Pré-Despacho do Sistema Interligado Nacional Considerando Restrições de Segurança

Luciana Casacio **Christiano Lyra Filho**
FEEC - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP
13083-852, Campinas, SP
luciana@densis.fee.unicamp.br christi@densis.fee.unicamp.br

Aurelio Ribeiro Leite de Oliveira
Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP
13083-852, Campinas, SP
aurelio@ime.unicamp.br

RESUMO

Os métodos de pontos interiores primais-duais são utilizados para minimizar as perdas na geração e transmissão de um sistema de potência hidrotérmico. No pré-despacho de sistemas hidrotérmicos, as usinas hidroelétricas têm uma meta a cumprir por dia, estabelecida pelo planejamento de longo prazo. Esse trabalho considera que as usinas e as linhas devem também operar em um estado de "equilíbrio estável", caracterizado por restrições de segurança, para atender demandas imprevistas ou contingências. A implementação dos métodos de pontos interiores foi desenvolvida e comparada com uma implementação para o problema de pré-despacho que não considera as restrições de segurança, em termos de eficiência computacional e qualidade da solução. Os estudos de casos mostram que a inclusão das restrições de segurança permite obter soluções de pré-despacho estáveis, com baixos tempos computacionais e boa estabilidade numérica.

PALAVRAS-CHAVE: Problema de pré-despacho, métodos de pontos interiores, sistemas de potência. PO na área de Energia Elétrica.

ABSTRACT

The primal-dual interior point methods are used to minimize the technical power generation and transmission losses of a hydrothermal power system. In short term hydrothermal scheduling, the hydro generating units must satisfy daily targets, established by long-term scheduling models. This work considers that the hydro generating units and the branch must also operate in a state of "stable equilibrium", characterized in each time interval by security constraints to support some unpredictable demands or contingencies. The implementation of interior point methods is developed and compared with an implementation of the predispatch problem without such security constraints in terms of computational efficiency and solution quality. Case studies show that the inclusion of security constraints achieves stable predispatch solutions with low computational time and good numerical stability.

KEYWORDS: Predispatch Problem, Interior Points Methods, Power Systems.

1 Introdução

Considerando a complexidade do sistema elétrico brasileiro, o aumento da demanda de energia e a busca por menores custos, torna-se necessária a aplicação de métodos que minimizem as perdas na geração e transmissão no pré-despacho do sistema, reduzindo a geração térmica e poupando recursos hídricos.

Uma vez que a demanda de energia varia ao longo do dia, a geração deve acompanhar a variação de carga. No pré-despacho de sistemas hidroelétricos, as usinas têm uma meta a cumprir em um determinado dia, estabelecida pelo planejamento de longo-prazo. Assim, o pré-despacho é um problema operacional de curto prazo, que procura atender a demanda e satisfazer as metas energéticas que já foram estabelecidas no planejamento de longo prazo. Adicionalmente, é necessário respeitar a cada período de tempo restrições de segurança para atender demandas imprevistas ou contingências.

Utilizando a velocidade e robustez dos métodos de pontos interiores (J. A. Momoh and Adapa 1999), este trabalho desenvolve uma implementação específica para o problema de pré-despacho com restrições de segurança.

2 O Modelo Matemático

Se considerarmos o problema de geração e transmissão para o atendimento da demanda de energia elétrica de um sistema em um instante, teremos um fluxo de potência. O fluxo de potência otimizado segundo algum critério, é chamado fluxo de potência ótimo. Utilizaremos o modelo linearizado (DC), devido a sua maior simplicidade e grau de precisão satisfatório dos resultados (Oliveira and Soares 2003). Nesse modelo, as leis de Kirchhoff são utilizadas como restrições de um problema de programação quadrática.

O modelo do pré-despacho consiste na solução de diversos problemas de fluxo de potência ótimo, acoplados por restrições adicionais.

2.1 Modelo Estático

O modelo matemático para encontrar o fluxo de potência ótimo DC (Carvalho, Soares and Ohishi 1988), acrescido das restrições de segurança (Azevedo, Carvalho, Oliveira and Soares 2001) é dado por:

$$\text{minimizar} \quad \alpha f^t R f + \beta\gamma(p) \tag{1}$$

$$\text{sujeito a} \quad Af = p - l, \qquad Tf = 0 \tag{2}$$

$$s^{min} \leq Mp + Nf \leq s^{max} \tag{3}$$

$$f^{min} \leq f \leq f^{max}, \qquad p^{min} \leq p \leq p^{max} \tag{4}$$

onde:
f representa o vetor de fluxo de potência ativa;
p representa o vetor de geração de potência ativa;
R representa a matriz diagonal das resistências das linhas;
$\gamma(p)$ representa a função de perdas na geração para hidroelétricas ou custo de geração para as termoelétricas e será descrita em seguida;
A representa a matriz de incidência da rede de transmissão;
T representa a matriz de reatância da rede de transmissão;
l representa as demandas de potência ativa;
M representa a matriz dos geradores envolvidos nas restrições de segurança;

N representa a matriz das linhas de transmissão envolvidas nas restrições de segurança;
f^{max} e f^{min} são os limites de fluxo de potência ativa;
p^{max} e p^{min} são os limites de geração de energia hidráulica;
s^{max} e s^{min} são os limites de potência ativa das restrições de segurança;
α e β são ponderações dos objetivos a minimizar.

As equações em (2) representam as leis de Kirchhoff para nós e circuitos respectivamente. As equações (3) representam as restrições de segurança e as equações (4) representam as capacidades de geração e transmissão do sistema. Assim, o conjunto de restrições para este problema é linear.

A função de perdas na geração hidráulica $\gamma(p)$ modela as três formas mais importantes de perdas: variações na cota de jusante; perdas na tubulação de adução da unidade geradora; e perdas associadas à eficiência do par turbina-gerador. Em Soares and Salmazo (1997), estas perdas foram formuladas como uma função quadrática para cada unidade geradora: $\gamma(p) = p^t Qp + c^t p$, onde Q é uma matriz diagonal e c representa a componente linear das perdas na geração.

O custo de geração associado às termoelétricas também é uma função quadrática independente para cada gerador. Portanto, as duas componentes da função objetivo (1) são quadráticas com variáveis separáveis, uma vez que a matriz R também é diagonal. Vale ressaltar que os métodos de pontos interiores para problemas com esta característica apresentam desempenho similar ao obtido para problemas lineares.

2.2 Restrições de Segurança

As restrições de segurança modelam as três principais situações que podem ocorrer no sistema elétrico brasileiro:

- Queda de linha: a queda da linha f_i pode ser coberta pela linha f_j através de restrições do tipo $s_1^{min} \leq f_i + \gamma f_j \leq s_1^{max}$ (Biskas and Bakirtzis 2004). Note que nestes casos $M = 0$ e mais que uma linha pode ser usada para cobrir uma queda.

- Desligamento de gerador: a queda de um gerador pode sobrecarregar uma linha de transmissão. Restrições do tipo $s_2^{min} \leq p_i + \delta f_j \leq s_2^{max}$ evitam que a linha j seja sobrecarregada (Biskas and Bakirtzis 2004).

- Gargalos no sistema: limites no fluxo entre duas áreas da rede podem ser impostos com restrições do tipo $s_3^{min} \leq p_i + \epsilon f_j + \eta f_k \leq s_3^{max}$, originadas do conhecimento que o ONS tem do sistema nacional.

2.3 Modelo Dinâmico

A representação do problema descrita anteriormente corresponde a um único intervalo de tempo da operação. Para estender a formulação (1-4), é necessário considerar este problema para cada intervalo de tempo, acrescentando as restrições de acoplamento referentes às metas de geração das usinas hidroelétricas.

A seguinte equação representa o atendimento das metas para cada usina hidroelétrica j:

$$\sum_{k=1}^{t} p_j^k = q_j,$$

onde t representa o número de intervalos de tempo, q_j representa a meta de geração de energia das hidroelétricas para o horizonte em estudo, estabelecida pelo planejamento de longo prazo e p_j^k representa a geração de potência ativa da usina j no intervalo k.

Considerando agora o modelo com os t intervalos de tempo, o problema fica da seguinte forma:

$$\begin{array}{lll}
\text{minimizar} & \alpha \sum_{k=1}^{t} f^{k^t} R f^k \quad + \quad \beta \sum_{k=1}^{t} (p^{k^t} Q p^k + c^t p^k) & \\
\text{sujeito a} & A f^k = p^k - l^k & \\
& T f^k = 0 & \\
& s^{min} \leq M p^k + N f^k \leq s^{max} & \\
& f^{min} \leq f^k \leq f^{max} & \\
& p^{min} \leq p^k \leq p^{max} & \forall k \in (1, \ldots, t) \\
& \sum_{k=1}^{t} p_j^k = q_j & \forall j \in (1, \ldots, g).
\end{array}$$

É fácil perceber que as restrições se repetem para cada intervalo de tempo e apenas se acoplam através das restrições adicionais de metas de geração.

O problema será transformado na forma padrão de um problema de otimização linear e serão aplicados os métodos de pontos interiores primal-dual e preditor corretor para encontrar uma solução.

3 Aplicação dos Métodos de Pontos Interiores ao Modelo

3.1 Formulação do Problema Primal

Para deixarmos o problema na forma padrão, a restrição de segurança canalizada será substituída pela variável s; serão feitas mudanças de variáveis, anulando os limites inferiores; e acrescentando as variáveis de folga: $\tilde{s}_f$, $\tilde{s}_p$ e $\tilde{s}_s$. Depois disso, o problema na forma padrão fica:

$$\text{minimizar} \quad \alpha \sum_{k=1}^{t} [(\tilde{f}^t)^k R \tilde{f}^k + c_{\tilde{f}}^t \tilde{f}] \quad + \quad \beta \sum_{k=1}^{t} [(\tilde{p}^t)^k Q \tilde{p}^k + c_{\tilde{p}}^t \tilde{p}]$$

$$\begin{array}{lll}
\text{sujeito a} & A \tilde{f}^k - \tilde{p}^k = \tilde{l}_1 & \\
& T \tilde{f}^k = \tilde{l}_2 & \\
& \tilde{s}^k - M \tilde{p}^k - N \tilde{f}^k = \tilde{l}_3 & \\
& \tilde{f}^k + \tilde{s}_f = \tilde{f}^{max} & \forall\, k \in (1, \ldots, t) \\
& \tilde{p}^k + \tilde{s}_p = \tilde{p}^{max} & \\
& \tilde{s}^k + \tilde{s}_s = \tilde{s}^{max} & \\
& \sum_{k=1}^{t} \tilde{p}_j^k = \tilde{q}_j & \forall\, j \in (1, \ldots, g) \\
& (\tilde{f}^k, \tilde{p}^k, \tilde{s}^k, \tilde{s}_f^k, \tilde{s}_p^k, \tilde{s}_s^k) \geq 0, \quad \text{onde:} &
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
c_{\tilde{f}}^t = 2(f^{min})^t R & c_{\tilde{p}}^t = 2(p^{min})^t Q + c^t p^{min} \\
\tilde{l}_1 = -A f^{min} + p^{min} - l & \tilde{l}_2 = -T f^{min} \\
\tilde{l}_3 = M p^{min} + N f^{min} - s^{min} & \tilde{q} = q - \sum_{k=1}^{t} p^{min}
\end{array}$$

foram substituídas por serem constantes.

Os termos ${f^{min}}^t R f^{min}$ e ${p^{min}}^t Q p^{min}$ foram temporariamente desconsiderados da função objetivo por se tratarem de constantes. Para a solução final, serão acrescentados à função objetivo.

Para facilitar o desenvolvimento, parte das restrições do problema de pré-despacho podem ser colocadas na forma matricial (Oliveira, Soares and Nepomuceno 2003), definindo:

$$B = \begin{bmatrix} A \\ T \end{bmatrix}, \qquad E = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \tilde{l} = \begin{bmatrix} \tilde{l}_1 \\ \tilde{l}_2 \end{bmatrix}.$$

A matriz B é formada pelas linhas justapostas das matrizes de incidência e reatância respectivamente, e tem dimensão $m + (n - m + 1) \times n$, uma vez admitindo que o modelo que está sendo trabalhado tem m barras, n linhas de transmissão e g geradores. A matriz E tem dimensões $(n+1) \times g$, onde cada linha não nula de E corresponde a uma barra de geração. Portanto, as últimas $(n - m + 1)$ linhas são nulas.

Agora, o problema de pré-despacho na forma padrão fica (eliminando os tils para simplificar a notação):

$$\text{minimizar} \quad \alpha \sum_{k=1}^{t} [(f^t)^k R f^k + c_f^t f^k] \quad + \quad \beta \sum_{k=1}^{t} [(p^t)^k Q p^k + c_p^t p^k]$$

$$\text{sujeito a} \quad \begin{array}{ll} B f^k - E p^k = l^k & \\ s^k - M p^k - N f^k = l_3 & \\ f^k + s_f^k = f^{max} & \forall\, k \in (1, \ldots, t) \\ p^k + s_p^k = p^{max} & \\ s^k + s_s^k = s^{max} & \\ \sum_{k=1}^{t} p_j^k = q_j & \forall\, j \in (1, \ldots, g) \\ (f^k, p^k, s^k, s_f^k, s_p^k, s_s^k) \geq 0. & \end{array}$$

3.2 Formulação do Problema Dual

Para descrição do problema dual, definiremos o vetor $y^{k^t} = [y_1^k \;\; y_2^k \;\; y_3^k \;\; y_4^k \;\; y_5^k \;\; y_6^k]$, referente as variáveis do problema dual.

Fazendo as seguintes substituições: $y_3 = -w_f$, $y_4 = -w_p$, $y_5 = -w_s$ e $y_6 = y_q$, e acrescentando as variáveis de folga z_f, z_p e z_s, o problema dual na forma padrão, $\forall k \in (1, \ldots, t)$, é dado por:

$$\begin{array}{ll} \text{maximizar} & (l^t)^k y_1^k \;+\; (l_3^t)^k y_2^k \;-\; (f^{max})^t w_f^k \;-\; (p^{max})^t w_p^k \;- \\ & (s^{max})^t w_s^k \;+\; q^t y_q \;-\; \sum_{k=1}^{t} [\alpha\, (f^t)^k R f^k \;+\; \beta (p^t)^k Q p^k] \end{array}$$

$$\text{sujeito a} \quad \begin{array}{c} B^t y_1^k - N^t y_2^k - w_f^k + z_f^k = c_f + R f^k \\ -E^t y_1^k - M^t y_2^k - w_p^k + y_q + z_p^k = c_p + Q p^k = 0 \\ y_2^k - w_s^k + z_s^k = 0 \\ (w_f, w_p, w_s, z_f^k, z_p^k, z_s^k) \geq 0 \\ (y_1^k, y_2^k, y_q)\; livres. \end{array}$$

3.3 Condições de Otimalidade

As condições de otimalidade para os problemas primal e dual são dadas pela factibilidade primal, dual e pelas condições de complementaridade, $\forall k \in (1, \ldots, t)$ e $\forall j \in (1, \ldots, g)$.

$$\text{Factibilidade Primal} \begin{cases} Bf^k - Ep^k = l^k \\ s^k - Mp^k - Nf^k = l_3 \\ f^k + s_f^k = f^{max} \\ p^k + s_p^k = p^{max} \\ s^k + s_s^k = s^{max} \\ \sum_{k=1}^{t} p_j^k = q_j \\ (f^k, p^k, s^k, s_f^k, s_p^k, s_s^k) \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Factibilidade Dual} \begin{cases} B^t y_1^k - N^t y_2^k - w_f^k + z_f^k - c_f - Rf^k = 0 \\ -E^t y_1^k - M^t y_2^k - w_p^k + y_q + z_p^k - c_p - Qp^k = 0 \\ y_2^k - w_s^k + z_s^k = 0 \\ (w_f^k, w_p^k, w_s^k, z_f^k, z_p^k, z_s^k) \geq 0 \\ (y_1^k, y_2^k, y_q)\ livres \end{cases}$$

$$\text{Condições de Complementaridade} \begin{cases} F^k Z_f^k e = 0 & P^k Z_p^k e = 0 \\ S^k Z_s^k e = 0 & S_f^k W_f^k e = 0 \\ S_p^k W_p^k e = 0 & S_s^k W_s^k e = 0. \end{cases}$$

3.4 Método de Newton

Aplicando o método de Newton às condições de otimalidade, obtemos o sistema linear a ser resolvido, onde cada r é o vetor de resíduos correspondente.

$$\begin{cases} Bdf^k - Edp^k = r_1^k \\ ds^k - Ndf^k - Mdp^k = r_2^k \\ df^k + ds_f^k = r_3^k \\ dp^k + ds_p^k = r_4^k \\ ds^k + ds_s^k = r_5^k \\ B^t dy_1^k - N^t dy_2^k - dw_f^k + dz_f^k - Rdf^k = r_6^k \\ -E^t dy_1^k - M^t dy_2^k - dw_p^k + dy_q^k + dz_p^k - Qdp^k = r_7^k \\ dy_2^k - dw_s^k + dz_s^k = r_8^k \\ Z_f df^k + Fdz_f^k = r_9^k \\ Z_p dp^k + Pdz_p^k = r_{10}^k \\ Z_s ds^k + Sdz_s^k = r_{11}^k \\ W_f ds_f^k + S_f dw_f^k = r_{12}^k \\ W_p ds_p^k + S_p dw_p^k = r_{13}^k \\ W_s ds_s^k + S_s dw_s^k = r_{14}^k \\ \sum_{k=1}^{t} dp_j = r_q^k. \end{cases}$$

Este sistema pode ser consideravelmente reduzido através da substituição de variáveis. Substituindo as variáveis de folga, obtemos o sistema simplificado:

$$\begin{cases} Bdf^k - Edp^k = r_1^k \\ ds^k - Ndf^k - Mdp^k = r_2^k \\ B^t dy_1^k - N^t dy_2^k - D_f df^k = r_f^k \\ -E^t dy_1^k - M^t dy_2^k - D_p dp^k + dy_q^k = r_p^k \\ dy_2^k - D_s ds^k = r_s^k \\ \sum_{k=1}^{t} dp_j^k = r_q^k, \end{cases}$$

onde:

$$D_f^k = S_f^{-1^k} W_f^k + F^{-1^k} Z_f^k + R \qquad D_p^k = S_p^{-1^k} W_p^k + P^{-1^k} Z_p^k + Q$$
$$D_s^k = S_s^{-1^k} W_s^k + S^{-1^k} Z_s \qquad r_f^k = r_6^k + S_f^{-1^k} r_{12}^k - S_f^{-1^k} W_f^k r_3^k - F^{-1^k} r_9^k$$
$$r_p^k = r_7^k + S_p^{-1^k} r_{13}^k - S_p^{-1^k} W_p^k r_4^k - P^{-1^k} r_{10}^k \qquad r_s^k = r_8^k + S_s^{-1^k} r_{14}^k - S_s^{-1^k} W_s^k r_5^k - S^{-1^k} r_{11}^k.$$

Observe que D_f, D_p e D_s são matrizes diagonais.

Substituindo d_f, d_p e d_s, o sistema pode ser reescrito como:

$$\begin{cases} dy_1^k = Y^{-1^k}[ry^k - (W^k B_s^{-1^k} M^k D_p^{-1^k} - E^k D_p^{-1^k}) dy_q^k] \\ dy_2^k = B_s^{-1^k}[rx^k - W^{t^k} dy_1^k + M^k D_p^{-1^k} dy_q^k] \\ \sum_{k=1}^{t} dp_j^k = r_q^k, \end{cases}$$

onde:

$$B_s^k = D_s^{-1^k} + N^k D_f^{-1^k} N^{t^k} + M^k D_p^{-1^k} M^{t^k}$$
$$W^k = E^k D_p^{-1^k} M^{t^k} - B^k D_f^{-1^k} N^{t^k}$$
$$Y^k = B^k D_f^{-1^k} B^{t^k} + E^k D_p^{-1^k} E^{t^k} - W^k B_s^{-1^k} W^{t^k}$$
$$rx^k = r_2^k + D_s^{-1^k} r_s^k - N^k D_f^{-1^k} r_f^k - M^k D_p^{-1^k} r_p^k$$
$$ry^k = r_1^k + B^k D_f^{-1^k} r_f^k - E^k D_p^{-1^k} r_p^k - W^k B_s^{-1^k} rx^k.$$

E por fim, substituindo dy_1 e dy_2, chegamos ao sistema linear final:

$$dy_q = S^{-1} \left\{ \sum_{k=1}^{t} D_p^{-1^k} (r_p^k + M^{t^k} Bs^{-1^k} rx^k - H^{t^k} Y^{-1^k} ry^k) \right\},$$

onde:

$$H^k = W^k Bs^{-1^k} M^k - E^k$$
$$S = \sum_{k=1}^{t} -D_p^{-1^k} (H^{t^k} Y^{-1^k} H^k + M^{t^k} B_s^{-1^k} M^k) D_p^{-1^k} + D_p^{-1^k}.$$

No entanto, a solução direta deste sistema linear exige muito esforço computacional. Para contornar esse problema, podem ser feitas decomposições nas matrizes.

4 Estudo da Estrutura Matricial

A matriz $B_s = D_s^{-1} + ND_f^{-1}N^t + MD_p^{-1}M^t$ é quadrada e tem dimensão igual ao número de restrições de segurança. É simétrica e definida positiva, podendo assim ser aplicada a decomposição de Cholesky (Golub and Van Loan 1989). Essa decomposição irá reescrever B_s na forma LL^t,

onde L é uma matriz triangular inferior. Este processo é computacionalmente mais barato, porque calculamos e guardamos na memória do computador somente uma matriz triangular e não há necessidade de permutações de linhas.

A decomposição de B_s será utilizada na obtenção da solução do sistema $Y = BD_f^{-1}B^t + ED_p^{-1}E^t - WB_s^{-1}W^t$. Porém, esse sistema também exige um esforço computacional considerável. Como a matriz Y não é definida positiva, é sugerido neste caso, a utilização da fórmula de Sherman-Morrison-Woodburry (Golub and Van Loan 1989), que tem a forma:

$$(C + UXV^t)^{-1} = C^{-1} - C^{-1}U(X^{-1} + V^tC^{-1}U)^{-1}V^tC^{-1}, \tag{5}$$

onde U e V são matrizes de ordem $p \times q$ e X é uma matriz de ordem $q \times q$.

No nosso problema, $C = BD_f^{-1}B^t + ED_p^{-1}E^t$ e $UXV^t = -WB_s^{-1}W^t$, onde $U = -W$, $X = B_s^{-1}$ e $V^t = W^t$.

Mas, na fórmula (5), precisamos do cálculo da inversa de C. Como C é uma matriz simétrica e definida positiva, utilizaremos a decomposição de Cholesky para obtê-la. E a equação fica:

$$(C + UXV^t)^{-1} = (C + (-W)B_s^{-1}W^t)^{-1} = C^{-1} + C^{-1}W(B_s - W^tC^{-1}W)^{-1}W^tC^{-1}.$$

Precisaremos resolver $(B_s - W^tC^{-1}W)^{-1}$, que tem a dimensão do número de restrições de segurança. Para simplificar a resolução do sistema, poderá ser aplicada a decomposição de Bunch-Parlett (Golub and Van Loan 1989) que decompõe matrizes simétricas indefinidas em um método de pivoteamento diagonal que mantém a simetria das matrizes. Nesse método é calculada uma permutação P, tal que $PAP^t = LDL^t$, onde D é formada por blocos simétricos de dimensão 1×1 e 2×2; P é escolhida tal que os coeficientes da matriz L, diagonal inferior, satisfaçam $\mid l_{ij} \mid \leq 1$, garantindo a estabilidade numérica.

Para a solução do sistema final, poderá ser aplicada à matriz S a mesma decomposição de Bunch-Parlett, reduzindo assim o custo computacional e chegando finalmente à solução do sistema linear.

5 Resultados Computacionais

Para avaliar a metodologia desenvolvida, foram realizados testes nos sistemas IEEE 30, que representa uma parcela do sistema elétrico americano (Centro-Oeste) a partir de fevereiro de 1962, e no sistema IEEE 118, que representa outra parcela do mesmo sistema a partir de dezembro de 1962. Um resumo das características desses sistemas são apresentados na Tabela 1.

Sistemas	Barras	Geradores	Carga (MW)
IEEE 30	30	6	283,4
IEEE 118	118	53	4242

Tabela 1: Sistemas Estudados

Não foram obtidos dados reais referentes às restrições de segurança. Por isso, essas restrições foram criadas através dos dados dos sistemas estudados, objetivando representar as três situações discutidas na Seção 2.2: queda de linha, desligamento de gerador e gargalos no sistema. Vale resaltar que as restrições de segurança não são únicas e poderiam ser criadas outras restrições adequadas à prevenção de contingências diferentes.

O programa foi desenvolvido e executado em Matlab 7.0 em um sistema operacional Windows XP Professional, processador Intel Pentium D, velocidade de 3,4 GHz e 3,5 GB de memória.

Nos experimentos computacionais foram utilizados os métodos de pontos interiores primal-dual e preditor corretor. Foram realizados testes com números variados de restrições de segurança e

alterações nos fluxo de potência máximo e nos limites de potência ativa nas restrições de segurança. O intervalo de tempo considerado foi de 24 horas.

Para a convergência do método foi utilizada uma precisão na ordem de 10^{-5}. O parâmetro τ utilizado em todas as implementações foi $\tau = 0,9995$ e as ponderações foram definidas como $\alpha = \beta = 1$.

Foram testados dois pontos iniciais, um com valores escolhidos conforme a descrição abaixo, que chamaremos de pontos iniciais alternativos, e outro obtido a partir do modelo estático. Para cada intervalo de tempo, um problema de fluxo de potência ótimo com as restrições de segurança é resolvido com tolerância relaxada, e esta solução é usada como ponto inicial para este intervalo de tempo no problema de pré-despacho.

Os pontos iniciais alternativos, sugeridos por (Azevedo, Castro, Oliveira and Soares 2009) foram: $f^0 = s_f^0 = f^{max}/2$, $p^0 = s_p^0 = p^{max}/2$, $y_1^0 = y_2^0 = s_s^0 = 1$, $w_f^0 = z_f^0 = R^2 + 1$ e $w_p^0 = w_s^0 = z_p^0 = z_s^0 = 1$.

O resultado dos testes feitos com os pontos iniciais alternativos, nos sistemas testados, foi a não convergência do método para o limite máximo de 50 iterações.

O ponto inicial gerado resolvendo um problema de fluxo de potência ótimo com restrições de segurança é obtido de forma eficiente, pois o método converge em 4 iterações na maioria dos casos, com tolerância de 10^{-5}. Somente a primeira iteração do subproblema necessita de mais iterações, pois os demais são inicializados com a solução obtida no intervalo de tempo anterior.

A utilização os pontos iniciais gerados pelo problema do fluxo de potência ótimo com restrições de segurança resultou na convergência do método para o problema de pré-despacho em todos os casos testados.

A utilização da decomposição de Cholesky no cálculo de B_s reduziu o custo computacional. Portanto, foi utilizada em todos os resultados que serão apresentados.

A solução do sistema Y através da fórmula de Sherman-Morrison-Woodburry não alterou o custo computacional resultante. Por isso, não foi utilizado.

A decomposição de Bunch-Parlett no cálculo de S também não foi utilizada pois o Matlab não disponibiliza essa decomposição e sua implementação, nesta linguagem de programção, seria mais custosa que a resolução do sistema linear.

O método de pontos interiores preditor-corretor é em geral uma boa alternativa para abordar problemas de otimização linear. No entanto, sua generalização para resolver os problemas de pré-despacho com restrições de segurança não apresentou bom desempenho. Assim, os resultados que serão apresentados utilizaram o método de pontos interiores primal dual.

O sistema IEEE 30 possui 30 barras, 41 linhas e 6 geradores. O sistema está ilustrado na Figura 1. Para esse sistema, foram criadas 3 restrições de segurança.

A primeira restrição está ilustrada na Figura 2. Esse tipo de restrição é responsável por previnir a contingência que a queda de uma linha irá causar.

Vamos supor que haja a interrupção da linha 3-4. Limitando o fluxo de potência ativa das linhas 1-3, 2-4 e 6-4, será evitada a interrupção, através da seguinte formulação matemática: $-50 \leq f_{3-4} + f_{1-3} + f_{2-4} + f_{4-6} \leq 50$.

A segunda restrição de segurança objetiva evitar a falta de suprimento de energia na hipótese de desligamento de um gerador. Para isso são limitadas as potências máximas de um certo grupo de geradores. A Figura 3 mostra um grupo de geradores que foram limitados conforme a formulação matemática: $0 \leq p_1 + p_2 + p_5 \leq 50$. Assim, os limites máximos que anteriormente eram de $p_1 = 40$, $p_2 = 40$ e $p_5 = 60$, tiveram a soma limitada em $p_{1+2+5} = 50$.

A terceira e última restrição supõe gargalos no sistema, ou seja, quando há uma sobrecarga de uma linha por excesso de energia passando por ela. Vamos supor, no sistema IEEE 30, que a linha $12 - 13$ está sobrecarregada. Limitando-se a geração de energia do gerador da barra 13 alivia-se a sobrecarga da linha, através do aumento da geração de potência ativa de outro gerador. Por exemplo, se for aumentada a geração do gerador da barra 8, não ocorrerá a falta de potência ativa no sistema,

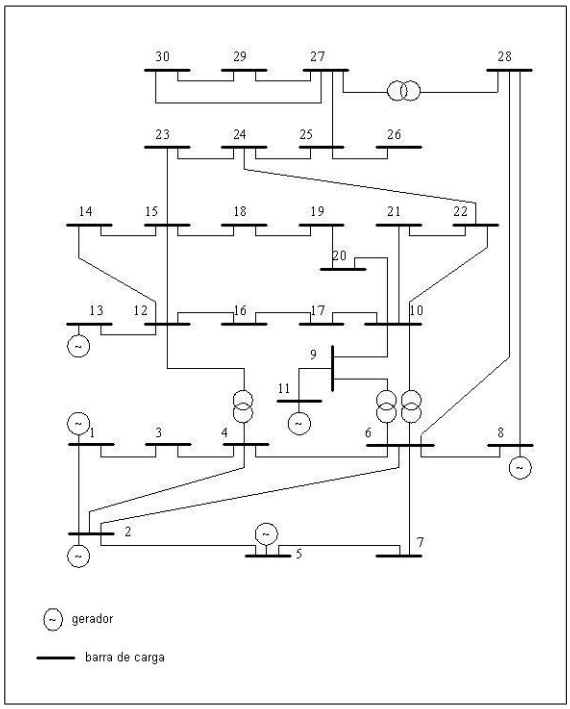

Figura 1: Rede do Sistema IEEE30

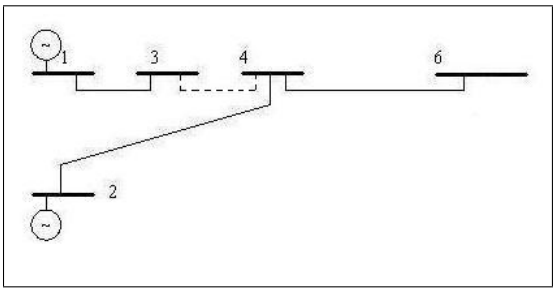

Figura 2: Restrição de Segurança 1: Queda de linha

como mostra a Figura 4. Esses aspectos podem ser representados através da seguinte desigualdade: $-50 \leq p_{13} + p_8 + f_{12-13} \leq 50$.

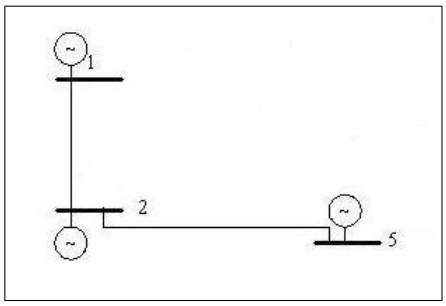

Figura 3: Restrição de Segurança 2: Desligamento de gerador

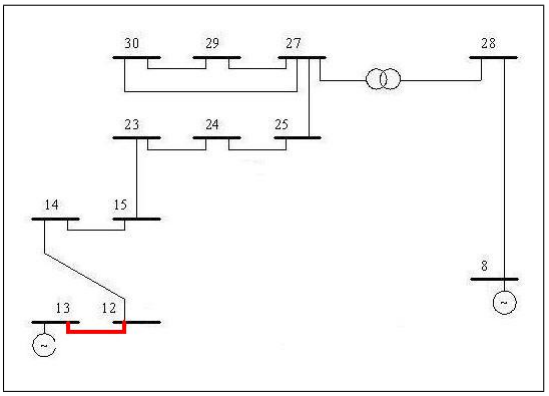

Figura 4: Restrição de Segurança 3: Gargalos no Sistema

A fim de simplificar a interpretação dos resultados, serão considerados os seguintes dados iniciais:

- Limite de Fluxo $f^{max} = 100$ e $f^{min} = -f^{max}$ para as linhas de transmissão;
- Potência mínima de cada gerador sendo 0 MW, ou seja, $p^{min} = 0$;
- Limite de Potência ativa nas restrições de segurança $s^{max} = 50$, e $s^{min} = -s^{max}$;
- Função de custo quadrática pura (sem termo linear), ou seja, $c_p = 0$;

- Geradores inicialmente com custos iguais, ou seja, $Q = I$.

A Tabela 2 compara os resultados obtidos na solução do problema de pré-despacho do sistema IEEE 30 sem as restrições de segurança e com as restrições de segurança em termos de número de iterações e tempo computacional, em segundos.

	Sem Restrições de Segurança	Com Restrições de Segurança
Número de Iterações	4	6
Tempo Computacional(s)	0,20	0,57

Tabela 2: Comparação dos Resultados do sistema IEEE 30

A diferença de desempenho entre os dois programas pode ser explicada da sequinte forma: quando não há restrições de segurança as iterações são computacionalmente menos onerosas. Além disso, a matrix Y^k apresenta 0,23% de elementos não nulos, enquanto a mesma matriz com as restrições de segurança e limitações apresenta 0,31% de elementos não nulos (um aumento de 34,57% de elementos diferentes de zero). Em consequência, a inclusão das restrições resulta em um aumento no número de iterações.

O sistema IEEE 118 possui 118 barras, 179 linhas, 53 geradores e serão consideradas 6 restrições de segurança: uma considera a queda de gerador, três consideram quedas de linhas e duas restrições consideram gargalos no sistema.

Para este sistema são considerados os seguintes dados iniciais:

- Limite de Fluxo $f^{max} = 2000$ e $f^{min} = -f^{max}$ para as linhas de transmissão;
- Limite de Potência ativa nas restrições de segurança $s^{max} = 300$, e $s^{min} = -s^{max}$;

O método de pontos interiores convergiu para a solução respeitando a cada período de tempo todas as restrições de segurança simultaneamente.

A Tabela 3 mostra a comparação das soluções do problema sem as restrições de segurança e com as restrições, em termos de número de iterações, tempo computacional (em segundos).

	Sem Restrições de Segurança	Com Restrições de Segurança
Número de Iterações	12	17
Tempo Computacional(s)	2,49	5,68

Tabela 3: Comparação dos Resultados do sistema IEEE 118

Embora o número de iterações tenha aumentado, o tempo computacional foi aceitável, mostrando que é método é eficiente e promissor.

5.1 Sistemas Brasileiros

O programa testado foi aplicado a três versões de sistemas brasileiros. A tabela abaixo mostra as características desses sistemas e o resultado da aplicação.

	Barras	Linhas	Geradores	Restrições de Segurança	Iterações	Tempo
SSE1654	1654	2063	124	58	43	34min 6s
SSE1732	1732	2160	115	64	47	45min 27s
Brasil	1993	2476	151	74	50	52min 14s

Tabela 4: Características e Resultados dos sistema SSE1654, SSE1732 e Brasil 1993

A tabela mostra que para os problemas maiores, com quantidade de restrições de segurança proporcionais às de um problema real, o programa também converge, considerando todas as restrições de segurança simultaneamente.

6 Conclusões e Perspectivas Futuras

Este trabalho discutiu a abordagem do problema de minimizar as perdas na geração e transmissão do pré-despacho DC de um sistema de potência hidrotérmico considerando restrições de segurança através dos métodos de pontos interiores primal-dual.

Como a própria denominação sugere, o problema de pré-despacho com restrições de segurança acrescenta um conjunto de restrições adicionais ao problema de pré-despacho. Assim, o universo de soluções é reduzido, o que faz com que quase sempre o valor mínimo da solução seja mais alto em relação à solução do problema de pré-despacho sem restrições de segurança, além de deixar o processo de convergência mais difícil. O trabalho desenvolveu uma alternativa para contornar as dificuldades de convergência através de métodos de pontos interiores, estendidos para tratar o problema quadrático com restrições lineares, que caracteriza o pré-despacho com restrições de segurança.

A análise realizada mostrou que é possível usar adequadamente a estrutura do problema de forma a obter uma codificação específica, robusta do ponto de vista numérico e satisfatória do ponto de vista dos tempos de processamento. Mesmo para problemas com grande quantidade de variáveis, o método converge com estabilidade numérica e precisão maior do que a necessária para aplicações nos sistemas brasileiros.

Numa perspectiva mais ampla, o problema de pré-despacho com restrições de segurança pode ser visto como uma situação de otimização com dois objetivos, onde se procura minimizar os custos de operação e maximizar a segurança do sistema. O trabalho desenvolvido contribui com fundamentos para um estudo mais abrangente do problema, através da teoria de otimização multiobjetivo.

Codificar a metodologia em linguagem computacional que permita utilizar as decomposições aqui propostas é um dos aspectos a serem explorados nos desdobramentos deste trabalho. Outro aspecto a ser estudado é o aperfeiçoamento das direções de busca utilizadas no processo iterativo. Em particular, devem ser investigados os motivos que levaram às dificuldades de convergência do método preditor-corretor, que apresenta resultados muito bons em problemas lineares.

O conjunto desses aperfeiçoamentos tem o objetivo de preparar a metodologia para aplicações no Sistema Interligado Nacional com restrições reais de segurança, simulando os 48 intervalos de tempo, ou seja, a operação a cada meia hora de um dia do pré-despacho.

Referências

Azevedo, A. T., Carvalho, M. F., Oliveira, A. R. L. and Soares, S.: 2001, Problema de fluxo de potência Ótimo dc com grafo generalizado via método de pontos interiores com restrições adicionais, *Anais do XXXIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, em CD-ROM, Campos do Jordão, SP* pp. 1454–1462.

Azevedo, A. T., Castro, C. A., Oliveira, A. R. L. and Soares, S.: 2009, Security constraint optimal active power flow via network model and interior point method, *SBA Controle e Automação* pp. 206–216.

Biskas, P. N. and Bakirtzis, A. G.: 2004, Decentralized security constrained DCOPF of interconnected power systems, *IEE Proc. Gener. Transm. Distrib.* **6**(151), 747–754.

Carvalho, M. F., Soares, S. and Ohishi, T.: 1988, Optimal active power dispatch by network flow approach, *IEEE Transactions on Power Systems* **3**(3), 1640–1647.

Golub, G. H. and Van Loan, C. F.: 1989, *Matrix Computations 2nd Edition*, The Johns Hopkins University Press, Baltimore, Maryland.

J. A. Momoh, M. E. E.-H. and Adapa, R.: 1999, A review of selected optimal power flow literature to 1993, part II Newton, linear programming and interior point methods, *IEEE Transactions on Power Systems* **14**(1), 105–111.

Oliveira, A. R. L. and Soares, S.: 2003, Métodos de pontos interiores para problema de fluxo de potência ótimo DC, *SBA: Controle & Automação* **14**(3), 278–285.

Oliveira, A. R. L., Soares, S. and Nepomuceno, L.: 2003, Optimal active power dispatch combining network flow and interior point approaches, *IEEE Transactions on Power Systems* **18**(4), 1235–1240.

Soares, S. and Salmazo, C. T.: 1997, Minimum loss predispatch model for hydroelectric systems, *IEEE Transactions on Power Systems* **12**(3), 1220–1228.