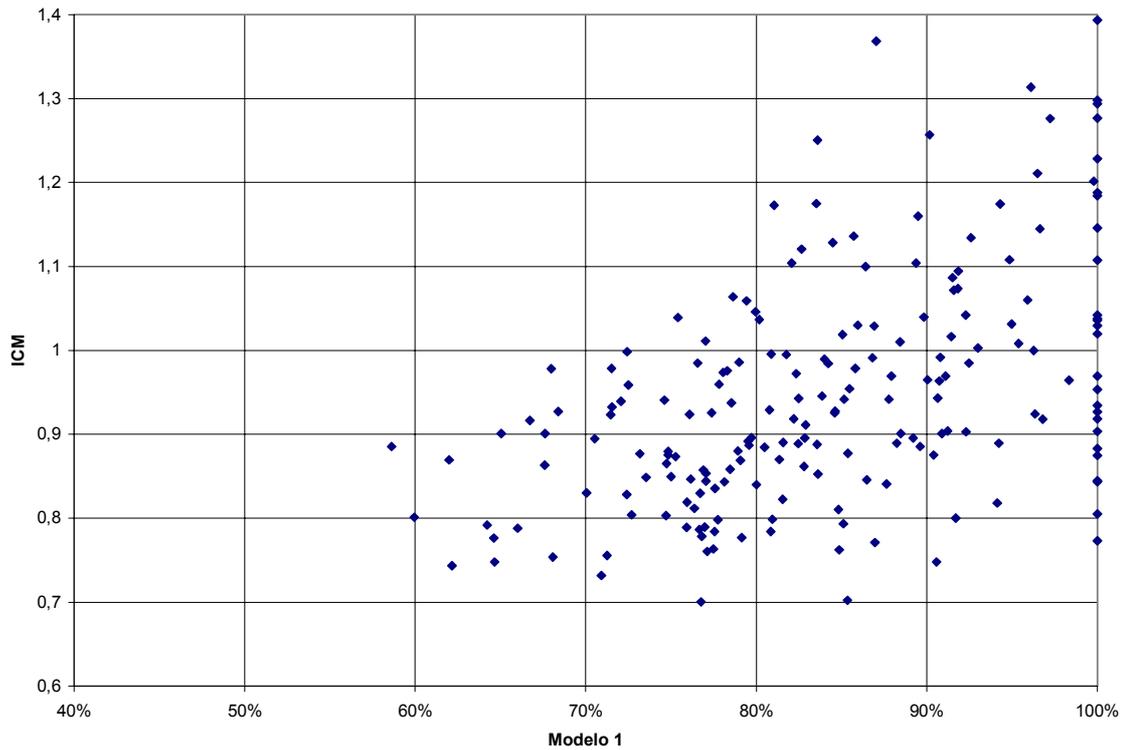


Figura 1 – ICM vs Resultados do Modelo 1 – CCR sem restrições nos multiplicadores

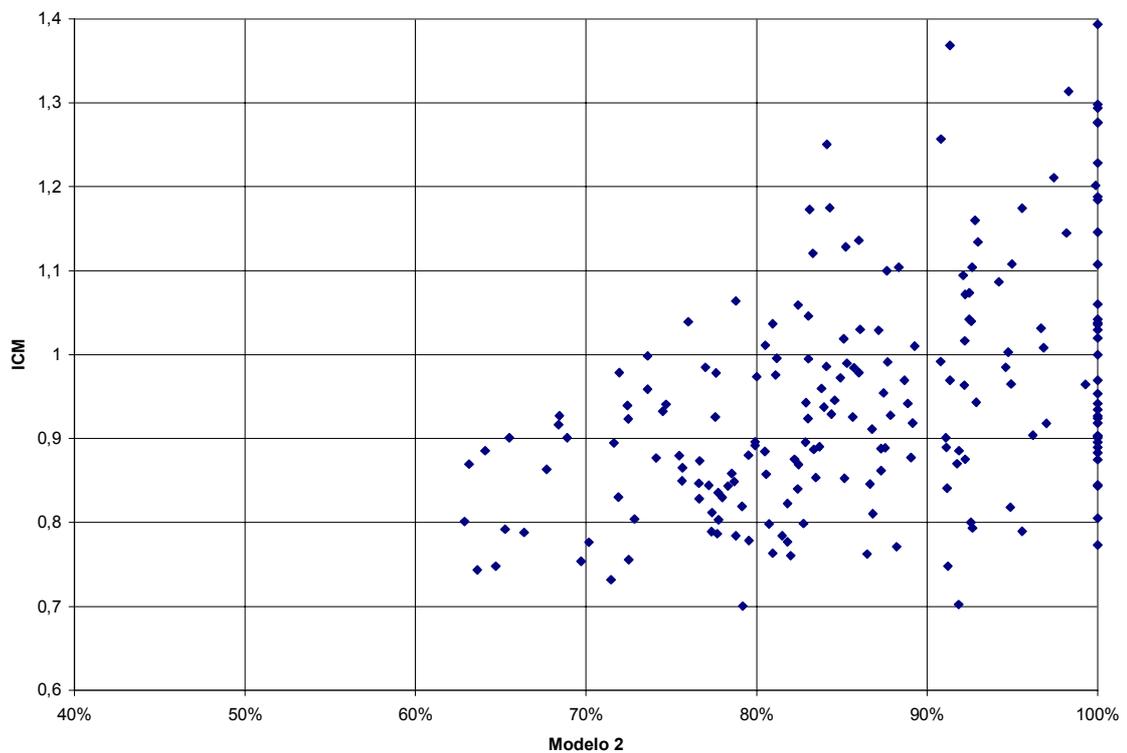


Figura 2 – ICM vs Resultados Modelo2 - BCC sem restrições aos multiplicadores

3.2 - Modelos com restrições intrínsecas impostas aos multiplicadores



Em seguida, introduzimos restrições diretas aos valores dos multiplicadores com base em informações não contidas nos dados utilizados (detalhes da lógica desse procedimento podem ser encontrados em ALVES, 2001; COOPER et alli, 2000 ou ALLEN et alli, 1997). Sejam as seguintes variáveis (multiplicadores):

v_1 = multiplicador da variável Clientes B;

v_2 = multiplicador da variável Clientes A;

v_3 = multiplicador da variável Funcs;

v_4 = multiplicador da variável Equip;

u_1 = multiplicador da variável Cartões B;

u_2 = multiplicador da variável Cartões A;

u_3 = multiplicador da variável Nota.

As seguintes restrições foram impostas aos multiplicadores:

$$0,05 \cdot v_4 \leq v_3 \leq 0,10 \cdot v_4 \quad (1)$$

$$0,2 \leq \frac{v_3}{v_1 + v_2 + v_3} \leq 0,8 \quad (2)$$

$$\frac{|v_1 - v_2|}{v_1 + v_2} \leq 0,8 \quad (3)$$

$$0,2 \leq \frac{u_3}{u_1 + u_2 + u_3} \leq 0,8 \quad (4)$$

$$\frac{|u_1 - u_2|}{u_1 + u_2} \leq 0,8 \quad (5)$$

As restrições impostas têm o seguinte intuito:

1: Os multiplicadores atribuídos aos terminais de auto-atendimento não podem ser menores que 5% ou maiores que 10% do multiplicador atribuído aos funcionários, já que os últimos têm maior poder de persuasão durante o processo de venda por desempenharem um papel ativo (ao contrário dos equipamentos).

2: O multiplicador atribuído aos funcionários deve representar no mínimo 20% e no máximo 80% da

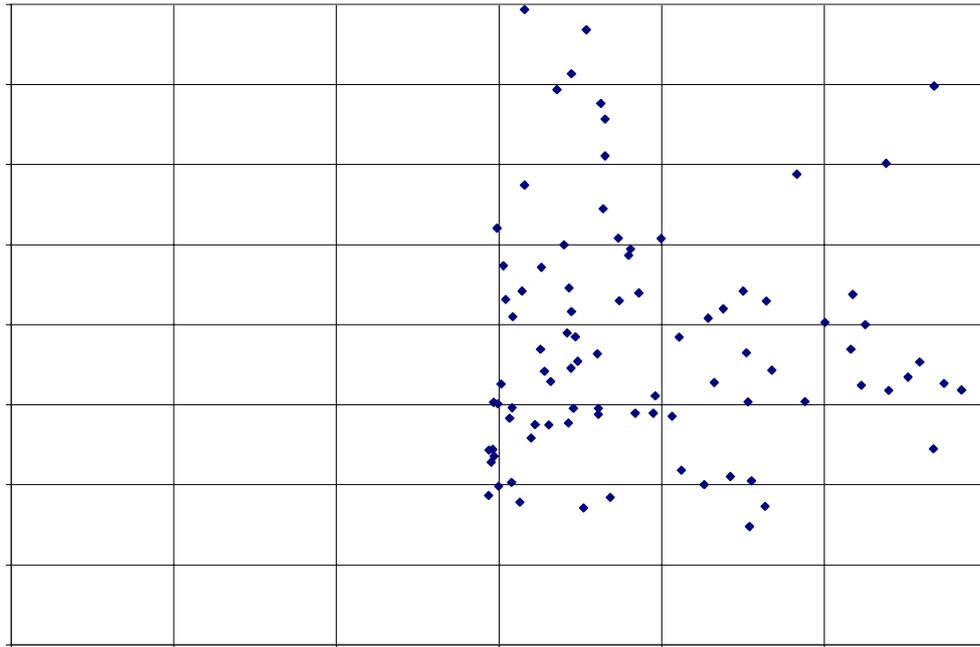


Figura 3 – ICM vs Resultados Modelo 3 - CCR com restrições aos multiplicadores

Ao observarmos os gráficos das Figuras 3 e 4 notamos que o número de unidades eficientes reduziu-se bastante, especialmente no modelo CCR (de 27 para 3).

Uma característica nítida dos modelos com restrições arbitradas nos multiplicadores é a de que há uma intervenção que parte de informações externas, isto é, não contidas nos dados de entrada e saída das unidades.

De fato, observamos que os valores das variáveis de folga (*slacks*) para todas as unidades foram nulos, indicando um elevado grau de “engessamento” do modelo pelas restrições impostas aos multiplicadores como consequência de uma forte intervenção externa. Embora isso não seja necessariamente danoso à qualidade dos resultados obtidos (ver ALVES, 2001), se fosse possível a utilização de restrições aos multiplicadores derivadas somente dos dados de produtos e insumos certamente estaríamos dando um passo na direção de obter um coeficiente único que indicasse a eficiência de uma DMU a despeito de qualquer especificidade do processo. Além disso, ao arbitrarmos os intervalos de valores aos quais devem obedecer as relações entre os multiplicadores, estamos inserindo “restrições intrínsecas”, mesmo se estes intervalos estiverem sendo indicados por um *expert*. Assim, em princípio, um modelo que utilize restrições não arbitradas deve apresentar melhor qualidade de resultados.



Figura 4 – ICM vs Resultados Modelo 4 - BCC com restrições aos multiplicadores

3.3 - Modelos com restrições derivadas dos dados

Os Modelos 5 e 6 buscam eliminar as restrições intrínsecas e utilizam restrições aos valores dos multiplicadores derivadas dos próprios dados de entrada e saída.

As restrições impostas aos multiplicadores nestes modelos buscam garantir que cada produto (insumo) virtual de cada unidade represente uma certa parcela do total de seus produtos (insumos) virtuais. Como o produto (insumo) virtual é o valor do produto (insumo) multiplicado pelo seu respectivo multiplicador, temos que este tipo de restrição busca não limitar os multiplicadores através de intervalos fixos, mas sim garantir que haja uma distribuição “justa” entre as proporções de insumos e produtos virtuais de forma que não se omita a importância de nenhum deles.

Matematicamente, este tipo de restrição é representado por:

$$a_i \leq \frac{u_i \cdot y_{ik}}{\sum_i u_i \cdot y_{ik}} \leq b_i \quad (6)$$

$$c_i \leq \frac{v_i \cdot x_{ik}}{\sum_i v_i \cdot x_{ik}} \leq d_i$$



$$a_i \leq \frac{u_r \left[\left(\sum_{j=1}^N \frac{y_{rj}}{N} \right) \right]}{\left[\sum_{r=1}^s u_r \left(\sum_{j=1}^N \frac{y_{rj}}{N} \right) \right]} \leq b_i \quad (8)$$

Ainda que este tipo de restrição à flexibilidade dos multiplicadores se mostre mais razoável que a simples limitação dos multiplicadores, ele ainda necessita de informações externas à massa de dados (*value judgements*) para ser resolvido. Para contornarmos este fato, aplicamos uma metodologia dirigida à obtenção dos valores dos limites inferior e superior a partir dos resultados obtidos ao se rodar os modelos sem restrições aos valores dos multiplicadores. Essa metodologia é composta pelos seguintes passos:

1º Passo: Utilizamos o modelo sem restrições aos valores dos multiplicadores para obter resultados preliminares. Com isso, obtemos os valores que cada *input* e *output* virtual assumiu para cada unidade.

2º Passo: Calculamos o percentual que cada um dos insumos e produtos virtuais assumiu para cada uma das unidades. A partir destes valores é possível determinar o intervalo que cada tipo de insumo e produto deverá assumir.

3º Passo: Omitimos as proporções de produto e insumo que representem casos extremos. Neste trabalho, omitimos as proporções que assumissem valores menores que 5% ou maiores que 90%, eliminando assim os valores nulos ou unitários para as proporções. Estes valores dependem de cada tipo de problema.

4º Passo: Calculamos as médias e os desvios-padrão para cada tipo de insumo e produto virtual.

5º Passo: Definimos os valores superiores e inferiores (a_i , b_i , c_i e d_i) a serem assumidos pelas unidades virtuais como sendo a média mais ou menos os desvios-padrão, tomando o cuidado de que o limite inferior seja positivo e o superior seja menor que a unidade para todas as restrições. Aqui também vale ressaltar que o número de desvios-padrão a serem somados ou subtraídos depende do tipo de problema.

Este método de restrição aos valores dos multiplicadores foi utilizado com o modelo CCR e BCC (Modelos 5 e 6, com resultados exibidos nas Figuras 5 e 6, respectivamente).

Utilizando o modelo CCR, foram calculados os valores que constam da Tabela 1. Nessa tabela, a Média das Proporções significa a média das proporções assumidas pelas entradas ou saídas virtuais depois de rodado o modelo CCR sem restrições aos valores dos multiplicadores e eliminados os valores indesejáveis. O desvio padrão também é calculado a partir destes valores. Os limites superior e inferior vão constituir as restrições aos valores das proporções de cada entrada e saída virtual (logo, dos multiplicadores) do modelo. A Média dos Valores das Variáveis representa a média dos valores assumidos pelas variáveis na massa de dados, que é útil na determinação dos valores das restrições aos multiplicadores.

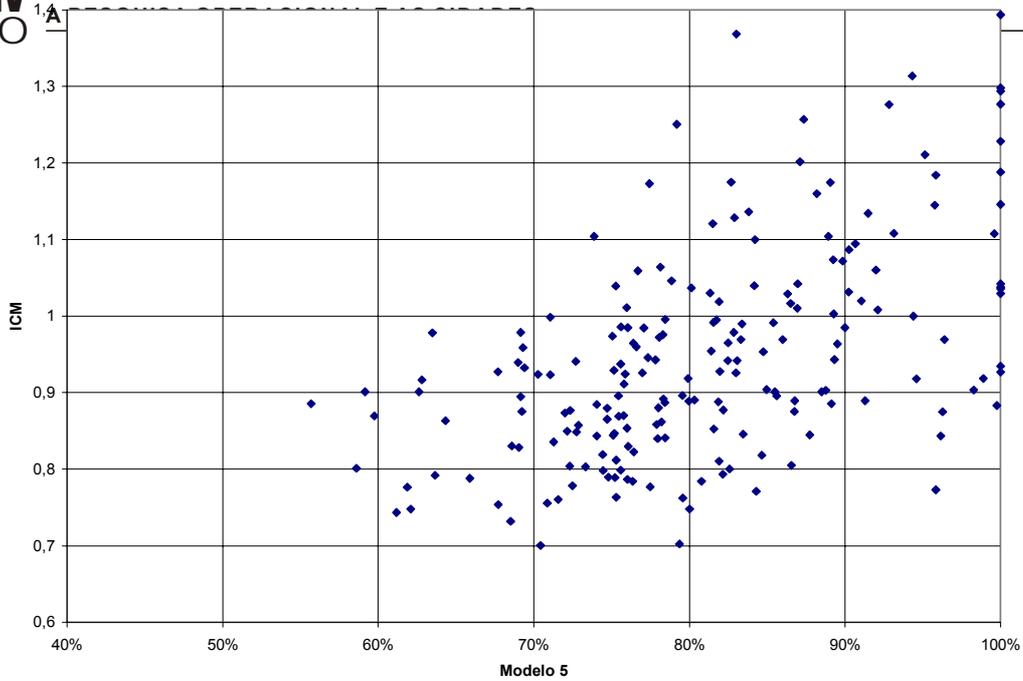


Figura 5 – ICM vs Resultados Modelo 5 - CCR com restrições não arbitradas

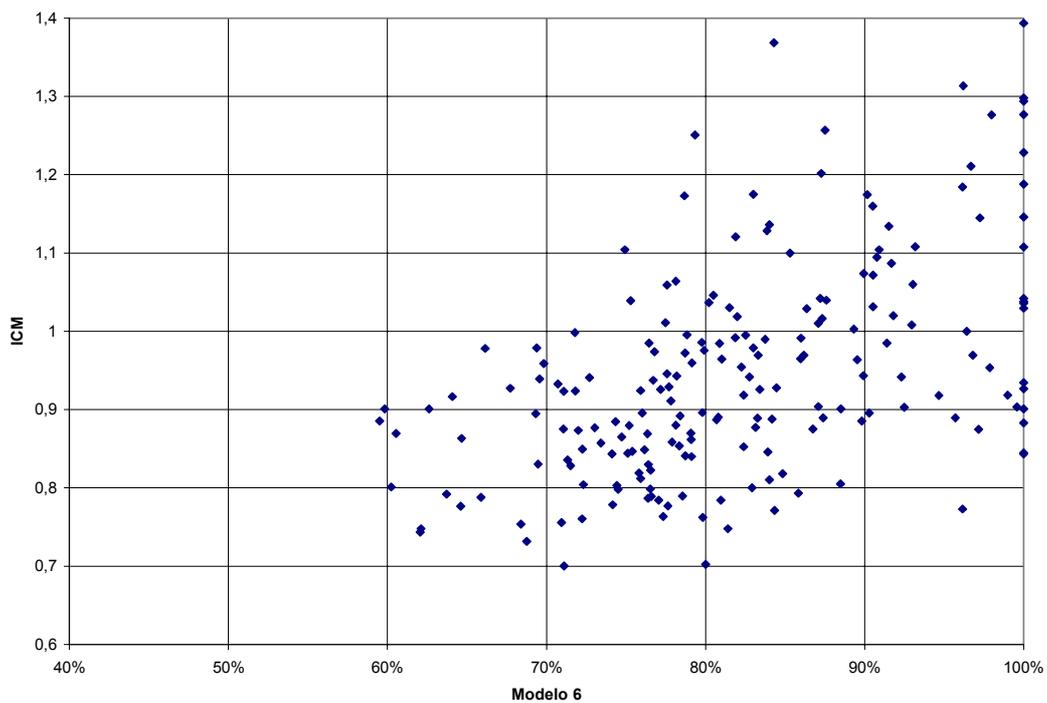


Figura 6 – ICM vs Resultados Modelo 6 - BCC com restrições não arbitradas

Aplicando os dados da Tabela 1 em (8) e colocando as restrições na forma matricial $Ax \geq 0$, temos a matriz A numericamente representada na Tabela 2.



Tabela 1: Valores utilizados no cálculo das restrições aos multiplicadores (modelo CCR).

	Clientes B	Clientes A	Equip	Func	Cartões B	Cartões A	Nota
Média das Proporções	0,298	0,175	0,300	0,555	0,542	0,346	0,243
Desvio padrão	0,162	0,120	0,173	0,184	0,186	0,166	0,173
Limite Superior	0,461	0,295	0,473	0,739	0,728	0,512	0,416
Limite Inferior	0,136	0,056	0,128	0,372	0,357	0,180	0,070
Média dos Valores das Variáveis	0,403	0,301	0,508	0,420	0,474	0,273	0,686

Tabela 2 – Matriz A de Coeficientes para as Restrições não Arbitradas (modelo CCR)

Clientes B	Clientes A	Equip	Func	Cartões B	Cartões A	Nota
-0,22	0,14	0,23	0,19	0	0	0
0,35	-0,04	-0,07	-0,06	0	0	0
0,12	-0,21	0,15	0,12	0	0	0
-0,02	0,28	-0,03	-0,02	0	0	0
0,19	0,14	-0,27	0,20	0	0	0
-0,05	-0,04	0,44	-0,05	0	0	0
0,30	0,22	0,38	-0,11	0	0	0
-0,15	-0,11	-0,19	0,26	0	0	0
0	0	0	0	-0,13	0,20	0,50
0	0	0	0	0,30	-0,10	-0,24
0	0	0	0	0,24	-0,13	0,35
0	0	0	0	-0,09	0,22	-0,12
0	0	0	0	0,20	0,11	-0,40
0	0	0	0	-0,03	-0,02	0,64

Comparando os resultados obtidos pelo modelo 5 com os obtidos pelos outros modelos, identificamos casos inseridos precisamente no contexto de nossa argumentação. A DMU 34, por exemplo, foi considerada eficiente no modelo 1 às custas da obtenção dos valores nulos para os multiplicadores de duas de suas variáveis. Quando foram arbitradas restrições (modelo 3) esta unidade passou a assumir eficiência 66,4%. Entretanto, no modelo CCR com restrições não arbitradas, esta unidade voltou a assumir eficiência 100%, sem que nenhum de seus multiplicadores assumisse valor nulo.

Utilizando a mesma metodologia para o modelo BCC (Modelo 6 – BCC) obtivemos os valores apresentados nas Tabelas 3 e 4, a seguir.

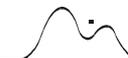


Tabela 3: Valores utilizados no cálculo das restrições aos multiplicadores (modelo BCC).

	Clientes B	Clientes A	Equip	Func	Cartões B	Cartões A	Nota
Limite Superior	0,51	0,49	0,45	0,77	0,76	0,50	0,53
Limite Inferior	0,12	0,13	0,14	0,40	0,35	0,19	0,20
Média dos Valores das Variáveis	0,40	0,30	0,51	0,42	0,47	0,27	0,69

Tabela 4 – Matriz A de Coeficientes para as Restrições não Arbitradas (modelo BCC)

Clientes B	Clientes A	Equip	Func	Cartões B	Cartões A	Nota
-0,20	0,15	0,26	0,21	0	0	0
0,35	-0,04	-0,06	-0,05	0	0	0
0,20	-0,15	0,25	0,21	0	0	0
-0,05	0,26	-0,06	-0,05	0	0	0
0,18	0,14	-0,28	0,19	0	0	0
-0,06	-0,04	0,44	-0,06	0	0	0
0,31	0,23	0,39	-0,09	0	0	0
-0,16	-0,12	-0,20	0,25	0	0	0
0	0	0	0	-0,11	0,21	0,52
0	0	0	0	0,31	-0,10	-0,24
0	0	0	0	0,24	-0,14	0,34
0	0	0	0	-0,09	0,22	-0,13
0	0	0	0	0,46	0,15	-0,32
0	0	0	0	-0,09	-0,05	0,55

Observando a Tabela 5, que segue, notamos que os modelos 5 e 6 - ambos com restrições não arbitradas - apresentaram as maiores correlações entre as eficiências DEA e o ICM. Tomamos esse fato como evidência de que tais modelos geram resultados mais representativos das eficiências relativas das agências estudadas. Atribuímos essa conclusão ao fato dos valores dos multiplicadores associados às variáveis de entrada e saída não assumirem valores nulos ou desproporcionais e, ao mesmo tempo, terem sido eliminadas as restrições intrínsecas inerentes ao processo de se determinar valores para as restrições aos multiplicadores a partir de julgamento de valor e de informações não contidas exclusivamente nos dados de entrada e saída.



Tabela 5 – Correlação entre o ICM e os resultados obtidos pelos modelos DEA.

Modelo	Tipo	Retorno de Escala	Correlação
1	CCR – sem restrições	Constante	0,69
2	BCC – sem restrições	Variável	0,67
3	CCR – com restrições intrínsecas	Constante	0,50
4	BCC – com restrições intrínsecas	Variável	0,63
5	CCR – com restrições a partir dos dados	Constante	0,71
6	BCC – com restrições a partir dos dados	Variável	0,69

4 – CONCLUSÕES

Quanto à metodologia empregada, ilustramos no nosso estudo de caso que ao eliminarmos as restrições intrínsecas inerentes ao processo de inserir informações não contidas nos próprios dados podemos obter resultados coerentes e de qualidade superior.

Quanto ao uso de DEA na avaliação da eficiência relativa de agências bancárias, podemos citar as seguintes vantagens:

- 1) Criação de um índice único de eficiência que informará ao gerente qual o desempenho na alocação de recursos da sua agência comparado com os seus *benchmarks*.
- 2) Possibilidade da criação de um sistema de determinação de metas extensível à venda de outros produtos (crediário, débito automático, cheque especial, título de capitalização, etc.), sendo possível incluí-los como saídas de uma agência. Desta forma, pode-se personalizar a análise quando se quer medir as melhores práticas na venda de produtos específicos.

benchmarks



- MANO, Fernando da Silva. “Análise de Envoltória de Dados”. Trabalho Final de Graduação, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 1999.
- ALVES, Renato Tadeu Tardelli. “Desenvolvimento de Metodologia de Análise de Eficiência de Agências Bancárias baseada em Análise de Envoltória de Dados (DEA)”, Trabalho Final de Graduação, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, 2001 .
- FORNI, André Luiz Chiossi. “On the detection of outliers in Data Envelopment Analysis methodology”, Tese de Mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, 2002.
- CHARNES A., COOPER W.W. and RHODES E. “Measuring the efficiency of decision making units” Eur. J. Opl. Res 2, 429-444, 1978.
- BANKER R. D., CHARNES A., COOPER W. W., “Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis” (1984) Management Science Vol.30 N°9, September, 1984.
- COOPER, Willian W., SEIFORD Lawrence M. e TONE Kaoru. “Data Envelopment Analysis: a Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software”. Massachusetts, USA: Kluwer Academic Publishers, 2,000.
- ALLEN, R., ATHANASSOPOULOS, A., DYSON, R.G. e THANASSOULIS, E. “Weights restrictions and value judgements in Data Envelopment Analysis: Evolution, development and future directions” In Annals of Opeations Research 73, Pages 13 to 34. J.C. Baltzer AG, Science Publishers, 1997