UM PROBLEMA DE ROTEAMENTO DINÂMICO, COM TEMPOS DE VIAGEM ESTOCÁSTICOS, MÚLTIPLOS VEÍCULOS E JANELAS DE TEMPO.

Douglas Moura Miranda
Universidade Federal de Minas Gerais
Belo Horizonte – MG – Brasil
douglas.miranda@gmail.com

Samuel Vieira Conceição
Universidade Federal de Minas Gerais
Belo Horizonte – MG – Brasil
svieira@dep.ufmg.br

RESUMO

A atribuição e o planejamento de rotas de veículos é um problema crucial de administração. No ambiente real, a variabilidade está sempre presente. Este artigo considera um problema de roteamento de veículo com tempos de viagem estocásticos e janelas de tempo, no qual um veículo que não respeite a janela de um cliente recebe uma penalidade. Isto permite avaliar as rotas baseando-se na incerteza envolvida. O modelo com tempos de viagem estocásticos é comparado com um modelo determinístico. Também são realizados experimentos comparando instâncias capacitadas e não capacitadas, com janela de tempo e sem janela de tempo.

PALAVRAS CHAVE. Roteamento de Veículos, Tempos de Viagem Estocásticos, Problemas Dinâmicos. Área de classificação principal (Logística & Transportes).

ABSTRACT

Assigning and scheduling vehicle routes in a stochastic time dependent environment is a crucial management problem. In a real-life environment, the variability is always present. This paper considers vehicle routing problems (VRPs) with stochastic travel times and time windows; in which vehicle incur a penalty when the time windows are not respected. This allows for an evaluation of the routes based on the uncertainty involved. The stochastic travel time model is compared with a deterministic model. Experiments comparing capacitated and uncapacitated instances, with and without time windows are also tested.

KEYWORDS. Vehicle routing, Stochastic travel times, Dynamic Problems. Main area (Logistics & Transportation).

1. Introdução

A atribuição e o planejamento de rotas de veículos é um problema crucial em logística. No ambiente real, a variabilidade está sempre presente e impacta o nível e custo do serviço oferecido aos clientes. Este artigo considera um problema de roteamento de veículos com tempos de viagem estocásticos e janelas de tempo, incluindo penalidades por violação na janela de tempo. Isto permite avaliar as rotas baseando-se na incerteza envolvida. O modelo com tempos de viagem estocásticos é comparado com um modelo determinístico. Também são realizados experimentos comparando instâncias capacitadas e não capacitadas, com janela de tempo e sem janela de tempo.

A principal contribuição deste trabalho está em desenvolver uma estratégia para lidar com o grau de incerteza da duração das rotas dos veículos, atender as janelas dos clientes e maximizar o lucro do sistema logístico, aplicado ao contexto de uma empresa de manutenção terceirizada que possui contratos de manutenção corretiva planejada com seus clientes.

O objetivo principal é desenvolver e avaliar um modelo do PRV capacitado, dinâmico, com janelas de tempo e com tempos de viagens estocásticos, mediante um nível de serviço estabelecido pela empresa para atendimento a demanda dos clientes no tempo determinado.

O problema aplicado neste artigo pode ser classificado como sendo dinâmico do tipo re-otimização, onde há 2 modelos: um determinístico e outro estocástico.

O presente artigo está dividido em 9 partes. O capítulo 1 descreve a introdução. O capítulo 2 retrata uma evolução atual de trabalhos de referência sobre o PRV e situa o trabalho deste artigo. O capítulo 3 traz a metodologia adotada neste trabalho. No capítulo 4 é mostrado o modelo matemático, no capítulo 5 o modelo de simulação, e no capítulo 6 é descrito o estudo de caso. Os capítulos 7 e 8 referem-se aos resultados e conclusões respectivamente. No capítulo 9 encontra-se a bibliografia.

2. Estado da Arte

O problema de roteamento de veículos (PRV) é um dos temas mais discutidos na literatura tanto pela grande quantidade de modelos existentes, quanto pela importância do roteamento nos custos logísticos das empresas. Uma das abordagens mais simples envolve o PRV estático. Segundo Larsen (2000) o PRV estático assume que todas as informações relevantes são conhecidas antes do início do processo de roteamento e também não há alteração das informações relevantes depois de iniciado o processo de roteamento.

Em muitas aplicações reais, o sistema muda freqüentemente e os conceitos de PRV estático não são suficientemente robustos. Os modelos dinâmicos representam a realidade de forma mais próxima que os modelos estáticos (Rekersbrink 2009). As informações referentes ao problema, como novos pedidos, cancelamento de entregas e coletas, alteração nos tempos e custos de trechos, mudam a todo instante. Considerar esta dinâmica na solução do problema pode ser essencial na redução dos custos envolvidos em um processo do mundo real (Alvarenga, 2005). Entretanto, o número de trabalhos desenvolvidos considerando o problema de roteamento de veículos dinâmico (PRVD) é bem mais reduzido, comparado ao caso estático. As principais características do modelo dinâmico são: i) Coleta e entrega: dependendo do tipo de serviço, poderá haver a necessidade de coletar a encomenda primeiro, geralmente no depósito central; ii) Conhecimento das demandas: o conhecimento de novas demandas pode ocorrer em tempo real ou em intervalos específicos e iii) Atualização Cíclica ou em Tempo Real: novos pedidos, novas variáveis ou restrições podem surgir a qualquer momento. Alguns estudos de referência destes casos são Psaraftis (1998) e Savelsbergh (1998). Para Vianna (2007), um aspecto não trivial em problemas dinâmicos é o tratamento da função objetivo. Para simplificar, geralmente considera-se o problema dinâmico como uma seqüência de problemas estáticos. Outra variante do PRV se

refere ao caso onde o problema apresenta algumas variáveis sujeitas a distribuições de probabilidade, conhecido como o PRV estocástico. Este tipo de PRV, segundo Gao & Chabini (2006) é fundamental para aplicações práticas no campo de telecomunicações e transporte. Podem existir três tipos de PRV com variáveis estocásticas (Haugland et. al. 2007): i) Clientes: dentre um conjunto, cada cliente tem a probabilidade de solicitar um serviço ou não; ii) Demanda: a demanda de cada cliente é variável. Neste caso, Bertsimas (1992) cita que o PRV determinístico é bem comentado na literatura, enquanto a abordagem para o caso estocástico é mais real e prático, mas pouco difundido e iii) Tempo: a variabilidade no tempo de transporte pode estar a relacionado a diversos fatores, tais como o tempo, acidentes, trecho em obras ou grandes eventos (Laporte et. al. 1992). Uma extensa revisão sobre estes 3 tipos de PRV estocásticos é feita por Gendreau M. (1996) que mostra algumas maneiras de modelá-los matematicamente.

Um problema similar ao visto neste artigo foi estudado por Laporte (1992), onde os tempos de viagem assim como os tempos de atendimento são aleatórios. Uma vez que a rota é planejada, os valores assumidos pelas variáveis aleatórias são conhecidos, sendo possível computar a duração real da rota para estes valores. Os veículos recebem uma penalidade proporcional ao tempo em que a rota efetivamente realizada pelo veículo excede um tempo previamente especificado. Ainda segundo Laporte (1992), tais problemas ocorrem freqüentemente em contextos onde os motoristas devem ser pagos por horas extras. A principal diferença deste artigo para o de Laporte é que existe janela de tempo e a possibilidade de que uma penalidade seja aplicada é avaliada para cada arco e não apenas para a rota total do veículo. Laporte modela a função objetivo para maximizar o lucro e o custo do veículo é fixo. Aqui, a função objetivo é maximizar o lucro e o custo do veículo pode ser fixo ou variável.

3. Metodologia

Os dados foram obtidos do banco de dados de uma empresa do setor de manutenção terceirizada e validados com os gerentes da área de logística. Foram geradas distribuições de probabilidade para: quantidade de clientes que solicitam agendamento no dia, localização dos clientes, o tempo médio de viagem entre os clientes, o desvio padrão destes tempos de viagens, a demanda de cada cliente, início e final das janelas de tempo para cada cliente.

Também foram coletados dados referentes ao tempo de atendimento, lucro unitário por produto, preço cobrado de cada cliente, etc. Realizou-se uma análise de sensibilidade em que vários cenários são gerados com o objetivo de avaliar as melhores alternativas.

Foram elaborados 2 modelos: um determinístico e outro estocástico. O modelo estocástico considera a natureza fortemente probabilística dos tempos de viagem. Assim, a empresa deseja que uma vez definida as rotas a serem percorridas pelos veículos, tenha-se um grau de certeza de que a rota será concluída respeitando-se as janelas dos clientes. Esta certeza é tratada como um nível de serviço desejado pela empresa. Isto ocorre, pois uma vez que os clientes estão agendados, a prestação do serviço fora da janela implica numa multa a ser paga pela empresa.

Foi utilizado como otimizador o Glpsol/ GUSEK (GLPK *Under Scite Extended Kit*, 2008) que inclui as funções padrões da biblioteca GLPK. O algoritmo foi desenvolvido utilizando-se o Delphi (*Borland Developer Studio* 2006) como ambiente de programação e sua linguagem natural, o Pascal.

O algoritmo feito no Delphi é responsável pela otimização dinâmica. Sempre que um cliente solicita agendamento, ele inclui os dados do cliente no modelo estático do GLPK e executa-o para gerar as rotas. Como o tempo decorrido entre as solicitações de agendamento dos clientes é significativamente grande, há tempo para que a cada solicitação de um cliente, o modelo do GLPK seja re-executado, por isto o modelo dinâmico ser classificado como do tipo re-otimização.

O algoritmo de otimização dinâmica determinístico e o estocástico são basicamente os mesmos, exceto pelo fato de que o estocástico checa se as rotas geradas pelo GLPK satisfazem o nível de serviço definido pela empresa. O algoritmo dinâmico armazena em matrizes todos os agendamentos feitos e as rotas encontradas em ambos os modelos. Então simula-se as rotas atribuindo-se valores para os tempos de viagem, gerados a partir de variáveis aleatórias segundo uma função distribuição de probabilidade normal. Esta etapa de simulação permite comparar os 2 modelos (determinístico e estocástico).

4. O Modelo de Programação Linear Inteira Mista

Seja G = (V, E) um grafo não direcionado onde $V_0 = \{v_0, v_1,..., v_n\}$ é o conjunto de vértices. $V_1=V_0\backslash\{0\}$ e $E = \{(v_i,v_j): v_i,v_j \in V_0; i \neq j\}$ é um conjunto de arcos.

Em relação aos veículos, a capacidade do veículo "k" é "Q_k". Em relação à janela de tempo, a janela de atendimento de cada cliente "i" inicia em "a_i" e termina em "b_i". A variável "$w_{i,k}$" especifica o momento em que o veículo "k" chega ao cliente situado em "i", "t_{ij}" é o tempo do cliente "i" ao "j" e "s_i" é o tempo de atendimento do cliente "i". Em relação às variáveis de otimização:

$$x_{ijk}\begin{cases}1 \text{ se o veículo "k" percorre o arco do cliente "i" até o cliente "j"}\\ 0 \text{ caso contrário}\end{cases}$$

$$y_{ik}\begin{cases}1 \text{ se o veículo "k" atende o cliente localizado em "i"}\\ 0 \text{ caso contrário}\end{cases}$$

O modelo pode ser formulado da seguinte maneira:

$$\max \sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{n-1}\sum_{k=0}^{m-1} q_i * x_{ijk} * P_i - \sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{n-1}\sum_{k=0}^{m-1} c_{ij} * x_{ijk} * L - \sum_{k=0}^{m-1} y_{ok} * F \qquad (01)$$

$$\sum_{k=0}^{m-1} y_{ok} = m \qquad (02)$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} x_{ijk} = y_{ik} \qquad \forall k \in K; \forall i \in I \qquad (03)$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} x_{jik} = y_{ik} \qquad \forall k \in K; \forall i \in I \qquad (04)$$

$$\sum_{k=0}^{m-1} y_{ik} = 1 \qquad \forall i \in I - \{0\} \qquad (05)$$

$$1 <= u_i \leq n-1 \qquad \forall i \in I - \{0\} \qquad (06)$$

$$u_i - u_j + 1 \leq (n+1) * (1 - x_{ijk}) \qquad \forall i \in I; \forall j \in I; \forall k \in K \qquad (07)$$

$$\sum_{k=0}^{m-1} y_{ik} * q_i \leq Q_k \qquad \forall k \in K \qquad (08)$$

$$w_{ik} + s_i + t_{ij} \leq fim \qquad \forall i \in I; \forall j \in I; \forall k \in K \qquad (09)$$

$$w_{jk} \geq a_j; \qquad \forall j \in I; \forall k \in K \qquad (10)$$

$$w_{jk} \leq b_i \qquad \forall i \in I; \forall j \in I; \forall k \in K \qquad (11)$$

$$w_{ik} + s_i + t_{ij} - w_{jk} \leq (b_i + s_i + t_{ij} - a_j) * (1 - x_{ijk}) \; \forall i \in I; \forall j \in I; \forall k \in K \qquad (12)$$

A função objetivo (1) visa maximizar o lucro diário da empresa e é construída considerando a existência de três termos: o primeiro considera o preço "P_i" a ser cobrado pela empresa para realizar a entrega no cliente localizado no ponto "i", o segundo calcula o custo variável de atender o cliente (proporcional a distância) e o terceiro computa o custo fixo do aluguel dos veículos (proporcional ao número de veículos utilizados).

(2) especifica que o depósito recebe "m" visitas dos veículos. (3) e (4) asseguram que o veículo não irá parar num cliente. (5) assegura que cada cliente será visitado apenas uma vez. (6) e (7) são as restrições para eliminação de subrotas. (8) assegura que a capacidade dos veículos será respeitada. (9) é para que os veículos respeitem a janela do depósito. (10), (11) e (12) são as restrições das janelas de tempo dos clientes.

5. O Modelo de Simulação

Uma vez que as rotas já foram analisadas e armazenadas pelo algoritmo dinâmico estocástico e pelo determinístico, simulam-se as rotas para estudar o número de vezes que cada um destes modelos conseguiu de fato cumprir as rotas nos tempos planejados. Conhecido o tempo médio para percorrer um arco e o desvio padrão, gera-se um tempo aqui denominado de "tempo real" necessário para perfazer cada um dos arcos.

A seguir é dado um exemplo na figura 5.1 para melhor compreensão:

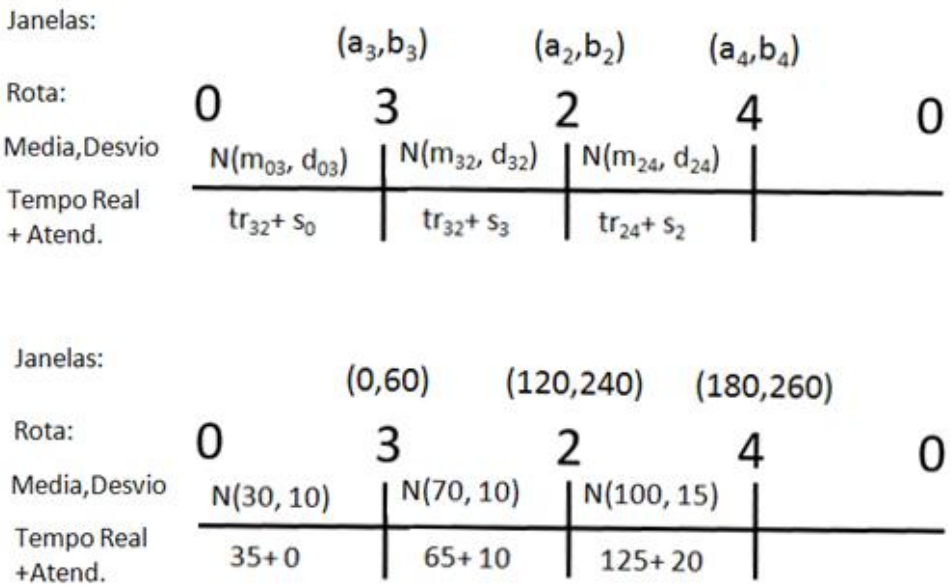


Figura 5.1: Exemplo da Análise de 1 rota

A figura 5.1 trata-se de uma rota, sendo a primeira parte a notação utilizada e a segunda parte seus respectivos valores. Suponha que o GLPK tenha encontrado a rota acima como parte de uma solução. Na parte inferior da figura os tempos são dados em minutos. No modelo determinístico, o veículo sai do depósito no tempo zero e chega no cliente "3" no tempo 30 (minutos). Fica em "3" por 10 minutos e chega no cliente "2" no tempo 110. Aguarda 10 minutos, há o tempo de atendimento de 20 minutos e chega em "4" no tempo 240. Assim, a rota acima é aceita dentro deste modelo, pois respeitou todas as janelas de tempo.

Já no modelo estocástico, quando o GLPK retorna a rota acima, o programa faz uma análise diferente do modelo anterior, da seguinte forma:

- Para o arco (0,3), a probabilidade de N(30,10) ser menor que 60 minutos é maior que o nível de serviço desejado de 95%? A probabilidade é de 99.86%, portanto a subrota é aceita e segue-se para a próxima subrota.
- Para o arco (0,2) o tempo médio de viagem é de 100 minutos e a variância é 100+100 = 200, portanto com desvio padrão igual 14. Considerando-se o tempo de atendimento como constante e igual a 10 minutos, checa-se a probabilidade de uma normal com média 110 e desvio 14 ser menor que 240. A probabilidade é 1, portanto subrota aceita e seguem-se os testes.
- Para o arco (0,4) a análise é análoga. A subrota tem média de 240 minutos, ou seja, 30 (de 0 a 3) +70 (de 3 a 2) +10 (tempo de atendimento em 3) +10 (tempo de espera) +100 (tempo de 2 a 4). O desvio padrão é de 21 minutos. A probabilidade é de 82.9%. Portanto a subrota não é aceita, conseqüentemente esta solução não é aceita pelo modelo estocástico

Na simulação, observa-se que o "tempo real" (gerado segundo a distribuição normal) foi de 35 minutos e respeitou a janela de "3". O veículo chegou em "2" no tempo 110 e precisou aguardar 10 minutos para respeitar a janela. A seguir, o veículo chegou em "4" no minuto 265, portanto fora da janela do veículo. Neste caso, dentro do modelo determinístico que tinha aceitado esta rota, a empresa recebeu uma multa, pois não respeitou o horário para um cliente cujo agendamento tinha sido confirmado.

6. O Estudo de Caso

Embora o modelo aqui estudado possa ser generalizado para outros setores, o presente estudo tem como foco auxiliar empresas prestadoras de serviços de manutenção terceirizada. Facilidades como fábricas, hospitais, portos e aeroportos usam equipamentos que necessitam de manutenções. A prestação de tais serviços é feita segundo um agendamento prévio feito pelo cliente junto à empresa prestadora de serviços. Como a manutenção destes serviços implica na paralisação temporária das atividades realizadas pelo cliente, é necessário que seja combinado com o cliente uma janela de tempo para a execução do atendimento. Para o veículo que atenderá o cliente, não convém chegar antes do horário programado, pois o tempo de espera representa um custo. Da mesma forma, não convém que o veículo chegue depois do horário, pois forçará o cliente a permanecer mais tempo com suas atividades paralisadas, gerando prejuízos (no caso, penalidades a serem pagas pela empresa prestadora de serviços).

O depósito (vértice zero) trata-se do escritório da empresa que abriga os profissionais responsáveis por realizar o serviço de manutenção nos clientes e possui também peças necessárias para os serviços. Cada veículo sai do depósito cheio, entrega as mercadorias (presta um serviço) e volta para o depósito. Os veículos que fazem as entregas são terceirizados. Por contrato, a empresa terceirizada disponibiliza um número combinado de veículos diariamente para o contratante. A diária de cada veículo tem um custo fixo e um custo variável por kilômetro percorrido.

Diariamente, os clientes devem ser atendidos numa janela de tempo, e os veículos devem atender os clientes e retornarem ao depósito dentro de um período determinado. Considerou-se uma velocidade média padrão para o veículo e uma área de entrega onde o depósito está localizado no centro. Os veículos têm capacidades iguais e conhecidas, embora o modelo matemático permita diferentes capacidades.

O atendimento da empresa ao longo do dia funciona da seguinte forma: os clientes ligam para a empresa para agendarem a entrega dos produtos que é o mais breve possível a partir do dia seguinte. Inicialmente, faz-se um pré-agendamento. Então o programa com o modelo de otimização é executado com a inclusão do cliente. Se foi possível encontrar uma solução, então o agendamento é confirmado. O modelo é iniciado com 1 veículo e a medida que novos clientes são agendados, veículos são adicionados conforme a necessidade.

A empresa atualmente trabalha com um modelo determinístico e deseja saber se o modelo estocástico pode apresentar melhores resultados. O melhor nível de serviço a ser utilizado no modelo estocástico também é uma resposta que este estudo pretende responder.

6.1 Modelos: Determinístico e Estocástico

Uma vez que um cliente solicita agendamento, tenta-se atendê-lo no dia seguinte. Como os clientes já agendados para o dia seguinte são conhecidos, primeiro é verificado se a quantidade corrente de veículos tem capacidade disponível. Se sim, adicionam-se ao modelo do GLPK os dados do novo cliente e executa-se o modelo. Os dados de resposta são salvos num arquivo do tipo “txt” e então importados para o ambiente de programação que analisa as respostas (as rotas). Considerando-se o modelo determinístico, admitem-se as seguintes possibilidades: se a capacidade do veículo é suficiente para atender a demanda, então se confirma o agendamento do cliente. Se a capacidade não é suficiente, então se adiciona um veículo no modelo de programação linear do GLPK. Caso não se possa aumentar o número de veículos (pois uma quantidade máxima já foi alcançada), o agendamento é postergado em 1 dia.

Para o modelo estocástico, há as seguintes possibilidades: se a capacidade do veículo é suficiente para atender a demanda e se o nível de serviço de todas as rotas geradas pelo GLPK é atendido, então se confirma o agendamento do cliente. Se a capacidade ou o nível de serviço não são atendidos, então se adiciona um veículo no modelo de programação linear do GLPK. Caso não se possa aumentar o número de veículos, o agendamento é postergado em 1 dia. Um fluxograma é apresentado em anexo para melhor compreensão.

A diária de cada veículo tem um custo fixo de R$200,00 e um custo variável de R$3,00 por kilômetro percorrido. A velocidade média do veículo é de 25 km/hora. A área de entrega tem 50 km X 50 km e o depósito está localizado no centro. A localização de cada cliente é gerada a partir de uma distribuição uniforme dentro desta área. A multa de cada cliente agendado e não atendido dentro do prazo é de R$3000,00. Considerou-se que o número de clientes que diariamente solicitam atendimento segue uma distribuição uniforme de 10 a 20. A demanda de cada cliente segue uma distribuição uniforme de 4 a 8 unidades. O tempo de atendimento é de 0.2 horas. O lucro unitário por produto é de R$5,00 e o preço cobrado para fazer a entrega é composto de uma parcela fixa correspondente ao lucro e de uma parcela variável que é proporcional à distância entre o cliente e o depósito.

Uma vez gerada a quantidade de clientes do dia, gera-se a demanda de cada cliente e a localização dos mesmos. Conhecida a localização e dada a velocidade média do veículo obtêm-se o tempo médio de viagem para cada arco do sistema. Então, atribui-se um desvio padrão ao tempo médio de cada um dos arcos de tamanho igual a 20% da média (esta informação é basicamente o que diferencia o modelo estocástico do determinístico).

Foram realizados os seguintes experimentos conforme a tabela 6.1:

Experimento	Nível de Serviço	Janela de Tempo	Capacidade
1	99%	0	capacitado
2	99%	0	não capacitado
3	99%	1	capacitado
4	99%	1	não capacitado
5	95%	0	capacitado
6	95%	0	não capacitado
7	95%	1	capacitado
8	95%	1	não capacitado
9	90%	0	capacitado
10	90%	0	não capacitado
11	90%	1	capacitado
12	90%	1	não capacitado

Tabela 6.1 – Variáveis de controle dos experimentos

O dimensionamento do tempo de simulação foi baseado em Chwif (2007). Inicialmente, executou-se a simulação de 10 réplicas do experimento número 3 (tabela 6.1) por ser considerado o experimento mais completo. Cada réplica é equivalente a 1 dia de funcionamento da empresa. Obteve-se para estas 10 réplicas uma média e desvio padrão. Para um nível de confiança de 95%, obteve-se da tabela de distribuição de "t" de *Student* o valor de "t", obtendo-se o intervalo. Para um intervalo desejado de R$100,00, calculou-se que o número de réplicas deveria ser 94. Então decidiu-se realizar rodadas de 100 réplicas, equivalendo a 100 dias de funcionamento da empresa. Dado o elevado tempo de simulação de cada rodada (superior a 8 horas) e por isto precisar ser feito para cada um dos 12 experimentos, para cada um dos 2 tipos básicos (determinístico e estocástico), decidiu-se pela realização de 1 única rodada corretamente dimensionada (100 réplicas) para os 24 estudos.

Nos experimentos onde a restrição de capacidade estava ativa (valor 1), os veículos tinham todos capacidade de 50 unidades. Os experimentos com janela de tempo tiveram as mesmas obtidas da seguinte forma: $a[i]$ = função distribuição de probabilidade uniforme no intervalo [0,3] horas, e b[i] no intervalo [4,6], sendo ambos números inteiros. Nos experimentos sem a restrição de janela de tempo, os clientes possuem a mesma janela de tempo com $a[i]=0$ e $b[i]=6$. Em todos os experimentos, a quantidade máxima de veículos disponíveis foi 15, de forma que nenhum dos experimentos chegou a utilizar este limite, ou seja, esta variável não interferiu nos resultados.

O problema de programação inteira mista foi resolvido utilizando-se o comando “glp_intopt” da biblioteca do GLPK que resolve o problema pelo método “*branch-and-cut*” (um híbrido dos métodos “*branch-and-bound*” e “*cutting plane*”).

7. Resultados

Um dos principais dados de resposta utilizado para avaliar os experimentos foi o lucro acumulado obtido durante todo o período de simulação. Também são respostas relevantes: quantidade de clientes que solicitaram agendamento, quantidade de clientes agendados, quantidade de clientes cuja janela não foi satisfeita (número de multas recebidas no período), o número médio de veículos utilizados por dia e o faturamento acumulado no período (corresponde ao lucro sem subtrair os valores das multas). Observa-se que a diferença entre clientes solicitantes e clientes agendados trata-se da quantidade de clientes cujo atendimento da demanda foi postergada, ou seja, agendados para o dia seguinte da solicitação. Na tabela 7.1 são mostrados os resultados para o modelo estocástico.

Número do Experimen.	Faturam. Acumulado (R$)	Lucro Acumulado (R$)	Clientes solicitantes	Clientes agendados	Multas Recebidas	Média Diária de Veículos
1	463386	463386	1538	1536	0	4.0
2	467296	467296	1572	1538	0	3.8
3	313141	312833	1362	1222	2	4.3
4	312212	311812	1498	1486	2	7.8
5	437532	437532	1542	1542	0	4.3
6	431798	431798	1530	1530	0	4.1
7	376452	376052	1542	1536	2	6.4
8	323480	322680	1450	1446	4	7.2
9	325183	325183	1492	1492	0	7.7
10	331640	331640	1502	1500	0	7.4
11	302736	301936	1458	1442	4	7.7
12	323916	322716	1414	1414	6	6.5

Tabela 7.1 – Resultados dos experimentos do Modelo Estocástico

Observa-se na tabela 7.1 a ocorrência de uma baixa incidência de multas. Percebe-se ainda que houve mais multas para os experimentos 11 e 12 que além de possuirem menor nível de serviço, têm janelas de tempo.

Na tabela 7.2 são mostrados os resultados para o modelo determinístico. Os experimentos para cada modelo foram exatamente os mesmos.

Número do Experimen.	Faturam. Acumulado (R$)	Lucro Acumulado (R$)	Clientes solicitantes	Clientes agendados	Multas Recebidas	Média Diária de Veículos
1	470710	470710	1538	1538	0	3.7
2	469194	469194	1572	1572	0	3.5
3	381898	313536	1362	1355	35	2.8
4	336042	301032	1498	1498	14	7.2
5	437532	437532	1542	1542	0	4.3
6	432174	427174	1530	1530	2	4.0
7	415880	355880	1546	1538	24	4.9
8	347814	292814	1450	1450	22	6.4
9	328873	328873	1493	1493	0	7.6
10	331640	325390	1503	1503	3	7.4
11	318716	288716	1458	1458	12	7.4
12	343292	293292	1414	1414	20	6.3

Tabela 7.2 – Resultados dos experimentos do Modelo Determinístico

O experimento 3, com 99% de NS e janela de tempo, recebeu o maio número de multas do estudo. Observa-se que nenhuma ou poucas multas foram aplicadas para os experimentos sem janela de tempo.

A tabela 7.3 mostra resultados relativos, de forma que os resultados do modelo estocástico foram divididos pelos resultados dos modelos determinísticos para os respectivos experimentos. Isto foi feito para facilitar a comparação entre os 2 modelos. Por exemplo, a coluna “Lucro acumulado”, experimento 3, tem valor 107%, ou seja, o modelo estocástico teve um lucro acumulado 7% superior ao modelo determinístico.

Número do Experimen.	Faturam. Acumulado (R$)	Lucro Acumulado (R$)	Clientes solicitantes	Clientes agendados	Multas Recebidas	Média Diária de Veículos
1	98%	98%	100%	100%	-	108%
2	100%	100%	100%	98%	-	109%
3	82%	107%	100%	90%	4%	154%
4	93%	104%	100%	99%	50%	108%
5	100%	100%	100%	100%	-	100%
6	100%	101%	100%	100%	0%	103%
7	91%	106%	100%	100%	8%	131%
8	93%	110%	100%	100%	18%	113%
9	99%	99%	100%	100%	-	101%
10	100%	102%	100%	100%	0%	100%
11	95%	105%	100%	99%	33%	104%
12	94%	110%	100%	100%	30%	103%

Tabela 7.3 – Comparação dos resultados dos modelos apresentados

Pela tabela 7.3, o modelo estocástico teve um faturamento acumulado menor ou igual ao determinístico. Quanto à média diária de veículos, o modelo estocástico usou uma quantidade maior ou igual ao determinístico.

Os experimentos em que o modelo estocástico obteve um lucro acumulado melhor que o determinístico possuem janelas de tempo. Observou-se uma incidência bem maior de multas no modelo determinístico, principalmente quando há janelas de tempo. Esse resultado pode ser justificado porque neste modelo, todos os arcos estão sujeitos a gerar uma multa.

Os resultados também mostram que quando o NS diminui, o número de veículos usados pelo modelo estocástico tende ao número usado pelo modelo determinístico, visto que o risco de penalidades (multas) diminui.

Sendo o lucro acumulado o principal dado de resposta utilizado nos experimentos, observa-se que o modelo estocástico obteve melhores resultados em 8 dos 12 experimentos, sendo eles: 3,4,6,7,8,10,11 e 12. Destes, 6 possuem janelas de tempo. Em 2 experimentos (2 e 5) obteve-se resultados muito similares. Obteve-se piores resultados apenas nos experimentos 1 e 9, ambos sem janelas de tempo.

8. Conclusões e Trabalhos Futuros

O modelo estocástico realmente consegue garantir dentro do nível de serviço desejado, o atendimento dos clientes dentro de suas janelas de tempo, principalmente quando cada cliente tem sua própria janela de atendimento.

Para as instância testadas, o modelo estocástico teve no pior caso uma perda de 2% no lucro acumulado em relação ao modelo determinístico. Enquanto que no melhor caso este ganho foi de 10%.

Na média, entre os 12 experimentos, o modelo estocástico teve um faturamento 5% menor, porém um lucro acumulado 3% maior. Entre os 6 experimentos com janela de tempo, a média do faturamento no modelo estocástico foi 9% inferior enquanto que o lucro acumulado foi 7% maior.

Quanto ao lucro acumulado, pode-se concluir que o modelo estocástico apresenta melhores resultados quando há janelas de tempo e quando os valores da multa são razoavelmente altos. Neste trabalho, concluiu-se que para as instâncias com janela de tempo e com multa superior a R$2500,00, é vantajoso utilizar o modelo estocástico.

No modelo estocástico, entre os experimentos sem janela de tempo, o melhor nível de serviço foi 99%, conforme o lucro acumulado obtido nos experimentos 1 e 2. Quanto aos experimentos com janela de tempo, o nível de serviço com melhor lucro acumulado foi 95%, dado pelos experimentos 7 e 8 que receberam poucas multas e adiaram o atendimento de poucos clientes.

Como futuros trabalhos pretende-se implementar heurísticas do tipo geração de colunas ou ainda meta-heurísticas do tipo algoritmo genético para problemas de maior escala. Também pode-se criar penalidades proporcionais ao tamanho do atraso e mesmo permitir que um veículo faça horas extras como alternativa para reduzir sua ociosidade. Convém também estudar situações em que a frota de veículos é heterogênea. O problema pode ser adaptado no sentido de responder qual deve ser a capacidade e o tamanho da frota de veículos.

9. Bibliografia

Alvarenga, G. (2005), Um Algoritmo Híbrido para o Problema de Roteamento de Veículos Estático e Dinâmico com Janela de Tempo. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Ciência da Computação.

Bertsimas, D. J. (1992), A vehicle routing problem with stochastic demand. *Operations Research*, Volume 40, 574-585

Cwif, L. & Medina A. C., *Modelagem e Simulação de Eventos Discretos: teoria e aplicações*, Ed. dos autores, São Paulo, 2006.

Gao, S. & Chabini, I. (2006), Optimal routing policy problems in stochastic time-dependent networks. *Transportation Research*, Volume 40**,** 93-122

Gendreau, M. & Laporte, G. & Séguin, R. (1996), Stochastic vehicle routing. *European Journal of Operations Research*, Volume 88**,** 3-12

Haugland, D. & Ho, S. C. & Laporte, G. (2007), Designing delivery districts for the vehicle routing problem with stochastic demands. European Journal of Operations Research, Volume 180, 997-1010.

Laporte, G. & Louveaux, F. & Mercure H. (1992), The vehicle routing problem with stochastic travel times. Transportation Science, Volume 26..

Larsen, A. (2000), The Dynamic Vehicle Routing. Tese de Doutorado. Techical University of Denmark (DTU). Department of Mathematical Modelling (IMM).

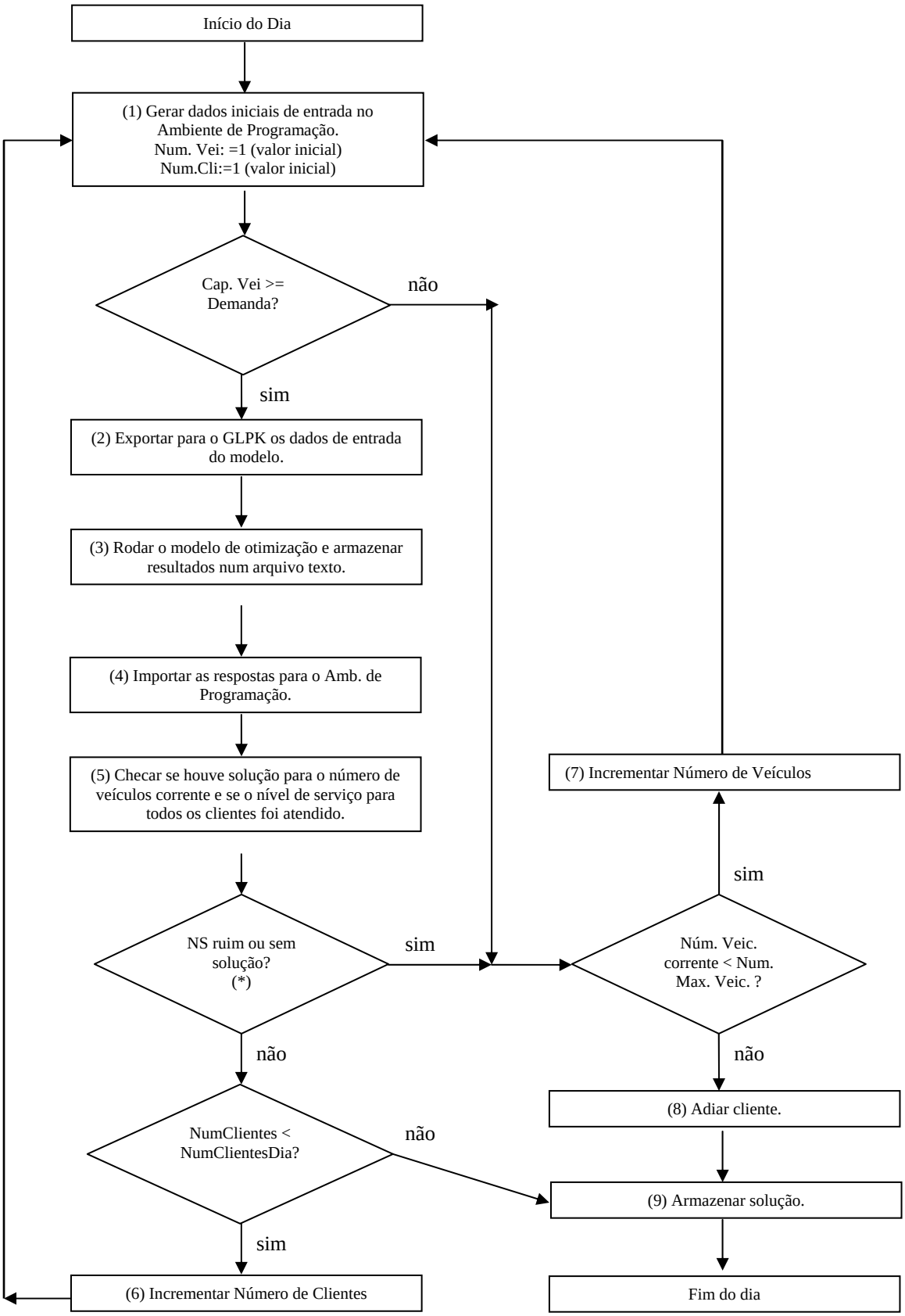
Psaraftis H. (1998), "Dynamic Vehicle Routing". Gonden, B.L. and A.A. Assad, Vehicle Routing: Methods and Studies, Elsevier (North-Holland), Amsterdam, pp 223-248.

Rekersbrink, H. (2009), A distributed routing concept for vehicle routing problems. Logistics Research, Volume 1, Number 1.

Savelsbergh, W. (1998), "DRIVE: Dynamic routing of independent vehicles", Operations Research, 46, 474-490.

Viana, F. (2007), Algoritmo para o problema de roteamento dinâmico de veículo com janela de tempo e tempos de viagem variáveis. Tese de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais, Departamento de Ciência da Computação.

Anexo



Fluxograma do modelo dinâmico estocástico de otimização