MODELO PLIM DE ALOCAÇÃO E SEQUENCIAMENTO DE BATELADAS APLICADO EM UMA REDE DE DUTOS

Suelen Neves Boschetto, Leandro Magatão, Flávio Neves Jr
Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Av. Sete de Setembro, 3165. CEP: 80230-901, Curitiba, PR
suelenbos@gmail.com, {magatao, neves}@utfpr.edu.br

RESUMO

Este trabalho propõe um método de otimização para o auxílio na tomada de decisão de atividades de planejamento/*scheduling* em uma rede de dutos real. Essa rede conecta refinarias, terminais e clientes finais, transportando diferentes derivados de petróleo e produtos orgânicos. A estrutura de otimização é baseada em um método de decomposição. Três modelos de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) foram criados para resolver o problema completo: o modelo de Planejamento PLIM determina diferentes volumes agregados de produtos que devem ser transportados na rede de diferentes áreas de origem para diferentes áreas de destino. Baseado nessa saída, o modelo de Alocação/Sequenciamento PLIM, o qual é detalhado neste artigo, calcula o volume individual de cada batelada que será bombeada dentro do horizonte pré-determinado e a sequência em que essas bateladas serão bombeadas. Finalmente, o modelo de Temporização PLIM determina o *scheduling* final da rede de dutos.

PALAVRAS CHAVE. Programação Linear Inteira Mista. Rede de dutos. *Scheduling*.
Área principal (Petróleo e Gás, Programação Matemática, Logística e Transportes).

ABSTRACT

This work develops an optimization approach to aid the operational decision-making of planning/scheduling activities in a real-world pipeline network. This network connects refineries, terminals, and final clients, conveying different oil derivatives and ethanol. The optimization structure is based on a decomposition method. Three Mixed Integer Linear Programming (MILP) models were created to solve the complete problem: a Planning model, an Assignment/Sequencing model, and a Timing model. The MILP Planning model determines an aggregated volume of products that should be transported by the pipeline network from different origins to destination areas. Based on this output, the Assignment/Sequencing MILP model, which is detailed in this paper, calculates both: the volume of individual batches that should be pumped in a predetermined horizon, and the sequence that these batches should be pumped. Then, the Timing MILP model determines the final scheduling to the real-world pipeline network.

KEYWORDS. Mixed Integer Linear Programming. Pipeline Network. Scheduling.
Main area (Oil and Gas, Mathematical Programming, Transport and Logistics).

1. Introdução

O sucesso de estratégias de otimização em engenharia de processos motiva constantemente o desejo de formular e resolver problemas de larga escala sobre um crescente conjunto de domínios (Grossmann e Biegler, 2004). Em particular, cadeias de suprimento de petróleo são redes complexas devido a diversos fatores. Desse modo, atividades de planejamento e *scheduling* relacionadas à distribuição de derivados de petróleo têm recebido grande interesse nos últimos anos. Métodos eficientes são requeridos para determinar o *scheduling* detalhado de atividades operacionais em polidutos. Obter uma solução para esse tipo de problema requer a análise de um grande número de alternativas, caracterizando problemas complexos e combinatoriais. Alguns trabalhos são encontrados na literatura a respeito de problemas semelhantes ao observado neste trabalho. Esses são considerados problemas de transferência e estocagem de produtos utilizando polidutos. Pode-se citar Lopes *et al.* (2010), Felizari (2009), Rejowski e Pinto (2008), Cafaro e Cerdá (2008), Relvas *et al.* (2006) e Magatão *et al.* (2004) como autores que desenvolveram modelos em Programação Linear Inteira Mista (PLIM) para a otimização do transporte de produtos derivados de petróleo através de polidutos. Todos os trabalhos citados utilizam métodos de decomposição do problema ou decomposição temporal com o intuito de encontrar soluções viáveis para esses problemas complexos.

Este trabalho utiliza uma estratégia de decomposição do problema para a obtenção do planejamento e *scheduling* de uma rede de polidutos. Detalhes a respeito do fornecimento e gerenciamento de inventário nos órgãos produtores e consumidores são tratados pela abordagem proposta. O cenário em análise envolve uma malha de dutos que transporta derivados de petróleo, interligando várias áreas: refinarias, terminais, portos ou até mesmo clientes finais.

Este artigo está organizado como segue. A Seção 2 apresenta o problema de transferência de derivados de petróleo, destacando as principais características e restrições que devem ser consideradas para sua otimização, bem como a estratégia de solução proposta. Em seguida, a seção 3 contextualiza o modelo de Alocação e Sequenciamento PLIM aqui proposto. A seção 4 apresenta os resultados obtidos e, por fim, é feita a conclusão do presente trabalho.

2. Descrição do Problema

A rede real de transporte considerada no presente estudo é composta por áreas interligadas por um conjunto de trechos de dutos, os quais operam o transporte de diferentes produtos (derivados de petróleo e produtos orgânicos) entre áreas adjacentes. A Figura 1 apresenta essa rede na forma de grafo direcionado, onde os nós representam as áreas e as arestas representam os trechos de dutos que interligam essas áreas. A rede considerada na Figura 1 é composta por 4 refinarias, 2 terminais portuários, 2 clientes finais que recebem ou enviam produtos através de 6 terminais de distribuição. Os nós são interligados através de 30 dutos bidirecionais. Cada duto tem um volume particular. Por exemplo, o volume do duto 1 é de, aproximadamente, 42.000 unidades volumétricas (u.v.). Um produto pode levar muitas horas até alcançar seu destino final, podendo permanecer em um duto até que outra batelada venha deslocá-lo. Mais de 14 derivados de petróleo podem ser transportados nessa rede. Uma transferência típica pode envolver o bombeamento de uma batelada através de várias áreas. Por exemplo, uma batelada pode ser bombeada do nó N6 para o nó N14 passando pelos nós N8, N11 e N12. Nesse caso, o volume a ser transportado usa os dutos 25, 2, 5 e 18, respectivamente.

A seguir são elencadas características da rede de dutos em estudo, as quais impactam na sua programação de operações.

- *Atendimento da demanda e escoamento da produção*: Cada órgão possui estimativas de produção e demandas a serem atendidas para cada produto em intervalos específicos.

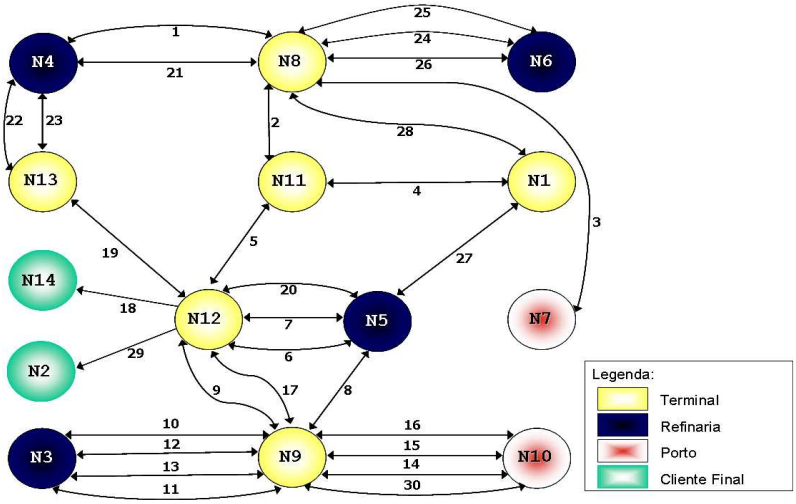

Figura 1 – Grafo direcionado da rede abordada

- *Programação de atividades*: Como premissa, deve-se prezar o atendimento dos requisitos de entrega, tentar manter os estoques de refinarias e terminais dentro de limites práticos e, ao mesmo tempo, gerenciar a utilização/ocupação dos dutos do sistema.

- *Definição das Bateladas de Bombeio*: o volume típico das bateladas de cada produto transportado segue diretrizes operacionais, ditadas principalmente pelos seguintes fatores:

1. Volume dos tanques de origem (ou múltiplos destes volumes);
2. Volume dos tanques de destino (ou múltiplos destes volumes);
3. Volume do trecho de duto envolvido (ou múltiplos deste volume).

- *Rotas de Fluxo*: dentro da rede em estudo existem centenas de rotas previamente cadastradas. Cada rota é composta por uma sequência de áreas intercaladas por segmentos de dutos, construindo um caminho de movimentação das bateladas desde a origem até o destino. Nesse sentido, uma mesma rota pode ser usada por bateladas que contenham produtos diferentes e vazões diferentes. Um exemplo de rota de fluxo pode ser ilustrado por meio da Figura 1, onde uma operação de transferência é feita a partir da área N6, com destino a N14. Assim, a rota de fluxo conterá os elementos: {N6, 25, N8, 2, N11, 5, N12, 18, N14}.

- *Vazão de Bombeio*: A vazão de bombeio do sistema pode variar entre limites mínimos e máximos, de acordo com o produto, o trecho de duto em análise e a origem do bombeio. Porém, a vazão de um determinado produto ao longo do seu trajeto na malha é influenciada pelas vazões dos produtos que o sucedem no mesmo trajeto, ou trechos de trajeto. O tempo de transporte de uma batelada é função dessa composição de vazões, ao longo de todo o caminho que um produto será transportado na malha dutoviária. Felizari (2009) realiza uma descrição detalhada das características do problema em estudo.

2.1. Restrições Operacionais

Adicionalmente às características da rede já mencionadas, restrições operacionais em cada nó e/ou trecho de duto devem ser seguidas para um funcionamento adequado do sistema de transporte e estocagem dos produtos. Dentre estas restrições, pode-se citar:

- *Conservação de massa*: Em cada órgão, a quantidade total de produto que chega, somada à que está previamente estocada e/ou é produzida no órgão deve ser igual àquela que sai do órgão, adicionada à quantidade que é consumida internamente, entregue ao mercado local ou estocada ao final do período de tempo analisado.

- *Restrições locais*: O conjunto de bombas e válvulas hidráulicas nos órgãos limita o número máximo de operações de envio/recebimento de produtos em cada órgão.

- *Operação pulmão*: Uma operação de pulmão é aquela na qual um determinado

produto é enviado de A para C passando por B, com armazenamento intermediário. O produto é deslocado numa determinada vazão de A para B, sendo armazenado parcialmente e temporariamente em B, seguindo para C numa vazão igual ou não (Boschetto *et al.*, 2010a).

- *Restrições de tancagem*: os volumes dos tanques são agregados por produtos e, em cada órgão. Devem ser observados os valores de estoques mínimos e máximos para cada produto que vir a ser armazenado no local.

- *Utilização dos trechos de dutos*: Ao longo do horizonte de tempo, os trechos de duto podem ser utilizados por diferentes produtos.

- *Interfaces de bombeio*: Quando dois produtos são transportados em série pelo mesmo duto, gera-se uma interface entre os produtos. Existem casos em que o bombeio sequencial de certos produtos não é recomendável, tipicamente pela degradação excessiva do produto mais nobre. Assim, é necessário interpor-se entre eles um terceiro produto, compatível com ambos, chamado de *selo* (Magatão *et al.*, 2004).

- *Reversão em dutos*: Alguns dutos possuem um sentido de bombeio normal e um sentido de bombeio reverso. Em caso de reversão, é necessário adicionar uma batelada auxiliar para deslocar o produto até a extremidade do duto para, então, revertê-lo.

2.2. Abordagem de Solução

A elevada carga computacional para obtenção de soluções operacionais de *scheduling* de polidutos é uma característica dos trabalhos presentes na literatura, mesmo para um cenário envolvendo um único duto (*e.g.* Relvas *et al.*, 2006). Assim, obter uma solução de *scheduling* para uma rede de dutos é uma tarefa computacionalmente difícil e a adoção de uma abordagem de decomposição do problema mostrou-se imprescindível. Além disso, uma característica particular deve ser detalhada quando uma rede de dutos é tratada: rotas de bombeio distintas podem utilizar dutos em comum e, consequentemente, o recebimento de um produto em um destino pode ser influenciado pelo bombeio de produtos oriundos de diferentes origens. Realizar o *scheduling* observando todas as restrições impostas não é uma tarefa trivial.

Neste trabalho, um método de decomposição é proposto. A decomposição é baseada em várias etapas onde, a cada nível, um modelo PLIM é utilizado. A Figura 2 destaca o bloco que é detalhado no presente trabalho. Os demais blocos são complementares à abordagem de solução proposta e são apresentados em Boschetto *et al.* (2010a,b).

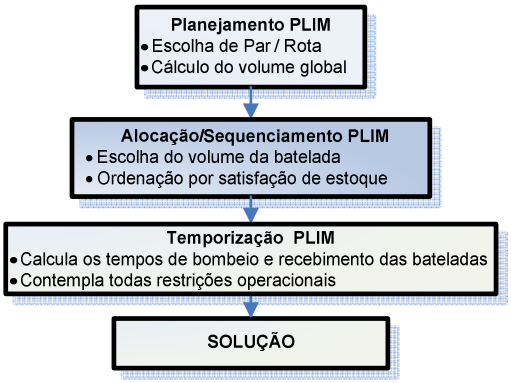

Figura 2 – Estrutura de decomposição proposta

A solução final do *scheduling* da rede de dutos é obtida através de três grandes blocos: Planejamento (obtenção de volumes agregados e rotas para envio destes volumes), Alocação/Sequenciamento (obtenção de bateladas e sua ordem de envio) e, Temporização. Em um primeiro momento, o Planejamento PLIM endereça o problema em uma abstração macro, onde o objetivo é obter a quantidade total de produtos que deve ser movimentada ao longo do horizonte de tempo, a rota e dutos que serão utilizados nessa movimentação. Os resultados desse

modelo são utilizados como dados do segundo bloco. A Alocação e Sequenciamento das bateladas é aqui realizada através de um modelo PLIM. Nessa etapa, o volume das bateladas é obtido, e uma sequência em que as bateladas devem ser enviadas é gerada. Por fim, o modelo de Temporização (Boschetto *et al.*, 2010a) obtém o *scheduling* final da rede de dutos, considerando restrições operacionais impostas a cada elemento da malha de transporte dutoviário em análise.

3. Alocação e Sequenciamento PLIM

As considerações gerais utilizadas para formular o modelo de Alocação e Sequenciamento PLIM são a seguir enumeradas:

1. Os tanques são considerados de forma agregada por área e produto. Os níveis de inventário podem ser incrementados ou decrementados de acordo com o volume de cada produto recebido, enviado, ou devido às taxas de produção e consumo (mercado) local, dentro de limites operacionais.
2. Durante o horizonte de tempo, toda produção, demanda e limites de tancagem para cada produto e área são determinados previamente. Os montantes mensais a serem transferidos entre uma área de origem e uma área de destino, bem como as rotas e os dutos utilizados, são determinados pelo Modelo de Planejamento PLIM.
3. O transporte das bateladas por meio da rede de dutos deve ser realizado dentro de um horizonte de tempo previamente determinado.
4. Para a operação de reversão de fluxo de bombeio, um conjunto de bateladas é bombeado em uma direção. Após, é necessário inserir uma batelada auxiliar com o mesmo volume do duto considerado para deslocar as bateladas que preenchem o duto. A direção de bombeio pode, então, ser revertida e produtos podem ser bombeados na direção inversa. As bateladas auxiliares utilizadas para executar reversões de fluxo devem ser especificadas posteriormente, após a geração das bateladas e determinação da sequência em que serão enviadas.
5. Uma batelada pode ser recebida em um tanque e ser simultaneamente bombeada desse tanque para outro duto (operação pulmão). Para considerar a operação de pulmão, a rota da batelada é dividida em duas ou mais rotas. A primeira rota contém a área de origem até a área intermediária em que o tanque será utilizado para a operação pulmão e, a última rota contém a área intermediária até a área de destino final. Dessa forma, a sequência das bateladas de reversão deve ser construída de maneira que o balanço de massa dos produtos na área de pulmão, bem como os limites de inventário, sejam satisfeitos.
6. Todas as bateladas previamente armazenadas nos dutos no início do horizonte de tempo (bateladas em trânsito) são adicionadas ao estoque do seu destino pré-determinado.
7. Restrições de bombeio/recebimento por questões de custo elétrico e troca de turno dos operadores e restrições locais são consideradas *a posteriori*, no Modelo de Temporização PLIM, sendo satisfeitas durante o horizonte de *scheduling*.

A partir de volumes agregados e rotas sugeridas pelo modelo de Planejamento PLIM, o modelo de Alocação e Sequenciamento PLIM define: (*i*) o volume de cada uma das bateladas a serem movimentadas para todos os produtos; e (*ii*) a melhor sequência de envio de cada uma das bateladas, de modo que o inventário seja satisfeito. A satisfação do inventário, nesta etapa, é feita através de um cálculo baseado no tempo médio das movimentações. São estabelecidas restrições para evitar que bateladas distintas sejam movimentadas simultaneamente em um duto de origem ou recebidas simultaneamente em um duto adjacente à área de destino. Além disso, o menor estoque de cada produto para as áreas de destino é maximizado.

Na formulação do modelo de Alocação e Sequenciamento PLIM, utilizou-se representação temporal e volumétrica contínuas. Os volumes dos produtos a serem enviados são escolhidos dentro de limites mínimo e máximo de lotes (veja item *Definição das Bateladas de Bombeio*, na seção 2). O nível de inventário é considerado durante todo o horizonte de tempo, com a finalidade de obter a melhor sequência a ser bombeada, respeitando capacidades de estocagem. Dessa maneira, são calculados os tempos de bombeio e recebimento de uma batelada

de um dado produto (variáveis contínuas) e o inventário desse produto é atualizado no intervalo de tempo correspondente.

Os parâmetros e conjuntos utilizados no modelo de Alocação e Sequenciamento são calculados dentro da ferramenta ILOG OPL 6.3 (ILOG, 2009). Essa ferramenta utiliza o CPLEX 12. O modelo de larga escala é criado dinamicamente a partir do conjunto de dados de entrada. Conjuntos esparsos são utilizados para a geração das restrições matemáticas, permitindo a manipulação de apenas índices válidos. Dentre os conjuntos utilizados, tem-se: *P* (produtos), *N* (áreas), *B* (bateladas), *R* (rotas) e *D* (dutos). Dessa forma, por exemplo, os índices da variável binária $ls_{b,p,n,n',r}$ que indica se a batelada *b* contém o produto *p* e vai do órgão de origem *n* até o órgão de destino *n'* pela rota *r* conterá apenas algumas tuplas <*b,p,n,n',r*> válidas, não gerando todas as combinações de tuplas possíveis.

Dentro do escopo do modelo são criadas bateladas fictícias, as quais indicam que a variável $ls_{b,p,n,n',r}$ assume o valor 0 para indicar que nenhuma combinação de <*p,n,n',r*> é alocada à batelada *b*. Essas bateladas são geradas por não ser possível identificar *a priori* o número exato de bateladas necessárias a serem enviadas durante o horizonte de tempo.

3.1. Função Objetivo

A função objetivo (1) envolve os seguintes fatores:

- Minimização da variação (*dif*) do volume total enviado (*W*) em relação ao volume total sugerido pelo modelo PLIM de Planejamento (*Q*).
- Penalização da solução em relação às violações na satisfação dos limites mínimos e máximos de estoque nas áreas de origem (*ao*, *do*) e destino (*ad*, *dd*). Idealmente, a partir dos valores estabelecidos para estoque mínimo $ID_{n,p}^{\min}$ e máximo $ID_{n,p}^{\max}$, violações de tancagem e de demanda não deveriam ocorrer. Contudo, dependo dos parâmetros de entrada, há necessidade que violações sejam aceitas para diagnóstico de problemas do sistema. Assim, parte da função objetivo é penalizada por um parâmetro (α), que faz com que violações sejam evitadas majoritariamente.
- Minimização do número de bateladas geradas. Ocorre por intermédio da variável binária *ls*, Assim, evita-se a geração de bateladas operacionalmente pequenas, determinando-se o número e, consequentemente, o volume ideal das bateladas. Adicionalmente, evita-se que lotes de um mesmo produto, com a mesma rota, sejam sequenciados um após o outro.
- Minimização do maior estoque nos órgãos de origem. A variável *mino* assume o valor do maior nível de estoque durante o horizonte temporal. Consideram-se todas as áreas de origem e produtos. Então, essa variável é minimizada na função objetivo e ponderada por um fator μ^1. Objetiva-se que o maior estoque na origem assuma o menor valor possível, dentro dos limites operacionais para a estocagem na origem.
- Maximização do estoque mínimo nos órgãos de destino. A variável *mind* assume o valor do menor nível de estoque durante o horizonte temporal. Consideram-se todas as áreas de destino e produtos. Então, essa variável é maximizada na função objetivo e ponderada por um fator μ^2. Objetiva-se que o menor estoque no destino assuma o maior valor possível, dentro dos limites operacionais para a estocagem no destino.

$$\sum_{p\in P}\sum_{n\in N}\sum_{n'\in N}\sum_{r\in R}\left(dif^{+}_{p,n,n',r}+dif^{-}_{p,n,n',r}\right)+\alpha\cdot\sum_{b\in B}\sum_{p\in P}\sum_{n\in N}\left(ao_{b,p,n}+do_{b,p,n}+ad_{b,p,n}+dd_{b,p,n}\right)+ \\ \sum_{b\in B}\sum_{p\in P}\sum_{n\in N}\sum_{n'\in N}\sum_{r\in R}ls_{b,p,n,n',r}+\mu^1\cdot\sum_{p\in P}\sum_{n\in N}mino_{p,n}-\mu^2\cdot\sum_{p\in P}\sum_{n\in N}mind_{p,n} \quad (1)$$

3.2. Restrições

Todas as restrições físicas e operacionais foram modeladas considerando-se volumes de lotes variáveis. A restrição (2) indica que a soma de todo o volume (*W*) das bateladas *b* do

produto p a serem enviadas do nó n até o nó n' pela rota r, deve ser igual ao volume sugerido pelo modelo de Planejamento PLIM (Q). As variáveis dif^{+} e dif^{-} assumem valores não negativos e correspondem à variação (para mais e para menos, respectivamente) em relação à quantidade de volume movimentada.

$$\sum_{b\in B} W_{b,p,n,n',r} + dif^{+}_{p,n,n',r} - dif^{-}_{p,n,n',r} = Q_{n,n',p,r} \quad \forall p\in P, \{n,n'\}\in N, r\in R \tag{2}$$

O volume de cada batelada (W) deve permanecer entre os limites mínimos e máximos de lotes ($lots_p^{\min}$ e $lots_p^{\max}$), como indicado na inequação (3). Se a batelada b é uma batelada fictícia, o volume deve ser igual a zero.

$$lots_p^{\min} \cdot ls_{b,p,n,n',r} \le W_{b,p,n,n',r} \le lots_p^{\max} \cdot ls_{b,p,n,n',r} \quad \forall b\in B, p\in P, \{n,n'\}\in N, r\in R \tag{3}$$

Para cada batelada, pode ser alocado somente um produto p a ser enviado da área n para a área n' pela rota r (restrição 4). Se a batelada não for utilizada (batelada fictícia), $ls = 0$ e nenhum volume é alocado.

$$\sum_{p\in P}\sum_{n\in N}\sum_{n'\in N}\sum_{r\in R} ls_{b,p,n,n',r} \le 1 \quad \forall b\in B \tag{4}$$

As bateladas fictícias são forçadas a permanecer no final da lista de bateladas (inequação 5).

$$\sum_{p\in P}\sum_{n\in N}\sum_{n'\in N}\sum_{r\in R} ls_{b,p,n,n',r} \le \sum_{p\in P}\sum_{n\in N}\sum_{n'\in N}\sum_{r\in R} ls_{b-1,p,n,n',r} \quad \forall b\in B, b>1 \tag{5}$$

Como a demanda e a produção da rede de dutos é considerada de forma contínua, o cálculo do inventário é realizado através da utilização de eventos. O índice b é considerado como sendo um evento para o cálculo do estoque. Ou seja, durante o bombeio/recebimento da batelada b o estoque na área de origem/destino é atualizado. As restrições de inventário são divididas em dois grupos: (i) <u>Restrições nas áreas de origem</u>: o estoque é calculado nas áreas de origem em função do tempo de bombeio das bateladas; (ii) <u>Restrições nas áreas de destino</u>: o estoque é calculado nas áreas de destino em função do tempo de recebimento das bateladas.

O inventário nas áreas de origem para o primeiro evento ($ID_{b,p,n}^{orig}$) deve ser igual ao inventário inicial ($ID_{n,p}^{0}$), mais a quantidade disponível (quantidade produzida subtraída da demanda local) durante o tempo de bombeio da primeira batelada $\left(disp_{n,p}/H\right)\cdot\sum_{d\in D}\sum_{r\in R} TF_{b,d,r}^{bomb}$, menos o volume bombeado da batelada b (equação 6).

$$ID_{b,p,n}^{orig} = ID_{n,p}^{0} + \frac{disp_{n,p}}{H}\cdot\sum_{d\in D}\sum_{r\in R} TF_{b,d,r}^{bomb} - \sum_{n'\in N}\sum_{r\in R} W_{b,p,n,n',r} \quad \forall b\in B \mid b=1, p\in P, n\in N \tag{6}$$

Para os demais eventos, (equação 7), o inventário nas áreas de origem deve ser igual ao inventário do evento anterior ($b-1$) mais a quantidade disponível (produzida menos consumida) durante o intervalo de tempo entre o bombeio da batelada b e $b-1$, menos a quantidade de volume bombeado de n, adicionado à quantidade de volume recebida em n (nesse caso, n pode ser um nó onde ocorre a operação pulmão).

$$\begin{aligned} ID_{b,p,n}^{orig} &= ID_{b-1,p,n}^{orig} + \frac{disp_{n,p}}{H}\cdot\left(\sum_{d\in D}\sum_{r\in R} TF_{b,d,r}^{bomb} - \sum_{d\in D}\sum_{r\in R} TF_{b-1,d,r}^{bomb}\right) \\ &- \sum_{n'\in N}\sum_{r\in R} W_{b,p,n,n',r} + \sum_{n'\in N}\sum_{r\in R} W_{b-1,p,n',n,r} \quad \forall b\in B \mid b>1, p\in P, n\in N \end{aligned} \tag{7}$$

Quando a batelada b é bombeada ($ls = 1$), o inventário deve respeitar as capacidades mínima e máxima de armazenagem – restrições (8) e (9). Se houver violação no estoque, as

variáveis *ao* e *do* assumem valores diferentes de zero e são penalizadas na função objetivo.

$$ID^{orig}_{b,p,n} + ao_{b,p,n} \geq ID^{\min}_{n,p} - M \cdot \left(1 - \sum_{n' \in N} \sum_{r \in R} ls_{b,p,n,n',r}\right) \quad \forall b \in B, p \in P, n \in N \tag{8}$$

$$ID^{orig}_{b,p,n} + do_{b,p,n} \leq ID^{\max}_{n,p} + M \cdot \left(1 - \sum_{n' \in N} \sum_{r \in R} ls_{b,p,n,n',r}\right) \quad \forall b \in B, p \in P, n \in N \tag{9}$$

Além da satisfação dos limites de inventário nas áreas de origem (restrições 8 e 9), busca-se minimizar o maior estoque (por produto) em suas áreas de origem em qualquer dos eventos (restrição 10). Dessa forma, a variável *mino* obtém o valor do maior estoque por área e produto e é minimizada na função objetivo.

$$mino_{n,p} \geq \frac{ID^{orig}_{b,p,n}}{ID^{\max}_{n,p}} - \left(1 - \sum_{n \in N} \sum_{r \in R} ls_{b,p,n,n',r}\right) \quad \forall b \in B, p \in P, n' \in N \tag{10}$$

O inventário nas áreas de destino para o primeiro evento (primeira batelada) deve ser igual ao inventário inicial, menos a quantidade requerida (demanda subtraída da produção local) durante o tempo de recebimento da primeira batelada, adicionado ao volume da batelada *b* recebida. (equação 11).

$$ID^{dest}_{b,p,n} = ID^{0}_{n,p} - \frac{flt_{n,p}}{H} \cdot \sum_{d \in D} \sum_{r \in R} TF^{rec}_{b,d,r} + \sum_{n' \in N} \sum_{r \in R} W_{b,p,n',n,r} \quad \forall b \in B \mid b = 1, p \in P, n \in N \tag{11}$$

Para os demais eventos, exceto o último, a equação 12 calcula o inventário nas áreas de destino. Esse inventário deve ser igual ao inventário do evento anterior ($b - 1$), menos a quantidade requerida ($flt_{n,p}$) durante o intervalo de tempo entre o recebimento da batelada *b* e $b - 1$, adicionado à quantidade de volume recebida em *n*, menos a quantidade de volume bombeada de *n* (nesse caso, *n* pode ser um nó onde ocorre a operação pulmão).

$$\begin{aligned} ID^{dest}_{b,p,n} &= ID^{dest}_{b-1,p,n} - \frac{flt_{n,p}}{H} \cdot \left(\sum_{d \in D} \sum_{r \in R} TF^{rec}_{b,d,r} - \sum_{d \in D} \sum_{r \in R} TF^{rec}_{b-1,d,r}\right) \\ &+ \sum_{n' \in N} \sum_{r \in R} W_{b,p,n',n,r} - \sum_{n' \in N} \sum_{r \in R} W_{b+1,p,n,n',r} \quad \forall b \in B \mid b > 1 \text{ e } b < |B|, p \in P, n \in N \end{aligned} \tag{12}$$

Para o último evento, a equação 13 calcula o inventário nas áreas de destino. Porém, nesse caso não é subtraída a batelada de pulmão que poderia ser enviada no evento seguinte.

$$\begin{aligned} ID^{dest}_{b,p,n} &= ID^{dest}_{b-1,p,n} - \frac{flt_{n,p}}{H} \cdot \left(\sum_{d \in D} \sum_{r \in R} TF^{rec}_{b,d,r} - \sum_{d \in D} \sum_{r \in R} TF^{rec}_{b-1,d,r}\right) + \sum_{n' \in N} \sum_{r \in R} W_{b,p,n',n,r} \\ &\forall b \in B \mid b = |B|, p \in P, n \in N \end{aligned} \tag{13}$$

Quando a batelada *b* é recebida ($ls = 1$), o inventário deve respeitar as capacidades mínima e máxima de armazenagem – restrições (14) e (15). Se houver violação no estoque, as variáveis *ad* e *dd* assumem valores diferentes de zero e são penalizadas na função objetivo.

$$ID^{dest}_{b,p,n} + ad_{b,p,n} \geq ID^{\min}_{n,p} - M \cdot \left(1 - \sum_{n' \in N} \sum_{r \in R} ls_{b,p,n',n,r}\right) \quad \forall b \in B, p \in P, n \in N \tag{14}$$

$$ID^{dest}_{b,p,n} + dd_{b,p,n} \leq ID^{\max}_{n,p} + M \cdot \left(1 - \sum_{n' \in N} \sum_{r \in R} ls_{b,p,n',n,r}\right) \quad \forall b \in B, p \in P, n \in N \tag{15}$$

Além da satisfação dos limites de inventário nas áreas de destino (restrições 14 e 15), busca-se maximizar o estoque mínimo na área de destino em qualquer dos eventos (restrição 16).

Dessa forma, a variável *mind* obtém o valor do menor estoque por área e produto e é maximizada na função objetivo.

$$mind_{n,p} \leq \frac{ID_{b,p,n}^{dest}}{ID_{n,p}^{\max}} + \left(1 - \sum_{n' \in N} \sum_{r \in R} ls_{b,p,n',n,r}\right) \quad \forall b \in B, p \in P, n \in N \tag{16}$$

O final de bombeio de qualquer batelada deve acontecer dentro do horizonte *H*. Se a batelada for uma batelada fictícia, essa condição é relaxada, conforme restrição 17. Quando a batelada *b* é uma batelada fictícia, $TF_{b,d,r}^{bomb}$ assume o valor zero.

$$TF_{b,d,r}^{bomb} \leq H \cdot \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} \sum_{n' \in N} ls_{b,p,n,n',r} \quad \forall b \in B, d \in D, r \in R \tag{17}$$

O final de bombeio da batelada *b* deve ser maior que o início de bombeio da própria batelada, adicionando-se o seu tempo de bombeio, o qual é determinado pela divisão do volume da batelada pelos limites mínimo ($vb_{d,p,n}^{\min}$) e máximo ($vb_{d,p,n}^{\max}$) de vazão (restrições 18 e 19).

$$TF_{b,d,r}^{bomb} \leq TI_{b,d,r}^{bomb} + \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} \left(\frac{1}{vb_{d,p,n}^{\min}} \cdot \sum_{n' \in N} W_{b,p,n,n',r} \right) \quad \forall b \in B, d \in D, r \in R \tag{18}$$

$$TF_{b,d,r}^{bomb} \geq TI_{b,d,r}^{bomb} + \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} \left(\frac{1}{vb_{d,p,n}^{\max}} \cdot \sum_{n' \in N} W_{b,p,n,n',r} \right) \quad \forall b \in B, d \in D, r \in R \tag{19}$$

Para a construção das restrições referentes à precedência temporal entre bateladas que utilizam o mesmo duto, utilizou-se a variável auxiliar de bombeio *tdb*. Quando *b* é uma batelada fictícia, *tdb* deve ser maior que a variável auxiliar para o evento anterior (restrição 20). Caso contrário, a variável auxiliar deve assumir um valor maior que $TF_{b,d,r}^{bomb}$ (restrição 21).

$$tdb_{b,d} \geq tdb_{b-1,d} \quad \forall b \in B \mid b > 1, d \in D \tag{20}$$

$$tdb_{b,d} \geq TF_{b,d,r}^{bomb} \quad \forall b \in B, d \in D, r \in R \tag{21}$$

Pela avaliação do valor da variável *tdb*, sabe-se o instante de tempo em que a última batelada não-fictícia foi bombeada. Assim, é possível realizar a precedência temporal entre duas bateladas que serão bombeadas para um mesmo duto (restrição 22).

$$TI_{b,d,r}^{bomb} \geq tdb_{b-1,d} - M \cdot \left(1 - \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} \sum_{n' \in N} ls_{b,p,n',n,r}\right) \quad \forall b \in B \mid b > 1, d \in D, r \in R \tag{22}$$

As restrições (23) e (24) realizam o cálculo do tempo de recebimento das bateladas. Considera-se o tempo de bombeio, somado ao tempo médio de deslocamento pela rota (volume da soma dos dutos da rota dividido pela vazão média da rota: vr_r / vb_r^{med}).

$$TI_{b,d,r}^{rec} = TI_{b,d',r}^{bomb} + \frac{vr_r}{vb_r^{med}} \cdot \left(\sum_{p \in P} \sum_{n \in N} \sum_{n' \in N} ls_{b,p,n',n,r}\right) \quad \forall b \in B, \{d, d'\} \in D, r \in R \tag{23}$$

$$TF_{b,d,r}^{rec} = TF_{b,d',r}^{bomb} + \frac{vr_r}{vb_r^{med}} \cdot \left(\sum_{p \in P} \sum_{n \in N} \sum_{n' \in N} ls_{b,p,n',n,r}\right) \quad \forall b \in B, \{d, d'\} \in D, r \in R \tag{24}$$

Para a construção das restrições referentes à precedência temporal entre bateladas que utilizam o mesmo duto, faz-se uso da variável temporal auxiliar de recebimento *tdr*. Quando *b* é uma batelada fictícia, *tdr* deve ser maior que a variável auxiliar para o evento anterior (restrição

25). Caso contrário, a variável auxiliar deve assumir um valor maior que $TF^{rec}_{b,d,r}$ (restrição 26).

$$tdr_{b,d} \geq tdr_{b-1,d} \quad \forall b \in B \mid b > 1, d \in D \tag{25}$$

$$tdr_{b,d} \geq TF^{rec}_{b,d,r} \quad \forall b \in B, d \in D, r \in R \tag{26}$$

Sabendo-se o instante de tempo em que a última batelada não-fictícia foi recebida (valor assumido pela variável *tdr*), é possível, então, realizar a precedência temporal entre duas bateladas que serão recebidas por um mesmo duto (restrição 27).

$$TI^{rec}_{b,d,r} \geq tdb_{b-1,d} - M \cdot \left(1 - \sum_{p \in P} \sum_{n \in N} \sum_{n' \in N} ls_{b,p,n',n,r}\right) \quad \forall b \in B \mid b > 1, d \in D, r \in R \tag{27}$$

Para áreas e produtos onde ocorre a operação pulmão, o início de bombeio na área de pulmão *n* deve acontecer após o recebimento da batelada anterior nessa mesma área *n*. A equação (28) verifica essa condição, para o caso em que as bateladas *b* e *b* + 1 não são bateladas fictícias.

$$\begin{aligned} & TI^{bomb}_{b+1,d',r'} \geq TI^{rec}_{b,d,r} - M \cdot \left(2 - ls_{b,p,n',n,r} - ls_{b+1,p,n,n'',r'}\right) \\ & \forall \{b, b+1\} \in B \mid b < |B|, p \in P, \{n, n', n''\} \in N, \{d, d'\} \in D, \{r, r'\} \in R \end{aligned} \tag{28}$$

4. Resultados

O modelo foi aplicado em dois cenários operacionais típicos da rede de dutos apresentada na seção 2. Não é possível detalhar neste artigo todos os dados utilizados para a obtenção da solução do modelo de Alocação e Sequenciamento PLIM devido à extensa quantidade de dados utilizados (ex: dados de produção, consumo, limites de estocagem). Dessa maneira, são apenas apresentados os resultados do modelo de Planejamento, (Tabela 1) os quais foram utilizados como parâmetros de entrada do modelo de Alocação e Sequenciamento PLIM.

Tabela 1 – Resultados do modelo de Planejamento (Cenário 1)

Rota	Volume (u.v.)											
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
N3→10→N9→8→N5			20492				34091					
N3→11→N9→30→N10	141771					8567						
N3→11→N9→17→N12→18→N14					13878							
N3→12→N9		166275										
N3→12→N9→15→N10		78124							116855			
N3→13→N9→9→N12→19→N13	1107											
N4→1→N8→28→N1→4→N11		45967										
N4→1→N8→2→N11→5→N12→18→N14					84176							
N4→1→N8→24→N6		9684								19465		
N4→22→N13											30694	
N4→23→N13	43389											14443
N5→6→N12	72538											
N5→7→N12→19→N13	15805											
N5→20→N12→19→N13→22→N4				149543								
N6→24→N8→28→N1→4→N11								162428				
N6→24→N8→21→N4								8319				
N6→25→N8→2→N11	44709											
N6→25→N8→2→N11→5→N12→18→N14					133354							
N6→25→N8→3→N7				202089		176694						
N8→2→N11	5969											
N8→3→N7				95909								
N8→21→N4				8126								18221
N8→26→N6												
N9→17→N12→19→N13		76519										
N9→17→N12		89838										
N10→14→N9→8→N5			5377									
N10→14→N9→8→N5→7→N12→29→N2			105074									

Podem-se visualizar na Tabela 2, para os dois cenários avaliados, as dimensões dos modelos PLIM resultantes, considerando-se um horizonte de uma semana. O volume mensal de

movimentação sugerido pelo modelo de Planejamento é igualmente dividido em quatro porções, indicando um volume semanal planejado. No horizonte de uma semana deseja-se obter uma lista de bateladas, cuja soma dos volumes apresente um valor próximo do volume semanal planejado. Para a obtenção dos resultados, utilizou-se o *software* ILOG OPL Studio 6.3, CPLEX 12 em um computador *Intel Core* 2 *Duo* 6400, 2.13 GHz, 3GB *RAM*. O tempo de execução foi limitado a cinco horas de processamento.

Tabela 2 – Resultados Computacionais

	Cenário 1	**Cenário 2**
Melhor Nó Encontrado	13 385,8	12 458,4
Gap de Integralidade (%)	0,06	3,2
Valor da Função Objetivo	13 394,2	12 863,3
Número de Iterações	7 654 337	3 212 637
Número Total de Variáveis	23 243	24 270
Número de Variáveis Binárias	1 980	2 160
Número de Restrições	33 229	34 967
Horizonte (h)	180	180

A Tabela 3 apresenta resultados obtidos para o Cenário 1, evidenciando-se: número da batelada (bat), produto (prod), volume (vol) e rota alocados à batelada. Por exemplo, a batelada 3 (produto P4) tem origem em N6 e destino N7, sendo transportada pelos dutos 25 e 3. Essa batelada foi sequenciada prioritariamente em relação à batelada 13 (produto P6), a qual utiliza os mesmos trechos de duto em sua movimentação. Para o cenário em questão, 60 bateladas com volumes superiores a zero poderiam ser sequenciadas; o modelo decidiu que 38 dessas deveriam possuir um volume superior a zero, resultando em 22 bateladas fictícias.

Tabela 3 – Resultados do Cenário 1

bat	**prod**	**vol**	**rota**	**bat**	**prod**	**vol**	**rota**
1	P2	10951	N3→12→N9→15→N10	20	P1	3135	N5→6→N12
2	P3	15504	N10→14→N9→8→N5→7→N12→29→N2	21	P1	3952	N5→7→N12→19→N13
3	P4	25000	N6→25→N8→3→N7	22	P1	15000	N3→11→N9→30→N10
4	P2	25000	N3→12→N9	23	P3	10765	N10→14→N9→8→N5→7→N12→29→N2
5	P8	23735	N6→24→N8→28→N1→4→N11	24	P4	20523	N6→25→N8→3→N7
6	P2	22460	N9→17→N12	25	P2	19130	N9→17→N12→19→N13
7	P5	21044	N4→1→N8→2→N11→5→N12→18→N14	26	P2	11492	N4→1→N8→28→N1→4→N11
8	P1	4383	N3→11→N9→30→N10	27	P4	11413	N5→20→N12→19→N13→22→N4
9	P2	16569	N3→12→N9	28	P7	8126	N3→10→N9→8→N5
10	P5	5000	N3→11→N9→17→N12→18→N14	29	P1	10848	N4→23→N13
11	P3	5123	N3→10→N9→8→N5	30	P4	25000	N5→20→N12→19→N13→22→N4
12	P11	7674	N4→22→N13	31	P8	16872	N6→24→N8→28→N1→4→N11
13	P6	25000	N6→25→N8→3→N7	32	P10	5000	N4→1→N8→24→N6
14	P4	23978	N8→3→N7	33	P4	5000	N6→25→N8→3→N7
15	P9	21382	N3→12→N9→15→N10	34	P1	15000	N3→11→N9→30→N10
16	P1	15000	N5→6→N12	35	P1	11178	N6→25→N8→2→N11
17	P2	8580	N3→12→N9→15→N10	36	P12	5000	N4→23→N13
18	P5	8339	N6→25→N8→2→N11→5→N12→18→N14	37	P6	19174	N6→25→N8→3→N7
19	P9	7832	N3→12→N9→15→N10	38	P5	25000	N6→25→N8→2→N11→5→N12→18→N14

Após obtido o resultado do modelo de Alocação e Sequenciamento PLIM, conforme Tabela 3, o modelo de Temporização pode ser aplicado para a obtenção dos tempos de início e final de bombeio e recebimento das bateladas em todas as áreas. Este modelo considera demais restrições operacionais como, por exemplo, limites no número de bombeios simultâneos por áreas e produtos. Além disso, bateladas auxiliares são adicionadas para a operacionalização da reversão de dutos. Janelas de tempo nos órgãos de origem e destino são calculadas após a obtenção da lista de bateladas e são parâmetros para o modelo de Temporização. As janelas de tempo auxiliam no cálculo de violações de estoques, violações que são minimizadas nessa etapa de solução. O cálculo dessas janelas temporais e resultados detalhados do modelo de Temporização podem ser encontrados em Boschetto *et al.* (2010a).

5. Conclusões

Este trabalho propõe um método de otimização para o auxílio na tomada de decisão de atividades de *scheduling* em uma malha de dutos real, a qual conecta refinarias, terminais e clientes finais, transportando diferentes derivados de petróleo e etanol. A estrutura de otimização é baseada em um método de decomposição. Três modelos PLIM foram criados para resolver o problema completo (seção 2). No presente artigo detalha-se o modelo de Alocação/Sequenciamento PLIM (seção 3), o qual determina o volume individual e a sequência de cada batelada que será bombeada dentro de um horizonte pré-determinado.

Os resultados computacionais obtidos na seção 4 indicam que o modelo de Alocação/Sequenciamento PLIM obteve soluções para cenários reais de uma rede de dutos. Esses cenários são particularmente complexos se comparados à literatura existente (*e.g.* Relvas *et al.* 2006). Contudo, a carga computacional apresentada tem se mostrado elevada (tipicamente algumas horas de processamento), indicando que melhorias no procedimento de busca e/ou métodos heurísticos para a obtenção de soluções operacionais devem ser escopo dos trabalhos a serem realizados na sequência.

Agradecimentos

Ao apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP) e do CTPetro/Financiadora de Estudos e Projetos, ao CENPES/Petrobras, à CAPES/PDEE (processo 3262/08-1) e ao CNPq (processo 311877/2009-5).

Referências

Boschetto, S.N., Magatão L., Brondani, W.M., Neves-Jr, F., Arruda, L.V.R., Barbosa-Póvoa, A.P.F.D. e Relvas, S. (2010a). An operational scheduling model to product distribution through a pipeline network. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 49, 5661-5682.

Boschetto, S.N., Polli, H.L., Magatão, L., Neves-Jr, F. e Ribas, P.C. (2010b). Modelo de planejamento para uma rede de dutos real utilizando programação linear inteira mista. Submetido em: *Rio Oil & Gas Conference and Exposition*. Rio de Janeiro.

Cafaro, D. e Cerdá, J. (2008). Dynamic scheduling of multiproduct pipelines with multiple delivery due dates. *Computers and Chemical Engineering*, 32, 728-753.

Felizari, L.C. (2009). *Programação das operações de transporte de derivados de petróleo em redes de dutos*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) UTFPR, Curitiba.

Grossmann, I. E. e Biegler, L.T. (2004). Part ii. future perspective on optimization. *Computers & Chemical Engineering*, 28, 1193–1218.

ILOG. *IBM ILOG OPL 6.3: Language User's Manual*. USA, 2009.

Lopes, T.M.T., Ciré A.A., Souza, C.C. e Moura, A.V. (2010). A hybrid model for a multiproduct pipeline planning and scheduling problem. *Constraints*, 15, 151–189.

Magatão, L., Arruda, L.V.R. e Neves Jr, F. (2004). A mixed integer programming approach for scheduling commodities in a pipeline. *Computers and Chemical Engineering*, 28, 171-185.

Rejowski Jr, R. e Pinto, J. (2008). A novel continuous time representation for the scheduling of pipeline systems with pumping yield rate constraints. *Computers and Chemical Engineering*, 32, 1042-1066.

Relvas, S., Matos, H.A., Barbosa-Póvoa, A.P.F.D., Fialho, J. e Pinheiro, A.S. (2006). Pipeline scheduling and inventory management of a multiproduct distribution oil system. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 45, 7841-7855.