XXXVSBPO
A pesquisa Operacional e os Recursos Renováveis

4 a 7 de novembro de 2003, Natal-RN

ALGORITMO BRANCH AND BOUND ESPECIALIZADO APLICADO AL PLANEAMIENTO A LARGO PLAZO DE SISTEMAS DE TRANSMISIÓN

Edgar M. Carreño - Antonio Escobar – Ramón A.Gallego
Universidad Tecnológica de Pereira (UTP) -Colombia
A. A. 97 – La Julita - Pereira
Risaralda – Colombia
E-mail: aescobar@utp.edu.co, rag@utp.edu.co

Rubén Romero .
Departamento de Engenharia Elétrica, FEIS- UNESP
Av. Brasil Norte, 364 – Caixa Postal 31
15.385-000, Ilha Solteira, SP, Brasil
E-mail: ruben@dee.feis.unesp.br

Resumen: Este trabajo presenta un algoritmo de Branch and Bound (B&B) especializado para resolver el problema del planeamiento estático de la transmisión, que es un problema No Lineal Entero Mixto (PNLEM) de alta complejidad matemática. El modelo planteado sólo considera la primera ley de Kirchhoff y corresponde a una versión relajada de un modelo más completo llamado modelo DC que considera las dos LK, este modelo es clasificado como Lineal Entero Mixto (PLEM) y es resuelto con el método B&B que permite encontrar la respuesta óptima del problema. El método se describe empleando el sistema de prueba de Garver de 6 barras con 15 líneas, y el sistema Colombiano de 93 barras y 155 líneas.

Palabras Clave: Modelos relajados, optimización, planeamiento de la expansión de la transmisión, Branch and Bound, pseudocostos.

Abstract: This paper present a specialized branch and bound algorithm to solve the expansion static planning problem of transmission systems, that is a mixed integer nonlinear programming called DC model and that presents a high methematical complexity. In this application it is used a relaxed version of the DC model, the transportation model, that is a mixed integer linear programming. This model is solved using a branch and bound algorithm that founds optimal solution for the transportation model. The algorithm is used to test two electrical systems, one of 06 buses of Garver´s system and a real system that corresponds to the Colombian electric systems with 93 buses and 155 circuits.

***Keywords**:* Relaxed models, optimization, network expansion planning, branch abd bound algorithm, branch and bound with pseudocosts.

I. INTRODUCCIÓN

El problema del planeamiento a largo plazo de las redes de transmisión de energía eléctrica, consiste en decidir *que*, *cuanto* y *donde* se deben *adicionar* nuevos elementos de red, considerando una red actual y un conjunto de elementos candidatos definidos para cumplir con una demanda proyectada, cumpliendo criterios tanto técnicos como económicos.

El modelamiento matemático de una red de transmisión presenta varios problemas al momento de resolverlo, por su naturaleza No Lineal Entera Mixta (PNLEM). El principal problema es que no es convexo, lo cual no garantiza la obtención del óptimo global, y puede conducir al proceso a óptimos locales, aunque eventualmente puede encontrarse el óptimo global.

Al momento de aumentar el tamaño de los sistemas e incrementar el número de variables, se produce una explosión combinatorial que le añade otro grado de dificultad matemática al problema, otro hecho importante es que el modelo contiene variables continuas y enteras, y por lo tanto el sistema obtenido no es diferenciable.

El planeamiento de la transmisión puede resolverse de dos formas, la primera consiste en especificar *que*, *donde* y *cuantos* nuevos equipos deben ser adicionados en un plan de expansión, este es denominado planeamiento estático, y forma parte de un problema más general que es el planeamiento dinámico, que además de *que*, *donde* y *cuantos*, especifica *cuando* deben ser instalados los nuevos equipos. El método aquí presentado se aplicó al planeamiento estático.

Históricamente, Garver fue el primero en expresar este problema matemáticamente y proponer soluciones [1]. Durante los últimos años se han aplicado técnicas de programación entera mixta usando descomposición de Benders, simulated annealing, algoritmos genéticos, búsqueda TABU, GRASP, entre otros.

Branch and Bound es un método exacto de optimización que se usó intensamente a finales de la década de los 70 y principio de los 80, sin embargo su aplicación no encontraba resultados satisfactorios al ser empleado en sistemas de gran tamaño.
Como consecuencia de los últimos avances algorítmicos matemáticos con los pseudocostos, el método toma de nuevo importancia para ser aplicado a diferentes problemas de mediano y gran tamaño.

En este artículo se presenta el modelo matemático del método del planeamiento estático de la transmisión, el algoritmo básico de Branch and Bound, la forma como opera, así como el concepto de los pseudoscostos, finalmente se presentan los resultados de las pruebas del algoritmo en el sistema de Garver [1] obteniendo los mismos resultados óptimos conocidos, y el sistema Colombiano [5], presentando por primera vez la solución óptima para el modelo de transportes en la literatura especializada.

II. MODELAMIENTO MATEMÁTICO

El modelo matemático aplicado en este trabajo es el conocido con el nombre de modelo de transportes, y fue propuesto por Garver [1]. El modelo de transportes es la versión más relajada del modelo DC que representa una red de transmisión, y tiene la característica de ser un problema Lineal Entero Mixto. El modelo de transportes se especifica de la siguiente manera:

$$\min v = \sum_{(i,j)\in\Omega} c_{ij} n_{ij} \tag{1}$$

s.a.

$$Sf + g = d \tag{2}$$

$$\left|f_{ij}\right| \leq \left(n_{ij} + n_{ij}^{0}\right)\overline{f}_{ij} \tag{3}$$

$$0 \leq g \leq \overline{g} \tag{4}$$

$$0 \leq n_{ij} \leq \overline{n}_{ij} \tag{5}$$

$$n_{ij} \text{ Entero} \tag{6}$$

$$f_{ij} \text{ Irrestricto} \tag{7}$$

donde v es el costo de inversión en líneas y transformadores, c_{ij} es el costo de adición de una línea/transformador entre las ramas i y j, n_{ij} es el número de circuitos adicionados entre i y j, S es la matriz de incidencia de rama-barra del sistema, f es el vector de flujos, g es el vector de generadores, d es el vector de demandas, n_{ij}^0 representa el numero de circuitos en la configuración base, f_{ij} es el flujo por los circuitos en el camino i-j em que cada circuito tiene una capacidad de transmisión $\overline{f}_{ij}$, g es el vector de generación de las barras de generación com capacidades máximas de generación $\overline{g}$, $\overline{n}_{ij}$ es el vector del máximo numero de líneas permitidas entre las barra i y j, y Ω es el conjunto de las ramas candidatas.

La función objetivo (1) representa la suma de los costos de todas las líneas/transformadores adicionados, las restricciones (2) representan la primera ley Kirchhoff, las restricciones (3) representan la capacidad de transmisión de los circuitos (El valor absoluto lleva en cuenta que el flujo puede ir en ambos sentidos), (4) y (5) representan los límites máximos de capacidad de generación y del número de líneas/transformadores, (6) y (7) establecen la naturaleza de este problema como Entero Mixto (PLEM)

III. BRANCH AND BOUND CON PSEUDOCOSTOS

- <u>B&B Básico</u>

Branch and Bound (separar y sondar) es un método exacto para encontrar la solución de un Problema Lineal Entero (PLE) o Lineal Entero Mixto (PLEM).

La filosofía del Branch and Bound es resolver un PLEM resolviendo un conjunto de problemas de programación lineal (PL) que son versiones relajadas del PLEM, los cuales pueden ser resueltos por técnicas de solución conocidas o mediante software especializado.

Inicialmente se resuelve el problema original permitiendo que las variables enteras puedan tomar valores continuos, el cual se denominará P0, si el problema tiene solución entera en todas las variables enteras, entonces se ha encontrado la solución óptima global.

Si el problema no presenta solución entera, se debe separar el problema en dos subproblemas escogiendo una variable con valor actual no entero para separar, obteniendo dos subproblemas de la siguiente manera.

Subproblema P1: Es el problema P0 más una restricción de la forma

$$n_{ij} \leq \left[n_{ij}^* \right] \tag{8}$$

Subproblema P2: Es el problema P0 más una restricción de la forma

$$n_{ij} \geq \left[n_{ij}^* \right] + 1 \tag{9}$$

Donde $\left[n_{ij}^* \right]$ es el mayor entero contenido en la variable n_{ij} que es usada para separar el problema en dos subproblemas. Estos subproblemas se deben resolver al igual que el antecesor, y si no tienen solución entera se debe repetir el proceso, hasta que se descubre que no existen soluciones de mejor calidad en la región factible del subproblema.

Una forma de saber cuales problemas resolver y cuales no, es seguir las pruebas de sondaje que son:

1. El problema resuelto tiene solución entera.
2. El problema no tiene solución entera pero presenta una solución de peor calidad que la de la mejor solución entera ya encontrada.
3. La solución del problema es infactible.

- <u>B&B con Pseudocostos</u>

Los pseudocostos dan una medida de la degradación de la función objetivo cuando una variable entera, con valor continuo, es forzada a asumir un valor entero. Como la variable que se separa es forzada a tomar dos valores enteros distintos, se pueden tener dos pseudocostos diferentes:

$$P_j^- = \frac{v_{pl}^{k-} - v_{pl}^k}{f_j^k} \qquad (10)$$

$$P_j^- = \frac{v_{pl}^{k+} - v_{pl}^k}{1 - f_j^k} \qquad (11)$$

donde P_j^- es el pseudocosto asociado a disminuir la variable hasta el entero inferior y P_j^+ es el pseudocosto asociado a aumentar la variable hasta el entero superior, v_{pl}^k es el valor del PL relajado, v_{pl}^{k-} es el valor del PL descendiente con la restricción del entero inferior, v_{pl}^{k+} es el valor del PL descendiente con la restricción del entero superior, f_j^k es la parte fraccionaria del valor de la variable separada n_j^k y está dado por $f_j^k = n_j^k - \left[n_j^k\right]$, donde $\left[n_j^k\right]$es el mayor entero contenido en la variable n_{ij}.

Se recomienda calcular los pseudocostos antes de comenzar el proceso para todas las variables enteras y mantener estos valores constantes, otra alternativa es recalcular estos valores cada vez que es posible y promediar los valores obtenidos [4].
Para escoger la variable que se debe separar existen dos estrategias:

MAX-MAX: Busca encontrar la variable que produzca la mayor degradación de la función objetivo para que uno de los problemas descendientes sea sondado rápidamente, la variable j se escoge con la relación (12).

$$\max_j \left\{ \max\left[P_j^- f_j^k ; P_j^+ \left(1 - f_j^k\right) \right] \right\} \qquad (12)$$

MAX-MIN: Selecciona una variable cuya menor degradación en la función objetivo sea máxima, por lo tanto se pueden sondar rápidamente los dos subproblemas generados, la variable j se escoge con la relación (13).

$$\max_j \left\{ \min\left[P_j^- f_j^k ; P_j^+ \left(1 - f_j^k\right) \right] \right\} \qquad (13)$$

No existe un método para determinar cual de las dos estrategias debe de ser implementada en un problema especifico.

Después que son generados los PL descendientes, se escoge cual PL se debe resolver de la lista de PL's sin resolver. Una forma de saber cual PL resolver es encontrar un valor aproximado de la función objetivo de la mejor solución entera que existe en cada subproblema. Esse valor es encontrado sin necesidad de resolver el subproblema, o sea, en forma aproximada y es conocido como valor estimado. Por lo tanto, el valor estimado de cada subproblema es calculado usando las siguientes relaciones:

$$v_{est}^{m+1} = v_{\inf}^{k} + P_j^- f_j^k + suma \qquad (14)$$
$$v_{est}^{m+2} = v_{\inf}^{k} + P_j^+ \left(1 - f_j^k\right) + suma$$
$$suma = \sum_{\substack{i \in I \\ i \neq j}} \min\left[P_i^- f_i^k ; P_i^+ \left(1 - f_i^k\right) \right]$$

Donde v_{est}^{m+1} es el valor estimado del PL que se genera al limitar a la variable no entera a un valor inferior al máximo entero por la izquierda y v_{est}^{m+2} es el valor estimado del PL que se genera al limitar a la variable no entera a un valor mayor al mínimo entero por la derecha.

De esta manera se puede resolver el PL que presente el valor estimado de mejor calidad.

El algoritmo general para resolver un problema PLEM o PLE con un Branch and Bound especializado usando pseudocostos, es el siguiente:

1. Escoger una buena incumbente (mejor solución entera disponible) inicial. En este paso se puede usar un algoritmo heurístico constructivo, por ejemplo, el algoritmo de Garver [1].
2. Resolver el problema permitiendo que las variables enteras puedan tomar valores continuos y resolver todos los PL’s que se puedan derivar de este y calcular los pseudocostos.
3. Escoger la variable a separar con el criterio de MAX-MAX o MAX-MIN
4. Generar los dos nuevos PL’s con la variable escogida y guardarlos en la lista de PL’s sin resolver, calculando su valor estimado.
5. Si la lista de PL’s sin resolver esta vacía el problema ha terminado, ir al paso 8
6. Escoger el PL a resolver seleccionando el que tenga el menor *vest* (valor estimado) de la lista de PL’s sin resolver
7. Resolver el PL y aplicar las pruebas de sondaje
   7.1 Si el PL tiene solución entera el subproblema es sondado. Comparar con la incumbente actual y cambiar de incumbente si la solución encontrada es de mejor calidad. Si la incumbente fue modificada ir al paso 7.4. Si el problema tiene solución igual a la incumbente guardar su solución como óptimo alternativo y volver al paso 5. Si la solución entera del problema es de peor calidad que la incumbente guardada, sondar el subproblema e ir al paso 5
   7.2 Si el problema tiene solución infactible sondar el problema e ir al paso 5.
   7.3 Si el problema tiene solución no entera de peor calidad, sondar el problema e ir al paso 5. En caso contrario, si la solución no entera es de mejor calidad entonces ir al paso 3.
   7.4 Eliminar todos los subproblemas almacenados y que tienen un valor estimado de peor calidad que la nueva incumbente e ir al paso 5.
8. Mostrar todas las soluciones alternativas del problema.

Para mayor detalle se puede consultar [4].

IV. PRUEBAS Y RESULTADOS

El algoritmo general ha sido implementado en Fortran bajo OS Sun Solaris 8 en un equipo Sun Blade 1000.

Se realizaron las pruebas para el sistema de Garver, cuyos datos están en [1] y el sistema Colombiano, cuyos datos están en [5].

A. Sistema de Garver

En el caso de Garver con redespacho, el algoritmo llega a la respuesta óptima conocida presentada en [2], con 4 soluciones alternativas, resolviendo 22 PL, con un costo de inversión de U$110x$10^6$ que es la solución óptima para el modelo PNLEM que se ha comprobado por varios métodos, estas soluciones corresponden a:

1. $n_{2-6} = 1, n_{3-5} = 1, n_{4-6} = 2$
2. $n_{3-5} = 1, n_{4-6} = 3$
3. $n_{2-6} = 2, n_{3-5} = 1, n_{4-6} = 1$
4. $n_{2-6} = 3, n_{3-5} = 1$

En el caso de Garver sin redespacho, el algoritmo llega a la respuesta óptima conocida presentada en [2], con 5 soluciones alternativas, resolviendo 82 PL, con un costo de inversión de U$200x$10^6$ que es la solución óptima para el modelo PNLEM que se ha comprobado por varios métodos, estas soluciones corresponden a:

1. $n_{2-6} = 5, n_{3-5} = 1, n_{4-6} = 1$
2. $n_{2-6} = 4, n_{1-5} = 1, n_{4-6} = 2$
3. $n_{2-6} = 4, n_{3-5} = 1, n_{4-6} = 3$
4. $n_{2-6} = 3, n_{1-5} = 1, n_{4-6} = 3$
5. $n_{2-6} = 3, n_{3-5} = 1, n_{4-6} = 3$

B. Sistema Colombiano

La topología de este sistema se muestra en la figura 1 y los datos son los utilizados en la referencia [5] para un horizonte proyectado para los años 2005, 2009 y 2012.

Para el horizonte 2005 se obtiene la respuesta óptima con un plan de inversión de U$172,2x$10^6$ resolviendo 68 PL con la siguiente solución:

1. $n_{52-88} = 1, n_{43-88} = 2, n_{57-81} = 1$

Para el horizonte 2009 se obtiene la respuesta óptima, con 2 alternativas, con un plan de inversión de U$248,85x$10^6$ resolviendo 270 PL con las siguientes soluciones:

1. $n_{57-81} = 2, n_{55-57} = 1, n_{55-62} = 1, n_{45-81} = 1$
2. $n_{57-81} = 2, n_{55-57} = 1, n_{55-62} = 1, n_{54-56} = 1$

Para el horizonte 2012 se obtiene la respuesta óptima con un plan de inversión de U$315,36x$10^6$ resolviendo 6270 PL con la siguiente solución:

1. $n_{52-88} = 1, n_{43-88} = 2, n_{57-81} = 1, n_{14-31} = 1,$
   $n_{55-84} = 1, n_{55-62} = 1, n_{19-66} = 2, n_{68-86} = 1$

Es de notar que estos resultados presentados para el sistema colombiano aún no eran conocidos.

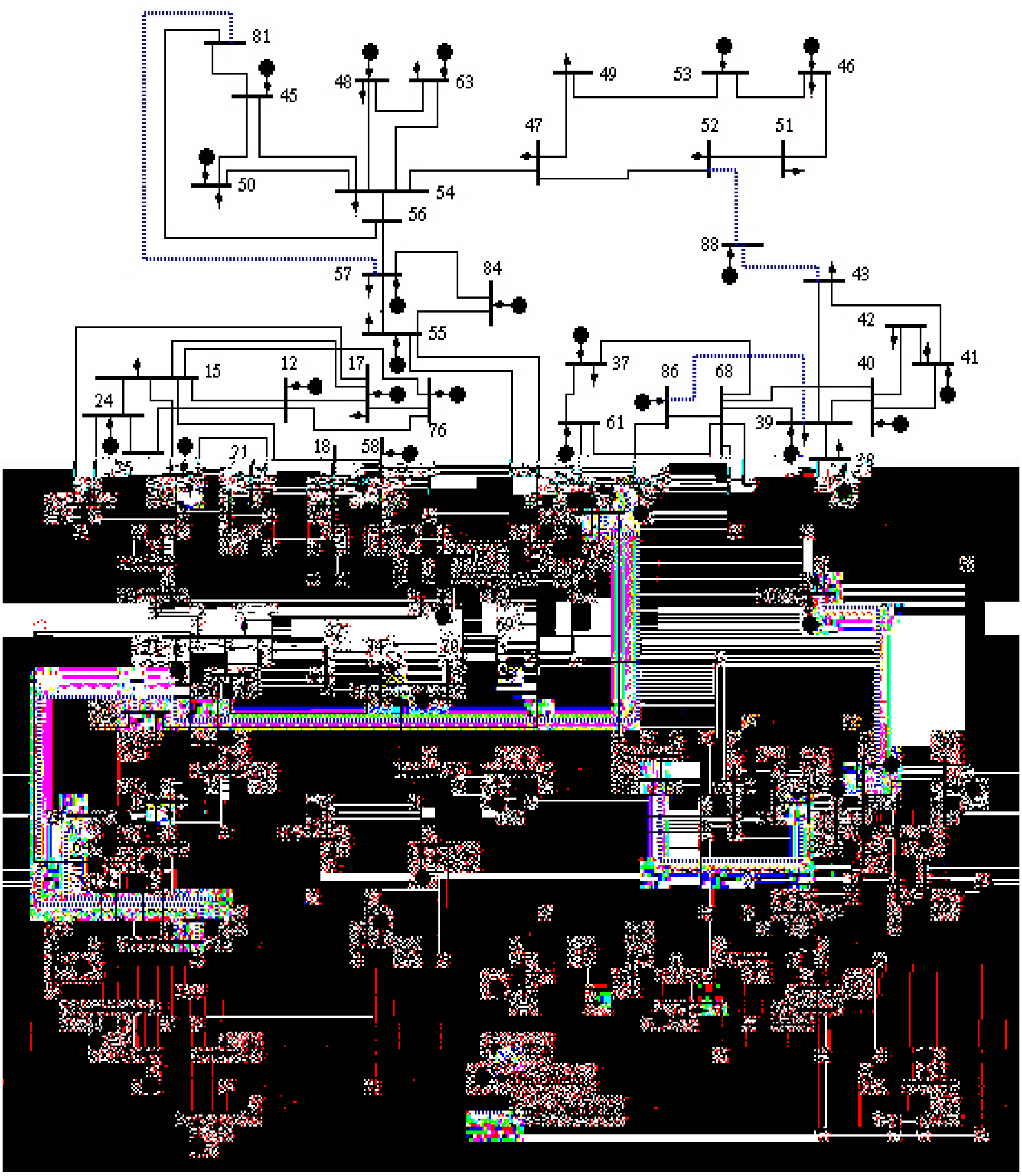

Fig. 1 Sistema Colombiano

V. CONCLUSIONES

Se ha aplicado un algoritmo eficiente de Branch and Bound con los nuevos conceptos de pseudocostos a la solución del problema del planeamiento estático de la transmisión, en sistemas de mediano tamaño, reduciendo en gran parte la cantidad de PL a resolver en el problema y acelerando su convergencia. El método se ha comprobado con el sistema de 6 barras 15 líneas de Garver y se presenta por primera vez en la literatura especializada la solución óptima para el sistema Colombiano reducido de 93 barras 155 líneas para los horizontes de planeamiento 2005, 2009 y 2012.

Para sistemas pequeños, com frecuencia la respuesta óptima del PLEM por B&B es igual a la del modelo PNLEM, lo que ahorra el montaje del sistema DC. Así, una de las cuatro soluciones óptimas alternativas (la segunda presentada) del sist