UM ALGORITMO HEURÍSTICO DE DUAS FASES PARA ESCALONAMENTO DE ENFERMEIROS COM BALANCEAMENTO DE ATENDIMENTO ÀS PREFERÊNCIAS

Everton Luiz de Melo
Universidade de São Paulo
Av. Almeida Prado, 128, Cidade Universitária, São Paulo-SP
everton.melo@poli.usp.br

Ademir Aparecido Constantino
Universidade Estadual de Maringá
Av. Colombo, 5.790, Maringá-PR
ademir@din.uem.br

Douglas Baroni Rizzato
Universidade Estadual de Maringá
Av. Colombo, 5.790, Maringá-PR
dbr_89@hotmail.com

Wesley Romão
Universidade Estadual de Maringá
Av. Colombo, 5.790, Maringá-PR
wesley.romao@din.uem.br

RESUMO

Escalas de trabalhos de baixo custo são importantes, assim como escalas que maximizem a satisfação dos empregados. Porém, também é importante que haja uma distribuição uniforme dos atendimentos às preferências dos colaboradores, evitando injustiças e descontentamentos. Neste trabalho é proposto um novo algoritmo heurístico determinístico baseado na resolução do Problema de Atribuição com Gargalo que objetiva abordar essa questão aplicada ao Problema de Escalonamento de Enfermeiros. Esse problema envolve restrições trabalhistas, aspectos desejáveis em uma escala e preferências pelos turnos previamente declaradas. O método proposto trabalha em duas fases. Na primeira fase uma solução inicial é gerada e, na segunda, são aplicados procedimentos de melhoramento. Os experimentos indicaram que o método foi eficaz ao que se propôs, reduzindo as discrepâncias entre as jornadas.

PALAVRAS-CHAVE: Problema do Escalonamento de Enfermeiros. Problema de Atribuição com Gargalo. Heurística. Otimização Combinatória.

ABSTRACT

Low cost work schedules are important, as well as schedules that maximize employee satisfaction. However, it is also important to have an even distribution of the employees preferences, preventing injustices and discontents. This paper proposes a new deterministic heuristic algorithm based on resolution of the Assigning Bottleneck Problem that aims to address this issue applied to the Nurse Scheduling Problem. This problem involves labor restrictions, desirable features in a schedule and shift preferences previously reported. The proposed method works in two phases. In the first phase an initial solution is generated and in the second, improvement procedures are applied. The experiments indicated that the method was effective to what is proposed, reducing the discrepancies between the journeys.

KEYWORDS: Nurse Scheduling Problem. Bottleneck Assignment Problem. Heuristic. Combinatorial Optimization.

1. Escalas de Trabalho e Distribuição de Preferências

Elaborar escalas de trabalho que minimizem os custos é um importante objeto de estudo da Pesquisa Operacional. Sem desconsiderar isso, a maximização da satisfação dos empregados tem ganhado espaço. Se, inicialmente, a maximização geral da satisfação dos empregados é buscada, num segundo momento, um maior equilíbrio dos benefícios e das cargas de trabalho entre os colaboradores passa a ser desejável. Esse é o foco deste trabalho.

O Problema de Escalonamento de Pessoal é classificado, segundo Ernst *et al*. (2004), como NP-Difícil. Garey e Johnson (1979) classificam o Problema de Decisão associado como NP-Completo. Portanto, não são conhecidos algoritmos exatos que o resolvam em tempo polinomial e tal fato incentiva a investigação de novos algoritmos heurísticos pois a elaboração de escalas envolve altos custos e é altamente dinâmica, já que demanda e horário de trabalho podem variar diariamente. Entre as vantagens de um escalonamento automatizado estão a redução de custos, a retenção de pessoal, a redução do absenteísmo, o atendimento às preferências e a melhoria na qualidade dos serviços. Um desses problemas é o Problema de Escalonamento de Enfermeiros (PEE) que, além de atender às exigências das escalas, tem o diferencial de tentar atender às preferências dos funcionários. Isso vem ao encontro da necessidade de se manter o pessoal satisfeito e motivado, propiciando melhores resultados. Em um ambiente crítico como o hospitalar, tal satisfação é imprescindível. O PEE ainda envolve diversas restrições específicas e particularidades de cada aplicação. Contudo, a busca por escalas que visam maximizar o atendimento às preferências de todos colaboradores pode, com frequência, conduzir a distribuições desequilibradas de tais atendimentos. Uma escala que no contexto geral atende bem às preferências pode provocar injustiças individualmente, favorecendo demasiadamente um empregado enquanto outro é sobrecarregado. Petrovic e Berghe (2008) chegam a analisar métodos que buscam distribuir, por exemplo, finais de semana trabalhados ou determinados turnos entre os empregados. Porém isso não ocorre com o atendimento às preferências. Por essa razão é interessante também a investigação de métodos que permitam uma distribuição o mais uniforme possível dos atendimentos às preferências entre os funcionários.

O PEE, ou *Nurse Scheduling Problem* (NSP), é classificado por Osogami e Imai (2000) como NP-Difícil e consiste em elaborar escalas de trabalho para equipes em ambiente hospitalar de modo que as preferências dos trabalhadores pelos turnos no decorrer dos dias sejam atendidas da melhor maneira possível. O problema envolve restrições que devem ser observadas e envolve os conceitos dados a seguir. **Turno:** horário de trabalho, usualmente matutino, vespertino, noturno ou folga; **Tarefa:** necessidade de se cumprir certo turno em determinado dia; **Período:** horizonte de dias coberto pelo escalonamento; **Jornada:** sequência de turnos de determinado enfermeiro que cubra todo o período; e **Escala:** conjunto das jornadas de todos trabalhadores. As restrições podem ser rígidas ou flexíveis. As rígidas se relacionam à legislação trabalhista e as flexíveis, a aspectos potencialmente desejáveis em uma jornada, sendo seus valores ajustáveis de acordo com o que se almeja. Ambos tipos são descriminados na sequência. **Restrições rígidas:** turno da tarde não pode ser sucedido pelo turno da manhã; turno da noite não pode ser sucedido pelo turno da manhã; e turno da noite não pode ser sucedido pelo turno da tarde. **Restrições flexíveis:** mínimo e máximo de dias trabalhados no período; mínimo e máximo de atribuições consecutivas; mínimo e máximo de atribuições de um mesmo tipo de turno; e mínimo e máximo de atribuições consecutivas de um mesmo tipo de turno.

As preferências pelos turnos são declaradas antecipadamente pela associação de um custo a cada possibilidade de turno para cada dia da escala. Custos também são empregados para que determinadas as restrições sejam atendidas. Cada não atendimento a uma restrição implica na inclusão de uma penalidade no custo da solução. Por conseguinte, o PEE é um problema de minimização dos custos associados às preferências e às penalidades advindas de não atendimentos às condições estabelecidas. Desse modo é escalado um conjunto N de enfermeiros em um período D de dias, designando uma jornada a cada trabalhador. Em cada dia do período D, os enfermeiros devem ser escalados para um dos S turnos possíveis.

Abordando o PEE como um modelo baseado em geração de colunas 0-1, Jaumard *et al*. (1998) discorrem sobre as possíveis combinações das jornadas individuais. Considerando toda a escala e as múltiplas possibilidades geradas a partir dos *s* turnos de cada um dos *d* dias de cada uma das *n* jornadas, o total de combinações possíveis de solução é igual a s^{dn}. Burke *et al*. (2004) discutem as diferentes características presentes nos PEEs e as várias abordagens de resolução, como escalonamentos manuais, auto-escalonamento, Programação Matemática, técnicas da Inteligência Artificial e métodos heurísticos, entre outras. Uma preocupação mencionada, além do atendimento às preferências, é a necessidade de se obter uma escala balanceada, que não favoreça demasiadamente alguns colaboradores enquanto outros são prejudicados. Os vários pontos de vista a partir dos quais se pode resolver o PEE são detalhados por Cheang *et al*. (2003), sendo eles a visão enfermeiro-dia, a visão enfermeiro-tarefa e a visão enfermeiro-padrão de turnos. Cheang *et al*. (2003) debatem uma série de abordagens de resolução e explicam que a falta de experimentos e de códigos publicados impede as comparações entre diferentes métodos.

Como artifício de resolução Maenhout e Vanhoucke (2007) permitem não atendimentos à demanda para que as outras restrições sejam atendidas. Cada não atendimento incorre no acréscimo de uma penalidade no custo da solução. É utilizada a *Eletromagnetic Meta-heuristic*, baseada na Lei de Coulomb e que através do conceito de repulsão evita buscas em regiões não promissoras. O algoritmo também aplica Busca Local (BL). Maenhout e Vanhoucke (2006) empregam Busca Dispersa em um processo de intensificação de busca, enquanto certa diversificação é mantida. Um método iterativo de geração, recombinação e melhoramento de soluções é empregado, além de BL. As recombinações trabalham com a alteração de soluções iniciais que são conduzidas por soluções guias. As soluções criadas podem substituir membros do grupo das melhores soluções ou do grupo das soluções que propiciam diversificação. Maenhout e Vanhoucke (2008) utilizam um Algoritmo Genético (AG) com diferentes operadores para a melhoria das soluções. As soluções iniciais são obtidas pela resolução de um Problema de Fluxo de Custo Mínimo para cada jornada. Então, indivíduos são selecionados para que os operadores de cruzamento e mutação sejam empregados. Também são utilizadas técnicas de BL.

Carelo *et al*. (2004) propõe um algoritmo que mescla BL, Busca Míope (BM) e Busca Tabu (BT). Soluções são criadas a partir de pontos diferentes utilizando BM e melhorias são perseguidas por procedimentos que incorporam BL e BT. Um método que se baseia na evolução de bactérias é empregado por Inoue *et al*. (2000). O algoritmo utiliza informações das escalas predecessoras para ajustar dinamicamente seus critérios de avaliação. Ele é utilizado em conjunto com um *hardware* desenvolvido especificamente para uma aplicação real. Além da qualidade das escalas, o método conseguiu efetuar o processamento em um curto tempo. GRASP é usada por Goodman *et al*. (2009). As soluções iniciais são construídas utilizando um modelo baseado no Problema da Mochila e melhoradas por procedimentos de BL que procuram efetuar trocas de padrões de alguns enfermeiros e permutas entre colaboradores. Uma preocupação é a busca do equilíbrio quando se procura uma solução que seja factível e que tenha baixo custo. Assim, artifícios são empregados para que as soluções geradas sejam facilmente reparáveis.

Tsai e Li (2009) resolvem o PEE com um AG de dois estágios. Primeiro o algoritmo trabalha com os dias de folga e com os dias trabalhados, tentando adequar as folgas, por exemplo, aos feriados. No segundo estágio, o AG tenta encontrar a melhor escala de turnos trabalhados. Oughalime *et al*. (2008) também utilizam BT e alegam que devido à alta quantidade de restrições, muitas outras metaheurísticas não são capazes de produzir soluções factíveis para o PEE. O algoritmo executa movimentos explorando três vizinhanças que envolvem alterações em jornadas, em turnos vespertinos e em padrões de turnos matutinos. Um algoritmo híbrido que mescla um método de ordenação dos turnos com maior dificuldade estimada de escalonamento e *Variable Neighbourhood Search* é utilizado por Burke *et al*. (2008). Seus resultados, comparados a um pacote comercial que emprega AG, são favoráveis à nova proposta.

Considerando a importância do PEE e a necessidade de escalas bem dimensionadas que aumentem a satisfação dos funcionários com equilíbrio entre eles, este trabalho propõe um novo algoritmo que objetiva tratar essa questão.

2. Algoritmo Proposto

O algoritmo proposto neste trabalho trata o PEE como um Problema de Atribuição Multinível com Gargalo (PAMG) sendo, por isso, denominado AP-PAMG. O problema é modelado como um grafo multipartido, sendo cada dia da escala representado por uma partição e cada atividade a ser realizada, por um vértice. A solução é alcançada através de sucessivas resoluções do Problema de Atribuição com Gargalo (PAG) envolvendo apenas duas partições e isso é feito através de procedimentos que efetuam cortes na escala, dividindo as jornadas em partes que são recombinadas. O PAG consiste em encontrar uma permutação que relacione cada linha de uma matriz de custos a uma coluna específica, de modo que seja mínimo o valor mais alto dentre todos os custos de atribuição. Para isso ele ataca a designação cujo custo tenha o maior valor, chamada atribuição gargalo, conforme Pferschy (1997). A tática do algoritmo é identificar a atribuição que possui o maior custo para tentar reduzir esse valor pela substituição dessa atribuição por outra. Constantino (1997) modela o PAG do seguinte modo:

$$\text{Minimizar } z$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1; \quad j = 1,\ldots,n; \tag{1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1; \quad i = 1,\ldots,n; \tag{2}$$

$$c_{ij} \cdot x_{ij} \leq z; \tag{3}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}; \quad i, j = 1,\ldots,n; \tag{4}$$

Onde z é a função-objetivo a ser minimizada; x_{ij} indica a atribuição ou não da linha i à coluna j, assumindo 1 ou 0, respectivamente; c_{ij} é o custo de se atribuir a linha i à coluna j; e n é a ordem da matriz de custos. As Equações (1) e (2) impõe, respectivamente, que cada linha seja associada a uma única coluna e que cada coluna seja associada a uma única linha. A restrição (3) indica o custo da atribuição de mais alto valor, o qual deve ser minimizado. A Equação (4) exige que a atribuição entre linhas e colunas seja representada por valores binários.

O AP-PAMG precisa tratar previamente os dados para que uma distribuição mais equitativa dos custos de jornada seja possível. Isso acontece porque os custos declarados podem assumir um mesmo valor em todos os turnos de todos os dias. Por exemplo numa escala semanal, se um enfermeiro declarar custo 1 para todos os quatro turnos de todos os sete dias, o custo de sua jornada resultará obrigatoriamente em 7. Se outro enfermeiro declarar custo 4 para todos esses turnos, sua jornada sempre somará um custo igual a 28. Nessa situação, o método não conseguiria cumprir seu objetivo de diminuir a diferença de custo entre as duas jornadas. Para que essa dificuldade não prejudique a análise dos resultados, os custos dos turnos sofrem uma normalização prévia. Essa normalização é realizada por dia da escala e faz que a soma dos custos associados por cada enfermeiro aos turnos de cada dia da escala se aproxime de um valor previamente definido, *ValNor*. Esse tratamento de normalização é apresentado em seguida:

```
Início;
   Inicialize os dados;
   Para i=1 até n faça:
      Para j=1 até d faça:
         Some os custos de preferência do dia j do enfermeiro i;
         Subtraia ValNor dessa soma;
         Obtenha o inteiro resultante da divisão dessa subtração por s;
         Subtraia esse inteiro de cada custo original;
Fim.
```

Se *ValNor* for, por exemplo, igual a 12 e um enfermeiro atribuir custo 1 aos turnos citados, a normalização desses custos altera seu valor de 1 para 3, resultando numa soma igual a 12. Da mesma forma, se esse turnos receberem de um enfermeiro um custo igual a 4, a

normalização também igualará esses custos a 3, forçando uma soma igual a 12. A idéia é que como nenhum desses dois empregados priorizou qualquer turno, seus custos de jornadas devem ser iguais. Outros valores de custos dos turnos, após a normalização, resultariam em somas que variariam, no máximo, de 9 a 15. O AP-PAMG possui duas fases e as duas se baseiam em resoluções sucessivas de PAGs de dois níveis. Na primeira uma solução é gerada e na segunda fase procedimentos são empregados buscando melhorias. Para tanto, foi implementado o algoritmo apresentado por Carraresi e Galo (1984) que encontra a solução ótima do PAG sob complexidade assintótica igual a $O(mn^4)$. Essa abordagem, apesar de comumente propiciar redução na soma total dos custos, não garante que a soma ótima dos mesmos seja alcançada, pois o princípio de substituir a atribuição mais custosa nem sempre conduz a um ótimo global. Por outro lado, essa sistemática tende a realizar designações com custos mais uniformes entre si, de modo que a diferença entre a atribuição de custo máximo e a de custo mínimo seja menor.

2.1. Fase Construtiva

Na fase construtiva é gerado um grafo multipartido no qual cada jornada de trabalho corresponde a um caminho do primeiro ao último nível. Considerando um grafo $G=(T, A)$ no qual T é o conjunto de vértices, as tarefas, e A, o conjunto de arestas que representam a possibilidade de uma tarefa suceder outra no dia seguinte. Considerando ainda que os vértices estão dispostos em níveis, ao quais representam os dias da escala. Dessa maneira o conjunto de vértices T é composto por subconjuntos de vértices, $T_1, T_2,..., T_d$, sendo d o número de partições do grafo e também o número de dias da escala. As preferências pelos turnos são declaradas através da associação de custos inversamente proporcionais às preferências. Custos mais altos devem ser associados aos turnos menos desejados. Então se estabelece o conceito de custo associado à preferência, ou **custo de preferência**, *cp*. Para se construir a solução inicial um PAG é resolvido para cada dia da escala, ou nível do problema. Esses PAGs são definidos pela matriz de custos quadrada $C=[c_{ik}]$ de ordem n, onde c_{ik} indica o custo do enfermeiro i receber, no dia j, uma tarefa k. Esses custos são fornecidos pela função $f(i,j,k)$ que soma o custo de preferência $cp(i,j,k)$ do enfermeiro i, no dia j, pela tarefa k; o número de violações das restrições rígidas que tal tarefa acrescenta, *nVRR*, multiplicado pela penalidade de cada violação a restrição rígida, *PenVRR*; e o número de violações das restrições flexíveis incluídas pela respectiva tarefa, *nVRF*, multiplicado pela penalidade de cada violação a restrição flexível, *PenVRF*, conforme segue:

$$f(i, j, k) = cp(i, j, k) + PenVRR \cdot nVRR + PenVRF \cdot nVRF \qquad (5)$$

Nas instâncias utilizadas a quantidade de enfermeiros é sempre maior ou igual ao número de tarefas exigidas pela demanda. Por isso, eventualmente é preciso completar a matriz C com tarefas fictícias até que o número de colunas, as tarefas, atinja o número de enfermeiros, nas linhas, permitindo a resolução do PAG. Na matriz C existem dois blocos. No primeiro bloco constam as tarefas que atendem à demanda de escala daquele dia e a função $f(i,j,k)$ identifica, para cada enfermeiro, o custo das tarefas demandadas no dia em questão. No segundo bloco estão presentes as eventuais tarefas fictícias que precisam ser incorporadas para que a matriz C se torne quadrada. Numa tarefa fictícia, algum turno é atribuído ao enfermeiro. Como o atendimento à demanda é garantido pelo primeiro bloco da matriz, a atribuição de qualquer turno é permitida numa tarefa fictícia, incluindo folga. Dessa forma, quando um enfermeiro recebe uma tarefa fictícia, essa é a tarefa que, para ele, incorre em menor custo no dia em questão, incluindo possíveis penalidades. Quando possível, o AP-PAMG impõe a alocação de turnos de folga no decorrer das jornadas para evitar a concentração de folgas nos últimos dias da escala. Dessa maneira, certa uniformidade de distribuição de folgas é garantida. Com isso a possibilidade das recombinações da fase de melhoramento alcançarem reduções de custo fica maior.

No começo, todas as posições das jornadas estão vagas. Para escalonar uma tarefa para cada enfermeiro no primeiro dia, a matriz C correspondente ao primeiro nível é gerada e resolvida pelo PAG. Depois, as matrizes dos dias subsequentes são geradas e os PAGs correspondentes são resolvidos. Caso um turno viole alguma restrição, a função $f(i,j,k)$ inclui uma

penalidade ao custo da solução. Ao final do processo todos os níveis são resolvidos e todas as jornadas estão completas. A seguir, uma visão geral dessa fase:

```
Início;
   Inicialize os dados;
   Para j=1 até d faça:
      Gere a matriz de custos C correspondente ao dia j;
      Resolva o PAG da matriz C;
      Aloque as tarefas aos enfermeiros conforme o resultado obtido;
Fim.
```

2.2. Fase de Melhoramento

O AP-PAMG possui dois procedimentos de melhoria. No Procedimento de Cortes e Recombinações (PCR), após a realização de um corte entre dois dias da jornada, os custos das recombinações dos n trechos de jornada à esquerda com os n trechos de jornada à direita do corte são calculados e a matriz E de dimensões $n \times n$ é gerada. Seus elementos e_{ij} têm como valor o custo da associação da i-ésima jornada parcial à esquerda do corte à j-ésima jornada parcial à direita do mesmo. Essa matriz E é a entrada do PAG, sendo que sua saída define as recombinações. As Figura 2 ilustra a solução inicial com o corte na escala entre os dias 6 e 7 e as possíveis recombinações. As letras minúsculas d e f indicam, respectivamente, se uma tarefa é de demanda ou fictícia. As letras maiúsculas M, T, N e F indicam o tipo de turno, respectivamente, manhã, tarde, noite e folga. O valor imediatamente abaixo desse par de letras explicita o custo daquele turno naquele dia para aquele enfermeiro. À direita constam os custos das jornadas.

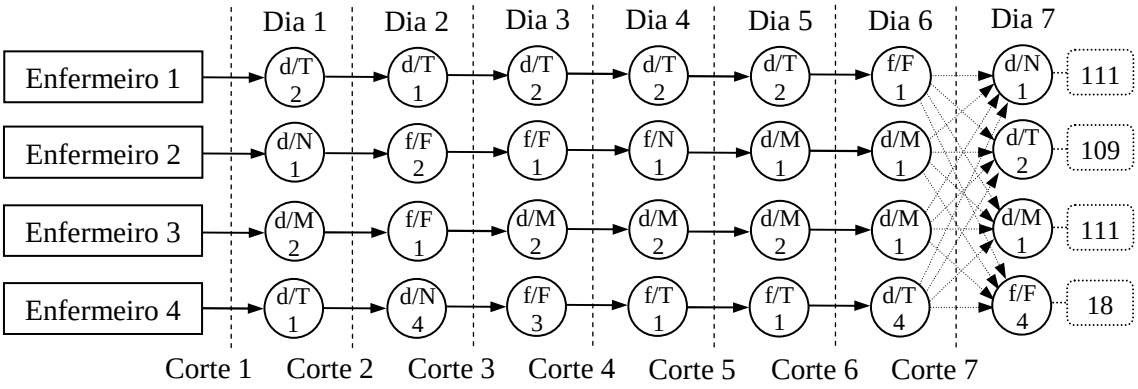

Figura 2: Solução inicias e possíveis recombinações após corte entre os dias 6 e 7.

Um corte também é feito entre enfermeiros e jornadas, o corte 1. Então, uma iteração do PCR consiste em d cortes e recombinações. A Figura 3 mostra o resultado da aplicação do PCR no corte 7. Com a alteração, a jornada do enfermeiro 2 que, além de uma penalidade, possuía uma soma dos custos de preferência igual a 9, teve uma queda de custo de 109 para 8.

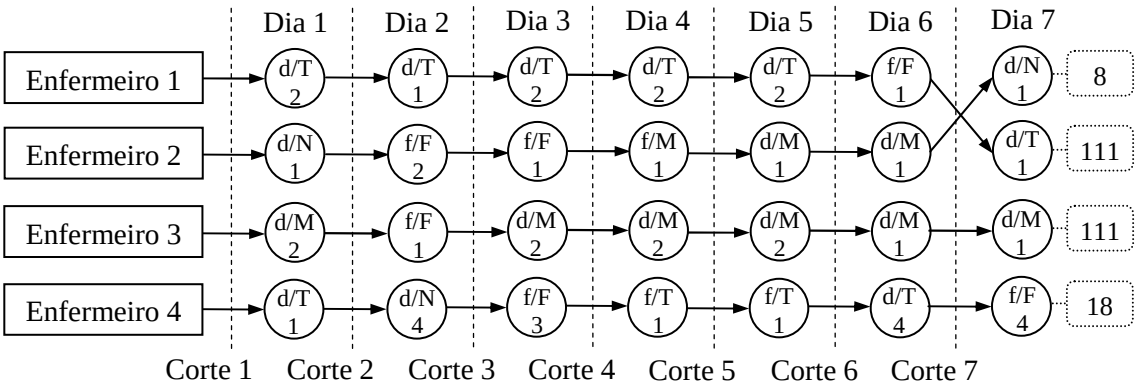

Figura 3: Recombinação de jornadas parciais pelo PCR utilizando o PAG.

Ao mesmo tempo o AP-PAMG investiga quais tarefas fictícias podem ser substituídas favoravelmente. Nesse exemplo, tal verificação permitiu que a escala passasse a obedecer a uma restrição na jornada do enfermeiro 2, redução seu custo de jornada em 100.

```
Início;
   Inicialize os dados;
   Efetue uma divisão na posição de corte 1;
   Gere a matriz E que relaciona os enfermeiros às jornadas;
   Resolva o PAG da matriz E;
   Recombine as jornadas aos enfermeiros conforme o resultado obtido;
   Para l=2 até d faça:
      Efetue uma divisão na posição de corte l;
      Gere a matriz de custo E que relaciona as jornadas parciais;
      Resolva o PAG da matriz E;
      Recombine as jornadas parciais conforme o resultado obtido;
Fim.
```

No outro procedimento, denominado Procedimento de Redistribuição das Tarefas (PRT), todas as tarefas de um dia são redistribuídas entre os empregados. Tais redistribuições são feitas com o objetivo de que a escala passe a atender restrições até o momento desrespeitadas e também alocar as tarefas àqueles colaboradores que as prefiram. Dado um dia da escala, uma matriz de custos F é elaborada. Nela cada elemento f_{ij} carrega o custo de se atribuir cada uma das n tarefas do referido dia a cada uma das n jornadas. A partir da resolução da matriz F pelo PAG, as tarefas são redistribuídas, sempre de maneira que as jornadas com maiores custos tenham sua carga aliviada. O PRT percorre toda a escala redistribuindo as tarefas de todos os dias e uma iteração do procedimento equivale a d redistribuições. Como o PCR, o PRT também investiga quais tarefas fictícias podem ser manipuladas favoravelmente à redução dos custos das jornadas. A Figura 5 exibe o resultado do PRT sobre o dia 5 da escala.

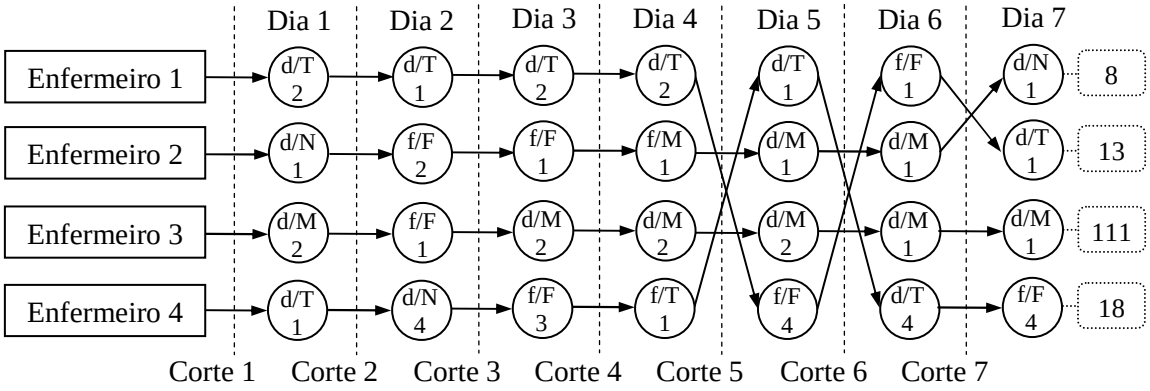

Figura 5: Resultado do PRT aplicado ao quinto dia da escala.

Após a redistribuição das tarefas do dia 5, uma das jornadas de maior custo, igual a 111, foi melhorada e mais uma restrição passou a ser atendida. Com isso, o custo da solução ficou em 150. O PRT que redistribui as tarefas utilizando o PAG é descrito a seguir:

```
Início;
  Inicialize os dados;
  Para k=1 até d faça:
    Gere a matriz F relacionando cada tarefa do dia k a cada jornada;
    Resolva o PAG da matriz F;
    Redistribua as tarefas às jornadas conforme o resultado obtido;
Fim.
```

PCR e PRT sempre conduzem a melhorias no custo da jornada mais custosa ou, não sendo possível, fazem com que ele se mantenha. A tendência é de que o custo total da solução diminua ao mesmo tempo em que os custos das jornadas se tornam mais equilibrados. Oscilações no custo total da solução podem ocorrer se isso for necessário para que a jornada mais custosa seja aliviada. Quando reduções de custo na jornada gargalo não forem mais possíveis, o custo da

solução se estabiliza. PCR e PRT são executados de intercaladamente recombinando jornadas parciais e redistribuindo tarefas, tanto no sentido do primeiro para o último dia, quanto no inverso. Isso segue até haver certa quantidade de iterações sem melhoria, *ISM*, ou até que seja atingido o limite de iterações, *LI*. Alcançado um critério de parada, caso restem violações às restrições elas são eliminadas pela substituição dos turnos que geram violações. Isso é feito desobedecendo à demanda e cada tarefa demandada não atendida implica na inclusão de uma penalidade. Assim a escala final sempre atende as restrições rígidas e as flexíveis.

3. Análise dos Resultados

O AP-PAMG foi implementado utilizando a linguagem Pascal. Os experimentos foram realizados em uma máquina Dell Precision com dois processadores Xeon Quad Core de 3,2GHz e com 16GB de RAM. Também foram utilizadas duas máquinas Core 2 Quad, uma de 2,4GHz com 2GB de RAM e outra de 2,83GHz com 4GB de RAM. Todos os núcleos foram usados simultaneamente e o sistema operacional dos testes foi o Windows XP. Em cada problema o AP-PAMG primeiramente efetuou a normalização e executou o procedimento construtivo para, depois, empregar os procedimentos de melhoramento. Primeiramente o PCR, percorrendo a escala do fim para o começo. Em seguida o PRT, fazendo o mesmo caminho. Então os dois procedimentos foram aplicados novamente na mesma ordem no sentido inverso. Essas quatro passagens pela escala constituíram uma iteração do AP-PAMG. Os critérios de parada foram *ISM* igual a 3 e *LI* igual a 20.

3.1. Instâncias Utilizadas

As instâncias foram obtidas na biblioteca digital NSPLib, biblioteca que visa padronizar os parâmetros do problema e permitir comparações entre diferentes métodos de resolução. Nela existem arquivos que contém a demanda para cada dia da escala a ser elaborada e os custos de preferência dos enfermeiros para cada turno de cada dia, com valores inteiros de 1 a 4. Também existem arquivos que definem as restrições flexíveis, sendo que cada arquivo constitui um caso de aplicação. No total são 16 casos, sendo os casos de 1 a 8 para escalas de 7 dias e os casos de 9 a 16 para escalas de 28 dias. Os arquivos com demandas e custos permitem a geração de escalas semanais ou quadrissemanais. Para as escalas de 7 dias esses arquivos envolvem 25, 50, 75 ou 100 enfermeiros. Para cada uma dessas quantidades de enfermeiros há 7290 arquivos diferentes. Cada um desses 29160 arquivos se relaciona com cada um dos 8 primeiros casos mencionados, possibilitando 233280 combinações diferentes do PEE com escala semanal. Para as escalas de 28 dias existem arquivos que envolvem 30 e 60 enfermeiros, havendo 960 arquivos diferentes para cada quantidade. Esses 1920 arquivos são associáveis a 8 casos distintos, com numeração de 9 a 16, permitindo 15360 diferentes PEEs com escalas quadrissemanais. Dessa maneira, no total, a NSPLib oferece um universo de 248640 instâncias diferentes para o PEE.

Como o objetivo do AP-PAMG é elaborar escalas com jornadas mais equilibradas, ele não têm como finalidade confrontar os custos das soluções da NSPLib, cuja finalidade é obter escalas com custo total mínimo. Na biblioteca também não constam os custos das jornadas e tal comparação fica impossibilitada. Por essas razões, os custos do algoritmo estudado neste trabalho são comparados aos custos obtidos pelo algoritmo apresentado por Constantino *et al*. (2009), baseado no Problema de Atribuição Multinível (PAM), agora chamado de AP-PAM, e que utiliza sucessivas resoluções do Problema de Atribuição. Os testes do AP-PAMG abrangeram todos os problemas oferecidos pela NSPLib e para as avaliações da uniformidade de distribuição de custos pelas jornadas, o AP-PAMG, como explicado anteriormente, utilizou o procedimento de normalização. Para que comparações justas pudessem ser feitas entre os custos das jornadas de ambos os métodos, os mesmos problemas foram submetidos ao AP-PAM também executando primeiramente a normalização. As penalidades utilizadas nas soluções entregues pelo AP-PAM e pelo AP-PAMG tiveram o mesmo valor das empregadas na NSPLib, igual a 100. Apenas durante

as resoluções, AP-PAM e AP-PAMG utilizaram valores diferentes para cada tipo de restrição para que certa hierarquização permitisse a eliminação gradual das violações. Na biblioteca, esse valor igual a 100 é acrescido ao custo da solução para cada descumprimento de demanda. O AP-PAM e o AP-PAMG também aplicaram tal penalidade às soluções finais cujas violações remanescentes foram eliminadas pela conversão em desobediências à demanda, sendo que nas instâncias testadas todas as violações remanescentes puderam ser eliminadas.

A finalização dos experimentos, envolvendo AP-PAMG e AP-PAM, demandou cerca de 8 dias ininterruptos de processamento. Cada um dos 248640 problemas foi resolvido pelos dois métodos utilizando a normalização. No total foram mais 497280 resoluções do PEE realizadas paralelamente em 2 computadores com processadores de 4 núcleos cada, e em uma máquina com 2 processadores de 4 núcleos cada. Desse jeito, 16 instâncias eram resolvidas por vez. Se esses experimentos ocorressem em um computador com um processador de núcleo único com *clock* semelhante, exigiriam em torno de 128 dias, mais de 4 meses de processamento.

3.2. Resultados e comparações

Com os experimentos de AP-PAMG e de AP-PAM empregando a etapa de normalização, é possível fazer uma comparação dos custos das jornadas geradas pelos mesmos. Essas informações, em valores médios, constam na Tabela 1. Nas linhas estão os resultados relativos a cada uma das quantidades de enfermeiros das instâncias, indicadas na primeira coluna. Na segunda coluna constam as quantidades de dias das escalas. Na terceira coluna, os casos analisados em cada grupo de problemas. Na quarta coluna, o total de instâncias testadas para cada tamanho de problema. Na quinta coluna estão as médias dos custos encontrados pelo AP-PAM para as jornadas de menor custo de cada instância. Na sexta coluna, os custos médios das jornadas com maiores valores. Na sétima coluna, a média da diferença entre a jornada de maior custo e a jornada de menor custo de cada solução. Esta coluna evidencia, em média, o quanto os empregados que tiveram menos de suas preferências atendidas foram preteridos em relação aos que tiveram mais preferências consideradas. Na oitava, na nona e na décima colunas, respectivamente, as mesmas três médias se referem ao AP-PAMG.

Tabela 1: Custos das jornadas do AP-PAMG e do AP-PAM.

n	*d*	Caso	Instâncias Testadas	Custos de Jornada AP-PAM			Custos de Jornada AP-PAMG		
				Menor	Maior	Diferença	Menor	Maior	Diferença
25	7	1-8	58320	11,187	19,778	8,591	12,994	19,208	6,214
50	7	1-8	58320	11,972	20,541	8,570	13,563	19,965	6,401
75	7	1-8	58320	12,602	20,351	7,748	13,960	19,685	5,724
100	7	1-8	58320	10,162	20,531	10,368	11,677	19,583	7,906
30	28	9-16	7680	44,612	78,966	34,353	56,263	77,545	21,281
60	28	9-16	7680	43,165	80,170	37,005	55,151	78,056	22,905

Pela Tabela 1 se nota que o AP-PAMG conseguiu tornar mais próximos os valores das jornadas menos custosas e os valores das jornadas mais custosas. Com 25 enfermeiros a média das jornadas mais baratas do AP-PAM foi de 11,187 enquanto do AP-PAMG foi de 12,994. Já as jornadas mais caras tiveram seu custo médio reduzido de 19,778 para 19,208. Com isso, a diferença de custo entre jornadas piores e melhores do AP-PAMG ficou em 6,214, ao passo que com o AP-PAM o desequilíbrio foi maior, igual a 8,591. Em escalas mensais com 60 colaboradores a diferença média entre as jornadas de maior e menor custo caiu de 37,005 com o método que objetiva minimizar o custo global para 22,905 com o método que visa minimizar o custo da jornada mais penosa. Para tanto, o custo da escala do empregado que estava sendo mais beneficiado subiu de 43,165 para 55,151 e o custo de escala do enfermeiro mais prejudicado diminuiu de 80,170 para 78,056. Na Tabela 2 são feitas comparações através de relações entre os resultados obtidos pelo AP-PAMG e pelo AP-PAM. Esses valores são dados pela fórmula:

$$Gap = \frac{(Valor\ AP-PAMG)-(Valor\ AP-PAM)}{Valor\ AP-PAM} \cdot 100 \qquad (6)$$

Porcentagens positivas indicam o quanto os custos do AP-PAMG ficaram acima dos custos do AP-PAM e porcentagens negativas indicam o quanto os valores AP-PAMG foram inferiores aos dos AP-PAM. A quinta coluna explicita em termos percentuais o quanto o AP-PAMG aumentou o custo médio das jornadas menos custosas em relação ao AP-PAM. Na sexta coluna aparecem os percentuais das reduções obtidos pelo AP-PAMG nas jornadas de maior custo. A última coluna traz a comparação mais relevante, as porcentagens das reduções das diferenças entre as piores e as melhores jornadas. Isso indica em quanto o AP-PAMG conseguiu diminuir a distância entre as jornadas do colaborador mais prejudicado e do mais favorecido.

Tabela 2: Relação de custos de jornada entre AP-PAMG e AP-PAM.

n	***d***	**Caso**	**Instâncias Testadas**	**Relação de Custos de Jornada AP-PAMG/AP-PAM (%)**		
				***Gap* Menor**	***Gap* Maior**	***Gap* Diferença**
25	7	1-8	58320	16,152	-2,882	-27,668
50	7	1-8	58320	13,289	-2,804	-25,309
75	7	1-8	58320	10,776	-3,272	-26,122
100	7	1-8	58320	14,908	-4,617	-23,746
30	28	9-16	7680	26,116	-1,799	-38,052
60	28	9-16	7680	27,767	-2,636	-38,103

Os valores mostram que o AP-PAMG propiciou jornadas mais equilibradas aumentando o custo das jornadas mais beneficiadas ao mesmo tempo em que aliviou as jornadas mais prejudicadas. As reduções de diferença médias variaram de 23,746%, com 100 enfermeiros, até 38,103%, com 60 empregados. Assim, em uma dada escala, mesmo o enfermeiro menos atendido em suas preferências acabou ficando em condições mais próximas do colaborador mais beneficiado. Essa redução chegou a 51,956% no caso 15 envolvendo 30 enfermeiros.

O Gráfico 1 ilustra tais reduções no problema com 30 enfermeiros. O eixo vertical traz os custos de jornada e na horizontal estão os 8 casos relacionados. Os segmentos de reta na vertical mostram a amplitude dos custos das jornadas obtidas pelo AP-PAM e pelo AP-PAMG, sendo que os segmentos relativos ao AP-PAMG, delimitados por círculos em cinza, estão sobrepostos aos segmentos relativos ao AP-PAM, limitados por quadrados pretos, já que os primeiros segmentos sempre ficaram contidos nos segundos. Os extremos inferiores dos segmentos indicam o valor médio das jornadas de custo mínimo de cada caso para AP-PAM e AP-PAMG e os extremos superiores o valor médio das jornadas de custo máximo para ambos métodos.

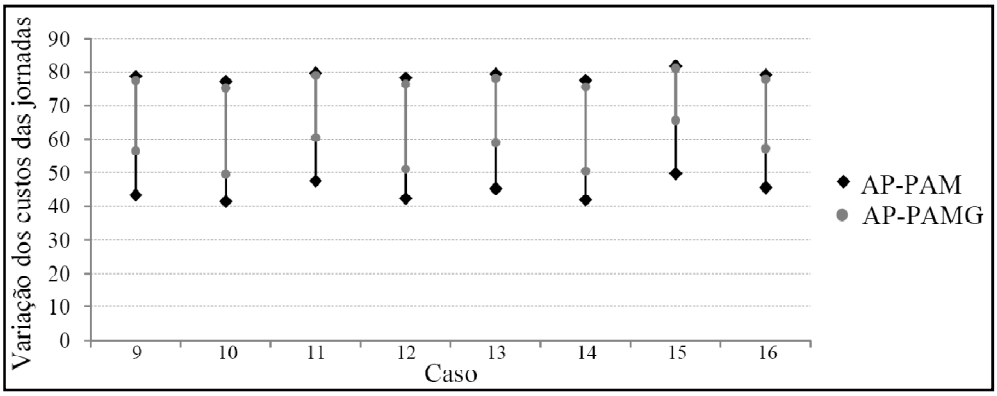

Gráfico 1: Amplitude média dos custos de jornada do AP-PAM e do AP-PAMG.

Observa-se que a amplitude dos custos das jornadas do AP-PAM foi de valores próximos a 50 até valores que se avizinharam a 80. Já as amplitudes dos custos de jornada do AP-PAMG foram menores, possuindo extremos mais próximos. Seus custos mínimos ficaram, quase sempre, entre 50 e 60. Por outro lado, os custos máximos diminuíram e, com exceção de um caso, recuaram ligeiramente em relação à linha que indica custo igual a 80. É possível outra comparação através do Gráfico 2. Nele, indicados por quadrados pretos, estão os custos das 30 jornadas elaboradas pelo AP-PAM, envolvendo um problema de 28 dias. Apontados por círculos na cor cinza estão plotados os custos das jornadas do AP-PAMG para cada enfermeiro.

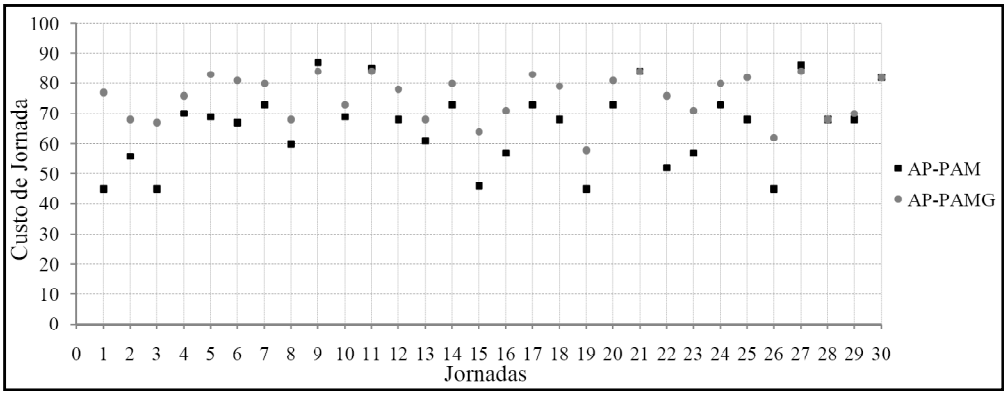

Gráfico 2: Custos das jornadas de uma resolução do AP-PAM e do AP-PAMG.

Nota-se que os custos das jornadas do AP-PAMG estão mais próximos entre si, ficando ao redor de uma faixa de custos que vai de 60 a 80. Ao contrário, os custos do AP-PAM se mostram mais dispersos, possuindo pontos que ficam tanto acima quanto abaixo dos custos extremos do AP-PAMG. Essa dispersão mostra o quão diferentes, em termos de custo, são as jornadas do AP-PAM e o quão desequilibrado pode ser o atendimento às preferências quando apenas a redução do custo total da solução é o objetivo. Como se poderia esperar com relação aos custos de solução, o AP-PAMG não foi, em geral, capaz de oferecer melhores resultados que o AP-PAM. Porém, houve situações em que a sistemática baseada no PAG conseguiu reduções de custo. Isso ocorreu em problemas nos quais o método com gargalo conseguiu contornar mais violações que o método baseado no PAM. Da mesma forma o AP-PAMG violou, na média, mais restrições. Quanto ao tempo de processamento dos métodos, o AP-PAMG foi, geralmente, mais rápido pois alcançou o critério de parada com menos iterações. Outro destaque conferido ao AP-PAMG foi sua busca por soluções factíveis. Com 30 enfermeiros, ele nunca ficou atrás do AP-PAM e também nunca foi inferior à NSPLib. Especificamente no caso 15 o método com gargalo até foi capaz de obter mais soluções isentas de violações que o AP-PAM.

4. Conclusões

Neste trabalho foi apresentado um novo método heurístico para a resolução do PEE com distribuição de preferências utilizando o clássico problema de designação com gargalo, PAG, como subproblema. O algoritmo proposto pode facilmente absorver novas restrições sem sofrer alterações, pois elas apenas influenciam a concepção da matriz de custo do subproblema. Com isso, se pode concluir que uso do PAG contribui para a simplicidade e flexibilidade da proposta, qualidades consideradas importantes por Cordeau *et al*. (2002), que ainda valorizam acurácia e velocidade, itens também observados no método durante os experimentos que, no total, envolveram 497280 resoluções do PEE. O AP-PAMG se mostrou eficiente pois sempre diminuiu a desigualdade entre as escalas do funcionário mais privilegiado e do menos beneficiado, chegando a 51,956% de redução em um caso de escalas mensais. Um fator limitante à sua melhor performance foram os valores discretos associados às preferências. Como os custos das jornadas são relativamente pequenos e os custos dos turnos têm valores inteiros previamente definidos, o algoritmo fica impossibilitado de efetuar distribuições ainda mais uniformes. O tempo de processamento do novo método também se mostrou viável para utilização em situações práticas pois suas resoluções são, em geral, mais rápidas que as do método de referência. Com relação aos custos totais das soluções, como esperado, seus valores foram, na média, superiores aos da NSPLib e do AP-PAM. Contudo, em algumas situações, o AP-PAMG obteve menores custos que a NSPLib e que o AP-PAM ao ser o único a contornar algumas violações e, graças a isso, também conseguiu obter mais soluções factíveis. Ainda se destaca que nos algoritmos heurísticos é comum o uso de aleatoriedade. Porém, o AP-PAMG é determinístico e execuções recorrentes geram os mesmos resultados para as mesmas entradas e isso pode ser considerado um diferencial

positivo. Para trabalhos futuros se propõe o uso de valores mais distribuídos para declarar as preferências, permitindo que o método baseado em gargalo obtenha melhores resultados.

Agradecimentos: Os autores agradecem a CAPES, CNPq e Fundação Araucária do Paraná pelo apoio financeiro.

Referências

Burke, E. K., Causmaecker, P., Berghe, G. V. e Landeghem, H. (2004), The state of the art of nurse rostering, *Journal of Scheduling*, 7(6), 441-499.

Burke E. K., Cururtois,T., Post, G., Qu, R. e Veltman, B. (2008), A hybrid heuristic ordering and variable neighbourhood search for the nurse rostering problem, *European Journal of Operations Research*, 188(2), 330-341.

Carello, F., Croci, F. e Tadei, R. (2004), A greedy-based neighborhood search approach to a nurse rostering problem, *European Journal of Operational Research*, 153(1), 28-40.

Carraresi, P. e Gallo, G. (1984), A multi-level bottleneck assignment approach to the bus drivers' rostering problem, *European Journal of Operational Research*, 16(2), 163-173.

Cheang, B., Li, H., Lim, A. e Rodrigues, B. (2003), Nurse rostering problems - a bibliographic survey, *European Journal of Operational Research*, 151(3), 447-460.

Constantino, A. A. (1997), Otimização de escala de trabalho para condutores de trem: sequenciamento de tarefas e alocação baseada em preferência declarada. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção)–DEPS, UFSC, Florianópolis.

Constantino, A. A., Melo, E. L., Rizzato, D. B. e Romão, W. (2009), Um algoritmo heurístico para otimização do problema de escalonamento de enfermeiros, *Anais do XLI SBPO*, 2783-2794.

Cordeau, J. F., Gendreau, M., Laporte, G. Potvin, J. Y. e Semet, F. (2002), A guide to vehicle routing heuristics, *Journal of the Operational Research Society*, 53(5), 512-522.

Ernst, A. T., Jiang, H., Krishnamoorthy, M., Owens, B. e Sier, D. (2004), An annotated bibliography of personnel scheduling and roistering, *Annals on Operations Research*,127,21-144.

Garey, M. R. e Johnson, D. S., Computers and intractability: a guide to the theory of NP-Completeness. W. H. Freeman, New York. 1979.

Goodman, M., Downsland, K. e Thompson, J. (2009), A GRASP-knapsack hybrid for a nurse-scheduling problem, *Journal of Heuristics*, 15(4), 351-379.

Inoue, T., Furuhashi, T., Maeda, H. e Takaba, M. (2000), A study on bacterial evolutionary algorithm engine for interactive nurse scheduling support problem system, *26th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, 1, 651-656.

Jaumard, B., Semet, F. e Vovor, T. (1998), A generalized linear programming model for nurse scheduling, *European Journal of Operational Research*, 107(1), 1-18.

Maenhout, B. e Vanhoucke, M. (2007), An electromagnetic meta-heuristic for the nurse scheduling problem, *Journal of Heuristics*, 13(4), 359-385.

Maenhout, B. e Vanhoucke, M. (2008) Comparison and hybridization of crossover operators for the nurse scheduling problem, *Annals of Operations Research*, 159(1), 333-353.

Maenhout, B. e Vanhoucke, M. (2006), New Computational Results for the Nurse Scheduling Problem: A Scatter Search Algorithm, *Lecture Notes in Computer Science*, 3906, 159-170.

Osogami, T. e Imai, H. (2000), Classification of Various Neighborhood Operations for the Nurse Scheduling Problem, *Lecture Notes in Computer Science*, 1969, 72-83.

Oughalime, A., Ismall, W. e Yeun, L. (2008), A tabu search approach to the nurse scheduling problem, *International Symposium on Information Techonology*, 1, 1-7.

Petrovic, S., e Berghe, G. V. (2008), Comparison of algorithms for nurse rostering problems, *Proceedings 7th international conference on practice and theory of automated timetabling*, 1-18.

Pferschy, U. (1997), Solution methods and computational investigations for the linear bottleneck assignment problem, *Computing*, 59(3), 237-258.

Tsai, C. e Li, S. (2009) A two-stage modeling with genetic algorithms for the nurse scheduling problem, *Expert Systems with Applications*, 36(5), 9506-9512.