# Otimização e Simulação de Estratégias de Perfuração de Poços de Petróleo: Uma Abordagem em Programação Dinâmica Estocástica

**Luiz Cláudio Sayão Cortez**
Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, 22210-240, Niterói, RJ
luizclaudiocortez@gmail.com

**Artur Alves Pessoa**
Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, 22210-240, Niterói, RJ
artur@producao.uff.br

A incerteza é um elemento central no segmento de exploração e produção de petróleo. Sendo assim, para que seja definida uma estratégia lucrativa de perfuração de poços, é fundamental que os métodos utilizados levem este componente em consideração. Tendo esta demanda como motivação, o presente trabalho propõe um modelo matemático estocástico para o problema de planejamento da perfuração de poços em empreendimentos de Exploração & Produção de petróleo, e desenvolve métodos de geração e avaliação de estratégias de perfuração utilizando Programação Dinâmica Estocástica e Simulação de Monte Carlo, respectivamente. Como resultado, a abordagem conjunta de simulação e otimização foi comprovada como computacionalmente viável para uma instância baseada em dados reais e, além disso, mais completa para resolução do problema proposto, uma vez que fornece ao tomador de decisão a associação das vantagens de ambos os métodos.

P**alavras-chave:** otimização, simulação, petróleo. PO na área de Petróleo & Gás (P&G).

The uncertainty is a central issue in the oil exploration and production segment. Thus, to define a profitable drilling strategy for oil wells, it is fundamental that the used methods take this component into account. Using this demand as motivation, the present work proposes a stochastic mathematical model to the drilling wells planning problem in oil Exploration & Production projects, and develops drilling strategies generation and evaluation methods using Stochastic Dynamic Programming and Monte Carlo Simulation, respectively. As a result, this aggregated approach of simulation and optimization showed itself as computationally feasible to an instance based on real data and, further, more complete to solve the proposed problem, since it supplies to the decision maker the association between the advantages of both methods.

**Keywords:** optimization, simulation, oil. OR in Petroleum & Gas Area (P&G).

# 1. Introdução

## 1.1. Contextualização e problema de pesquisa

O processo decisório para a perfuração de poços de petróleo em uma empresa do segmento de exploração e produção (E & P) demanda previamente um conjunto de avaliações e estudos onde o risco se destaca como um dos principais elementos. O retorno de um empreendimento deste tipo é bastante sensível aos sucessos ou fracassos que ocorrem como resultados das perfurações, uma vez que estas demandam vultosos investimentos e comprometimento de recursos. Além disso, decisões estratégicas fundamentais como tipo de plataforma, tipos de poços (verticais, horizontais, direcionais, etc.), método de recuperação, velocidade de perfuração, dentre outros, estão sujeitos a fatores sobre os quais o controle é complexo, como disponibilidade de sondas, tecnologia e mão-de-obra especializada, condições de mercado ou respostas dos reservatórios, o que confere aos projetos um elevado grau de incerteza econômica e técnica.

Neste contexto, onde diversas variáveis interagem e geram impacto direto sobre o resultado do empreendimento, os tomadores de decisão precisam definir suas estratégias de perfuração para o horizonte do empreendimento. Para este fim, a Simulação de Monte Carlo é uma técnica bastante utilizada, pois, segundo Hammresley e Handscomb (1964), permite que uma variável aleatória que não poderia ser tratada analiticamente de forma simples tenha seu valor esperado estimado. Além disso, utilizando como referência Brealey e Myers (2003), esta técnica também fornece uma estimativa da dispersão da variável aleatória de interesse, o que permite ao tomador de decisão avaliar o risco associado a ela.

Por outro lado, quando cenários que surgem ao longo do horizonte do empreendimento dependem de um conjunto de ações adotadas neste mesmo horizonte e o número de combinações destas ações é muito grande, torna-se inviável analisar as políticas de escolha dessas ações uma a uma.

Diante disso, para atender de forma mais completa a necessidade do tomador decisão, observa-se como uma alternativa a abordagem de otimização por Programação Dinâmica Estocástica conforme Hanson (1996) e Pinedo (2008), que apesar de não mostrar de maneira clara a dispersão do ganho como na Simulação de Monte Carlo, fornece a informação de qual ação deve ser tomada em cada cenário modelado ao longo do empreendimento, de maneira que a estratégia de perfuração adotada venha a maximizar o valor esperado do ganho.

## 1.2. Objetivo

O objetivo deste trabalho consiste em desenvolver um modelo matemático estocástico para o problema de planejamento da perfuração de poços em empreendimentos de Exploração & Produção de petróleo, assim como métodos de geração e avaliação de estratégias de perfuração utilizando Programação Dinâmica Estocástica e Simulação de Monte Carlo, respectivamente.

O modelo terá o preço do petróleo (variável de entrada) modelado por uma técnica de previsão comumente utilizada para preço de *commodities*, conhecida como Movimento Geométrico Browniano com reversão para média, conforme Dixit e Pyndick (1994).

Os métodos desenvolvidos devem ser testados com uma instância baseada em dados reais e os resultados devem ser comparados, de maneira que seja possível identificar as informações úteis para o tomador de decisão que são geradas por cada um deles, assim como as vantagens da abordagem conjunta.

Diante disso, segundo Bertrand e Fransoo (2002), esta pesquisa pode ser classificada como uma pesquisa quantitativa axiomática, visto que seu foco está na obtenção de soluções através do modelo definido e na certificação de que estas soluções geradas produzam conhecimento sobre a estrutura do problema a ser resolvido.

Outra característica deste trabalho que lhe confere esta classificação é o tipo de contribuição para literatura existente. Conforme descrito em Bertrand e Fransoo (2002), este é

caracterizado pelo estudo de métodos e teorias conhecidas na literatura (que neste caso são a Programação Dinâmica Estocástica e a Simulação de Monte Carlo), porém com o propósito de que, através de uma nova abordagem (neste caso a combinação destes métodos para resolução do problema proposto), se obtenha uma melhor e mais robusta solução para o problema de pesquisa em comparação ao que já foi produzido na literatura existente.

## 2. Modelagem

### 2.1. Previsão do preço do petróleo

Segundo Pacheco e Vellasco (2007), um processo estocástico é aquele cujo valor de suas variáveis muda de forma aleatória no tempo. Os tipos mais usados para modelagem do preço de *commodities* são: o Processo de Markov, o Processo de Wiener e o Processo de Itô, ressaltando que todos estão diretamente relacionados entre si.

Neste tipo de abordagem, todas as informações relacionadas ao histórico de uma variável estão implícitas em seu valor atual, sendo este unicamente relevante para prever o futuro da mesma.

Dixit e Pyndick (1994) expõem que o processo diretamente utilizado na modelagem de preço de ações, taxa de juros, e preço de *commodities* e outras variáveis financeiras e econômicas é um caso particular do Processo de Itô, conhecido como Movimento Geométrico Browniano (MGB). O MGB, para previsão de uma variável **x**, tem como parâmetros *drift* (taxa de crescimento esperado instantâneo) e variância (taxa de variação instantânea do processo), respectivamente dados por $\boldsymbol{a(x,t) = \alpha x}$ e $\boldsymbol{b(x,t) = \sigma x}$, através dos quais se obtém $\mathbf{dx} = \boldsymbol{\alpha x}\,\mathbf{dt} + \boldsymbol{\sigma x}\,\mathbf{dz}$ (**dt** é um intervalo de tempo infinitesimal e **dz** é o incremento de Wiener dado por $\boldsymbol{\varepsilon\sqrt{dt}}$, onde $\boldsymbol{\varepsilon}$ é uma variável aleatória de distribuição normal padrão).

Entretanto, segundo Pacheco e Vellasco (2007), uma modelagem mais adequada do ponto de vista econômico para o preço de *commodities* inclui o componente de reversão para a média de longo prazo da variável modelada no MGB. Neste processo, a tendência é o preço reverter para a média de longo prazo, entendida como o custo marginal médio da *commodity*, incluída a remuneração ao capital de risco. Para adaptação do processo de reversão para média ao MGB, é apresentado por Dixit e Pindyck (1994) o modelo geométrico de Ornstein-Uhlenbeck, descrito como $\mathbf{dx} = \boldsymbol{\eta}\,(\overline{\boldsymbol{x}} - \mathbf{x})\,\mathbf{dt} + \boldsymbol{\sigma x}\,\mathbf{dz}$, onde $\boldsymbol{\eta}$ é a velocidade de reversão para média, $\overline{\boldsymbol{x}}$ é a média de longo prazo, **x** é o preço atual, **dt** é o incremento de tempo, $\boldsymbol{\sigma}$ é a volatilidade do preço e **dz** é o incremento de Wiener. É possível observar que o componente $(\overline{\boldsymbol{x}} - \mathbf{x})$ regula o afastamento ou retorno para a média de longo prazo.

Com base nesta teoria, o logaritmo natural do preço médio do petróleo $\mathbf{ln}\,(\boldsymbol{x_t})$ em um dado ano pode ser aproximado por uma variável aleatória com distribuição normal de valor esperado $\boldsymbol{E[ln(x_t)]} = \overline{\boldsymbol{x}} + ((\boldsymbol{x_0} - \overline{\boldsymbol{x}}) * \boldsymbol{e^{-\eta}})$ e desvio-padrão $\boldsymbol{DP[ln(x_t)]} = \sqrt{\frac{2\sigma\eta}{1-e^{-2\eta}}}$ , onde $\boldsymbol{x_0}$ é o preço médio do petróleo no ano anterior.

### 2.2. Curva de Hubbert

De acordo com Robelius (2007), em 1949 o geofísico M. King Hubbert desenvolveu um método, baseado na curva de sino, que foi usado para modelar a produção anual de reservas recuperáveis de petróleo no mundo e nos Estados Unidos. Ainda segundo esta referência, este é considerado como o melhor modelo de depleção conhecido para recursos naturais finitos e, com respeito ao petróleo, considera três fatores básicos: a taxa de descoberta de petróleo, a taxa de produção de petróleo e o tamanho da reserva.

Esta curva em formato de S pode ser matematicamente descrita por uma curva logística, conforme a equação $\boldsymbol{Vp(t)} = \frac{\boldsymbol{U}}{\boldsymbol{1 + e^{a(t_m - t)}}}$, onde $\boldsymbol{Vp(t)}$ é a produção de petróleo acumulada no

tempo **t**, **U** é a reserva disponível, $\boldsymbol{t_m}$ é o tempo do pico de produção e **a** é o fator que descreve a inclinação.

Entretanto, para destacar mais claramente o pico de produção nesta equação, pode-se considerar que a taxa de produção é a derivada da equação com relação ao tempo, obtendo-se $\boldsymbol{P} = \frac{\boldsymbol{dVp}}{\boldsymbol{dt}} = \frac{\boldsymbol{2P_m}}{\boldsymbol{1+\cosh\, a\,(t_m - t)}}$, onde **P** é a produção anual de petróleo e $\boldsymbol{P_m} = \frac{\boldsymbol{a\,U}}{\boldsymbol{4}}$ é o pico de produção.

Utilizando também Ferreira (2005) como referência, observa-se que a Curva de Hubbert assume que recursos ilimitados podem ser aplicados na perfuração de poços e o modelo a ser desenvolvido pode limitar a utilização destes recursos, assumimos que a velocidade de progresso nesta curva não é necessariamente linear. Se, em um dado período, os recursos aplicados à perfuração são compatíveis com a produção prevista pela curva, um avanço correspondente ao tempo decorrido é considerado. Caso contrário, se um volume menor de recursos foi utilizado, o incremento considerado para o argumento **t** da função **Vp** é menor que 1 período e calculado em função da produção realizada no período, como descrito na subseção 2.3.

A modelagem da curva de Hubbert é uma entrada essencial para o modelo desenvolvido, visto que é o limitador da produção de petróleo ao longo do tempo do empreendimento, afetando diretamente a decisão sobre quantidade de poços a serem perfurados.

### 2.3. Descrição do problema de planejamento da perfuração de poços para um empreendimento de Exploração & Produção de petróleo

O objetivo desta subseção é formalizar o modelo matemático estocástico proposto para o problema tratado.

Um empreendimento de Exploração & Produção de petróleo tem um horizonte de **T** anos. A cada ano **t**, para **t = 1,..., T**, deseja-se decidir o número de poços a serem perfurados de modo a maximizar o lucro total acumulado. Para **t = 1,..., T**, é dado um custo fixo de operação do bloco $\mathbf{CF_t}$, assim como uma curva de produção **H(r)**, tal que **H(r+1) – H(r)** representa a quantidade máxima de petróleo produzida em um período quando a quantidade de petróleo produzida nos períodos anteriores é **H(r).** Neste caso, **r** pode ser entendido como o avanço acumulado na curva de produção, que não necessariamente corresponde ao tempo real decorrido. Neste trabalho, a curva de produção utilizada é a Curva de Hubbert.

O preço do petróleo $\mathbf{P_t}$ é uma variável aleatória que segue o processo estocástico MGB com reversão para média, cujos parâmetros preço médio de longo prazo ($\bar{x}$), velocidade de reversão para média (**η**), e volatilidade do preço (**σ**) são dados de entrada, conforme a subseção 2.1.

Em cada ano **t**, para **t = 1,..., T**, deseja-se definir o número $\mathbf{a_t}$ de perfurações realizadas, sendo $\mathbf{a_t} \in \{0, 1,..., A\}$, onde **A** é um dado de entrada. Cada poço perfurado pode ter sucesso ou não em produzir petróleo, sendo $\mathbf{s_t}$ o número de sucessos ocorridos nas $\mathbf{a_t}$ perfurações. A probabilidade de sucesso da primeira perfuração é dada por **PS**, sendo que a cada sucesso esta probabilidade aumenta em **IS** para a próxima perfuração, e no caso de fracasso, reduz de **DS**, gerando a probabilidade de sucesso atualizada do período **PA.**

Cada poço com perfuração bem sucedida permanece produzindo uma quantidade de petróleo **Q**, desde o ano em que foi perfurado até o final do horizonte. Sendo $\boldsymbol{LP_t} = \boldsymbol{Q}\sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\boldsymbol{t}} \boldsymbol{s_k}$ a capacidade de produção dos poços perfurados com sucesso até o período **t**, a quantidade $\mathbf{Q_t}$ produzida no período **t** é dada pelo mínimo entre $\boldsymbol{LP_t}$ e o limite dado pela curva de produção. Toda a quantidade de petróleo produzida no ano **t** é vendida ao preço $\mathbf{P_t}$. Além disso, cada perfuração incorre em um custo **CP** no ano em que ela ocorreu.

Deseja-se encontrar uma estratégia de perfuração adaptativa (ou seja, onde cada decisão pode ser tomada em função dos resultados dos períodos anteriores) que maximize o lucro total acumulado dado por $\sum_{\boldsymbol{t=1,\dots,T}} \boldsymbol{LT_t}$, onde $\boldsymbol{LT_t} = (\boldsymbol{Q_t P_t} - (\boldsymbol{CP\, a_t} + \boldsymbol{CF_t}))$, $\mathbf{Q_t}$ dado por $\mathbf{min}\{\boldsymbol{LP_t},\ \boldsymbol{H(r+1)} - \boldsymbol{H(r)}\}$ e $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{H^{-1}}\,(\sum_{\boldsymbol{k=1}}^{\boldsymbol{t-1}} \boldsymbol{Q_k})$.

### 2.4. Definição do estado do sistema

Tomando como base o modelo descrito anteriormente, foram definidos 4 parâmetros fundamentais que compõem o estado do sistema. Estas variáveis servem como indexadores das células da tabela da programação dinâmica estocástica e como balizadoras para definição das estratégias de perfuração, uma vez que representam toda memória do sistema em um dado instante. Para um dado período de tempo **t**, estas variáveis são**:** preço do petróleo, probabilidade de sucesso da perfuração, número de sucessos acumulados nas perfurações e a quantidade de petróleo acumulada extraída da reserva.

O preço do petróleo atual afeta o preço futuro visto que o MGB com reversão para média determina a distribuição da variação do preço. A probabilidade de sucesso atual afeta as futuras, dado que um sucesso aumenta esta probabilidade para próxima perfuração e um fracasso diminui. Por fim, o número de sucessos acumulados define a quantidade máxima extraída em 1 ano e a quantidade total extraída define avanço acumulado na curva de produção.

## 3. Algoritmo de Simulação

*Para cada iteração da simulação*
    *Para cada período de tempo t*
        *Gerar o preço do petróleo $P_t$ segundo a distribuição do modelo de previsão*
        *Definir $a_t$ conforme estratégia de perfuração*
        *Para cada poço perfurado*
            *Se não ocorreu perfuração então*
                *PA não se altera*
            *Senão, se ocorreu perfuração então*
                *Simular resultado da perfuração com PA*
                *Se ocorreu fracasso então*
                *PA = PA - DS*
                *Senão, Se ocorreu sucesso então*
                *PA = PA + IS*
                $s_t = s_t + 1$
                *Fim se*
            *Fim se*
        *Fim Para*
        $Q_t = Q \sum_{k=1}^{t} s_k$
        $r = H^{-1} (\sum_{k=1}^{t-1} Q_k)$
        *Se* $Q_t > H(r) - H(r-1)$ *então*
            $Q_t = H(r) - H(r-1)$
        *Fim se*
        *Descontar $Q_t$ do Total de petróleo disponível na reserva*
        *Saídas Financeiras =* $CP\ a_t + CF_t$
        *Entradas Financeiras =* $Q_t P_t$
        *Lucro do período = Entradas Financeiras – Saídas Financeiras*
        *Atualizar $LT_t$ com o Lucro do período*
    *Fim Para*
*Fim Para*

## 4. Algoritmo de Otimização

### Algoritmo principal:

Seja $\boldsymbol{LT_t^*}$ o lucro acumulado esperado ótimo de **t** até **T** e dado que cada estado **i** do problema é definido por uma quádrupla ($\boldsymbol{P_t}$, **PA**, $\boldsymbol{s_t}$, **r**), o algoritmo consiste na iteração em todos os períodos (do ultimo para o primeiro, ou seja, **t = T,..., 0**) e em todos os estados existentes, executando recursivamente:

*Para cada poço perfurado $a_t$ de 0 até A*
*Aux =* ***Calcular ganho*** *para a ação $a_t$ no estado i*
*Para cada estado j seguinte da transição*
***Calcular probabilidade de transição de i para j*** *com ação $a_t$*
*Aux = Aux + $LT^*_{t+1}$ (prob. de transição de i para j com $a_t$)*
*Fim para*
*Se Aux é o maior até o momento, então:*
*$LT^*_t$ = Aux*
*Guardar $a_t$ geradora de $LT^*_t$*
*Fim se*
*Fim para*

**Calculo do ganho (depende essencialmente do estado i e da ação $a_t$):**
*$LT_t$ = 0*
*Para cada quantidade $s_t$ de sucessos possível na perfuração (de 0 até $a_t$)*
*Calcular probabilidade de $s_t$*
$r = H^{-1}(\sum_{k=1}^{t-1} Q_k)$
$Q_t = min\{Q \sum_{k=1}^{t} s_k, H(r+1) - H(r)\}$
*Se $a_t$ = 0 ou t = T, então*
*$LT_t$ = $LT_t$ + (probabilidade de $s_t$) (- $CF_t$ + ($Q_t P_t$))*
*Senão*
*$LT_t$ = $LT_t$ +(probabilidade de $s_t$) ((- $CF_t$ – (CP $a_t$)) + ($Q_t P_t$))*
*Fim se*
*Fim para*
*Retorna $LT_t$*

O cálculo da **probabilidade de $s_t$** depende da quantidade de perfurações $a_t$ e quantidade de sucessos $s_t$ decorrentes das mesmas. Conforme a seqüência de perfurações acontece no período, a probabilidade de sucesso **PA** é atualizada com **IS** se sucesso e **DS** se fracasso. Sendo assim, a probabilidade de $s_t$ é calculada pela soma das probabilidades de todas as combinações de sucessos e fracassos que resultam na quantidade de sucessos atual. Para cada combinação, a probabilidade é dada pelo produto das probabilidades individuais dos sucessos e fracassos.

**Calculo da probabilidade de transição de estado i para j com ação $a_t$:**

O cálculo da probabilidade de transição é composto pelo produto de duas probabilidades, dado que são decorrentes de eventos independentes: a probabilidade de se obter a probabilidade de sucesso do estado **j**, e a probabilidade do preço do petróleo assumir o valor do estado **j**, dado que o estado atual é **i**.

O cálculo da probabilidade associada à probabilidade de sucesso é realizado da mesma forma que o da probabilidade de $s_t$ citado acima. Já o cálculo da probabilidade associada ao preço do petróleo é realizado através da distribuição deste preço, que é Lognormal com valor esperado e variância calculada a partir do MGB com reversão para média, considerando que o preço anterior é o do estado **i**. Neste caso, se $\boldsymbol{P_i}$ e $\boldsymbol{P_j}$ são os preços do petróleo nos estados **i** e **j** respectivamente, é calculada a probabilidade do preço no ano seguinte estar na faixa [ $\boldsymbol{P_J - \Delta P/2}$, $\boldsymbol{P_J + \Delta P/2}$ ] dado que o preço no ano atual é $\boldsymbol{P_i}$, onde $\boldsymbol{\Delta P}$ é a granularidade da discretização do preço.

## 5. Resultados

Esta seção descreve os resultados da aplicação dos algoritmos de simulação e otimização para uma instância baseada em dados reais. No que diz respeito à simulação, serão definidas 3 políticas simples de perfuração e serão comparados e analisados os histogramas resultantes da simulação para cada uma delas. Já para otimização, conforme Medina et al. (2007), deverá ser

encontrado o valor esperado ótimo do lucro acumulado para a instância resolvida, o que caracteriza um investidor neutro em relação ao risco.

Com os resultados da otimização simularemos também a estratégia de perfuração obtida através da programação dinâmica estocástica buscando compará-la às demais estratégias, fornecendo ao decisor uma referência para seu processo de tomada de decisão também no que diz respeito à análise de risco.

No trabalho com os resultados provenientes das duas técnicas, vale ressaltar que a programação dinâmica estocástica fornece o valor esperado exato do lucro acumulado. Porém, este valor apresenta um erro devido à discretização, enquanto que a simulação não possui erro de discretização, mas é uma estimativa que possui um erro de randomização associado.

### 5.1. Instância do problema

Para estudo do problema proposto, os dados da instância utilizada foram estimados tendo como referência um bloco *onshore* de concessão fornecida pela ANP para uma empresa de exploração e produção de petróleo caracterizada como de pequeno ou médio porte.

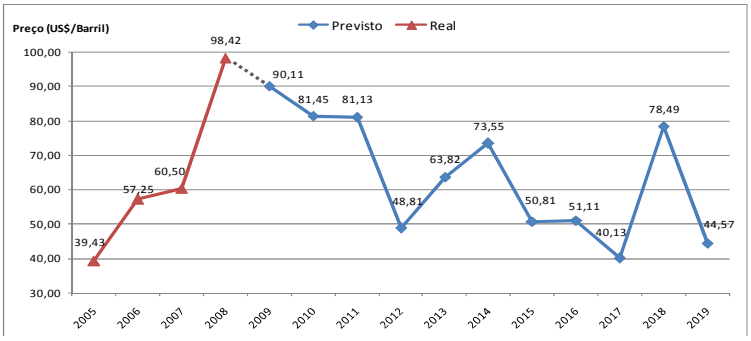
Seguem abaixo os dados gerais da instância do problema:

| Nome da Variável | Notação | Valor |
|---|---|---|
| Período (anos) | T | 15 |
| Probabilidade Inicial | PS | 0,3 |
| Custo Fixo / período (US$) | $CF_t$ | 600.000,00 |
| Custo Operacional Médio / Poço (US$) | CO | 1.350.000,00 |
| Produção Média / Poço (barris) | Q | 36.000,00 |
| Nº Máximo de poços perfurados / período | A | 2 |
| Incremento de probabilidade com sucesso | IS | 0,10 |
| Decréscimo de probabilidade com fracasso | DS | 0,10 |

Em relação à otimização, seguem abaixo os valores das variáveis de estado considerados para o estado inicial do problema, assim como as características de discretização destas variáveis no modelo:

| Nome da Variável | Notação | Estado Inicial | Discretização das variáveis | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | Mínimo | Máximo | Variação |
| Preço do Petróleo (US$) | $P_t$ | 60,00 | 30,00 | 120,00 | 5,00 |
| Probabilidade de Sucesso | PA | 0,3 | 0,00 | 1,00 | 0,10 |
| Número acumulado de sucessos | $s_t$ | 0 | 0 | 28 | 1 |
| Tempo na Curva de Hubbert (anos) | r | 0 | 0 | 14 | 0,5 |

Para que o desenvolvimento do modelo de previsão do preço do petróleo foi necessário o histórico desta variável para gerar as previsões futuras. Estes dados foram obtidos através do site *US Energy Information Administration*, tendo como referência o petróleo *United Kingdom Brent Blend* (38° API) com o valor nominal anual no período de 1979 a 2008. Segue abaixo o exemplo de uma previsão gerada por este modelo, cujos parâmetros são $\boldsymbol{\eta = 0,1386}$, $\boldsymbol{\ln \bar{x} = 3,73}$ e $\boldsymbol{\sigma = 0,21}$:




É utilizado **H(r)** igual à Curva de Hubbert acumulada, dada por **Vp(r)**, onde **U = 2.000.000 de barris**, $\mathbf{t_m = 8}$ **anos** e **a = 0,5**.

### 5.2. Resultados da simulação

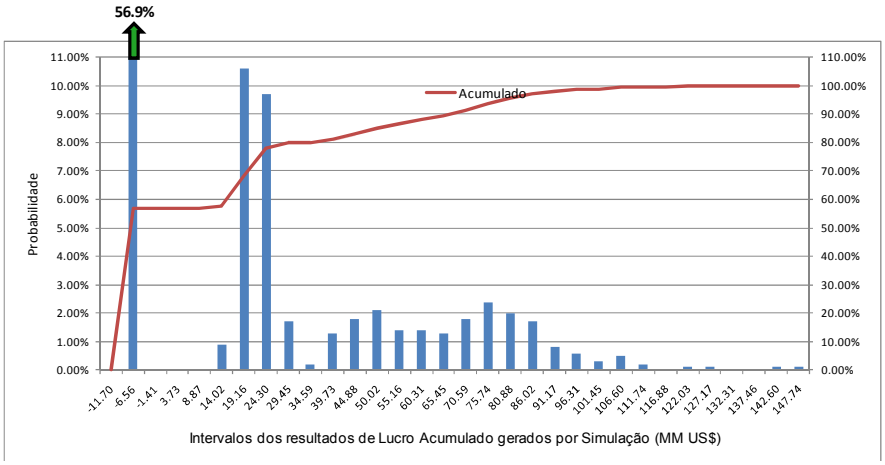
No que diz respeito ao modelo de simulação, foram definidas 3 estratégias de perfuração simples, variando conforme ao grau de aceitabilidade de riscos. Sendo assim, a simulação foi executada três vezes, uma vez para cada perfil.

Tendo como referência Schriber (1974), em cada simulação foram realizadas 1000 iterações, cada uma resultando em um valor de lucro acumulado para um conjunto de decisões referente ao número de poços a serem perfurados por período. A partir destes resultados, foi obtida a média e o desvio padrão para esta variável. Em seguida, estes 1000 resultados foram usados como entrada para o software *Input Analyzer*, que gerou o histograma da variável simulada para cada um dos perfis.

Segue abaixo a descrição de cada um dos perfis no que diz respeito aos critérios de preço e probabilidade de sucesso para definição da quantidade de poços a ser perfurada em cada período, assim como aos respectivos resultados obtidos por simulação.

#### 5.2.1. Perfil conservador em relação à decisão pela perfuração

- Preço do petróleo: Para perfurar, o faturamento reduzido de 20% (critério conservador) com produção média de 1 poço de **t** a **T** ao preço $\boldsymbol{P_t}$ deve superar seu custo de perfuração.
- Probabilidade de sucesso: Se menor que a probabilidade inicial, nenhum poço é perfurado no período, se está entre a probabilidade de sucesso inicial e 90% perfura-se 1 poço, e se for maior ou igual a 90% perfura-se 2 poços no período.
- Média do Lucro Acumulado (US$): 11.246.398,28
- Desvio padrão do Lucro Acumulado (US$): 32.001.331,40
- Histograma gerado pelo software *Input Analyzer*:

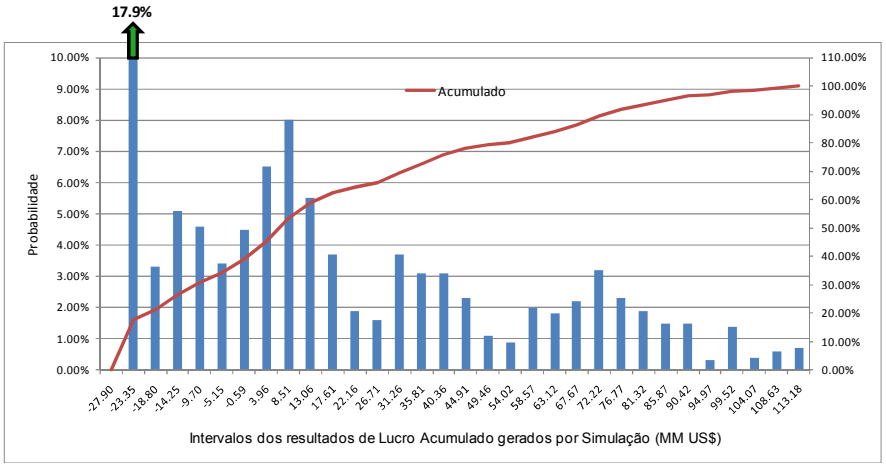



É possível observar que aproximadamente 57% dos valores simulados para o lucro acumulado foram negativos (entre -11,7 e -1,41 MM US$), o que mostrou que o perfil conservador não foi atrativo do ponto de vista econômico-financeiro, dado que possui elevado risco financeiro. Vale ressaltar que o perfil de decisão pela perfuração é diferente do perfil do risco financeiro associado ao empreendimento.

#### 5.2.2. Perfil mediano em relação à decisão pela perfuração

- Preço do petróleo: Para perfurar, o faturamento com produção média de 1 poço de t a T ao preço $\boldsymbol{P_t}$ deve superar seu custo de perfuração.

- Probabilidade de sucesso: Se maior que 0% e menor que 50% perfura-se 1 poço, senão 2.
- Média do Lucro Acumulado (US$): 15.602.016,11
- Desvio padrão do Lucro Acumulado (US$): 36.971.461,2
- Histograma gerado pelo software *Input Analyzer*:

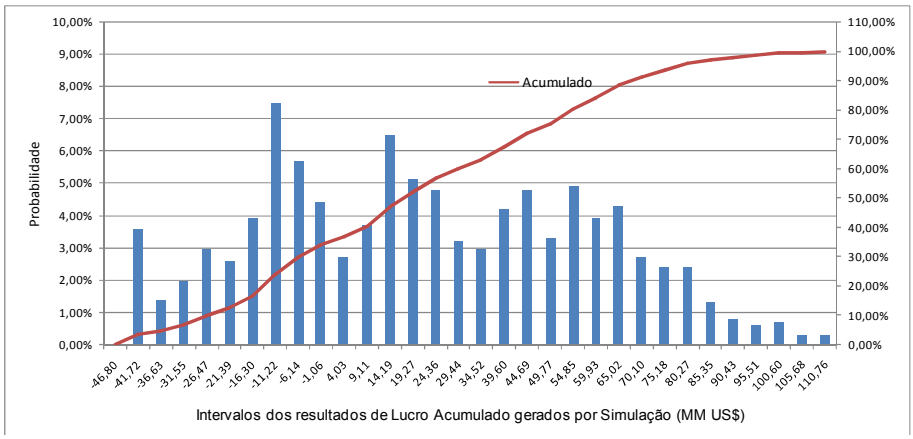



Em relação ao perfil conservador, é possível observar uma probabilidade menor dos valores simulados para o lucro acumulado serem negativos (aproximadamente 39%, contra 57% no caso conservador), o que mostra uma maior atratividade desta estratégia de perfuração no que diz respeito à análise do risco agregado.

Por conseqüência, observa-se que aproximadamente 35% dos valores de lucro acumulado são maiores que 25 MM US$ no caso mediano, enquanto que no caso conservador representam 20% para a mesma referência. Este melhor desempenho também é retratado pela comparação do formato das curvas acumuladas, onde o caso conservador possui uma concentração maior de valores no sentido negativo do eixo inferior.

### 5.2.3. Perfil arrojado em relação à decisão pela perfuração

- Preço do petróleo: qualquer, sem nenhuma limitação.
- Probabilidade de sucesso: Sempre é perfurado o número máximo possível de poços (para a instância do problema, 2 poços), desde que a probabilidade seja maior que 0%.
- Média do Lucro Acumulado (US$): 19.629.426,49
- Desvio padrão do Lucro Acumulado (US$): 35.909.408,60
- Histograma gerado pelo software *Input Analyzer*:



Apresenta probabilidade dos valores simulados para o lucro acumulado serem negativos um pouco menor em comparação com o perfil mediano (35% contra 39% do mediano). Entretanto, a média do lucro acumulado é significativamente maior do que nos perfis mediano e conservador (19,6 MM US$, contra 15,6 MM US$ do mediano e 11,2 MMUS$ do conservador), o que mostra que a instância favorece um perfil de investidor arrojado, ou seja, que tenha uma maior tendência pela decisão da perfuração sem maiores influências do cenário.

Entretanto, pelo fato desta estratégia arrojada perfurar o máximo de poços possível, esta apresenta um elevado custo operacional associado, o que é retratado na comparação dos valores de lucro acumulado na faixa de 90% a 100% da probabilidade acumulada (10% maiores valores) para estes dois perfis, onde o perfil arrojado tem valores entre 65 e 110 MM US$ enquanto que o perfil mediano tem valores entre 76 e 113 MM US$.

### 5.3. Resultados da otimização

Diferente do modelo de simulação, que reproduz os resultados das perfurações para cada iteração, o modelo de otimização, através da programação dinâmica estocástica, tem o foco na maximização do valor esperado do lucro acumulado. Sendo assim, para o cálculo do valor esperado do ganho de cada solução parcial em cada período, faz-se necessário que sejam considerados todos os resultados possíveis provenientes das transições para todos os estados existentes, ou seja, para todas as combinações entre variáveis de estado.

Visto o caráter combinatorial do problema conforme o exposto acima, dependendo do número de estados existentes para a instância, que é decorrente do grau de discretização das variáveis de estado, a resolução do problema pode exigir um esforço computacional considerável.

Seguem abaixo as informações provenientes do resultado da execução do modelo de otimização implementado:

- Características do computador: Pentium 4 - 3GHz de processamento - 2GB de RAM
- Número de Estados: 175.769
- Tempo de processamento: 99hs: 40min: 52segs (aproximadamente 4 dias)
- Lucro Acumulado Esperado: US$ 24.147.114,37

No que diz respeito ao esforço computacional, ao comparar a instância do problema com outra semelhante, mas que possui 120.050 estados e tempo de processamento de 47hs: 24min: 18segs (aproximadamente 2 dias), pode-se observar que o aspecto combinatorial da discretização das variáveis impacta direta e significativamente no esforço computacional exigido para resolução da instância, dado que aproximadamente 45% a mais no número de estados acarretou no dobro de dias de processamento.

Para que os resultados do modelo de otimização possam ser comparados com os perfis obtidos anteriormente na simulação, será realizada uma simulação com a estratégia de perfuração definida pela política ótima de perfuração gerada pelo modelo de otimização, na qual serão utilizadas as ações de cada período que maximizaram o valor do lucro acumulado esperado.

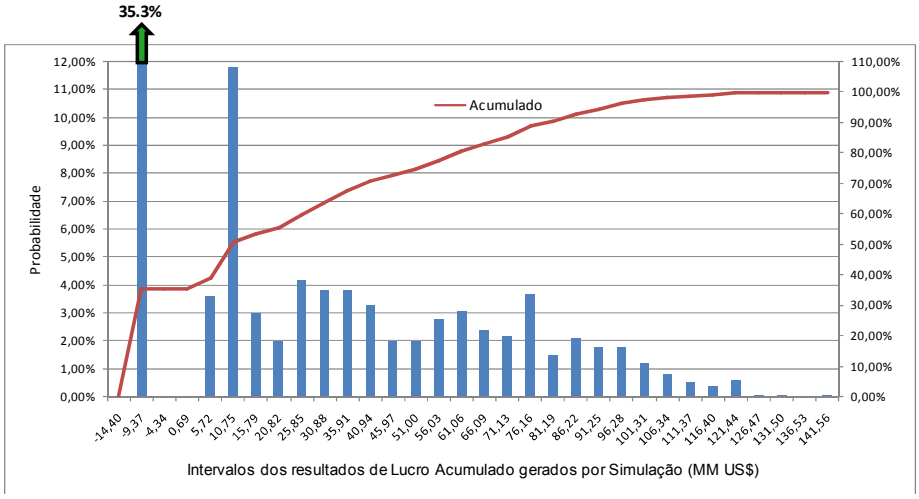
### 5.4. Resultados da simulação com otimização da estratégia de perfuração

Nesta simulação, a partir dos valores de cada uma das quatro variáveis de estado em cada iteração é montado o estado correspondente no modelo de otimização, tornando possível buscar nele qual ação foi escolhida para ser realizada no período em questão para este estado, de maneira que o lucro acumulado seja maximizado. Com isso, o modelo de otimização informa a quantidade que deve ser perfurada para cada estado atingido na simulação, que por sua vez irá reproduzir os resultados destas perfurações segundo a estratégia ótima de perfuração.

Seguem abaixo os resultados da simulação:

- Média do Lucro Acumulado (US$): 22.634.675,89
- Desvio padrão do Lucro Acumulado (US$): 37.362.637,00

- Histograma gerado pelo software *Input Analyzer*:




Na comparação da simulação com decisões da otimização com o perfil arrojado, observa-se aproximadamente a mesma quantidade de valores negativos (35%), porém valores positivos de módulo bem maior. Isto pode ser exemplificado pela comparação dos valores de lucro acumulado na faixa de 90% a 100% da probabilidade acumulada (10% maiores valores) para estes dois perfis, visto que no arrojado obtém-se um intervalo entre 65 e 110 MM US$, enquanto que na simulação com decisões da otimização o intervalo é entre 80 e 142 MM US$.

Este comportamento pode ser explicado pelo fato do perfil arrojado perfurar em grandes quantidades, gerando maior estabilidade no número de sucessos no longo prazo, porém com alto custo. Já na simulação com ações definidas pela otimização as decisões são mais criteriosas por buscarem o ganho ótimo, gerando uma quantidade menor de perfurações, e por conseqüência, maior chance de insucessos gerarem valores mais baixos de lucro acumulado ao longo do projeto. Entretanto, na relação entre sucessos e insucessos provenientes das decisões que maximizam o lucro acumulado esperado, os valores positivos são bem mais significativos, uma vez que os ganhos são otimizados.

Dos perfis de tomador de decisão simulados, o que mais se aproximou do lucro acumulado médio da simulação com decisões da otimização foi o arrojado (respectivamente, US$ 22,6 MM contra US$ 19,6 MM), o que confirma que a instância favorece um perfil de decisor arrojado no que diz respeito à decisão pela perfuração.

Ao comparar a media do lucro acumulado US$ 22.634.675,89 gerada pela simulação com decisões da otimização, com o ganho ótimo esperado US$ 24.147.114,37 gerado pelo método de otimização, comprova-se que os dois métodos estão bem alinhados entre si, visto que a diferença de US$ 1.512.438,48 (aproximadamente 6% do valor simulado) é decorrente do erro de discretização do método de otimização somado ao erro de randomização do método de simulação.

## 6. Conclusão

No presente trabalho foi desenvolvido um modelo matemático estocástico para o problema de perfuração de poços de petróleo, sendo analisados os resultados dos métodos de simulação e otimização isoladamente e em conjunto, através da utilização das decisões ótimas geradas pelo método de otimização na definição da estratégia de perfuração da simulação.

Diante destes resultados, a abordagem conjunta de simulação e otimização foi comprovada como viável e, além disso, mais adequada para resolução do problema proposto, uma vez que fornece ao tomador de decisão a associação das vantagens dos dois modelos. Através do modelo de otimização é possível definir a estratégia de perfuração ótima para cada

estado possível da instância do problema, e utilizar este conjunto de decisões como entrada para a simulação, permitindo avaliar os resultados da otimização do ponto de vista do risco associado, além de usá-los como referência para avaliação de posturas mais agressivas ou conservadoras no que diz respeito à definição da estratégia de perfuração.

Esta abordagem conjunta amplia a base de informações para a tomada de decisão, aumentando a capacidade de avaliação do decisor e permitindo-o olhar o problema de maneira agregada no que diz respeito à otimização e análise quantitativa de riscos, o que não seria possível se os modelos fossem utilizados de maneira independente.

Como sugestões para trabalhos futuros, algumas simplificações da modelagem poderiam ser retiradas para a resolução do problema de forma mais detalhada, como o tratamento diferenciado entre óleo e gás natural, as diferenças entre os tipos e profundidades de poços, o detalhamento dos custos fixos e variável, além do abandono e retomada da produção na estratégia de perfuração.

## 7. Referências Bibliográficas

**Bertrand, J. W. M. e J. C. Fransoo** (2002). Operations management research methodologies using quantitative modeling. International Journal of Operations & Production Management. v.22. n.2. pp.241-264.

**Booth, W., G. Colomb, et al.** (2008). A arte da pesquisa. São Paulo, Martins Fontes.

**Brealey, R. e S. Myers** (2003). Principles of Corporate Finance. New York, McGraw Hill.

**Bryman, A e E. Bell (2007).** Business research methods. 2.ed. Oxford University Press.

**Dixit, A. e R. Pindyck** (1994). Investment under Uncertainty. Princeton, NJ, Princeton University Press.

**Ferreira, D.** (2005). Curva de Hubbert: Uma Análise das Reservas Brasileiras de Petróleo. Programa de Pós-Graduação em Energia. São Paulo, Universidade de São Paulo. Mestrado.

**Hanson, F. B.** (1996). Techniques in Computational Stochastic Dynamic Programming. Chicago, University of Illinois.

**Hammresley, J. M. e D. C. Handscomb** (1964). Monte Carlo Methods. Londres, Methuen & Co.

**Lucena, B. R. e L. J. Lustosa** (2007). Abordagem Bayesiana para avaliação do risco geológico na exploração de petróleo e gás. ENEGEP. Foz do Iguaçu - PR.

**Medina, J. A., G. Riaño, et al.** (2007). A Dynamic Programming Model for Structuring Mortgage Backed Securities. Los Andes, Universidad de los Andes.

**Pacheco, M. A. e M. M. Vellasco** (2007). Sistemas Inteligentes de Apoio à Decisão. Análise Econômica de Projetos de Desenvolvimento de Campos de Petróleo sob Incerteza. Rio de Janeiro, Interciência.

**Pengden** (1990). Introduction to Simulation using SIMAN. São Paulo, McGraw Hill.

**Pindyck, R.** (1998). The long-run evolution of energy prices. Cambridge, Massachusetts Institute of Technology.

**Pinedo, M. L.** (2008). Scheduling. Theory, Algorithms and Systems. New York, Prentice Hall.

**Ribas, G. P.** (2008). Modelo de Programação Estocástica para o Planejamento Estratégico da Cadeia Integrada de Petróleo. Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio. Rio de Janeiro, PUC-Rio. Mestrado.

**Robelius, F.** (2007). Giant Oil Fields – The Highway to Oil. Giant Oil Fields and Their Importance for Future Oil Production. Faculty of Science and Technology. Uppsala, Uppsala University. Doutorado.

**Schriber, T. J.** (1974). Simulation using GPSS. New York, John Wiley & Sons, Inc.

**Silva, B. N., L. L. Gomes, et al.** (2006). Análise de Risco de Projetos de Desenvolvimento de Produção Marítima de Petróleo: Um Estudo de Caso. Brazilian Business Review. 3: 229-244.

**Túpac, Y. J., M. M. R. Vellasco, et al.** (2002). Planejamento e Otimização do Desenvolvimento de um Campo de Petróleo por Algoritmos Genéticos. ENEGEP. Curitiba - PR.