



PREVISÃO DE DADOS DE ALTA FREQUÊNCIA PARA CARGA ELÉTRICA USANDO UMA COMBINAÇÃO ENTRE REDES NEURAI E HOLT-WINTERS COM DOIS CICLOS

Reinaldo Souza Castro¹
reinaldo@ele.puc-rio.br

Mônica Barros¹
monica@ele.puc-rio.br

Juan Guillermo Lazo Lazo¹
juan@ele.puc-rio.br

Yván Jesús Túpac Valdivia¹
yvantv@ele.puc-rio.br

Cristina Vidigal Cabral de Miranda¹
cristina@ele.puc-rio.br

¹Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
Rua Marquês de São Vicente 225, Rio de Janeiro, Brasil, 22453-9000

RESUMO

A previsão para dados de alta frequência é fundamental para a segurança e confiabilidade da operação do sistema elétrico. Os métodos de Redes Neurais e de amortecimento exponencial, neste em particular o método de Holt-Winters e suas variações, são apropriados para este contexto devido à sua alta adaptabilidade e robustez. Este trabalho propõe um modelo que faz a combinação entre um modelo de redes neurais e o método de Holt-Winters com dois ciclos, para realizar a previsão da carga elétrica a cada quinze minutos para quinze dias à frente, isto é, 1440 passos à frente, para dados de energia elétrica de uma concessionária da região sudeste do Brasil. O modelo considera o tratamento de feriados e a influencia do feriado na carga nos dias anteriores e posteriores a este. Este tratamento é realizado de forma exógena no método de Holt-Winters com dois ciclos. Os resultados deste modelo foram muito satisfatórios.

PALAVRAS CHAVE. Previsão para dados de alta frequência, Modelo de Redes Neurais, Método de Holt-Winters com dois ciclos. Área: Energia Elétrica

ABSTRACT

Forecasting high frequency electricity data is fundamental for the reliable and secure operation of any electrical system. The neural network and the exponential smoothing Holt Winters approaches are appropriate to model this kind of data. This paper propose a forecasting model formed by the optimal combination of the forecasts produced by the two methods: neural network and double cycle Holt Winter, considering information observed at 15 minutes interval and a forecasting horizon of 15 days ahead, he model also considers the treatment of bank holidays which is implemented as an exogenous effect. The obtained results for real data from a brazilian southern utility are very promising.

KEYWORDS. High frequency data. Neural net model. Double cycle Holt Winters. Main area. Electrical energy.

1. Introdução

A transmissão de energia elétrica entre as regiões de geração e consumo é um processo que envolve vários fatores diferentes e importantes, como a qualidade e confiabilidade. Por isso, um planejamento adequado é parte essencial do processo, no qual devem ser levados em consideração necessidades futuras da distribuição, que podem ser projetadas usando técnicas de previsão.

No Brasil, o consumo de energia elétrica tem crescido a uma taxa média de 7% durante os últimos 30 anos. Aqui, as plantas hidroelétricas são responsáveis por quase 80% do total de energia produzida, sendo que, nos últimos anos, estão sendo construídas usinas térmicas, que servirão de proteção contra condições hidrológicas desfavoráveis.

Desde a década de 90 o setor elétrico brasileiro vem sofrendo alterações como a privatização do setor e a descentralização dos planejamentos de expansão. Contudo, esse processo ainda está incompleto uma vez que até os dias de hoje o setor elétrico do Brasil possui um *mix* de companhias controladas pelo governo estatal e federal e companhias sob o comando do setor privado.

A previsão de curto prazo, que envolve dados de alta frequência, é o objeto de estudo desse trabalho, sendo essencial para a confiabilidade e eficiência da operação do setor elétrico, fazendo com que a alocação da carga seja feita de forma eficiente, além de indicar possíveis distorções nos próximos períodos (dias, horas, ou frações de horas).

Sendo assim, é de suma importância produzir uma boa previsão para a variável “carga elétrica”, a qual depende exclusivamente do usuário e de fatores que interferem no cotidiano do mesmo, como o clima, a economia e o nível social. Com uma previsão de qualidade para valores futuros da carga elétrica, pode-se melhorar, em muito, procedimentos intrínsecos ao processo global de distribuição de energia, além, é claro, de corrigir possíveis problemas pré-existentes.

Para tanto, neste trabalho serão apresentadas duas metodologias para essa aplicação, sendo elas um modelo de redes neurais e um modelo de amortecimento exponencial para realizar previsões de carga elétrica de 15 em 15 minutos para 15 dias à frente para uma distribuidora de energia elétrica da região sudeste do Brasil. O modelo de redes neurais para realizar as previsões foi construído usando oito redes neurais recorrentes de Elman com algoritmo de aprendizado *back-propagation*. No amortecimento exponencial será aplicado o método de Holt-Winters com múltiplos ciclos, originalmente desenvolvido por Taylor (2003).

O método de amortecimento de Holt-Winters é um método univariado, isto é, usa somente a própria série para realizar a previsão. Contudo, pelo seu preciosismo, robustez e adaptabilidade (Williams, 1987), é muito utilizado em várias áreas, como por exemplo, em consumo de energia elétrica (Taylor, 2003a, Taylor, 2003b e Taylor, Menezes e McSharry, 2006), vendas de passagens aéreas (Grubb & Manson, 2001) e vendas no mercado agrícola (Cipra et al, 1995).

Também foi inserida uma intervenção exógena para considerar os efeitos do feriado. Essas datas foram tratadas exogenamente, e seus fatores aplicados na previsão que foi gerada pelos modelos. Sabe-se que um dia de feriado provoca uma distorção no perfil de demanda da carga elétrica e essa distorção é diferente dependendo do dia da semana em que ocorre e também dos períodos dentro do dia. Além disso, verificou-se que a ocorrência de um feriado afeta não somente este dia, mas também outros dias adjacentes, sendo que os dias a serem afetados dependerão do dia da semana em que o feriado ocorrer. Desta forma, foi produzido um banco de fatores de redução, estruturado por dia da semana em que o feriado ocorreu, por quais outros dias serão afetados pelo feriado e por quais períodos durante o dia serão afetados por ele.

2. Formulação Teórica (e modelagens)

2.1- Redes Neurais

Redes Neurais (Haykin, 1999) são modelos computacionais não lineares inspirados na estrutura de neurônios interconectados existentes no cérebro humano, capazes de realizar as seguintes operações: aprendizado, associação, generalização e abstração. As redes neurais são compostas por diversos elementos processadores (neurônios artificiais), altamente

interconectados, que efetuam operações simples, transmitindo seus resultados aos processadores vizinhos. A habilidade das redes neurais em realizar mapeamentos não-lineares entre suas entradas e saídas as tem tornado prósperas no reconhecimento de padrões (Bishop, 1995) e na modelagem de sistemas complexos.

Devido a sua estrutura, as redes neurais são bastante eficazes no aprendizado de padrões a partir de dados não-lineares, incompletos, com ruído ou mesmo compostos por exemplos contraditórios.

As redes de Elman utilizam retro alimentação global, como mostrado na Figura 1. Neste caso existe realimentação de cada um dos neurônios da camada escondida para todos os neurônios da camada escondida, isto é, cada neurônio escondido recebe o vetor de estados “anterior” completo $a(k-1)$. Esta topologia é denominada rede completamente recorrente e conhecida como rede de Elman (Elman, 1990). Apesar do exemplo mostrado na Figura 1 conter apenas uma entrada e uma saída, essas redes são genéricas, podendo ter várias entradas e saídas.

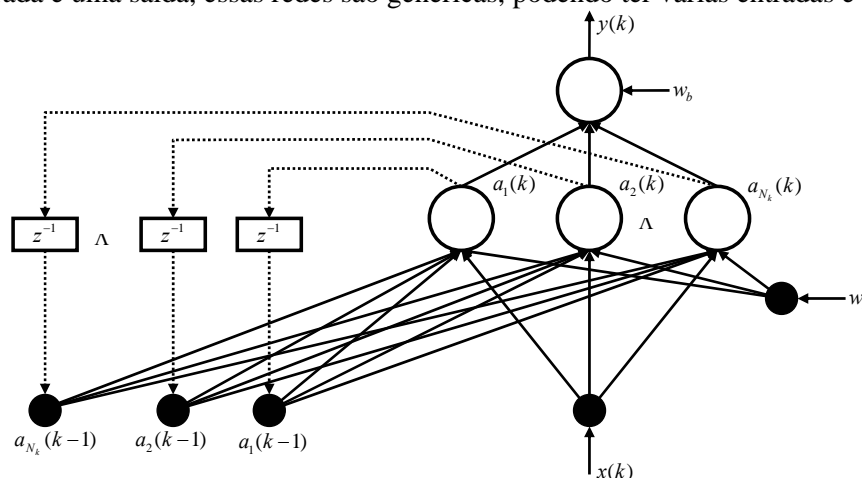


Figura 1. Rede recorrente de Elman.

O algoritmo de aprendizado *back-propagation* é em este tipo de rede, este algoritmo consiste em determinar erros das unidades da camada escondida a partir da retro-propagação dos erros da camada de saída.

Este algoritmo pode ser aplicado em redes com qualquer número de camadas escondidas. Cabe ressaltar que, para uma rede *feed-forward* foi mostrado que uma única camada escondida é suficiente para aproximar com precisão arbitrária qualquer função contínua, desde que haja uma quantidade suficiente de processadores na camada escondida e que a função de ativação destes processadores seja não linear (Hornik, 1989). Na maioria das aplicações, usa-se uma rede *feed-forward* com uma única camada escondida e com função de ativação sigmóide (Cybenko, 1989) nos neurônios da camada escondida e com função de ativação linear nos neurônios da camada de saída.

A modelagem com redes neurais consistiu em utilizar informações do dia anterior d_{t-1} (96 intervalos de 15 minutos), do dia d_{t-2} e do dia uma semana antes do dia a ser previsto d_{t-7+i} , para prever o dia d_{t+i} . As informações de previsão de d_{t+i} quando $i > 1$ servem também para prever o dia d_{t+7+i} . Esta modelagem pode se observar na Figura 2(a) onde se mostra uma rede que prevê o dia d_{t+i} , e em (b) a composição de várias redes neurais para obter previsões dos 15 dias em intervalos de 15 minutos.

Cabe ressaltar que além das informações históricas d_{t-1} , d_{t-2} e d_{t-7+i} , também a rede recebe informações de dia da semana wd_{t+i} de feriado h_{t+i} e do horário de verão s_{t+i} correspondentes ao dia a ser previsto d_{t+i} .

Da Figura 2(b) pode se observar que para obter o total de dados a prever, foram necessárias 8 redes neurais da forma da Figura 2(a). Uma rede para obter as previsões de d_{t+1} , e

as outras 7 redes para obter as previsões d_{t+2} e d_{t+9} , d_{t+3} e d_{t+10} , d_{t+4} e d_{t+11} , d_{t+5} e d_{t+12} , d_{t+6} e d_{t+13} , d_{t+7} e d_{t+14} , d_{t+8} e d_{t+15} .

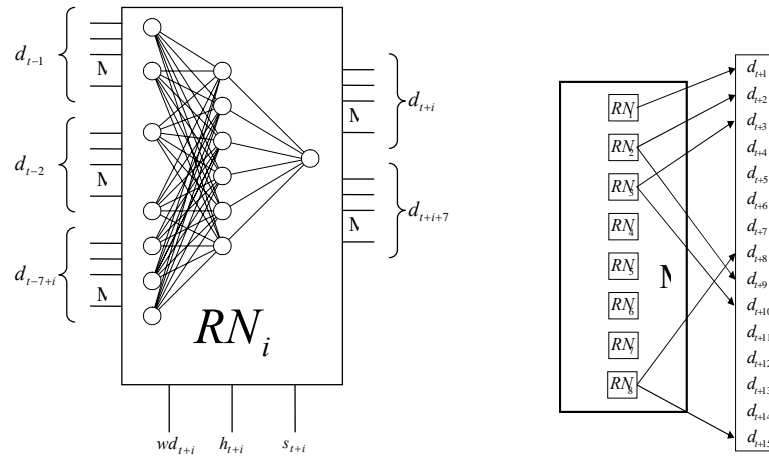


Figura 2. (a) Modelo de previsão de um dia d_t e d_{t+7} usando redes recorrentes de Elman e (b) composição de varias redes para completar os 15 dias à frente, .

2.2- Holt-Winters com dois ciclos

O modelo Holt-Winters padrão é muito utilizado para a previsão de séries temporais que contém sazonalidade. No entanto, esta modelagem é capaz de comportar apenas um padrão sazonal.

Taylor (2003a) desenvolveu um trabalho no qual previa dados de demanda elétrica no intervalo de trinta minutos. Neste artigo, ele mostrou que havia um ciclo sazonal dentro do dia com duração de 48 períodos (de trinta minutos cada) e também havia um ciclo sazonal dentro da semana, isto é, o perfil da demanda de um dia tinha um comportamento bastante parecido com o perfil da demanda do próximo dia, principalmente ao analisar os dias de semana. Este ciclo dentro da semana, com duração de 336 períodos (esta é a quantidade de trinta minutos em uma semana), fica bastante evidente ao analisar simultaneamente duas semanas. Estes padrões sazonais evidenciados por Taylor também foram verificados em dados do Brasil.

Tendo estes dois padrões sazonais em vista e sabendo que o método de Holt-Winters é conhecido por sua robustez e precisão e por isto vem sendo muito utilizado, Taylor adaptou o método de Holt-Winters padrão de tal forma que ele passasse a acomodar mais do que um padrão sazonal, isto é, múltiplos ciclos.

Portanto, este método é adequado para séries com dois ou mais ciclos, como mostrado na figura anterior. Este será apresentado para acomodar dois ciclos, no entanto pode ser facilmente estendido caso a série a ser modelada apresente tais características.

O modelo Holt-Winters com dois ciclos, um diário e o outro semanal, está expresso matematicamente abaixo:

$$Z_t = (S_t + T_t) D_{t-l_1} W_{t-l_2}$$

Considerando série em intervalos de 15 minutos, a sazonalidade diária e a semanal são, respectivamente, $s_1 = 96$ (24 vezes 4) e $s_2 = 672$ (168 vezes 4). Sendo t o índice de tempo e X_t a carga observada, $X_t(k)$ é a previsão k passos à frente feita em t . D_t e W_t representam os fatores sazonais diários e semanais, S_t é o nível e T_t a tendência. As constantes de amortecimento são representadas por $\alpha, \gamma, \delta, \omega$. Assim, as equações de atualização para o modelo Holt-Winters multiplicativo com dois ciclos são mostradas na tabela 1 (Taylor, 2003a):

O parâmetros do amortecimento $\alpha, \gamma, \delta, \omega$ foram otimizados usando o critério de minimizar o erro de previsão ao quadrado um passo à frente, utilizando um método de algoritmo genético. Além disso, a primeira sazonalidade representaria o ciclo dentro de dia e a segunda sazonalidade o ciclo dentro da semana.

Nível	$S_t = \alpha \left(\frac{X_t}{D_{t-s_1} W_{t-s_2}} \right) + (1-\alpha)(S_{t-1} + T_{t-1})$
Tendência	$T_t = \gamma (S_t - S_{t-1}) + (1-\gamma)T_{t-1}$
Sazonalidade 1	$D_t = \delta \left(\frac{X_t}{S_t W_{t-s_2}} \right) + (1-\delta)D_{t-s_1}$
Sazonalidade 2	$W_t = w \left(\frac{X_t}{S_t D_{t-s_1}} \right) + (1-w)W_{t-s_2}$
Previsão	$X_t(k) = (S_t + k.T_t) D_{t-s_1+k} W_{t-s_2+k}$

Tabela 1. Equações de atualização e previsão – Holt-Winters com dois ciclos

A formulação expressa acima está representando o modelo de Holt-Winters multiplicativo com dois ciclos sazonais. Contudo, um Holt-Winters aditivo com dois ciclos pode ser desenvolvido de forma similar a partir do método de Holt-Winters aditivo padrão. Além do mais, outros padrões sazonais podem ser acrescentados, bastando para tal incluir o índice sazonal e a equação de amortecimento para cada ciclo adicional.

2.3. Tratamento do Feriado

Assim como em outros países, o Brasil possui uma gama de feriados, sejam eles nacionais ou estaduais, os quais geram um perfil de demanda de carga elétrica totalmente diferente de todos os outros dias do ano. Mesmo assim, não é comum encontrar na literatura metodologia para tratamentos específicos para esses casos. Como citado por Taylor (2003a) e Taylor, Menezes & McSharry (2006), o mais comum é utilizar os métodos de previsão para períodos em que não há feriados.

Na literatura, há algumas publicações que trazem o resultado do tratamento de feriados para aprimorar a acurácia do modelo de previsão (Cancelo, Espasa & Grafe (2007), Cancelo & Espasa (1996), Papalexopoulos & Hesterberg (1990)), tendo essas a idéia básica de detectar padrões no comportamento da demanda nos dias em que houve feriado.

No entanto, foi observado que a ocorrência de um feriado distorce não somente a carga desse dia. Dependendo do dia da semana em que o feriado ocorre, ele poderá acarretar modificações no perfil das últimas horas do dia anterior ao feriado e das primeiras horas do dia posterior, como também poderá modificar as características de um dia inteiro ou vários dias antes e após o dia do feriado.

Tendo isto em vista, foi desenvolvido um banco de fatores de redução, para ser incorporado ao modelo de previsão de forma exógena, que contem fatores que serão incorporados na previsão da energia, sendo assim capaz de ajustar melhor o modelo, reduzindo o erro de previsão, o que a torna mais precisa.

Como o feriado gera comportamentos distintos ao ocorrer em dias da semana diferentes, foram criadas regras para cada dia da semana, analisando também os dias (ou partes de dias) que são influenciados por esse feriado. Os fatores foram ajustados no mesmo período para o qual a previsão foi realizada, neste caso, para cada 15 minutos.

A metodologia utilizada consiste em verificar a variação percentual de cada quinze minutos existente entre um dia de feriado e um dia de não feriado e a mesma variação existente entre os mesmos dias de semana, considerando apenas os dias de não feriado. Assim foi possível verificar qual a variação aceitável entre dias de não feriado e a variação decorrente do feriado. Com isso, os fatores foram encontrados, em intervalos de quinze minutos, para cada dia da semana em que o feriado ocorreu, e para os dias adjacentes que foram afetados por um dia de

feriado. Na figura 3 há um exemplo dos fatores de redução, em percentual, quando ocorre um feriado em uma terça-feira e, também, nos dias que são afetados por ele, que é a segunda e a sexta-feira.

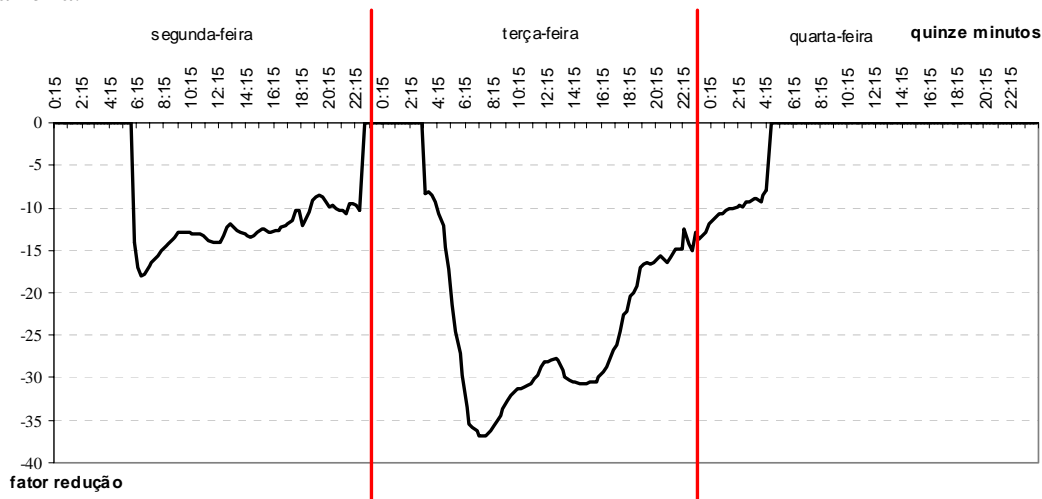


Figura 3. Ocorrência de feriado em uma terça-feira

3. Aplicação

Neste estudo foram utilizados dados de carga elétrica de uma importante concessionária de energia elétrica da região sudeste do Brasil e, apenas para manter o caráter confidencial dos dados, eles foram mascarados. Havia disponível uma base de dados de três anos de carga elétrica em intervalos de quinze minutos. Com isso, foram avaliados dois modelos usando dados de julho e setembro de 2005 e foi realizada a previsão para quinze dias, na base de quinze minutos, totalizando 1440 previsões. Por questões operacionais, os modelos serão reajustados em base diária, assim a primeira previsão sempre será às 00:15h. Ressalta-se que ambos os modelos foram implementados e testados utilizando o *software* Matlab.

3.1. Redes Neurais

A figura 4 mostra os valores observados e previstos para o período de 15 a 29 de julho de 2005. Vê-se que a previsão aderiu-se bem aos dados, apresentando um MAPE do período igual a 3,01%

demanda (MWh)

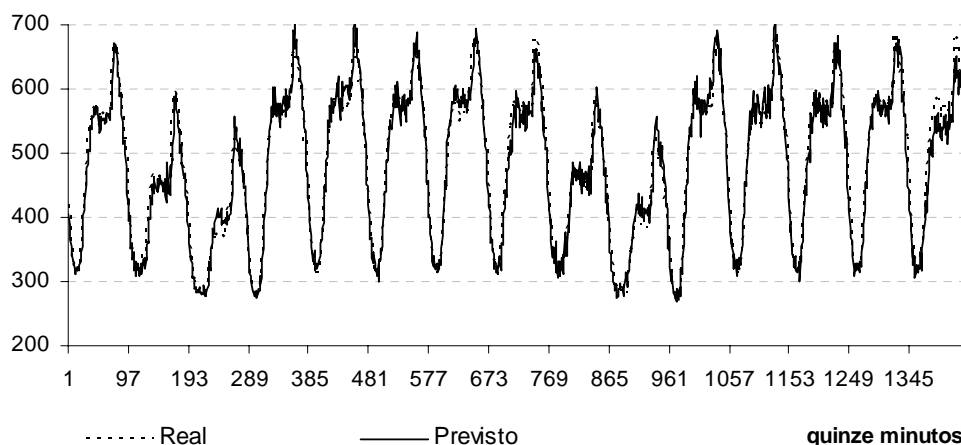


Figura 4. Demanda de carga elétrica prevista e realizada para 15 a 29 de julho de 2005

As figuras 5 e 6 mostram, respectivamente, o MAPE horário e o diário, sendo possível avaliar se há dias e horas críticas, isto é, momentos em que o modelo tende a errar mais. Para o MAPE horário, o valor correspondente à hora 01:00 é o MAPE dos períodos: 00:15h, 00:30h, 00:45h e 01:00h. Pelos gráficos nota-se que o modelo é muito bom para o primeiro dia previsto sendo os erros dos outros dias, ainda que bons, consideravelmente mais altos. Dentre as horas do dia, o modelo apresentou maior erro em torno de 9 horas da manhã.

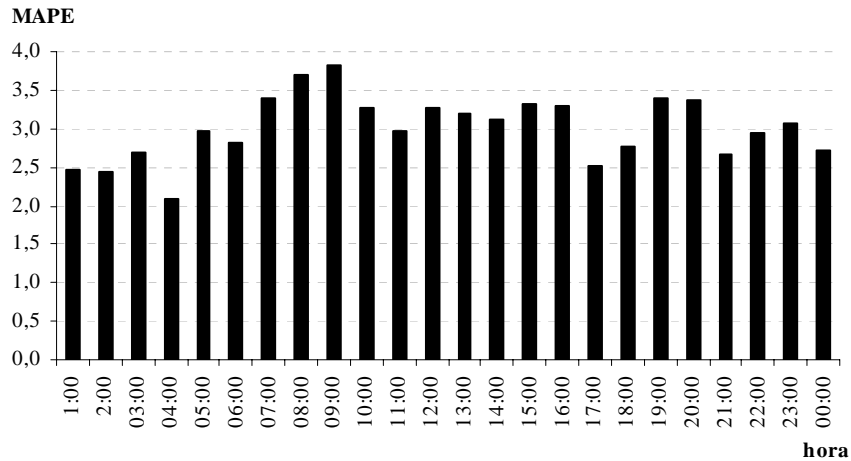


Figura 5. MAPE horário para previsão dos dias 15 a 29 de julho de 2005

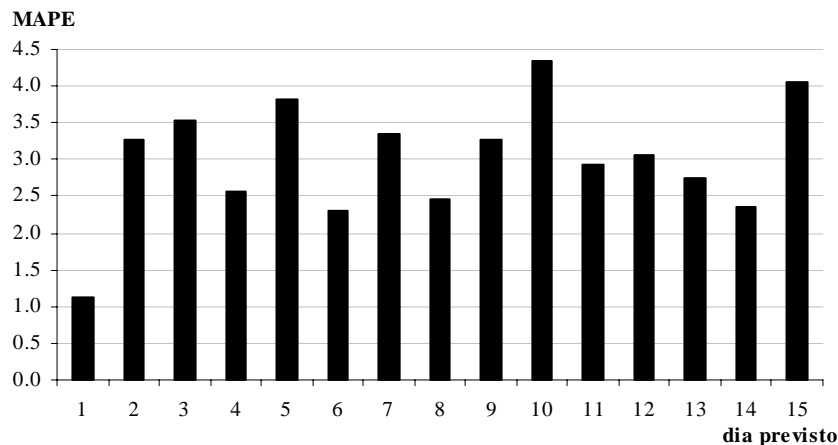


Figura 6. MAPE diário para previsão dos dias 15 a 29 de julho de 2005

O mesmo modelo foi usado para prever de 1 a 15 de setembro, estando a figura 7 apresentando os dados de carga elétrica observados e previstos para tal período. O MAPE para este período foi de 3,77%.

Ressalta-se que este período apresenta um feriado, no dia 7, e que o modelo de rede neural já fez a previsão considerando este evento, pois esta é uma das informações dos dados de entrada. Contudo, o modelo não é capaz de corrigir os dias anteriores e posteriores ao feriado que são afetados por este. Portanto, para tais dias, foram utilizadas as regras descritas anteriormente e o MAPE comparativo para o período esta na figura 8. Na figura 9, tem-se o MAPE horário para os dados sem e com a correção devido ao feriado.

Com a correção, o MAPE do período foi para 3,53%, sendo que o MAPE do sexto dia passou de 3,40% para 2,84% e o MAPE do oitavo dia foi de 5,93% para 2,82%.

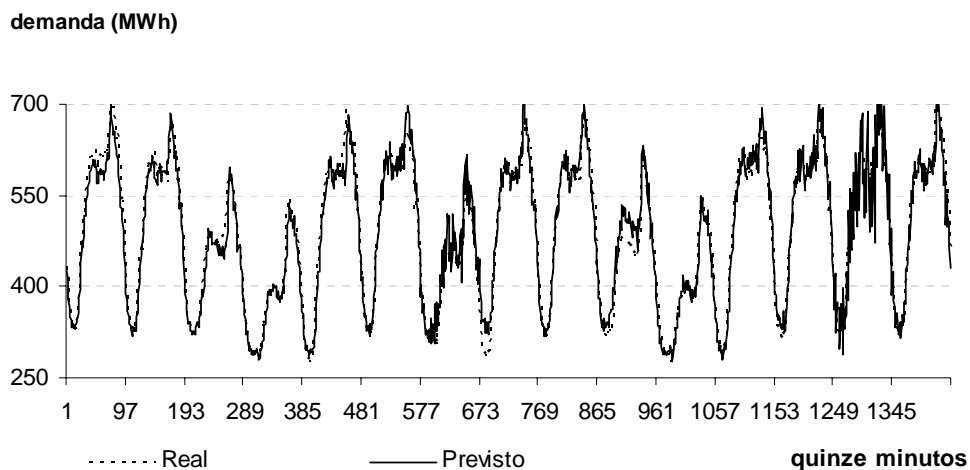


Figura 7. Demanda de carga elétrica prevista e realizada para 1 a 15 de setembro de 2005

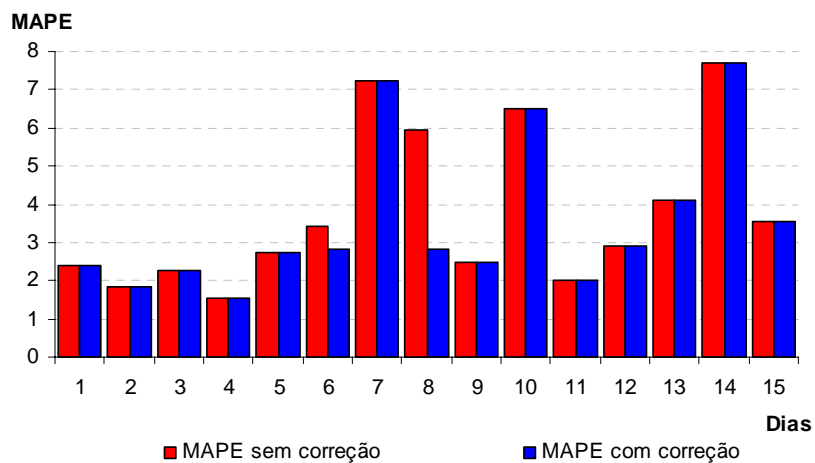


Figura 8. MAPE do período de 1 a 15 de setembro sem e com correção dos dias anteriores e posteriores ao feriado

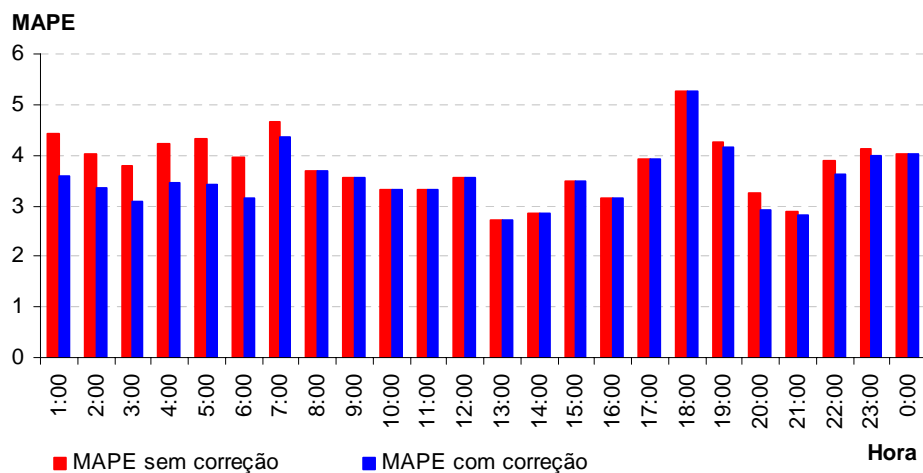


Figura 9. MAPE horário do período de 1 a 15 de setembro sem e com correção dos dias anteriores e posteriores ao feriado

3.2. Holt-Winters com dois ciclos

A otimização das constantes de amortecimento e o cálculo dos parâmetros iniciais foram encontrados utilizando uma amostra de um mês imediatamente anterior ao período previsto. Porém, foram testados períodos de um a seis meses, sendo que não foi observada nenhuma melhora com o aumento do tamanho da amostra.

A figura 10 mostra a carga observada e prevista para o período de 15 a 29 de julho de 2005. O período usado para o cálculo das constantes de amortecimento e dos parâmetros iniciais foi de 15 de junho a 14 de julho de 2005. As constantes de amortecimento otimizadas foram: $\alpha = 0,0841$, $\lambda = 0,1370$, $\omega = 0,6273$.

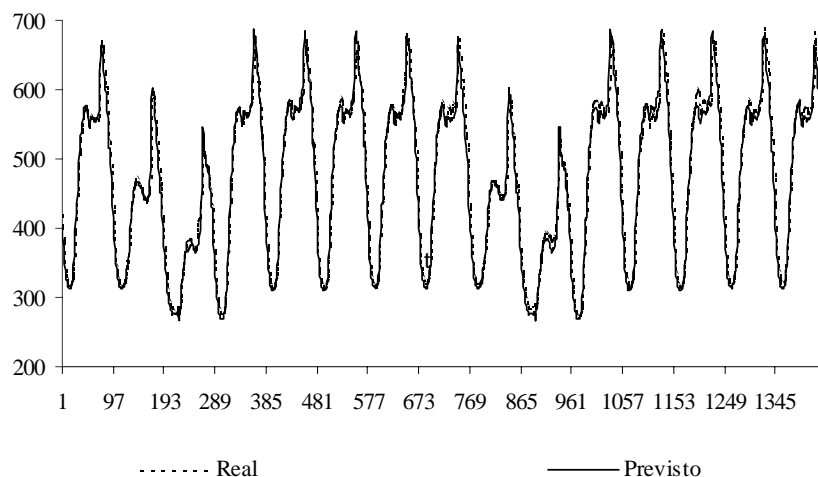


Figura 10. Demanda de carga elétrica prevista e realizada para 15 a 29 de julho de 2005

A figura 11 mostra que o modelo apresentou um bom desempenho. O MAPE (erro médio percentual absoluto) para todo o período foi 1.54%. Uma característica importante é que a previsão não se deteriorou ao longo do tempo. A figura 10 mostra o MAPE em cada hora durante os 15 dias previstos.

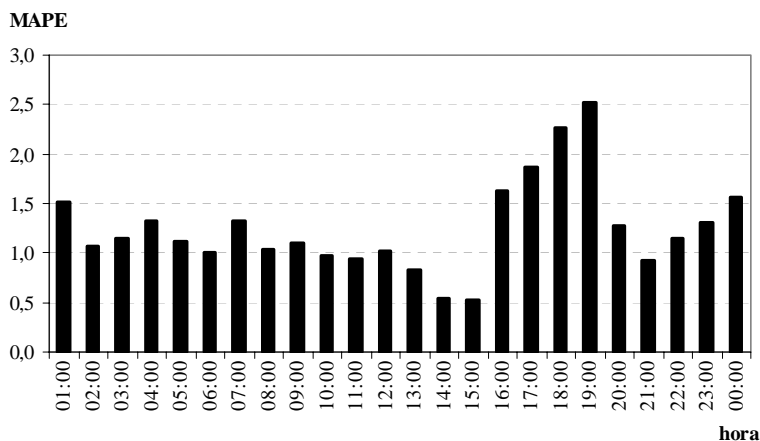


Figura 11. MAPE horário

A figura 12 apresenta o MAPE diário. Nela, pode-se ver que não há uma tendência de aumento na MAPE à medida que aumenta o horizonte de previsão.

Esta análise foi repetida usando o mês de agosto de 2005 para prever os quinze primeiros dias de setembro de 2005. Os hiperparâmetros otimizados são $\alpha=0.1089$, $\lambda=0.0225$, $\omega=0.7618$. Este período foi escolhido para testar os fatores de redução a serem aplicados em

feriados, pois 7 de setembro é feriado nacional no Brasil e, com isso, será possível analisar o efeito da correção do feriado.

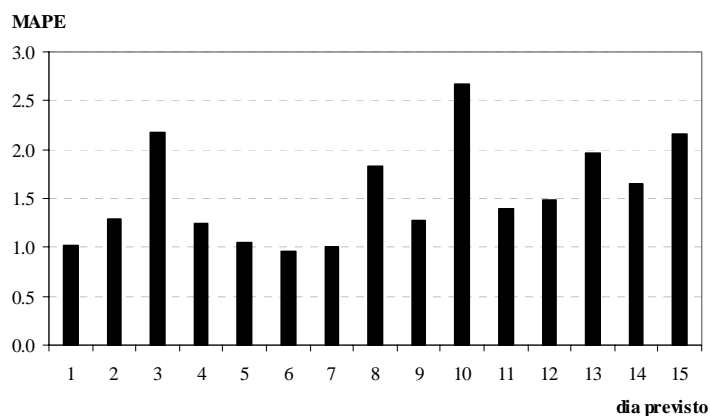


Figura 12. MAPE diário

A figura 13 mostra que realmente o ajuste desse período foi pior que o do anterior, especialmente ao analisar o dia do feriado. O MAPE do período foi de 4,22%, sendo que o MAPE apenas do dia do feriado foi 27,97%.

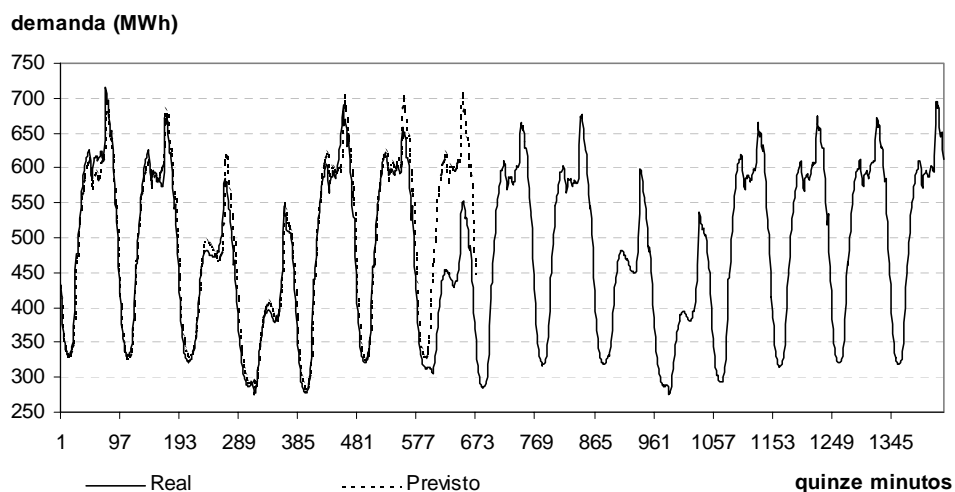


Figura 13. Demanda de carga elétrica prevista e realizada para 1 a 15 de setembro de 2005

Aplicando a correção devido ao feriado, o MAPE do período foi reduzido para 2,30%, sendo que o do dia do feriado foi para 2,92%. Na figura 14 e 15 temos o MAPE horário e o diário para a previsão sem e com a correção do feriado.

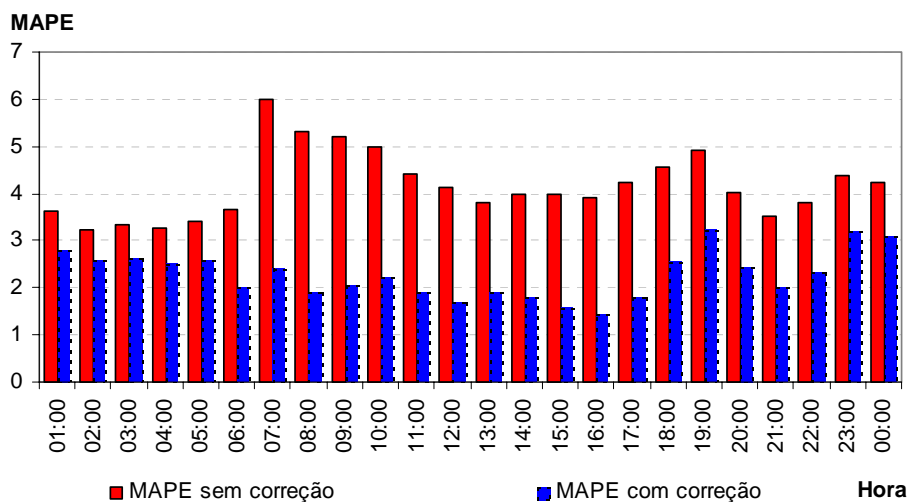


Figura 14. MAPE horário, previsão sem e com correção do feriado

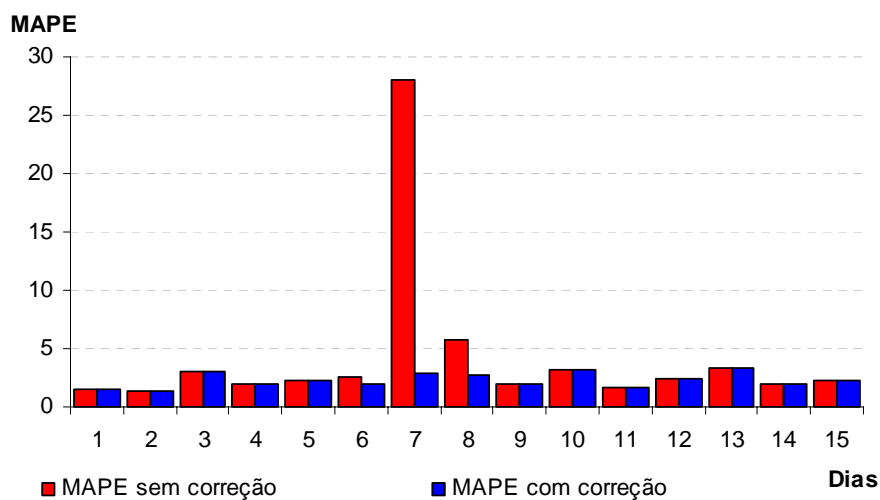


Figura 15. MAPE diário, previsão sem e com correção do feriado

4. Conclusão

Neste artigo foi apresentada uma aplicação do modelo de redes neurais e do modelo de Holt-Winters com dois ciclos para previsão a cada quinze minutos, quinze dias à frente, para dados da região sudeste do Brasil. Tais modelos foram testados em dois períodos, considerando, em um deles, a ocorrência de feriado e sua correção. Além da correção do feriado, foi também mostrado a correção dos dias adjacentes que são afetados pelo feriado.

De modo geral, os dois modelos apresentaram bons desempenhos para os períodos previstos. O modelo de Holt-Winters, aparentemente, não apresenta nenhuma deterioração à medida em que o horizonte de previsão aumenta. O modelo de redes neurais apresentou uma deficiência nas previsões da segunda semana, o que pode ser explicado pela forma como a rede foi montada, pois cada rede prevê dois dias: o dia seguinte e sete dias à frente.

Ao comparar a correção do feriado, considerando apenas o dia em que este ocorreu, percebe-se que os dois modelos foram eficientes pois melhoraram a previsão. No entanto, o modelo de rede neural apresentou um desempenho um pouco inferior, pois, como já dito, a rede considera esta informação na entrada e assim, ela faz a previsão de todos os dias e não desse em específico.

Referências:

- Bishop, C.** Neural Network for Pattern Recognition, Oxford University Press Inc. 1995.
- Cancelo, J. R., Espasa, A.** (1996). *Modelling and Forecasting Daily Series of Electricity Demand*. Investigaciones Economicas. 20 (3), 359 – 376.
- Cancelo, J. R., Espasa, A., Grafe, R.** (2007). *Eighteen-years' experience in data adjustment and forecasting daily and hourly electricity consumption*. 4th International Institute of Forecasters' Workshop, Rio de Janeiro – Brasil.
- Cipra, T., Trujillo, J. & Rubio, A.** (1995). Holt-Winters Meted with Missing Observations. Management Science, 41 (1), 174 – 178.
- Cybenco, G.** Approximation by superpositions of a sigmoidal function. Mathematics of Control, Signals and Systems, 2(4), 303-314. 1989.
- Elman, J. L.** Finding Structure in Time. Cognitive Science, 14, 179-211. 1990.
- Grubb, H., Mason, A.** (2001). Long lead-time forecasting of UK air passengers by Holt-Winters methods with damped trend. International Journal of Forecasting, 17 (1), 71 – 82.
- Haykin, S.** Neural Networks - A Comprehensive Foundation, Macmillan College Publishing Company, Inc. pp. 401-402, 1999.
- Hornik, K., et al.** Multilayer feedforward networks are universal approximators. Neural Networks, 2:359-366, 1989.
- Papalexopoulos, A. D., Hesterberg, T. C.** (1990). *A regression-based approach to short-term system load forecasting*. IEEE Transactions on Power Systems, 5 (4). 1535-1547.
- Taylor, J. W.** (2003a). *Short-term electricity demand forecasting using double seasonal exponential smoothing*. Journal of Operational Research Society, 54, 799-805.
- Taylor, J. W.** (2003b). *Exponential Smoothing with a Damped Multiplicative Trend*. International Journal of Forecasting, 19, 715-725.
- Taylor, J. W., Menezes, L. M. de, McSharry, P. E.** (2006). *A comparison of univariate methods for forecasting electricity demand up to a day ahead*. International Journal of Forecasting, 22, 1 – 16.
- Williams, T. M.** (1987). *Adaptative Holt-Winters Forecasting*. The Journal of the Operacional Research Society, 38 (6), 553 – 560.