



Algoritmos Genéticos Aplicados a um Caso Real do Problema de Roteamento de Veículos

Mayron Rodrigues de Almeida

Petrobras
Rua Almirante Barroso, 81 / 19º andar, Centro,
20031-004, Rio de Janeiro, RJ
mra@petrobras.com.br

Filipe Ferreira Mazzini

Petrobras
Rua Almirante Barroso, 81 / 19º andar, Centro,
20031-004, Rio de Janeiro, RJ
filipemazzini@petrobras.com.br

Marcos de Lima Ballesteros

BR Distribuidora
Rua General Canabarro, 500 / 15º andar,
20271-900, Tijuca, Rio de Janeiro, RJ
balester@br-petrobras.com.br

Paulo Cesar Ribas

Petrobras
Av. Jequitiba, 950, Ilha do Fundão,
21941-598, Rio de Janeiro, RJ
paulo.ribas@petrobras.com.br

RESUMO

Este trabalho apresenta um caso real do problema de roteamento de veículos que ocorre nas bases de distribuição de derivados de petróleo da Petrobras Distribuidora (BR). O objetivo do problema é encontrar o roteamento de caminhões que maximize o atendimento da demanda enquanto minimiza o número de visitas em cada cliente e a distância percorrida pelos caminhões com carga parcial. Algumas de suas principais características são a frota heterogênea, caminhões compartimentados, múltiplas viagens, limite de tempo na duração das rotas, transporte de diferentes produtos, possibilidade de atendimento parcial da demanda, restrições entre clientes e caminhões e preferência ou restrições de horário de entrega. O problema é formulado como um problema de programação inteira mista e alguns testes são realizados a partir de ferramentas comerciais. Os resultados mostram que este tipo de abordagem não é adequado devido ao baixo desempenho computacional e à baixa qualidade da solução apresentada. Para tratar o problema é proposto um algoritmo de solução baseado na técnica de algoritmos genéticos. O algoritmo propõe esquemas de representação indireta, decodificação e avaliação adequadas às características do problema. São realizados vários testes considerando três cenários e quatro tipos de configuração para o algoritmo. Os resultados obtidos mostram que o algoritmo proposto fornece soluções ótimas ou quase ótimas para corridas de curta duração.

Roteamento de Veículos. Algoritmos Genéticos. Multicritério. Logística e Transportes.

ABSTRACT

This work introduces a real case of the vehicle routing problem experienced at the Petrobras (BR) distribution basis. The problem objective consists in finding a trucks fleet routing that maximizes the serviced demand while minimizes the number of visits to each client and the trucks traveled distance with partial load. Some of the problem main features are the heterogeneous fleet, compartmented trucks, multiple trips, routing time limit, multiple goods, demand partially serviced, client-trucks restrictions and tight and flexible time window. The problem is formulated as a mixed integer mathematical programming model and some experiments are accomplished using a commercial solver. The results were not satisfactory both in terms of computational performance and in terms of solution quality. As an alternative solution approach, it is proposed a genetic algorithm to tackle the problem. The algorithm introduces indirect representation, decoding and evaluation strategies suitable to the problem features. Many experiments are executed based on three different scenarios and on four different algorithm settings. The results show that the proposed algorithm provides optimum or near optimum solutions within short run times.

Vehicle Routing Problem, Genetic Algorithms, Multicriteria. Logistics and Transportation.

1. Introdução

Este trabalho aborda o problema de roteamento de caminhões tanque para distribuição de combustíveis que é encontrado nas bases da Petrobras Distribuidora (BR). O trabalho foi desenvolvido pelo grupo de pesquisa operacional da Petrobras. A BR possui várias bases descentralizadas espalhadas pelo país, as quais possuem estrutura logística própria. Cada base é responsável pelo abastecimento dos clientes localizados dentro de sua área de cobertura, sendo o escritório central de logística da BR responsável pelo planejamento das rotas de todas as bases, enquanto a base gerencia e operacionaliza o processo junto aos transportadores. Os transportadores, empresas terceirizadas, têm uma frota fixa que deve ser otimizada pelo planejamento a fim de maximizar o serviço ao cliente.

O problema estudado na BR é conhecido na literatura como Problema de Roteamento de Veículos (PRV). O PRV e suas variações vêm sendo estudado ao longo das últimas décadas (Cunha, 2000; Goldberg, 2000) assim como várias técnicas alternativas de resolução (Laporte, 1995; Laporte, 2000). A formulação básica do problema consiste em definir uma rota de mínimo custo onde cada cliente é visitado ao menos uma vez. Os veículos, cuja capacidade é limitada, partem de um depósito e retornam a ele após o término da rota. Algumas formulações consideram problemas com restrições adicionais como janela de tempo (Alvarenga, 2004), frota heterogênea, múltiplas viagens (Brandão, 1997), limite de tempo para o término da rota, múltiplos depósitos (Bondin, 1983), veículos com múltiplos compartimentos, demanda parcialmente atendida, restrições dos clientes a alguns veículos, dentre outras.

O PRV é considerado um problema NP-difícil (Lenstra, 1981). Nestes casos, para alcançar-se boas soluções, sugere-se o uso de métodos heurísticos ou de algoritmos de aproximação. Os métodos heurísticos podem ser classificados como clássicos ou meta heurísticas. Algumas das heurísticas clássicas mais conhecidas para este problema são os algoritmos de Clarke e Wright (1964), o método de melhoramento seqüencial de Mole e Jameson (1976), o algoritmo de setorização seguida de roteirização de Gillet e Miller (1974) e a heurística de melhoramento de Lin e Kernighan (1973). Recentemente, meta heurísticas como Busca Tabu (Gendreau, 1994; Rochat, 1995; Laporte, 2000), Têmpera Simulada (Chiang, 1996; Li, 2003) e Algoritmos Genéticos (Alvarenga, 2004; Ombuki, 2004) têm sido largamente usados para a resolução do PRV. A maioria dos algoritmos de aproximação é baseada em relaxação lagrangeana (Khol, 1997) e método de geração de colunas (Larsen, 1999).

O objetivo da equipe de pesquisa operacional é disponibilizar uma solução ótima ou quase ótima para este problema. Para a escolha do método de solução do problema, foram considerados três critérios. Primeiro, o método deve obter soluções melhores que as rotas atuais, alcançando respostas ótimas ou quase ótimas. Segundo, esta resposta deve ser alcançada num tempo de processamento razoável, visto que este processo pode ser executado várias vezes ao dia. Terceiro, o tempo para desenvolvimento é curto, logo a implementação não pode ser longa.

A primeira abordagem a ser testada é sempre a abordagem de programação matemática, por ser de fácil e rápida implementação a partir de ferramentas comerciais. Para o PVR, foi elaborado um modelo de programação inteira mista que foi testado utilizando-se a ferramenta CPLEX 10.1. Os resultados encontrados não foram satisfatórios, tanto em termos de desempenho computacional e de qualidade da solução. A partir dos trabalhos encontrados na literatura foram analisadas abordagens alternativas de solução como as heurísticas e os algoritmos de aproximação.

As heurísticas clássicas são executadas em um tempo eficiente e podem ser facilmente adaptadas para problemas reais, mas conseguem apenas atingir ótimos locais, aquém do desejado para este caso. Os algoritmos de aproximação como relaxação lagrangeana e geração de colunas são baseadas no princípio de decomposição do problema. Estas técnicas são robustas e garantem uma distância máxima do ótimo, mas sua adaptação a problemas reais é de difícil implementação, pois em caso de adição de novas restrições, todo o processo deve ser refeito. As técnicas de meta heurística são computacionalmente eficientes e podem fornecer bons resultados. O custo de

implementação é razoável, posicionando-se entre os custos para implementação de heurísticas clássicas e algoritmos de aproximação. Entretanto, não são robustas pois o desempenho destas técnicas é fortemente dependente do ajuste dos parâmetros de execução. Um ponto forte é que todas as restrições do problema da BR podem ser facilmente consideradas na modelagem e a implementação de novas restrições não seria uma dificuldade.

A partir desta análise e dos critérios de escolha da abordagem de solução apresentado, a equipe decidiu pela utilização de meta heurísticas. Entre as meta heurísticas encontradas na literatura, a mais promissora para a abordagem do problema é a técnica de Algoritmos Genéticos.

O presente trabalho está organizado em cinco seções além desta introdutória. A seção 2 descreve o problema real de roteamento de veículos da BR. A seção 3 apresenta a formulação matemática para o problema. A seção 4 descreve a codificação em algoritmo genético para a resolução. A seção 5 apresenta os resultados obtidos para algumas instâncias reais, considerando ambas as abordagens de programação matemática e de meta heurística. Finalmente, a seção 6 mostra as principais conclusões.

2. Descrição do Problema

Considerando uma única base de distribuição, o PRV é descrito da seguinte forma. A frota é composta por um número fixo de caminhões que podem ter capacidades diferentes de transporte, variando de 15 a 35 mil litros. Cada caminhão é dividido em compartimentos cujas capacidades podem variar de 5 a 35 mil litros. Tanto as capacidades dos caminhões como dos compartimentos são múltiplas de 5 mil litros. Como exemplo, um caminhão de 35 mil litros pode ter de 1 a 7 compartimentos. Ainda há restrições entre clientes e veículos. Alguns caminhões não podem atender determinados clientes tanto por restrições dos caminhões quanto dos próprios clientes. Como exemplo, alguns caminhões não podem realizar entregas em clientes distantes e outros não podem transitar em algumas estradas predefinidas.

O conjunto de clientes BR inclui postos de gasolina, indústrias, transportadoras, governo, entre outros. Alguns deles apresentam requisitos especiais com relação à entrega de combustíveis. Postos de gasolina localizados na área central não podem receber caminhões de 35 mil litros, já os localizados em regiões consideradas nobres só são abastecidos pelos veículos mais novos. Algumas indústrias só recebem suas cargas em uma única viagem. Outros clientes necessitam de equipamentos específicos como bombas para descarga do combustível. Alguns clientes apresentam restrições rígidas de janela de tempo enquanto outros estabelecem apenas horários preferenciais de entrega.

A duração total da rota de cada caminhão é sujeita a um valor máximo de tempo. O limite de tempo é estabelecido em função do horário de funcionamento dos clientes, do tempo máximo de trabalho dos motoristas que é regulamentado pelas leis trabalhistas e do horário de funcionamento da base da BR. Cada rota é composta por uma ou mais viagens. O número de viagens em uma rota é definido pela restrição de duração máxima da rota. Um caminhão pode atender a um ou mais clientes em cada uma de suas viagens. Este número é definido de acordo com a capacidade e o número de compartimentos do caminhão e de acordo com a demanda dos clientes. O tempo de cada viagem é resultado da soma do tempo de carga do caminhão, do tempo de deslocamento e do tempo de descarga. O tempo total da rota de um caminhão é dado pela soma dos tempos de suas viagens.

A construção da rota de um caminhão é feita a partir da alocação dos pedidos dos clientes aos seus compartimentos. Esta alocação deve seguir algumas regras. Em primeiro lugar não deve haver nenhum tipo de restrição entre o cliente e o caminhão. Em segundo lugar, um pedido pode ser acomodado em mais de um compartimento, mas um compartimento não pode receber mais de um pedido. E por fim, um pedido não pode ser alocado em um compartimento de volume maior que o seu.

Cada base tem um conjunto de restrições específicas para o PRV. Este trabalho está focado em uma única base que é utilizada para a avaliação da abordagem de solução proposta, a qual será referenciada como a base BR.

Recentemente, a equipe responsável pela elaboração das rotas para a base BR tem encontrado dificuldades em atender a demanda de todos os clientes cobertos por aquela base. Isto tem acontecido principalmente porque a capacidade de sua frota está muito próxima da demanda diária de seus clientes, não havendo muita margem para rotas sub ótimas. Quando um cliente não é atendido, ele fica sem combustível no posto. Um cliente sem combustível perde dinheiro e se torna insatisfeito com seu fornecedor, o que pode estimulá-lo a trocar de bandeira. A BR não tem interesse em ver sua parte do mercado ser reduzida, portanto esta é uma situação que deve ser evitada. Além disto, entregas que não são realizadas pela BR implicam em perda de faturamento.

O objetivo do problema de roteamento de caminhões da BR consiste em definir um conjunto de rotas para sua frota que maximize o atendimento dos pedidos de seus clientes. Este conjunto de rotas está sujeito a restrições de capacidade dos caminhões, a restrições de tempo de execução da rota e a restrições de alocação de pedidos aos compartimentos. A partir deste objetivo e conjunto de restrições, podem haver muitas soluções ótimas. Dentre estas soluções, deve ser escolhida aquela que satisfaça também outros critérios que representam os interesses dos transportadores e dos clientes. É importante ressaltar que, além da satisfação do cliente, a do transportador também é importante. Pois, sendo empresas terceirizadas, eles podem se desinteressar e deixar de prestar um serviço de qualidade. Portanto atingir o interesse do transportador é atingir o interesse do sistema como um todo.

O transportador é pago de acordo com o volume transportado e pela distância da base até o ponto de entrega, não importando a rota. Do ponto de vista do transportador uma rota perfeita é aquela composta apenas por um cliente e na qual o caminhão transporte a sua carga máxima. Entretanto este tipo de viagem só é possível em algumas ocasiões. Quando não há mais pedidos de um único cliente que casem exatamente com a capacidade e o número de compartimentos do caminhão, faz-se necessário alocar pedidos de outros clientes ao caminhão. Quando isto também não é possível, o caminhão sai da base sem utilizar toda sua capacidade. De maneira a representar o interesse do transportador, o problema também deve tentar minimizar a soma dos produtos das distâncias percorridas pelo caminhão pelo número de compartimentos vazios em cada trecho da viagem.

O número de visitas necessárias para atender aos pedidos de um cliente depende da seleção do caminhão que vai atendê-lo e da alocação de seus pedidos aos compartimentos do caminhão. A alocação depende basicamente do número e tamanho dos pedidos e dos compartimentos, e do volume total envolvido. Ou seja, a capacidade total do caminhão deve ser suficiente para atender aos pedidos e deve haver uma alocação de pedidos aos compartimentos que respeite as restrições de alocação. Um cliente não deseja ser visitado mais que o necessário. De maneira a representar os interesses do cliente, o problema deve tentar minimizar o número de visitas desnecessárias feitas aos clientes.

3. Modelo Matemático

Nesta seção é apresentado o modelo de programação inteira mista para o problema de roteamento de caminhões da BR. Algumas características do problema real não foram incorporadas no modelo com o intuito de utilizá-lo como uma versão preliminar para avaliação de desempenho e qualidade da solução. As simplificações adotadas reduzem a dificuldade de resolução do modelo. A estratégia adotada foi avaliar uma versão mais simples do modelo para evoluir para uma mais completa.

Seja CL o conjunto de clientes indexado por j e k , CA o conjunto de caminhões indexado por i e V o conjunto de viagens indexado por v . A base de distribuição da BR pertence ao conjunto de clientes e assume o índice 1. O pedido do cliente k é representado pelo parâmetro $Pedido_k$. O valor do pedido é normalizado por 5 mil litros e representa o pedido em número de compartimentos. A capacidade do caminhão i é dada pelo parâmetro $Capacidade_i$. Este valor também é normalizado em número de compartimentos de 5 mil litros. O tempo gasto pelo veículo para ir do cliente j para o cliente k é dado por $Tempo_{jk}$ e é expresso em minutos. O tempo

máximo de viagem de um caminhão em um dia é dado por *TempoMax*.

As variáveis de decisão do modelo são apresentadas a seguir. x_{ijkv} é uma variável binária que assume 1 se o caminhão i visita o cliente k depois do cliente j na viagem v e 0 em caso contrário. e_{ikv} é uma variável inteira que representa o número de compartimentos que o caminhão i aloca para o cliente k na viagem v . Há ainda uma variável binária auxiliar \bar{x}_k que assume 1 se o cliente k não for visitado por nenhum caminhão em nenhuma viagem e 0 caso contrário.

O modelo proposto segue abaixo:

$$\text{Max } \sum_{i \in CA} \sum_{k \in CL} \sum_{v \in V} e_{ikv} - \sum_{i \in CA} \sum_{k \in CL} \sum_{v \in V} (x_{ilkv} \times \text{Capacidade}_i - e_{ikv}) \quad (1)$$

s.a.:

$$\sum_{i \in CA} \sum_{j \in CL} \sum_{v \in V} x_{ijkv} + \bar{x}_k = 1, \forall k \in CL / k \neq 1 \quad (2)$$

$$\sum_{j \in CL} x_{ikjv} = \sum_{l \in CL} x_{ilkv}, \forall i \in CA, k \in CL, v \in V \quad (3)$$

$$\sum_{k \in CL} e_{ikv} \leq \text{Capacidade}_i \times \sum_{k \in CL} x_{ilkv}, \forall i \in CA, v \in V \quad (4)$$

$$e_{ikv} \leq \text{Pedido}_k \times \sum_{j \in CL} x_{ijkv}, \forall i \in CA, k \in CL, v \in V \quad (5)$$

$$\sum_{k \in CL} x_{ilkv} \leq \sum_{k \in CL} x_{ilk(v-1)}, \forall i \in CA, v \in V / v > 1 \quad (6)$$

$$\sum_{j \in CL} \sum_{k \in CL} \sum_{v \in V} (x_{ijkv} \times \text{Tempo}_{jk}) \leq \text{TempoMax}, \forall i \in CA \quad (7)$$

$$x_{ijkv} + x_{ikjv} \leq 1, \forall i \in CA, j, k \in CL / j \neq 1, k \neq 1, v \in V \quad (8)$$

$$x_{ijkv} + x_{iklv} + x_{iljv} \leq 1, \forall i \in CA, j, k, l \in CL / j \neq 1, k \neq 1, l \neq 1, v \in V \quad (9)$$

$$\sum_{k \in CL} x_{ilkv} \leq 1, \forall i \in CA, v \in V \quad (10)$$

A função objetivo é dada pela equação (1) que procura maximizar a quantidade total de combustível entregue enquanto minimiza a saída do caminhão da base com carga parcial. O conjunto de equações (2) garante que o cliente será visitado no máximo uma única vez. O cliente ainda pode não ser visitado. Estas equações formam um conjunto S.O.S, o que tende a tornar a solução do modelo mais eficiente. Estas equações poderiam ser relaxadas, pois refletem mais uma preferência do cliente que uma regra rígida. Neste caso, bastaria penalizar na função objetivo o número adicional de visitas que cada cliente recebe.

As equações (3) garantem que cada viagem forme um ciclo, enquanto as equações (4) garantem que cada ciclo passe pela base. A maneira de impor que o ciclo contenha a base é permitir que o caminhão faça entregas apenas se ele sair da base. Entretanto, estas restrições não impedem a formação de dois ciclos para um mesmo caminhão em uma mesma viagem, um passando pela base e o outro não. Para evitar a formação destes ciclos adicionais foram introduzidas as restrições (8) e (9). Elas impedem a formação de ciclos de tamanho 2 e 3 que não contenham a base. Não foram necessárias restrições para evitar ciclos de maior cardinalidade, pois não foi verificada a ocorrência dos mesmos. Para o problema em questão, são raras as viagens com mais de três clientes.

As equações (4) garantem também que a capacidade do caminhão i não será violada nas suas viagens. A restrição de que não haverá entrega superior ao pedido é garantida pelas equações (5) que também garante que o cliente só será atendido se ele estiver em alguma viagem.

As equações (6) garantem que a viagem v somente ocorra se houver a viagem $v-1$, ou seja, o caminhão só parte para sua segunda viagem se tiver realizado a primeira e assim sucessivamente. As equações (10) garantem que a cada índice v será permitida apenas uma viagem por caminhão, evitando a ocorrência de múltiplas viagens para o mesmo índice. Finalmente, as equações (7) limitam o tempo total de todas as viagens de um caminhão ao tempo máximo de programação para o dia.

As principais simplificações deste modelo em relação ao problema tratado são as seguintes. Cada cliente pode ser visitado apenas uma vez, conforme equação (2). Esta simplificação permitiu a formação de um conjunto S.O.S. Foi considerado que todos os compartimentos de todos os caminhões são de 5 mil litros. Desta forma, o modelo trata apenas das restrições de capacidade do caminhão e não do problema de alocação de pedidos a compartimentos. E por fim, os interesses do transportador são representados na função objetivo ao minimizar sua carga ociosa ao sair da base, sem considerar as distâncias percorridas com a carga ociosa. Os interesses do cliente já foram garantidos pelo conjunto de restrições (2).

O algoritmo genético proposto não considera esta simplificação estando sua formulação mais complexa do que a apresentada nesta seção, conforme descrito a seguir.

4. Algoritmo Genético Proposto

Nesta seção apresenta-se o algoritmo genético proposto mostrando os componentes mais importantes: representação; decodificação e avaliação.

Representação

A representação utilizada neste trabalho é uma representação indireta (que passará por um processo de decodificação), composta por dois segmentos de números inteiros: o primeiro segmento representa a ordem de programação dos caminhões e o segundo segmento representa a ordem de programação dos clientes.

Esta representação foi escolhida, pois transformando o problema em um problema baseado em ordem garante que todas as soluções serão viáveis, definindo regras de prioridade que o algoritmo genético irá evoluir e determinar a melhor.

Considere como exemplo uma programação com 5 caminhões e 10 clientes. Neste caso os indivíduos serão representados por seqüências aleatórias dos códigos dos caminhões e dos clientes, como mostra a Tabela 1:

Segmento de Caminhões					Segmento de Clientes									
1	3	5	2	4	5	10	9	1	7	8	4	3	2	6

Tabela 1 - Exemplo de representação

A programação dos caminhões é construída/decodificada a partir da ordem dos caminhões e dos clientes. Esta decodificação será mostrada em detalhes a seguir.

Decodificação

A decodificação dos indivíduos é feita percorrendo-se o segmento de caminhões e para cada elemento deste segmento, percorrendo-se o segmento de clientes respeitando as restrições de capacidade disponível no caminhão; tempo disponível do caminhão considerando tempo de carga na base, tempo do percurso entre base/cliente ou entre cliente/cliente e o tempo de descarga nos clientes; compatibilidade entre caminhões e clientes; compatibilidade entre compartimentos e produtos; existência de arcos entre clientes ou a distância do arco entre clientes não viole a distância máxima permitida e o fator de corte utilizado;

Foram desenvolvidas duas formas de decodificação da solução, designadas como vertical e horizontal. A decodificação vertical programa todas as viagens dos caminhões de

acordo com a ordem de prioridade. A decodificação horizontal programa a primeira viagem de todos os caminhões antes de programar a viagens seguintes.

Além do processo descrito acima e denominado como alocação livre (1), foram adicionados duas novas heurísticas para melhorar o desempenho do algoritmo: Alocação perfeita no cliente (2) e Alocação perfeita no caminhão e cliente (3);

A adição destas heurísticas transforma o segmento de clientes em um segmento cíclico, que pode ser percorrido diversas vezes de acordo com o tipo de alocação utilizada. Utilizando a alocação (3), os caminhões irão percorrer o segmento de clientes procurando compatibilizar a capacidade total do caminhão com o total pedido pelos clientes. Caso após percorrer o segmento de clientes a alocação (3) não for possível, o decodificador utilizará alocação (2), onde os caminhões irão percorrer o segmento de clientes procurando atender o total pedido pelos clientes. Novamente, caso após percorrer o segmento de clientes a alocação (2) não for possível, o decodificador utilizará alocação (1), onde qualquer combinação entre caminhões e clientes é permitida, desde que respeitadas as restrições de capacidade, tempo, distância permitida, compatibilidade entre caminhões e clientes e compatibilidade entre compartimentos e produtos.

Também foram incorporadas ao modelo duas novas restrições que podem ser configuradas pelo programador: a distância máxima permitida entre clientes por volume transportado e fator de corte.

A distância máxima permitida entre clientes e o fator de corte funcionam como limitadores dinâmicos dos arcos e agrupamentos dinâmicos de áreas de clientes.

A distância máxima permitida entre clientes limita a distância que os caminhões podem percorrer de um cliente para outro. Esta distância pode configurada para ser proporcional ao volume transportado. Por exemplo, se a distância máxima for 50 km, significa que o caminhão pode percorrer no máximo 50 km para entregar 5.000 litros, 100 km para entregar 10.000 litros e assim por diante.

O fator de corte funciona com um limitador dos arcos entre clientes, relacionados às suas distâncias da base. A principal função do fator de corte é evitar rotas onde o caminhão faça visitas a clientes cujos valores de fretes sejam diferentes. Evitando as rotas cujos fretes tenham valores diferentes espera-se também a minimização da distância percorrida com volume ocioso. Isto aumenta o ganho das transportadoras e não tem impacto no custo de frete da base.

O algoritmo permite que um caminhão vá de um cliente para outro se ele passar pelo seguinte critério:

$$\frac{D^+}{D^-} \leq (LimMax - LimMin) * e^{-D^+/Amt} + LimMin \quad (10)$$

Onde: D^+ a maior distância em relação à base; D^- a menor distância em relação à base; $LimMax$ o limite máximo do fator de corte; $LimMin$ o limite mínimo do fator de corte e Amt o índice de amortecimento da curva de fator de corte;

O motivo do fator de corte ser variável em função da maior distância é propiciar tratamento distinto para clientes localizados em diferentes distâncias da base. Por exemplo, suponha os seguintes casos: i) D^+ igual a 100 km e D^- igual a 25 km; ii) D^+ igual a 10 km e D^- igual a 2,5 km. Ambos os casos tem valores de D^+/D^- iguais a 4, entretanto os fatores de corte são 2,1465 e 7,3625, respectivamente. Isto implica que no caso i) o algoritmo não permitiria o uso do arco e no caso ii) o uso do arco seria permitido.

O Gráfico 1 mostra um exemplo dos valores assumidos pelo lado direito da equação (10), considerando $LimMax$, $LimMin$ e Amt iguais a 10, 2 e 25 respectivamente.

Avaliação

A função de avaliação da solução incorpora cada um dos objetivos da programação, ou seja: i) atendimento da demanda dos clientes; ii) volume ocioso; iii) número de visitas; iv) distância percorrida com volume ocioso e v) distância percorrida total.

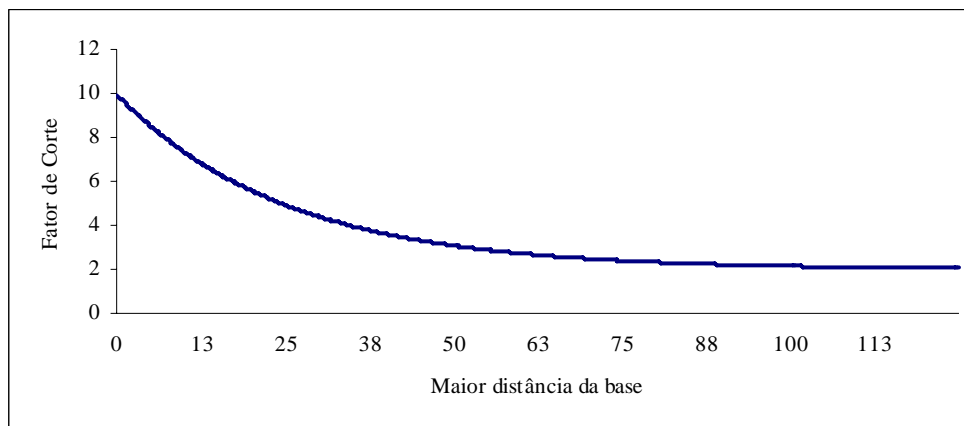


Gráfico 1 – Exemplo de fator de corte

5. Experimentos

Nesta seção o desempenho do modelo matemático e do algoritmo genético propostos são avaliados a partir de 3 cenários de testes descritos a seguir:

Cenário 1

- Demanda de 1.375.000 litros (equivalente a 275 compartimentos de 5000 litros);
- Para atender esta demanda são necessárias no mínimo 92 visitas aos clientes;
- 85 clientes, 138 itens de pedido e 9 produtos;
- 28 caminhões (Capacidade total de 725.000 litros – equivalente a 145 compartimentos de 5000 litros): 13 CTs de 35.000 litros (3 destes com 1 compartimento); 1 CT de 30.000 litros (com 1 compartimento de 10.000 litros e 4 compartimentos de 5.000 litros); 6 CTs de 20.000 litros; 8 CTs de 15.000 litros.

Cenário 2

- Demanda de 1.055.000 litros (equivalente a 211 compartimentos de 5000 litros);
- Para atender esta demanda são necessárias no mínimo 77 visitas aos clientes;
- 74 clientes, 118 itens de pedido e 8 produtos;
- 23 caminhões (Capacidade total de 590.000 litros – equivalente a 118 compartimentos de 5000 litros): 11 CTs de 35.000 litros; 5 CTs de 20.000 litros; 7 CTs de 15.000 litros; todos os caminhões com compartimentos de 5000 litros.

Cenário 3

- Demanda de 985.000 litros (equivalente a 197 compartimentos de 5000 litros);
- Para atender esta demanda são necessárias no mínimo 70 visitas aos clientes;
- 67 clientes, 104 itens de pedido e 9 produtos;
- 25 caminhões (Capacidade total de 640.000 litros – equivalente a 128 compartimentos de 5000 litros): 11 CTs de 35.000 litros (2 destes com 1 compartimento); 1 CT de 30.000 litros (com 1 compartimento de 10.000 litros e 4 compartimentos de 5.000 litros); 6 CTs de 20.000 litros; 7 CTs de 15.000 litros.

O modelo matemático não apresentou resultado satisfatório, tanto em relação às soluções obtidos quanto ao tempo de processamento. Para todos os cenários em estudo, o modelo foi configurado para permitir no máximo 3 viagens e os arcos com distância maior que 10 km

foram descartados. Os resultados destes experimentos são mostrados na Tabela 2.

	Demanda Atendida	Volume Ocioso	Variáveis	Restrições	Tempo Otimização
Cenário 1	-	-	62.668	56.117	18h
Cenário 2	-	-	46.591	41.769	18h
Cenário 3	118	26	27535	27125	18h

Tabela 2 - Resultados do modelo matemático

Para verificar o desempenho do algoritmo proposto foram realizados testes para os 3 cenários e para cada cenário foram feitos testes utilizando alocação perfeita no caminhão e cliente, decodificação horizontal e vertical, distância entre clientes limitada em 50 km e usando fator de corte entre 2 e 10, distância ilimitada e não usando fator de corte.

Configurações do Algoritmo Genético

Em todos os cenários de testes, foram feitos 25 experimentos com 5 populações com 100 indivíduos por população, evoluindo por 300 gerações. As taxas iniciais e finais para os operadores de *crossover*, mutação e reprodução foram, respectivamente, de 0,95 a 0,80, de 0,05 a 0,30 e de 0,95 a 0,90. Os operadores de *crossover* utilizados foram PMX, CX e OX e os operadores de mutação foram por troca e inversão todos com a mesma probabilidade de atuação. Os pesos utilizados na agregação dos componentes da função objetivos foram: 100 para atendimento da demanda, 70 para volume ocioso, 50 para número de visitas, 1 para distância percorrida e para volume ocioso por distância percorrida. Os dois últimos pesos são pequenos em relação aos demais para que seus respectivos componentes da função objetivo não interfiram nos demais; eles são utilizados apenas como diferencial para os indivíduos com mesma avaliação considerando demanda atendida, volume ocioso e número de visitas.

Resultados

A Tabela 3, Tabela 4 e Tabela 5 mostram os resultados obtidos para as configurações C1, C2, C3 e C4, onde: C1 - Decodificação horizontal, distância máxima entre clientes igual a 50 km e fator de corte entre 2 e 10; C2 - Decodificação horizontal, distância máxima entre clientes livre e sem fator de corte; C3 - Decodificação vertical, distância máxima entre clientes igual a 50 km e fator de corte entre 2 e 10 e C4 - Decodificação vertical, distância máxima entre clientes livre e sem fator de corte.

		Cenário 1					
		Demanda Não Atendida	Volume Ocioso	Número de Visitas desnecessárias	Distância Percorrida	Volume Ocioso por Distância Percorrida	Número de caminhões utilizados
C1	Pior	3	7	5	12830	5816	27
	Média	0,72	4,64	1,52	12054	4512	27
	Melhor	0	2	0	11536	3697	27
C2	Pior	8	9	3	13218	9493	27
	Média	2,5	2,46	1,38	12736	7135,46	27
	Melhor	1	1	0	11865	5325	27
C3	Pior	2	10	5	12361	6579	26
	Média	0,45	6,82	2,18	11987	4924,86	25,82
	Melhor	0	4	0	11514	3921	24
C4	Pior	3	7	3	13614	8780	26
	Média	1,12	4,58	1,17	12969	7470,58	26
	Melhor	0	3	0	12303	5788	26

Tabela 3 - Resultados do cenário 1

		Cenário 2					
		Demanda Não Atendida	Volume Ocioso	Número de Visitas desnecessárias	Distância Percorrida	Volume Ocioso por Distância Percorrida	Número de caminhões utilizados
C1	Pior	0	3	2	7734	5208	23
	Média	0	0,17	0,65	7342	4055	23
	Melhor	0	0	0	6954	3368	23
C2	Pior	0	0	1	8703	7980	23
	Média	0	0	0,17	8266	6317	23
	Melhor	0	0	0	7353	4470	23
C3	Pior	0	2	2	8298	5268	21
	Média	0	0,76	1,24	7922	4110	20
	Melhor	0	0	0	7494	2635	19
C4	Pior	0	0	1	9923	10187	22
	Média	0	0	0,09	9328	7646	21,13
	Melhor	0	0	0	8589	4547	19

Tabela 4 - Resultados do cenário 2

		Cenário 3					
		Demanda Não Atendida	Volume Ocioso	Número de Visitas desnecessárias	Distância Percorrida	Volume Ocioso por Distância Percorrida	Número de caminhões utilizados
C1	Pior	1	5	3	9193	5264	23
	Média	0,14	2,68	0,95	8676	4145	23
	Melhor	0	1	0	8144	3291	23
C2	Pior	0	1	1	10436	8221	23
	Média	0	0,05	0,32	9125	6300	23
	Melhor	0	0	0	8151	4969	23
C3	Pior	0	6	5	9260	6821	21
	Média	0	3,2	1,8	8493	4817	20,15
	Melhor	0	1	0	7949	3791	19
C4	Pior	0	1	1	10457	10229	22
	Média	0	0,05	0,27	9558	6993	21
	Melhor	0	0	0	8916	5054	20

Tabela 5 - Resultados do cenário 3

Testes adicionais foram realizados, utilizando-se a configuração C1, para se verificar o desempenho da alocação perfeita no caminhão e cliente (A1) em relação à alocação perfeita no cliente (A2) e a alocação livre (A3). Os resultados destes testes são mostrados na Tabela 6, Tabela 7 e Tabela 8.

		Cenário 1					
		Demanda Não Atendida	Volume Ocioso	Número de Visitas desnecessárias	Distância Percorrida	Volume Ocioso por Distância Percorrida	Número de caminhões utilizados
A1	Pior	3	7	5	12830	5816	27
	Média	0,72	4,64	1,52	12054	4512	27
	Melhor	0	2	0	11536	3697	27
A2	Pior	4	6	4	12391	6602	27
	Média	0,68	3,95	1,91	11990	5136	27
	Melhor	0	2	0	11531	3802	27
A3	Pior	6	9	16	12929	6514	27
	Média	2,32	4,6	11,52	12126	5394	27
	Melhor	0	1	7	11401	4054	27

Tabela 6 - Cenário 1: Comparação entre tipos de alocação

		Cenário 2					
		Demanda Não Atendida	Volume Ocioso	Número de Visitas desnecessárias	Distância Percorrida	Volume Ocioso por Distância Percorrida	Número de caminhões utilizados
A1	Pior	0	3	2	7734	5208	23
	Média	0	0,17	0,65	7342,91	4055	23
	Melhor	0	0	0	6954	3368	23
A2	Pior	0	0	2	7859	5762	23
	Média	0	0	0,56	7467	4289	23
	Melhor	0	0	0	7192	3041	23
A3	Pior	0	4	8	8495	6505	23
	Média	0	1,56	5,48	7944	5001	23
	Melhor	0	0	3	7580	3480	23

Tabela 7 - Cenário 2: Comparação entre tipos de alocação

		Cenário 3					
		Demanda Não Atendida	Volume Ocioso	Número de Visitas desnecessárias	Distância Percorrida	Volume Ocioso por Distância Percorrida	Número de caminhões utilizados
A1	Pior	1	5	3	9193	5264	23
	Média	0,14	2,68	0,95	8676,55	4145	23
	Melhor	0	1	0	8144	3291	23
A2	Pior	0	3	3	8753	6576	23
	Média	0	1,95	1,4	8007	5000	23
	Melhor	0	1	0	7525	6576	23
A3	Pior	0	6	9	9046	5906	23
	Média	0	3,31	5,41	8166	4681	22,77
	Melhor	0	2	2	7782	3457	21

Tabela 8 - Cenário 3: Comparação entre tipos de alocação

6. Conclusões

Foi apresentado neste trabalho, um algoritmo genético com representação baseada em ordem e duas formas de decodificação da solução (vertical e horizontal) para resolver um problema real de roteamento de veículos. Adicionalmente, foram desenvolvidas heurísticas (distância máxima permitida entre clientes, fator de corte, alocação perfeita no cliente e alocação perfeita no caminhão e cliente) para melhorar o desempenho, convergência e adequação as características do problema.

De um modo geral, o modelo desenvolvido apresentou bons resultados tanto ao procurar atender os vários objetivos propostos, como em tempo computacional.

Embora as configurações C2 e C4 apresentem, para os objetivos principais (atendimento da demanda, volume ocioso e número de visitas), melhores resultados que as configurações C1 e C3, avaliações qualitativas das rotas geradas pelas configurações C2 e C4 mostram que elas são inferiores as rotas geradas por C1 e C3. Isto pode ser percebido, comparando-se os resultados obtidos pela distância percorrida e volume ocioso por distância percorrida.

A utilização dos caminhões não faz parte da função objetivo do problema. Entretanto, devido à heurística de decodificação, obtêm-se melhores resultados nas configurações C3 e C4.

Quanto às heurísticas de alocação, percebe-se em todos os cenários, que as configurações A1 e A2 têm resultados similares em relação aos objetivos de atendimento da demanda, volume ocioso e número de visitas enquanto a configuração A3 apresenta resultados ruins nestes objetivos. Quanto ao volume ocioso por distância percorrida percebe-se que a configuração A1 obteve melhores resultados que as configurações A2 e A3. Em relação à distância percorrida não existem resultados que apontem vantagem para nenhuma das configurações.

Espera-se também, que a decodificação horizontal (C1 e C2) possa absorver melhor os impactos causados pela imprecisão nos dados de distâncias (entre base e clientes e entre clientes) e tempos (de percurso e de carga e descarga), pois ela força que todos os caminhões disponíveis sejam programados.

Pode-se concluir, analisando-se quantitativa e qualitativamente, que as melhores rotas são obtidas pela decodificação horizontal com alocação perfeita no caminhão e cliente, distância máxima permitida entre clientes por volume transportado e utilização do fator de corte.

7. Referências

- Alvarenga, G.B. and Mateus, G.R., 2004. A Two-Phase Genetic and Set Partitioning Approach for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *International Conference on Hybrid Intelligent Systems*, 428-433
- Bondin, L.; Golden, B.; Assad, A. and Ball, M., 1983. Routing and scheduling of vehicles and crews: The state of the art. *Computers & Operations Research* V. 10, no. 2, 63-211.
- Brandão, J. and Mercer, A., 1997. A tabu search algorithm for the multi-trip vehicle routing and scheduling problem. *European Journal of Operations Research* 100, 180-191.
- Chiang, W.C. and Russell. R.A., 1996. Simulated annealing metaheuristics for the vehicle routing problem with time windows. *Annals of Operations Research*, 63:3-27.
- Clarke, G., Wright, J.W., 1964. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research* 12, 568-581.
- Cunha, C. B., 2000. Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. *Transportes*, v.8, n.2, p.51-74.
- Gendreau, M.;Hertz, A. and Laporte, G., 1994. A tabu search heuristic to vehicle routing problem. *Management Science* 40, 1276-1290.
- Gillett, B.E., Miller, L.R., 1974. A heuristic algorithm for the vehicle dispatch problem. *Operations Research* 22, 240-349.
- Goldberg, M.C., Luna, H. P., 2000. *Otimização Combinatória e Programação e Linear - Modelos e Algoritmos*. Editora Campus. São Paulo/SP.
- Kohl, N. and Madsen, O.B.G., 1997. An optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows based on lagrangean relaxation. *Operations Research*, 45(3):395-406.
- Lin, S., Kernighan, B., 1973. An effective heuristic algorithm for the traveling salesman problem. *Operations Research* 21, 498-516.
- Laporte, G and Osmar, I.H., 1995. *Routing Problems: A Bibliography*. *Annals of Operational Research* 61, 227-262.
- Laporte, G., M. Gendreau, J.Y. Potvin and F. Semet, 2000. Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. *International Transactions in Operational Research*, v.7, n4/5, p.285-300.
- Larsen, J., 1999. Parallelization of the vehicle routing problem with time window. Ph.D. Thesis no. 62, DTU Technical University of Denmark.
- Lenstra, J.K., and Rinnooy Kan, A.H.G., 1981. Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks* 11, 221-227.
- Li, H.; Lim, A. and Huang, J. , 2003. Local Search with Annealing-like Restarts to Solve the VRPTW. *European Journal of Operational Research* 150, 115-127.
- Mole, R.H., Jameson, S.R., 1976. A sequential route-building algorithm employing a generalized savings criterion. *Operational Research Quarterly* 27, 503-511.
- Ombuki, B.; Ross, B.J. and Hanshar, F., 2004. Multi-objective Genetic Algorithms for Vehicle Routing Problem with Time Windows, Technical Report # CS-04-02, Brock University, Department of Computer Science, St. Catharines, Ontario.
- Rochat, Y and Taillard, E.D., 1995. Probabilistic Diversification and Intensification in Local Search for Vehicle Routing. *Journal of Heuristics* 1, 147-167.