Algoritmo de Região de Confiança e Filtros Multidimensionais Aplicado ao Fluxo de Carga

Scheila Valechenski Biehl, Geraldo R. Martins da Costa

Universidade de São Paulo - Escola de Engenharia de São Carlos (EESC)
scheilabiehl@usp.br, geraldo@sc.usp.br

Resumo

O problema de fluxo de carga é de grande importância na análise de sistemas elétricos de potência e consiste essencialmente na determinação do estado da rede em regime permanente, cuja formulação representa um sistema de equações e inequações algébricas não lineares. Neste trabalho, o método proposto para resolução do fluxo de carga consiste na minimização de um modelo aproximado de Gauss-Newton, associado com as restrições do problema, dentro de uma região de confiança. Para decidir quando uma nova solução candidata deve ser aceita, foi utilizada a técnica de filtros como uma alternativa às funções de mérito. No caso multidimensional, as entradas do filtro representam uma medida de factibilidade multidimensional das restrições do problema de fluxo de carga, forçando o residual das restrições para zero. Foram realizados testes numéricos em alguns sistemas de potência e as soluções obtidas foram satisfatórias, indicando a robustez do método.

Palavras chaves: Problema de Fluxo de Carga, Método de Regiões de Confiança, Filtros Multidimensionais.

Abstract

The load flow problem is very important in electrical power systems analysis and consists mainly in determining the steady state of the network, whose formulation represents a system of nonlinear algebraic equalities and inequalities. In this paper the proposed method to solve the load flow problem consists in minimizing a Gauss-Newton approach model, associated with the constraints of the problem, whitin a trust region. To decide whether a new solution candidate can be accepted, was used the filters technique as an alternative to merit functions. In the muldimensional case, the components of the filter are designated by a multidimensional feasibility measure of the constraints of the load flow problem, enforcing the constraints to zero-residual. Numerical results on some standard IEEE systems were performanced and the solutions obtained were very encouraging, validating the robustness of the proposed method.

Keywords: Load Flow Problem, Trust Region Method, Multidimensional Filters.

1 Introdução

O desenvolvimento de metodologias para o cálculo do *fluxo de carga* tem importância fundamental na análise de sistemas elétricos de potência, desde o nível de operação até o nível de planejamento de expansão das redes elétricas. Neste tipo de problema, a modelagem do sistema é estática, ou seja, pode ser representada matematicamente por um sistema de equações e inequações algébricas não lineares, nas quais as variações com o tempo são suficientemente lentas para que se possa ignorar os efeitos transitórios.

A resolução do fluxo de carga consiste essencialmente na determinação do estado da rede, da distribuição dos fluxos e de algumas outras grandezas de interesse. As informações obtidas pelo estudo do fluxo de carga em redes de transmissão são necessárias para o engenheiro analisar e viabilizar solicitações de manutenções, reparos e substituições de linhas de transmissão e equipamentos que fazem parte do sistema elétrico. Além de realizar esse monitoramento contínuo do estado atual da rede, permite também analisar a necessidade de futuros investimentos no planejamento da expansão do sistema.

Existem diversos algoritmos para o cálculo do fluxo de carga, diferindo em alguns aspectos como por exemplo a modelagem matemática e os critérios de convergência. Entre alguns desses métodos podemos citar Newton e suas variantes, Gauss-Seidel, entre outros, como pode ser visto em Brown e Tinney (1957), Monticelli (1983). Tipicamente, a técnica mais empregada no cálculo do fluxo de carga é o método de Newton-Rhapson, baseado em soluções sucessivas de aproximações lineares das equações do problema de fluxo de carga. Porém, este método pode apresentar dificuldades computacionais quando não se tem disponível uma boa estimativa dos valores iniciais.

Neste trabalho é proposta uma nova abordagem para a resolução do problema de fluxo de carga, baseada no *método de Gauss-Newton*, também conhecido como *método da linearização*. Este método é utilizado geralmente na resolução de problemas de mínimos quadrados não lineares e pode ser visto como uma modificação do método de Newton para encontrar o mínimo de uma função. Com relação ao método de Newton e suas variantes, o modelo de Gauss-Newton é atrativo pois explora uma estrutura particular da matriz Hessiana da função objetivo desconsiderando os termos de segunda ordem. No contexto do cálculo de fluxo de carga, uma vantagem particular presente nesta abordagem é a possibilidade do ajuste das variáveis de controle, contínuas e discretas, simultaneamente com a determinação do estado da rede.

Na próxima seção é apresentada a formulação do problema de fluxo de carga e sua estrutura como um sistema de equações e inequações não lineares. A seção 3 apresenta o método de solução proposto, o funcionamento do método de filtros bidimensional e multidimensional e o algoritmo geral. A seção 4 mostra os resultados computacionais obtidos e a seção 5 algumas considerações finais.

2 Formulação do Problema de Fluxo de Carga

O problema de fluxo de carga pode ser formulado matematicamente por um sistema de equações e inequações algébricas não lineares, que correspondem, respectivamente, às leis de Kirchhoff e a um conjunto de restrições operacionais da rede elétrica e de seus componentes. Em um sistema de potência cada barra está associada com quatro componentes: a potência ativa P_k, a potência reativa Q_k, a magnitude de voltagem V_k e o ângulo das tensões θ_k, sendo que na solução do fluxo de carga duas dessas quatro componentes são especificadas e as restantes são calculadas. Dependendo de quais variáveis entram como dados e quais são consideradas como incógnitas, definem-se três tipos de barras: barras de carga (PQ), barras de geração (PV) e barra de referência ou *slack* ($V\theta$) .

Em sua formulação mais simples, o conjunto de equações representa o balanço do fluxo de potência em cada barra e o conjunto de inequações os limites físicos e operacionais do sistema, como pode ser visto a seguir (Monticelli (1983)).

- Conjunto de Equações

Representam o balanço do fluxo de potência em cada barra e são deduzidas aplicando as leis de Kirchhoff para uma barra qualquer de um sistema de NB barras. Assim, tem-se duas equações para cada barra representadas por:

$$\begin{aligned} P_k^{cal} &= \sum_{m\in\Omega_k} P_{km} = \sum_{m\in\Omega_k} g_{km}V_k^2 - V_kV_m[g_{km}\cos(\theta_{km}) + b_{km}\text{sen}(\theta_{km})] \\ Q_k^{cal} &= \sum_{m\in\Omega_k} Q_{km} = \sum_{m\in\Omega_k} -V_k^2(b_{km} + b_{km}^{sh}) + V_kV_m[b_{km}\cos(\theta_{km}) - g_{km}\text{sen}(\theta_{km})] \end{aligned} \tag{1}$$

sendo que:

* Ω_k é o conjunto de todas as barras conectadas à barra k, excluindo ela mesma;
* $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$ e $\theta_1 = 0$ é o ângulo de referência. Os índices k e m são considerados como a barra inicial e final, respectivamente;
* Os parâmetros g_{km}, b_{km} e b_{km}^{sh} são a condutância, a susceptância e a susceptância *shunt* da linha, respectivamente;

Considere um problema no qual são dados P_k e Q_k para as barras PQ, P_k e V_k para as barras PV e V_k e θ_k para a barra de folga, e seja NPQ e NPV o número de barras PQ e PV da rede, respectivamente. O conjunto de equações do problema do fluxo de carga pode ser formulado como um sistema de (2NPQ+NPV) equações algébricas não lineares:

$$\begin{cases} \Delta P_k = P_k^{esp} - P_k^{cal} = 0 & \text{para as barras PQ e PV} \\ \Delta Q_k = Q_k^{esp} - Q_k^{cal} = 0 & \text{para as barras PQ} \end{cases} \tag{2}$$

em que P_k^{esp} e Q_k^{esp} são as potências ativas e reativas especificadas na barra k.

- Conjunto de Inequações

Representam as restrições operacionais e de capacidade dos equipamentos do sistema elétrico, como por exemplo os limites nas injeções de potência reativa nas barras de geração PV e as restrições nas magnitudes das tensões das barras de carga PQ, dadas respectivamente por:

$$\begin{cases} Q_k^{min} \leq Q_k^{cal} \leq Q_k^{max} & \text{para as barras PV} \\ V_k^{min} \leq V_k \leq V_k^{max} & \text{para } NB \text{ barras} \end{cases} \tag{3}$$

Tradicionalmente, o cálculo do fluxo de carga pelo método de Newton e suas variantes é realizado com a resolução do sistema em (2), fixando as tensões nas barras de folga e de geração, e posteriormente realizando o cálculo e ajuste das variáveis do sistema em (3). Nossa abordagem difere essencialmente nesse aspecto, pois consideramos simultaneamente os sistemas em (2) e (3) e relaxamos as tensões nas barras PV (aquelas que eram consideradas fixas), permitindo um melhor ajuste final do sistema, como é feito na resolução do problema de fluxo de carga ótimo, embora não estejamos otimizando o problema.

Portanto, procuramos encontrar uma solução (V, θ) tal que satisfaça o seguinte sistema de equações e inequações não lineares, com limitantes sobre algumas variáveis:

$$\begin{cases} P_i^{dado} - P_i^{cal}(V,\theta) & = 0 & i = 1,...,NPQ \cup NPV \\ Q_j^{dado} - Q_j^{cal}(V,\theta) & = 0 & j = 1,...,NPQ \\ Q_k^{min} \leq \quad Q_k^{cal}(V,\theta) & \leq Q_k^{max} & k = 1,...,NPV \\ V_l^{min} \leq \quad V_l & \leq V_l^{max} & l = 1,...,NB \end{cases} \tag{4}$$

No presente trabalho, não consideramos os *taps* dos transformadores, mas alguns testes preliminares realizados indicam que uma discretização dessas variáveis pode ser incorporada à metodologia proposta, objetivando a solução do fluxo de carga com variáveis discretas. Resultados serão apresentados em trabalhos posteriores.

De maneira generalizada, considerando que cada restrição de desigualdade canalizada pode ser convertida em duas restrições do tipo $c_I(x) \leq 0$, o problema de fluxo de carga tem a seguinte estrutura:

$$\begin{cases} c_E(x) = 0 & E = \{1, ..., m\} \\ c_I(x) \leq 0 & I = \{1, ..., 2q\} \\ l \leq x \leq u \end{cases} \tag{5}$$

Problemas de factibilidade não linear, isto é, sistemas de equações e inequações não lineares, podem ocorrer em diversos contextos pois um grande número de aplicações práticas pode ser estruturada desta forma. Em particular, pode ocorrer como um subproblema em contextos mais complicados, tais como a fase de restauração em métodos de filtros para otimização não linear, ver por exemplo Fletcher e Leyffer (2002) e Gould e Toint (2007). Em Mael (2006) pode ser visto um método de região de confiança para resolução de sistemas de equações não lineares com restrições de caixa, no contexto do problema das equações de uma rede elétrica.

Na próxima seção apresentamos o método de solução aplicado para o cálculo do fluxo de carga nas linhas de transmissão de sistemas elétricos de potência. Esse método é baseado em um modelo de Gauss-Newton, procurando fornecer boas garantias sobre o valor da solução obtida e obter o máximo em termos de eficiência computacional.

3 Método de Solução

O *método de Newton* é conhecido como uma eficiente técnica para resolução de sistemas de equações não lineares, em particular para resolver as equações do fluxo de carga, devido às suas propriedades de rápida convergência. Contudo, sua convergência pode ser comprometida em sistemas de grande porte quando pontos inicias não estão próximos da solução, motivando o desenvolvimento de algoritmos robustos e confiáveis para resolver as equações da rede elétrica (Wollenberg e Wood (1996)).

O algoritmo de Gauss-Newton é uma modificação do método de Newton, desenvolvido para o caso particular em que a função objetivo pode ser escrita como uma minimização da soma dos quadrados dos resíduos. No método proposto, cada iteração consiste em minimizar uma sequência de aproximações lineares do conjunto de restrições do fluxo de carga, o qual representa uma função residual não linear. Essa minimização é realizada dentro de uma região de confiança, em torno da solução atual x_k, para a obtenção do vetor de correção d_k.

Observamos então que para a resolução do problema de factibilidade não linear, devemos encontrar um vetor $x \in \mathbb{R}^n$ tal que satisfaça o sistema em (5), e assim o problema é reformulado no sentido de mínimos quadrados não lineares, isto é, encontrar um minimizador local do seguinte problema não linear irrestrito (Gould e Toint (2007))

$$\text{Min}_x f(x) = \frac{1}{2} \|F(x)\|^2 \tag{6}$$

em que

$$F(x) = \begin{pmatrix} c_E(x) \\ [c_I(x)]_+ \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^p \tag{7}$$

é uma função residual não linear calculada no ponto x, com $\|.\|$ denotando a norma Euclidiana, $p = m + 2q$ e $[c_I(x)]_+ = max[0, c_I(x)]$ denotando a violação nas restrições de desigualdades. Recentemente um grande número de algoritmos para resolução deste tipo de problema tem sido propostos, baseados principalmentes em extensões do método de Newton (Nocedal e Wright (1999)), métodos de regiões de confiança (Dennis *et al.* (1999), Gould e Toint (2007), Macconi *et al.* (2009)) e algoritmos evolucionários (Grosan e Abraham (2008)).

Considerando $F : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^p$ uma função não linear duas vezes diferenciável, o gradiente e a Hessiana de $f(x)$ são dados por:

$$\begin{aligned} \nabla f(x) &= J(x)^T F(x) \\ \nabla^2 f(x) &= J(x)^T J(x) + Q(x) \end{aligned} \tag{8}$$

onde $Q(x)$ denota os termos de segunda-ordem e $J(x)$ denota a matriz Jacobiana de F em x. Os métodos diretos para encontrar pontos estacionários de $f(x)$, isto é, resolver a equação $\nabla f(x) = J(x)^T F(x) = 0$ consistem em obter uma solução de

$$[J(x)^T J(x)]d = -J(x)^T F(x) \tag{9}$$

a qual pode ser obtida também com a minimização de um modelo quadrático local de $f(x)$ na vizinhança de uma dada solução x_k, para a obtenção de soluções aproximadas. Esse modelo, denominado de *Gauss-Newton*, é minimizado em torno de uma região da solução atual x_k, chamada de *região de confiança*, resultando no seguinte subproblema:

$$\begin{array}{ll} \text{Min} & m_k^{GN}(x_k + d_k) = \frac{1}{2}\|F(x_k) + J(x_k)d_k\|^2 \\ \text{s.a:} & \left\{ \|d\|_k \leq \Delta_k \right. \end{array} \tag{10}$$

onde $J(x_k)$ é a Jacobiana de $F(x)$ em x_k e Δ_k é o raio da região, atualizado pelos mecanismos usuais do método de região de confiança para otimização irrestrita. Além disso, é exigido que a direção d_k obtida pela minimização do subproblema em (10) forneça um *decréscimo suficiente* sobre o modelo m_k^{GN}, tal que

$$m_k^{GN}(x_k) - m_k^{GN}(x_k + d_k) \geq \tau \|g_k\| \min\left[\frac{\|g_k\|}{\beta_k}, \Delta_k\right] \tag{11}$$

onde $g_k = \nabla m_k^{GN}(x_k)$, $\tau \in (0,1)$ e β_k é um limitante superior positivo sobre a norma da Hessiana de m_k^{GN}. Esse é um requerimento comum em algoritmos de região de confiança e existem algoritmos eficientes que satisfazem essa estimativa de decréscimo suficiente. Neste trabalho, encontramos um minimizador d_k^N de m_k^{GN}, o qual tem a forma $d_k^N = -J_k^* F_k$, onde J^* denota a matriz *pseudoinversa* de J, também denominada *inversa de Moore-Penrose*. Se $\left\|d_k^N\right\| \leq \Delta_k$, essa direção é aceita $d_k \leftarrow d_k^N$, senão encontramos uma solução aproximada d_k para (10) sobre a fronteira da região de confiança, usando o método dogleg (Nocedal e Wright (1999)).

Para gerar uma solução factível, as soluções obtidas são projetadas sobre o conjunto $\Lambda = \{x \in \mathbb{R}^n | l \leq x \leq u\}$, ou seja, $(P_\Lambda(x))_i = \max\{l_i, \min\{x_i, u_i\}\}$, $i = 1, ..., n$, e condições relacionadas com decréscimo suficiente e com a qualidade do modelo m_k^{GN} devem ser verificadas. O ponto *teste* $x_k^+ = x_k + d_k$ é aceito então como nova solução se ρ_k é suficientemente positivo e (11) é satisfeito, sendo

$$\rho_k = \frac{f(x_k) - f(x_k^+)}{m_k^{GN}(x_k) - m_k^{GN}(x_k^+)} \tag{12}$$

a razão que indica o grau de concordância entre a função modelo de aproximação m_k^{GN} e a função objetivo $f(x)$. Porém, para tornar esse critério mais flexível, é permitido que um conjunto maior de pontos possam ser analisados e aceitos, por meio da técnica de filtros multidimensionais combinada com o algoritmo de região de confiança. Essa técnica será apresentada na próxima seção, iniciando com os conceitos básicos para o caso bidimensional e estendendo posteriormente para o caso multidimensional.

Uma questão interessante a ressaltar é sobre o tratamento explícito das restrições de desigualdade no vetor residual. A condição de incluir em $F(x)$ a violação das restrições de desigualdades faz com que a função penalidade-l_2 em (6) tenha derivadas segundas descontínuas, de maneira que ainda não há garantia teórica de convergência para problemas envolvendo restrições de desigualdades (Gould e Toint (2007)). Entretanto, como pode ser visto nos testes computacionais realizados, o algoritmo se comporta de maneira bastante satisfatória.

3.1 Filtro Bidimensional

Métodos de filtros são mecanismos que auxiliam na decisão de aceitar ou rejeitar um passo (direção) em um algoritmo de minimização, baseados em conceitos de dominância "emprestados" das ideias da otimização multiobjetivo. Originalmente, esta técnica foi apresentada em Fletcher

e Leyffer (2002) para a globalização de métodos de programação quadrática sequencial, como uma alternativa às funções de mérito, também denominadas funções de penalidade.

No contexto da otimização de problemas não lineares com a seguinte estrutura (Nocedal e Wright (1999))

$$\begin{array}{ll} \text{Min}_x & f(x) \\ \text{s.a:} & \begin{cases} c_i(x) = 0 & i \in E = \{1,...,m\} \\ c_i(x) \leq 0 & i \in I = \{1,...,q\} \end{cases} \end{array} \tag{13}$$

notamos que há dois objetivos conflitantes: a minimização da *função objetivo* e a minimização da *violação das restrições* de modo que a solução seja factível. O método de filtros trata esses dois objetivos de maneira separada, sendo que a otimalidade é medida pela função objetivo f e a factibilidade é medida pela violação das restriçoes, dada pela função $h : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}_+$:

$$h(c(x)) = h(x) = \sum_{j=1}^{m+q} c_j^+(x) \tag{14}$$

em que

$$c_j^+(x) = \begin{cases} c_j(x) & \text{se } j \in E \\ \max\{0, c_j(x)\} & \text{se } j \in I \end{cases} \tag{15}$$

As definições a seguir estão relacionadas com a estrutura do filtro e ao conceito de dominância da otimização multiobjetivo. Considere o par (f_k, h_k) denotando os valores de $f(x)$ e $h(x)$ no ponto x_k.

1. Um par (f_k, h_k) é dito dominar outro par (f_l, h_l), se, e somente se, $f_k \leq f_l$ e $h_k \leq h_l$.
2. Um filtro é uma lista de pares (f_l, h_l) tal que nenhum par domina qualquer outro.
3. Um ponto (f_k, h_k) é dito ser aceitável para inclusão no filtro se ele não é dominado por qualquer par do filtro.

Dessa maneira, o filtro pode ser visto como um critério para aceitar ou rejeitar um ponto "teste" $x^+ = x_k + d_k$, representado por seu respectivo par (f^+, h^+). A figura 1 mostra um filtro com 4 pares (f_l, h_l) ilustrados por um ponto preto, os quais criam uma região que representa o conjunto de pares que não são aceitos para o filtro (região tracejada). O par (f^+, h^+) ilustrado por um ponto vermelho será adicionado ao filtro, pois reduziu o valor da função objetivo e da infactibilidade, aumentando assim a região dos pontos já pesquisados.

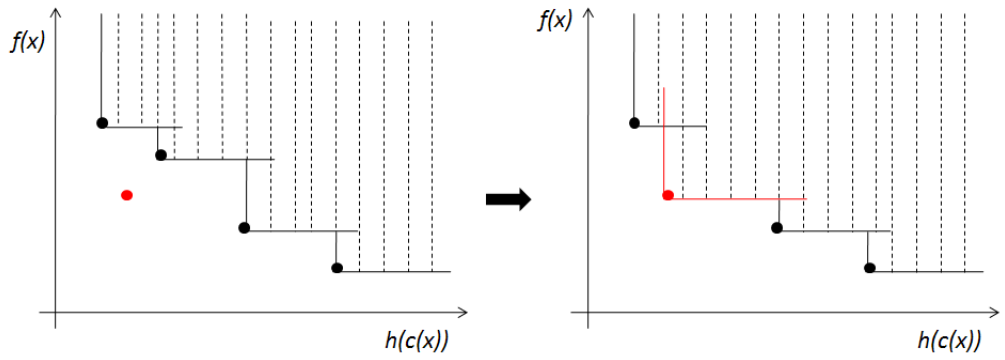

Figura 1: Ilustração gráfica de um filtro com 4 pares

Para exigir uma redução suficiente nas componentes f e h é definida uma margem para o filtro, a fim de prevenir que pontos arbitrariamente próximos ao filtro sejam aceitos. Isso é feito com uma leve modificação no critério 1 das definições anteriores, em que o par (f_k, h_k) é aceito para o filtro se ocorre uma das seguintes condições:

$$f(x_k) \leq f(x_l) - \beta h(x_l) \quad \text{ou} \quad h(x_k) \leq (1-\beta)h(x_l), \ \forall l \in F_k \tag{16}$$

em que F_k denota o filtro com as entradas $(f(x_l), h(x_l))$ com $l \leq k$. Esta ideia é ilustrada na figura 2 onde a "margem" para o filtro é representada pela linha tracejada. Os pares adicionados ao filtro definem uma *região proibida*, de maneira que uma nova solução só será aceita se seu respectivo par (f_k, h_k) estiver abaixo ou a esquerda da linha tracejada da figura 2, ou seja, fora da região proibida.

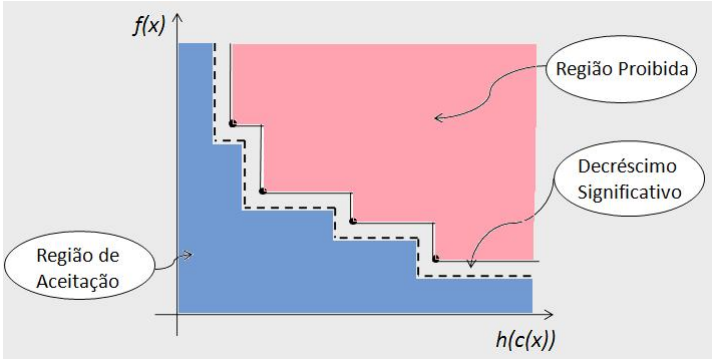

Figura 2: Filtro com região proibida e de aceitação, e decréscimo significativo

De modo geral, devido ao seu bom desempenho e robustez, o método de filtros tem se tornado uma metodologia aplicável nas mais diversas áreas, tais como otimização não suave restrita, pontos interiores, métodos de Lagrangiano aumentado entre outros. Para mais detalhes ver por exemplo, Fletcher *et al.* (2006), Oening (2006), Friedlander e Leyffer (2008), Karas *et al.* (2009).

3.2 Filtro Multidimensional

Para o *caso multidimensional*, as entradas do filtro passam a representar as restrições do sistema de equações e inequações em (7). De fato, não consideramos mais uma função objetivo, mas ainda nos deparamos com objetivos conflitantes: o de levar cada componente do vetor $\{F_i(x)\}_{i=1}^{p}$ para zero como uma questão independente, o que é tipicamente conflitante com o fato de levar as outras componentes de F também para zero.

Para estruturar o filtro multidimensional, dizemos que um ponto x_1 domina um ponto x_2 sempre que

$$|F_i(x_1)| \leq |F_i(x_2)|, \ \forall i \in \{1, ..., p\} \tag{17}$$

e definimos o *filtro* como uma lista Γ de vetores $p-$dimensionais da forma $\{F_1, F_2, ..., F_p\}$ tal que, para cada entrada F_k, $F_l \in \Gamma$ com $k \neq l$,

$$|F_{ik}| \leq |F_{il}|, \ \text{para no mínimo um } i \in \{1, ..., p\} \tag{18}$$

onde F_{ik} é a i-ésima componente de F_k. Seguindo a filosofia do caso bidimensional, o filtro multidimensional aceita uma nova solução "teste" x_k^+ se ela não é dominada por nenhuma outra entrada do filtro. Para exigir um decréscimo suficiente durante o processo, também é feita a inclusão de uma margem de segurança na fronteira do filtro de maneira que um novo ponto x_k^+ é *aceito* para o filtro Γ se e somente se,

$$\forall F_l \in \Gamma, \ \exists i \in \{1, ..., p\} \text{ com } \left|F_i(x_k^+)\right| \leq [|F_{il}| - \zeta_F \, \|F_l\|]_+ \tag{19}$$

onde $\zeta_F \in \left(0, \frac{1}{\sqrt{p}}\right)$ e $[w]_+ = \max[0, w]$. Ainda, para evitar ciclos e simplificar comparações, se um ponto teste é aceito para o filtro conforme (19), ele é adicionado ao filtro e são removidos do filtro todos os pontos que forem dominados por esta entrada adicionada.

Portanto, combinando os critérios de aceitação de um ponto pelo método de região de confiança e pelo método de filtros, se um ponto $x_k^+ = x_k + d_k$ não for aceito pelo filtro, pode ainda ser aceito pelo mecanismo usual de regiões de confiança, se ρ_k for suficientemente positivo. A seguir, é apresentado o algoritmo geral de Gauss-Newton com regiões de confiança e filtros multidimensionais para o problema de fluxo de carga.

3.3 Algoritmo 1. Gauss-Newton com Regiões de Confiança e Filtros (GNRC)

1. *Inicialização.*
   Dado o ponto inicial x_0 e o raio inicial $\Delta_0 > 0$ ($\Delta_0 \in (0, \Delta_{max})$), bem como as constantes $0 < \eta_1 < \eta_2 < 1$ e $0 < \gamma_1 < 1$. Faça $k = 0$, inicialize Γ_0 e calcule o residual $F(x_0)$.

2. *Critério de Parada.*
   Se $\|F(x_k)\| \leq \varepsilon$ ou $\|\nabla f(x_k)\| \leq \varepsilon$, PARE.

3. *Determine um ponto "teste".*
   Encontre uma solução aproximada d_k para m_k^{GN};
   Calcule o novo ponto teste $x_k^+ = x_k + d_k$ e determine o vetor residual F_k^+ nesse ponto;
   Defina ρ_k de acordo com (12);

4. *Verifique se o ponto "teste" é aceito.*

   (a) Se x_k^+ é aceito para o filtro atual:
   Faça $x_{k+1} = x_k^+$ e adicione F_k^+ ao filtro se $\rho_k < \eta_1$

   (b) Se x_k^+ não é aceito para o filtro atual:
   Se $\rho_k > \eta_1$ faça $x_{k+1} = x_k^+$
   Senão faça $x_{k+1} = x_k$

5. *Atualize o raio da região de confiança.*

$$\Delta_{k+1} = \begin{cases} \gamma_1 \Delta_k & \text{se } \rho_k < \eta_1, \\ \min(2\Delta_k, \Delta_{max}) & \text{se } \rho_k > \eta_2 \text{ e } \|d_k\| = \Delta_k, \\ \Delta_k & \text{caso contrário.} \end{cases} \tag{20}$$

6. *Faça $k \leftarrow k+1$ e volte para o passo 2.*

4 Resultados Numéricos

Nesta seção apresentamos os testes computacionais realizados com problemas padrões IEEE em sistemas de potência, seguindo a metodologia proposta na seção 3. As implementações foram feitas no ambiente Matlab 7.6 e os testes foram executados em um computador com processador core 2 Duo e 2.0 GB de memória RAM. Os parâmetros considerados no Algoritmo GNRC foram: raio inicial $\Delta_0 = 1.0$, $\eta_1 = \frac{1}{4}$, $\eta_2 = \frac{3}{4}$, $\gamma_1 = \frac{1}{2}$. A tolerância no critério de parada foi $\varepsilon = 10^{-4}$.

4.1 Sistema IEEE 14 Barras

A modelagem do sistema de 14 barras apresenta um conjunto de 27 variáveis, 22 restrições de igualdade e 4 restrições de desigualdade, cada uma particionada em 2 equações. A coluna GNRC da tabela 1 mostra a solução do fluxo de carga obtida em 3 iterações. A validação do algoritmo é feita por meio da comparação com a solução obtida pelo método tradicional de Newton-Raphson (Monticelli (1983)), apresentada na coluna NR da tabela 1, após 3 iterações.

A linha *Perdas* da tabela 1 apresenta o valor das perdas de potência ativa nas linhas de transmissão, para os métodos GNRC e NR. As perdas de potência ativa pelo método GNRC representam um decréscimo de 3,84% com relação às perdas pelo método de NR. A média das tensões é de 1,0434 p.u. e o desvio padrão é 0,0312, enquanto que com Newton-Raphson esses

valores são 1,0502 p.u. e 0,0048, respectivamente. Podemos observar que, diferentemente do método de Newton-Rhapson onde as tensões nas variáveis V_1, V_2, V_3, V_6 e V_8 são mantidas fixas, nosso método permite a variação dessas tensões, dentro dos limites operacionais, tornando o algoritmo mais flexível na busca de soluções e nos casos considerados, reduzindo as perdas totais de potência ativa na transmissão.

Variáveis	GNRC	NR		Variáveis	GNRC	NR
V_1	1,0906	1,0720		θ_1	0,0000	0,0000
V_2	1,0696	1,0450		θ_2	-0,0804	-0,0827
V_3	1,0506	1,0100		θ_3	-0,2119	-0,2163
V_4	1,0456	1,0319		θ_4	-0,1691	-0,1757
V_5	1,0499	1,0381		θ_5	-0,1440	-0,1493
V_6	1,0409	1,0700		θ_6	-0,2422	-0,2524
V_7	1,0444	1,0570		θ_7	-0,2249	-0,2320
V_8	1,0594	1,0900		θ_8	-0,2249	-0,2320
V_9	1,0358	1,0507		θ_9	-0,2545	-0,2608
V_{10}	1,0291	1,0467		θ_{10}	-0,2576	-0,2643
V_{11}	1,0315	1,0547		θ_{11}	-0,2524	-0,2604
V_{12}	1,0264	1,0548		θ_{12}	-0,2578	-0,2671
V_{13}	1,0221	1,0496		θ_{13}	-0,2593	-0,2681
V_{14}	1,0114	1,0322		θ_{14}	-0,2749	-0,2816
$Perdas$(MW)	12,6805	13,1865		-	-	-

Tabela 1: Solução do Sistema de 14 Barras

A figura 3 mostra a convergência do vetor residual não linear F_k, cujas componentes representam as restrições de igualdade e de desigualdade do problema de fluxo de carga. Podemos notar que em 3 iterações o método converge para uma solução factível, com um residual zero para F_k, ou seja, a solução obtida satisfaz todas as restrições operacionais do sistema.

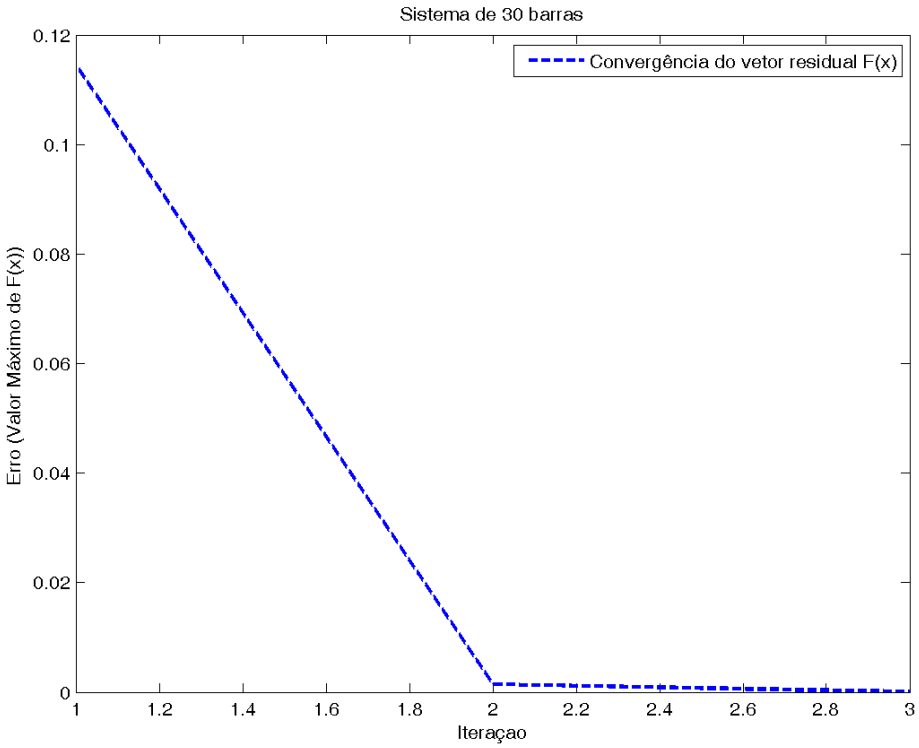

Figura 3: Convergência do sistema de 14 barras

4.2 Sistema IEEE 30 Barras

O sistema de 30 barras possui um conjunto de 59 variáveis, 53 restrições de igualdade e 5 restrições de desigualdade canalizadas. A solução factível foi obtida depois de 3 iterações, sendo que nesse ponto o valor de perdas nas linhas de transmissão foi de 17,1949MW pelo método GNRC, enquanto o método NR apresenta a solução após 3 iterações, com o valor de perdas 17,8559MW, o que indica uma redução de 3,70% na perda de potências ativas pelo método GNRC.

Para o sistema de 30 barras, a solução do método GNRC apresenta uma média de 1,0002 p.u. nas tensões, com desvio padrão de 0,0280. No método de Newton-Raphson a média é de 1,0077 p.u com desvio padrão de 0,0244. Na figura 4 está ilustrada a convergência do vetor residual F_k, cujas componentes representam as restrições do problema do fluxo de carga. A convergência para um zero residual significa que as restrições de igualdade são satisfeitas, dentro da tolerância especificada, e as restrições de desigualdade estão dentro de seus limites operativos.

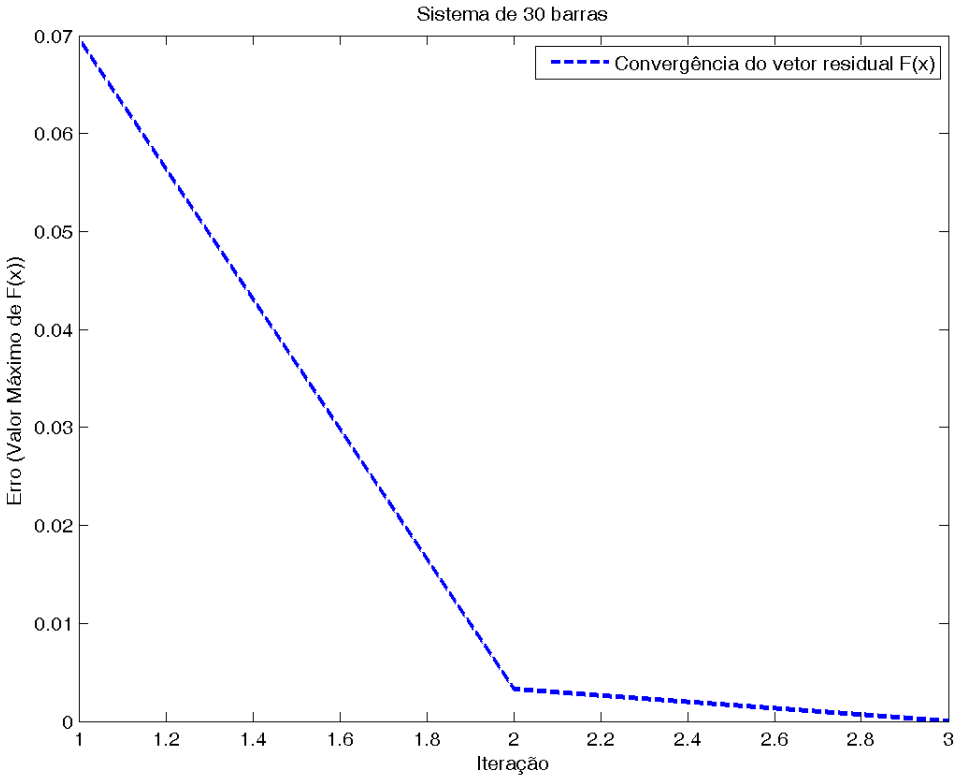

Figura 4: Convergência do sistema de 30 barras

5 Considerações Finais

Este trabalho apresentou uma abordagem para a resolução de um importante problema relacionado com a análise da operação, planejamento e segurança de sistemas elétricos de potência, o problema de *fluxo de carga*. Este problema pode ser modelado matematicamente como um sistema de equações e inequações não lineares algébricas, propiciando o uso de um modelo baseado no método de Gauss-Newton, usado regularmente para resolução de problemas de mínimos quadrados não lineares. Em cada iteração do algoritmo, a direção é calculada minimizando um modelo de Gauss-Newton dentro de uma região de confiança estabelecida. Para controlar o processo de convergência, a técnica de filtros é combinada com o mecanismo usual dos algoritmos

de região de confiança para decidir se a direção deve ou não ser aceita.

Para os sistemas testados, as soluções obtidas durante o processo não foram rejeitadas pelo filtro, pois sempre ocorreu o decréscimo nas restrições, convergindo para uma solução factível. Porém, para sistemas maiores esperamos que o método de filtros atue durante o processo iterativo, pois como também é considerada uma variante do método de Newton, essa metodologia é dependente de uma boa estimativa inicial, a qual pode não estar disponível para sistemas de grande porte. Contudo, no problema de fluxo de carga a distância entre os limites inferiores e superiores estabelecidos para as magnitudes de tensões é relativamente pequena, o que pode contribuir para testes sobre um conjunto de estimativas inicias.

De forma geral, a análise numérica dos resultados apresentados mostra que essa abordagem para o cálculo do fluxo de carga fornece boas soluções, de forma que a demanda de potências ativa e reativa é atendida, as magnitudes das tensões satisfazem os limites estabelecidos e as linhas de transmissão e os equipamentos operam sem sobrecarga. Em termos de convergência e de eficiência computacional, pode ser observado um pequeno número de iterações, a não necessidade do cálculo de segundas derivadas e a obtenção de soluções factíveis considerando as equações de balanço do sistema simultaneamente com as restrições de geração de potência reativa, as quais usualmente são calculadas e ajustadas na fase II do método tradicional de Newton-Raphson. Alguns testes preliminares com o ajuste das variáveis de controle discretas, ainda em fase de desenvolvimento, mostraram bom desempenho do método GNRC e serão abordadas em trabalhos futuros.

Agradecimentos
Este trabalho teve apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES).

Referências

Brown, R.J. e Tinney, W.F. (1957), Digital Solutions for Large Power Networks, *Power Apparatus and Systems, Part III. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 76, (3), 347–351.

Dennis, J.E., El-Alem, M. e Williamson, K. (1999), A trust-region approach to nonlinear systems of equalities and inequalities, *SIAM J. Optim.*, 9, 291–315.

Fletcher, R. e Leyffer, S. (2002), Nonlinear programming without a penalty function, *Mathematical Programming*, 91, (2), 239–269.

Fletcher, R., Leyffer, S. e Toint, P. (2006), A Brief History of Filter Methods, *Mathematics and Computer Science Division*, Preprint ANL/MCS-P1372-0906, Argonne National Laboratory.

Friedlander, M.P. e Leyffer, S. (2006), Global and finite termination of a two-phase augmented lagrangian filter method for general quadratic programs, *SIAM J. Sci. Computation*, 30, (4), 1706–1729.

Gould, N.I.M. e Toint, P.L. (2007), FILTRANE, a Fortran 95 filter-trust-region package for solving nonlinear least-squares and nonlinear feasibility problems, *ACM Transactions on Mathematical Software*, 33, 3–25.

Grosan, C. e Abraham, A. (2008), A new approach for solving nonlinear equations systems, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A*, 38, (3), 698–714.

Karas, E., Ribeiro, A., Sagastizábal, C. e Solodov, M. (2009), A bundle-filter method for nonsmooth convex constrained optimization, *Mathematical Programming, Ser.B*, 116, 297–320.

Macconi, M., Morini, B. e Porcelli, M. (2009), Trust-region quadratic methods for nonlinear systems of mixed equalities and inequalities, *Applied Numerical Mathematics*, 59, (5), 859–876.

Monticelli, A., *Fluxo de carga em redes de energia elétrica*, Edgard Blucher Ltda, São Paulo, Brasil, 1983.

Nocedal, J. e Wright, S., *Numerical Optimization*, Springer, New York, 1999.

Oening, A. P. (2006), *Um algoritmo de filtro globalmente convergente para programação não linear*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, 2006.

Sachine, M. (2006), Métodos de Região de Confiança para Sistemas de Equações Não-Lineares com Restrições de Caixa, *Dissertação de Mestrado*, Universidade Federal de Santa Catarina.

Wollenberg, B. e Wood, A., *Power Generation, Operation and Control*, Wiley, 2nd ed., New York, 1996.