

HEURÍSTICAS *RELAX-AND-FIX* PARA O PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO DE LOTES COM JANELAS DE TEMPO DE PRODUÇÃO

Lívia Chierice Corrêa Moraes
Maristela Oliveira Santos

Universidade de São Paulo - Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação
Av. Trabalhador São-carlense, 400, 13560-970 São Carlos-SP Brasil
e-mail: livia.chierice@gmail.com
e-mail: mari@icmc.usp.br

Resumo

Este trabalho considera o problema de dimensionamento de lotes com janelas de tempo de produção. O objetivo é determinar um plano de produção que minimize os custos de produção, preparação e de estoque. No problema considerado, as produções dos itens devem ocorrer dentro de determinadas janelas de tempo. O conceito de janela de tempo envolve o fato de que o item tem um período de liberação para a produção r e um período t para satisfazer a demanda, gerando assim uma janela de tempo $[r, t]$ de produção. O problema é formulado como um programa inteiro misto e heurísticas *relax-and-fix* são propostas. A análise computacional foi feita utilizando exemplos gerados a partir de dados da literatura e as soluções heurísticas foram comparadas com as soluções obtidas pelo pacote CPLEX 12.3. As heurísticas apresentaram resultados competitivos tanto em qualidade das soluções quanto nos tempos médios de execução.

PALAVRAS-CHAVE: dimensionamento de lotes, janelas de tempo, *relax-and-fix*

Abstract

This work addresses the lot-sizing problems with time windows. The concept of time window involves the fact that each item has a release period r for producing and a period t to satisfy demand in period t , generating a time window of production $[r, t]$. The solution should minimize production, setup and inventory costs. The problem is formulated as a mixed integer programming model and *relax-and-fix* heuristics are proposed. The computational analysis was done with examples generated based on examples from the literature. The heuristic solutions are compared with solutions obtained by CPLEX 12.3. The results obtained by heuristics are competitive in both quality of solutions and the average execution time.

KEYWORDS: lot-sizing problem, time windows, *relax-and-fix*

1 Introdução

O problema de dimensionamento de lotes consiste em planejar a quantidade a ser produzida dos itens em cada período, ao longo de um horizonte de tempo finito, de modo a atender a demanda dos itens e otimizar uma função objetivo. Os custos geralmente considerados são de produção, de estoque e os de preparações das máquinas para produção. Um dos problemas mais conhecidos é o de dimensionamento de lotes capacitados (*Capacitated Lot Sizing Problem - CLSP*) quando há restrições nos recursos para a produção e preparação. Boas revisões da literatura para problemas de dimensionamento de lotes e suas variações podem ser encontradas em Karimi *et al.* [2003], Jans e Degraeve [2007] e Brahimi *et al.* [2006b].

No problema de dimensionamento de lotes com janelas de tempo de produção (*Capacitated Lot Sizing Problem with Time Windows - CLSP-TW*), as produções dos itens devem ocorrer dentro de determinadas janelas de tempo. O conceito de janela de tempo envolve o fato de que o item i tem um período de liberação para a produção r e um período t para satisfazer a demanda, gerando, assim, uma janela de tempo $[r, t]$ de produção. O problema CLSP é um caso particular do problema com janelas de tempo (CLSP-TW). Segundo Brahimi *et al.* [2006a], uma motivação para considerar o problema com janelas de tempo de produção é que em alguns problemas de dimensionamento de lotes, os recursos não estão necessariamente disponíveis para a produção dos itens no início do horizonte de planejamento, pois a produção pode depender de matérias-primas ou de produtos semi-acabados. Para tratar adequadamente estas situações, Dauzère-Pérès *et al.* [2002] consideraram que a produção de um item i para atender a demanda do período t deve ocorrer dentro de um tempo de liberação (*release date*) e da data de entrega (*due date*). Em Dauzère-Pérès *et al.* [2002] a janela de tempo de produção é definida por um subintervalo $[r, t]$ do horizonte de tempo $[1, T]$ e a demanda d_{rt} de um item i pode ser produzida no intervalo $[r, t]$ e entregue ao cliente no período t .

Em Brahimi *et al.* [2006a] são considerados dois tipos diferentes de problemas com janelas de tempo. O primeiro é chamado de específico do cliente (*customer-specific - CS*), onde não há restrições sobre a estrutura das janelas de tempo. Os autores mostram que este problema é *NP-hard*. Também é citado o segundo caso particular chamado de não específico do cliente (*noncustomer-specific - NCS*), onde as janelas de tempo não são sobrepostas (*non-overlapping*), em outras palavras, para duas partições de janelas de tempo $((s_1, t_1), (s_2, t_2))$, deve ocorrer $s_1 \leq s_2$ e $t_1 \leq t_2$ ou $s_1 \geq s_2$ e $t_1 \geq t_2$. Para deixar claro as diferenças dos problemas, considera-se o exemplo descrito por Dauzère-Pérès *et al.* [2002]. Neste exemplo o horizonte de tempo é de quatro períodos e as demandas, em cada período, para um determinado item, são apresentados na Tabela 1. Podemos ver na Tabela 1 que as demandas dos clientes são $(d_{r,t})$: $d_{1,1} = 0$, $d_{1,2} = 0$, $d_{1,3} = 3$, $d_{1,4} = 4$, $d_{2,2} = 0$, $d_{2,3} = 5$, $d_{2,4} = 2$, $d_{3,3} = 2$, $d_{3,4} = 5$ e $d_{4,4} = 0$. Assim, existem seis janelas de tempo : (1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,3), (3,4). Este é um caso específico do cliente, já que existem combinações de janelas de tempo do tipo (s, t) e (k, l) onde $s \geq k$ enquanto $t \leq l$, isto é, (2,3) e (1,4), (3,3) e (1,4) e (3,3) e (2,4).

Tabela 1: Exemplo de janelas de tempo para o caso específico do cliente (adaptado de Dauzère-Pérès *et al.* [2002]).

		Período de demanda				Total
		1	2	3	4	
Período de disponibilidade	1	0	0	3	4	7
	2	-	0	5	2	7
	3	-	-	2	5	7
	4	-	-	-	0	0
Total		0	0	10	11	

A Tabela 2 apresenta modificações realizadas para transformar o exemplo da Tabela 1 em não específico do cliente, ou seja, com as janelas de tempo não sobrepostas. Por exemplo, se as 4 unidades $(d_{1,4})$ que se tornam disponíveis para a produção no período 1 para atender a demanda no período 4 fossem satisfeitas no período 3, não se tem a sobreposição das janelas (2,3) e (1,4).

Com esta operação, as janelas sobrepostas (2,3) e (1,4) são redefinidas e são consideradas as novas janelas (2,3) e (1,3). Nesta operação as 4 unidades da janela (1,4) foram consideradas na janela (1,3) e para balancear as demandas foi necessário atribuir 4 unidades da janela (2,3) para (2,4), como apresentado na Tabela 2 para os períodos 3 e 4, os quais continuam com 10 e 11 unidades a atender do item.

Tabela 2: A transformação de específico do cliente para não específico do cliente (adaptado de Dauzère-Pérès *et al.* [2002]).

		Período de demanda				Total
		1	2	3	4	
Período de disponibilidade	1	0	0	7	0	7
	2	-	0	1	6	7
	3	-	-	2	5	7
	4	-	-	-	0	0
Total		0	0	10	11	

Na Tabela 3 faz-se a última transformação para que se tenha um caso não específico do cliente, ou seja, modificam-se as janelas (3,3) e (2,4) atribuindo de forma balanceada as respectivas demandas para as janelas (2,3) e (3,4).

Tabela 3: Exemplo de janelas de tempo para o caso não específico do cliente (adaptado de Dauzère-Pérès *et al.* [2002]).

		Período de demanda				Total
		1	2	3	4	
Período de disponibilidade	1	0	0	7	0	7
	2	-	0	3	4	7
	3	-	-	0	7	7
	4	-	-	-	0	0
Total		0	0	10	11	

Diferentes extensões do problema original proposto em Dauzère-Pérès *et al.* [2002] foram consideradas, porém, a literatura sobre problemas de dimensionamento de lotes com janelas de tempo é escassa.

Wolsey [2006] estudou os dois diferentes problemas com janelas de tempo. Para o caso de janelas de tempo de produção específico do cliente, apresentou formulações do problema considerando o com e sem restrições de capacidade. Para os problemas não capacitados e não específicos do cliente, mostrou que é equivalente ao problema de dimensionamento de lotes com limitações sobre os níveis de estoque. Para o caso não específico do cliente, propôs um algoritmo de programação dinâmica para o problema. Além dos estudos de formulações para estes dois problemas com janelas de tempo de produção, apresentou um estudo de formulações de problemas com janelas de tempo de entrega de demanda, ou seja, problemas de dimensionamento de lotes onde a demanda de um determinado item tem uma janela de tempo de entrega.

Brahimi *et al.* [2010] consideram o problema com tempos das preparações não-nulos. Refere-se o CLSP com janelas de tempo e tempo de preparação não nulo por CLSP-TW-ST (*Capacitated Lot Sizing Problem with Time Window and Setup Time*) e considerou apenas o caso não específico do cliente. Os autores utilizaram duas abordagens de solução. A primeira é uma heurística baseada em relaxação Lagrangiana. Os autores relaxaram as restrições de capacidade, obtendo assim, problemas sem restrições de capacidade, único item com janelas de tempo, os quais foram resolvidos utilizando um algoritmo de programação dinâmica proposto em Wolsey [2006]. As soluções factíveis são construídas utilizando-se uma versão modificada da heurística de Trigeiro *et al.* [1989]. A outra abordagem consiste em reformulações e a utilização de um software para encontrar soluções factíveis e bons limitantes inferiores.

Hwang *et al.* [2010] generalizaram o problema de dimensionamento de lotes por considerarem a restrição de capacidade bem como as janelas de tempo de produção e/ou de entrega. Os autores

consideraram uma estrutura especial de custos de produção e de estoque, chamados de custos não-especulativos, ou seja, o custo unitário de produção mais o custo de estoque de um item em um determinado período t é maior ou igual ao custo unitário de produção mais o estoque no período $t + 1$. Em outras palavras, não existe incentivo para produzir e manter estoques quando os itens podem ser produzidos em um período posterior. Além disso, as capacidades são constantes para todos os períodos. Com estas considerações, os autores desenvolveram um algoritmo em tempo polinomial para resolver os problemas.

Em Erromdhani *et al.* [2011] consideraram o problema CLSP-TW-ST para o caso não específico do cliente com a restrição de capacidade e tempos e custos das preparações não nulos. Os autores desenvolveram duas abordagens heurísticas de solução. Para as duas abordagens, a ideia central foi decompor o problema em dois sub-problemas. A primeira situação foi reformular o problema de tal forma que os dias de produção de cada item fossem conhecidos, ou seja, determinar quando produzir os itens, isto é, definem os valores das variáveis binárias que representam as preparações das máquinas, sendo 1 se houver produção e 0 caso contrário. Uma vez determinados os valores das variáveis binárias, resolve-se em seguida, um problema de otimização linear para determinar as quantidades produzidas de cada item e os níveis de estoque, ao longo do horizonte de tempo. O primeiro procedimento heurístico faz modificações nas variáveis binárias e resolvem-se os problemas lineares resultantes de maneira iterativa, o que pode levar a um grande tempo computacional. No segundo procedimento heurístico, consideram iterativamente item a item, e se estiver determinando as quantidades de produção para um determinado item, fixam-se os valores das demais variáveis nos seus melhores valores anteriores.

Neste artigo, consideramos o problema de dimensionamento de lotes capacitados com janelas de tempo de produção e tempos das preparações não nulos. Baseamos-nos na formulação matemática proposta em Brahimi *et al.* [2010]. Como abordagem de solução, propomos heurísticas do tipo *relax-and-fix*. Consideramos o problema não específico do cliente (*noncustomer-specific - NCS*). Realizamos testes computacionais com o auxílio do software IBM ILOG CPLEX 12.3 para a comparação de desempenho utilizando exemplos gerados a partir de exemplares da literatura de Trigeiro *et al.* [1989].

O trabalho está organizado em seções. Na Seção 2 é apresentada a definição e formulação matemática. Na Seção 3 é apresentado o método de solução, ou seja, as heurísticas *relax-and-fix* propostas. Na Seção 4, os experimentos computacionais realizados são descritos. E por fim, as conclusões e perspectivas na Seção 5.

2 Formulação Matemática

O problema de estudo considera um horizonte de planejamento finito composto de T períodos com N itens independentes. Os parâmetros são:

- p_{it} : custo de produção do item i no período t ;
- h_{it} : custo de estoque de uma unidade do produto i no fim do período t ;
- s_{it} : custo de preparação para produzir o item i no período t ;
- σ_i : unidades requeridas do total da capacidade C_t para a produção de uma unidade do item i (em unidades de tempo);
- τ_i : tempo gasto para preparar o recurso para produzir o item i ;
- C_t : capacidade de produção em cada período t (em unidades de tempo);
- D_{it} : demanda do item i que deve ser atendida no período t .

A demanda é atendida no período t , porém o produto só pode ser produzido após um período de liberação r , tal que $r \leq t$. A demanda do item i liberada para produção no período r será representada por d_{irt} . A demanda do item i no período t será: $D_{it} = \sum_{r=1}^t d_{irt}$, pois toda a demanda exigida para o período t é produzida dentro da janela de tempo $[r, t]$. A seguir a formulação proposta para o problema é apresentada.

Formulação matemática

Variáveis de decisão:

- x_{it} : quantidade produzida do item i no período t ;
- i_{it} : nível de estoque no fim do período t ;
- y_{it} : variável binária, onde

$$y_{it} = \begin{cases} 1, & \text{se } x_{it} > 0 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Modelo:

$$\text{Minimize } \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (s_{it}y_{it} + p_{it}x_{it} + h_{it}i_{it}) \quad [1]$$

sujeito a:

$$i_{i,t-1} + x_{it} = D_{it} + i_{it} \quad \forall i, t, \quad [2]$$

$$\sum_{k=1}^t x_{ik} \leq \sum_{k=1}^t \sum_{l=k}^T d_{ikl} \quad \forall i, t, \quad [3]$$

$$\sum_{i=1}^N (\sigma_i x_{it} + \tau_i y_{it}) \leq C_t \quad \forall t, \quad [4]$$

$$x_{it} \leq (\sum_{l=t}^T D_{il}) y_{it} \quad \forall i, t, \quad [5]$$

$$y_{it} \in \{0, 1\} \quad \forall i, t, \quad [6]$$

$$x_{it}, i_{it} \geq 0 \quad \forall i, t. \quad [7]$$

Em [1], a função objetivo minimiza os custos de preparação se ocorre a produção, os custos de produção e os de estoque. Na restrição [2] é feito o balanço de estoque, onde o estoque no período $t - 1$ de um item i mais o que foi produzido em t deve ser suficiente para atender a demanda agregada e o que sobrar vai ficar em estoque no final do período t . Em [3], o que é produzido nos primeiros t períodos não pode exceder a demanda acumulada em 1 até T . Nas restrições [4] e [5], temos o controle da capacidade total no período t e o que é produzido não exceder a demanda agregada de t até T , respectivamente. Por fim, [6] e [7], determinam o domínio das variáveis.

3 Método de Solução

Como método de solução para o problema de dimensionamento de lotes com janelas de tempo de produção propomos heurísticas *relax-and-fix* (Mercé e Fontan [2003] e Wolsey [1998]). Como visto em Wolsey [1998], a heurística *relax-and-fix* se baseia na partição das variáveis inteiras do problema criando P conjuntos distintos, Q_i , $i=1, \dots, P$. O número P de conjuntos determina o número de iterações da heurística. Em uma iteração n , apenas as variáveis do conjunto Q_n são definidas como inteiras, as demais variáveis inteiras são relaxadas ou fixadas. O submodelo resultante é então resolvido. Se o submodelo é inviável, pare, não é possível encontrar uma solução viável para o problema original com as variáveis do conjunto Q_i , $i=1, \dots, (n-1)$, fixadas nos valores atuais. Se o submodelo for viável, as variáveis do conjunto Q_n , ou parte delas, são fixadas em seu valor corrente, e o processo se repete para os demais conjuntos.

Mercé e Fontan [2003] propuseram heurísticas do tipo *relax-and-fix* para o problema clássico de dimensionamento de lotes com restrições de capacidade. Em Mercé e Fontan [2003] o horizonte de planejamento é dividido em três partes. A seção inicial é composta de variáveis fixadas de acordo com a estratégia de fixação (TF). A seção central é composta de períodos que serão considerados como no modelo original, podendo ser inteiros ou binários (TS). Por fim, a seção final é composta de períodos relaxados de acordo com a estratégia de relaxação. Podemos ver a divisão do horizonte na Figura 1 de acordo com a proposta de Mercé e Fontan [2003].

Heurísticas do tipo *relax-and-fix* foram aplicadas para resolução de diversos problemas de dimensionamento de lotes. Stadtler [2003] utilizaram o método para tratar problemas de dimensionamento de lotes multiestágios, Ferreira *et al.* [2010] para problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes em indústrias de bebidas e Toso *et al.* [2009] em problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes em indústrias de ração animal.

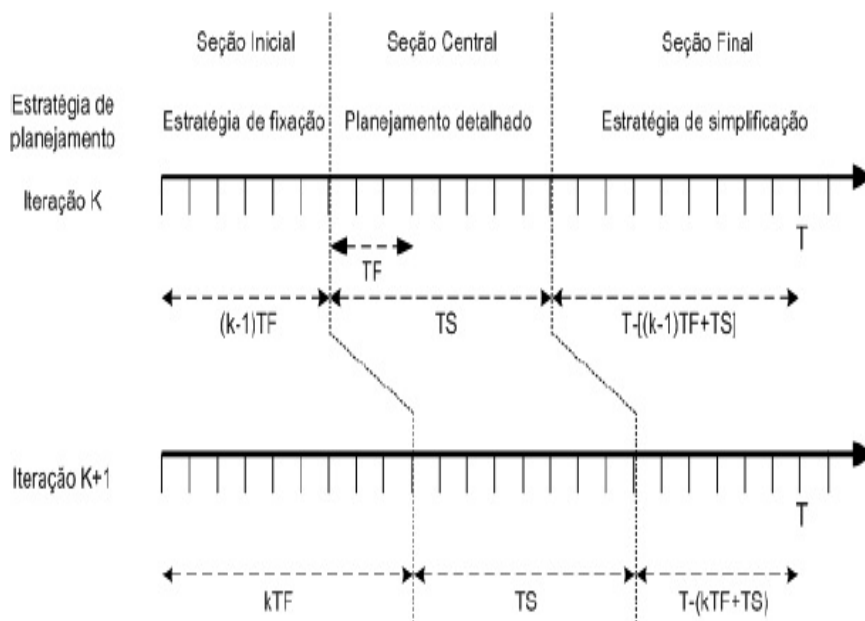


Figura 1: Partição do horizonte, adaptado de Mercé e Fontan [2003].

O processo de escolha de como deverá ser feita a partição das variáveis do problema e o critério de fixação podem afetar no desempenho da heurística, já que o objetivo da heurística é resolver submodelos inteiros mistos menores. Neste trabalho, estudamos partições das variáveis por item e período, sendo o último caso mais usual, porém tivemos o cuidado com a estrutura das janelas de tempo. Para a partição por item criamos três decomposições, sendo elas sequencial, aleatória e com sobreposição (como em Mercé e Fontan [2003]). Para a partição por período, criamos duas decomposições, sendo elas sequencial inversa e/ou com sobreposição. As variáveis que tem seus valores fixados são apenas as variáveis relacionadas às preparações. Em cada iteração, as demais variáveis (produção e estoque) estão livres para serem otimizadas. Podemos ver a descrição de cada método logo abaixo:

Descrição das decomposições

- *Relax-and-fix 1 (RF 1)*. Esta heurística decompõe o problema por item e de forma sequencial. Inicia-se com a variável de menor índice ($i = 1$) e fixam-se as variáveis sequencialmente ($i = 1$ até $i = N$). A cada iteração, representado por um determinado item i , relaxam-se as demais variáveis binárias, as quais representam as preparações das máquinas e dos itens que estão fora da iteração (*índice $j > índice i$*). As variáveis binárias cujos índices são menores do que o índice i já estão fixadas.
- *Relax-and-fix 2 (RF 2)*. Esta heurística decompõe o problema por item e de forma aleatória, ou seja, inicia-se com a variável sorteada (i). Assim, a cada iteração relaxam-se as outras variáveis binárias, as quais representam as possíveis preparações das máquinas dos itens fora da iteração (*índice $j \neq índice i$*). Todas as variáveis i já sorteadas estão fixadas.
- *Relax-and-fix 3 (RF 3)*. Nesta heurística a decomposição ocorre também por item, porém o submodelo resultante é resolvido com grupos de itens formados dois a dois (sobreposição) mas apenas um item tem seu valor fixado. Inicia-se com as variáveis $i = 1$ e $i = 2$ e fixa-se sequencialmente de uma a uma ($i = 1$ até $i = N$). Como nas heurísticas anteriores, são relaxadas as variáveis binárias i fora da seleção.
- *Relax-and-fix 4 (RF 4)*. Esta decomposição é feita por período e de forma sequencial inversa. Inicia-se com a variável de maior índice ($t = T$) e fixam-se as variáveis sequencialmente ($t = T$ até $t = 1$). A cada iteração, relaxam-se as demais variáveis binárias, sendo elas as dos períodos onde ocorre *índice $k < índice t$* . As variáveis binárias t são fixadas ao decorrer das iterações.
- *Relax-and-fix 5 (RF 5)*. Nesta heurística a decomposição ocorre por período, porém o submodelo resultante é resolvido com grupos de períodos formados três a três (sobreposição) seguindo as estruturas das janelas de tempo, portanto ocorre também inversamente mas apenas um período tem seu valor fixado. Inicia-se com as variáveis $t = T$, $t = T - 1$ e $t = T - 2$ e fixa-se sequencialmente de um em um ($t = T$ até $t = 1$).

4 Experimentos Computacionais

Todos os testes foram realizados utilizando um computador com o processador Intel Pentium P6200 com velocidade de 2.13GHz, memória de 2 GB de RAM e 500GB de HDD sob o sistema operacional Windows 7. As heurísticas propostas foram implementadas no Microsoft Visual Studio 2008 com interface do OPL CPLEX. O tempo foi contabilizado por meio da função *time()*. O software ILOG CPLEX 12.3 também foi utilizado para a implementação da formulação matemática proposta por Brahim *et al.* [2010], onde os exemplos foram executados durante um tempo máximo de 30 minutos.

Consideramos várias instâncias de Trigeiro *et al.* [1989] com diferentes números de períodos e itens. Trabalhamos com exemplares com 6,10,20 e 30 itens e 15 e 20 períodos. Para cada configuração considerada, tomamos 10 exemplos de teste. Nos exemplares consideramos a capacidade normal e apertada; neste último, a capacidade, para cada período de tempo, foi reduzida para 90% da capacidade normal. A janela de tempo foi considerada igual para todos os itens e de tamanho 2.

Para realizarmos as comparações das soluções obtidas pelas heurísticas, utilizamos como medida de desempenho o *gap*, calculado da seguinte forma, onde a função objetivo do CPLEX é a média das melhores soluções obtidas pelo CPLEX utilizando a versão padrão e tempo de execução de 30 minutos:

$$gap = \frac{100 * (\text{função objetivo da heurística} - \text{função objetivo do CPLEX})}{\text{função objetivo do CPLEX}} \quad (1)$$

Na Tabela 4, apresentamos os resultados médios (dos *gaps*) obtidos por meio do modelo matemático (Solução Cplex) e das heurísticas (RF 1, RF 2, RF 3, RF 4 e RF 5). Para o CPLEX, incluímos as médias das funções objetivos obtidos pelos 10 exemplares e os *gaps* médios obtidos pelo software após 30 minutos de execução. Os *gaps* médios das soluções obtidas pelo CPLEX (Gap-CPLEX) são apresentados para mostrar que, que em alguns casos, não foi possível obter a solução ótima em 30 minutos. Neste caso, este valor foi calculado considerando a melhor solução factível obtida pelo CPLEX e o melhor limitante inferior obtido pelo *software*. Para as heurísticas calculamos os *gaps* conforme foi proposto. Além dos resultados para cada grupo de exemplares, apresenta-se na Tabela 4 uma média geral da performance de cada heurística.

Tabela 4: *Gap* final das heurísticas

		Cplex		RF 1	RF 2	RF 3	RF 4	RF 5
Exemplo	Capacidade	Solução Cplex	Gap-CPLEX (%)	Gap (%)	Gap (%)	Gap (%)	Gap (%)	Gap (%)
N=6,T=15	Normal	60.014	0,03	0,61	0,69	0,38	2,38	0,67
	Apertada	60.014	0	0,61	0,68	0,39	2,37	0,49
N=10,T=20	Normal	60.449	0	0	0	0	0,04	0
	Apertada	61.141	0,11	0,81	0,85	0,47	0,12	0,03
N=20,T=20	Normal	121.118	0	0,01	0,01	0,01	0,03	0
	Apertada	121.683	0,06	0,55	0,56	0,46	0,12	0,01
N=30,T=20	Normal	180.722	0	0	0	0	0,06	0
	Apertada	181.581	0,04	0,32	0,42	0,29	0,15	0,01
Média	Normal	105.576	0,01	0,16	0,23	0,1	0,63	0,17
	Apertada	106.105	0,05	0,57	0,63	0,4	0,69	0,14

Na Tabela 4 podemos perceber que para os três maiores grupos de exemplos (N=10, T=20; N=20, T=20; N=30, T=20), as heurísticas apresentaram *gaps* médios muito baixos para os exemplares com capacidade normal. Poderia afirmar que na média, as heurísticas obtêm soluções tão boas quanto as obtidas pelo CPLEX em quase todas as situações. Para o caso com poucos itens, a heurística RF 4 possui o pior desempenho, ou seja, trabalhar com decomposição por períodos sem considerar a sobreposição não trouxe vantagem para a qualidade das soluções obtidas. No caso dos exemplares com a capacidade apertada, o desempenho médio foi bom, porém, a heurística RF5 que considera o particionamento por período com sobreposição, apresenta soluções tão boas quanto as obtidas pelo CPLEX. Mais ainda, se olharmos os tempos médios, observamos que esta heurística utiliza em média, menos de 20 segundos para obter as soluções com esta qualidade (veja Tabela 5), enquanto que o tempo médio do CPLEX foi de 646,22 segundos. No geral, a heurística RF 4 apresenta os piores desempenhos quando se considera todas as heurísticas. Considerando a média geral,

observamos que as heurísticas RF 1, RF 3 e RF 5 apresentam qualidades de soluções melhores do que a heurística RF 4 para exemplos com capacidade normal e apertada.

Na Tabela 5 é apresentado o tempo médio de execução para a solução obtida de cada heurística e do CPLEX para cada grupo de exemplos. No final, apresentamos uma média geral. Observamos que todas as heurísticas apresentam tempo computacional superior ao do CPLEX para os exemplos com a capacidade normal. Porém, para a capacidade apertada nos três maiores grupos de exemplos, todas as heurísticas apresentam desempenho melhor do que aquele relacionado ao CPLEX. Para o método RF 2, podemos perceber que quanto maior o grupo de exemplo (em N e T), pior foi seu desempenho; isto é explicado pelo fato da aleatoriedade dos itens a serem fixados, onde o algoritmo deve fazer uma busca dentre aqueles que ainda não foram fixados, o que gera uma demora para finalizar a heurística. Considerando a média geral, a que apresenta pior desempenho é a heurística RF 2 e os melhores tempos médios, podemos citar RF 1 e RF 4, tanto para a capacidade normal quanto para a capacidade apertada.

Tabela 5: Tempo das heurísticas

		Cplex	RF 1	RF 2	RF 3	RF 4	RF 5
Exemplo	Capacidade	Tempo (s)	Tempo (s)	Tempo (s)	Tempo (s)	Tempo (s)	Tempo (s)
N=6,T=15	Normal	1,12	2,5	8	2,3	3,6	4,6
	Apertada	2,7	2,3	7,8	2,3	3,6	4,2
N=10,T=20	Normal	0,94	3,5	38,2	3	6,3	6,9
	Apertada	781,2	3,7	34,1	5,6	6,9	10,1
N=20,T=20	Normal	1,08	9	41,1	9,3	8,9	8,5
	Apertada	900,5	8,6	40,5	11,2	8	16,8
N=30,T=20	Normal	1,1	13,4	44,6	14,2	8,8	9,4
	Apertada	900,49	15,5	44,1	17,9	9,5	37,8
Média	Normal	1,06	7,1	32,98	7,2	6,9	7,35
	Apertada	646,22	7,52	31,62	9,25	7	17,22

5 Conclusões e perspectivas

Consideramos o problema de dimensionamento de lotes com janelas de tempo de produção. Realizamos estudos do modelo proposto por Brahim *et al.* [2010] e desenvolvemos métodos de solução do tipo *relax-and-fix*.

Implementamos várias estratégias de decomposições do conjunto de variáveis do problema e realizamos diversos testes com exemplos diferenciados. Conforme foram analisadas as tabelas com os resultados obtidos, verificamos que a melhor heurística em relação ao *gap* foi *Relax-and-fix 5* com partição por períodos e com a característica de sobreposição considerando as janelas de tempo de produção. Em relação ao tempo de execução, a heurística *Relax-and-fix 4* com partição por períodos e com a característica sequencial inversa foi a que obteve um desempenho médio melhor que as demais. Porém, se analisarmos o *gap* médio e o tempo de execução em conjunto, temos como os melhores desempenhos as heurísticas *Relax-and-fix 1*, *Relax-and-fix 3* e *Relax-and-fix 5*, com partições por item e com as características sequencial e com sobreposição e partição por período e com sobreposição, respectivamente.

Futuramente, pretendem-se estudar e implementar novas heurísticas como *fix-and-optimize*, que foi utilizada para problemas de dimensionamento de lotes multiestágio por Sahling *et al.* [2009]. Uma heurística *fix-and-optimize* se baseia no particionamento do conjunto de variáveis inteiras em subconjuntos disjuntos que são fixados e liberados para otimização a cada iteração. A cada passo desta heurística, uma partição fica livre para ser otimizada e as demais são fixadas no valor da solução incumbente. Além disso, outros exemplos da literatura podem ser utilizados para testar as heurísticas como os utilizados em Brahimi *et al.* [2010].

Agradecimentos Este trabalho teve o apoio do CNPq e da FAPESP.

Referências

- Brahimi, N., Dautère-Pérès, S. e Najid, N. M.** (2006a), Capacitated Multi-Item Lot-Sizing Problems with Time Windows, *Oper. Res.*, 54, 951–967.
- Brahimi, N., Dautère-Pérès, S., Najid, N. M. e Nordli, A.** (2006b), Single item lot sizing problems, *European Journal of Operational Research*, 168, 1–16.
- Brahimi, N., Dautère-Pérès, S. e Wolsey, L. A.** (2010), Polyhedral and Lagrangian approaches for lot sizing with production time windows and setup times, *Computers & Operations Research*, 37, 182–188.
- Dautère-Pérès, S., Brahimi, N., Najid, N. M. e Nordli, A.** (2002), The single-item lot sizing problem with time windows, *Technical report*, Ecole des Mines de Nantes, France.
- Erromdhani, R., Jarboui, B., Eddaly, M. e Rebai, A.** (2011), Metaheuristics for the multi-item capacitated lot-sizing problem with time Windows and setup times, *International Conference on Logistics*.
- Ferreira, D., Morabito, R. e Rangel, S.** (2010), Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants, *Computers & Operations Research*, 37, 684–691.
- Hwang, H. C., Jaruphongs, S. Çetinkaya e Lee, C. Y.** (2010), Capacitated dynamic lot-sizing problem with delivery/production time windows, *Operations Research Letters*, 38, 408–413.
- Jans, R. e Degraeve, Z.** (2007), Meta-heuristics for dynamic lot sizing: A review and comparison of solution approaches, *European Journal of Operational Research*, 177, 1855–1875.
- Karimi, B., Ghomi, S. M. T. F. e Wilson, J. M.** (2003), The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms, *Omega*, 31, 365–378.
- Mercé, C. e Fontan, G.** (2003), Mip-based heuristics for capacitated lotsizing problems, *International Journal of Production Economics*, 85, 97–111.
- Sahling, F., Buschkühl, L., Tempelmeier, H. e Helber, S.** (2009), Solving a multi-level capacitated lot sizing problem with multi-period setup carry-over via a fix-and-optimize heuristic, *Computers & Operational Research*, 36, 2546–2553.
- Stadtler, H.** (2003), Multilevel Lot Sizing with Setup Times and Multiple Constrained Resources: Internally Rolling Schedules with Lot-Sizing Windows, *Operations Research*, 51, 487–502.
- Toso, E. A., Morabito, R. e Clark, A. R.** (2009), Lot sizing and sequencing optimisation at an animal-feed plant, *Computers & Industrial Engineering*, 57, 813–821.

Trigeiro, W. W., Thomas, L. J. e McClain, J. O. (1989), Capacitated lot sizing with setup times, *Management Science*, 35, 353–366.

Wolsey, L. (1998), Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization, *Integer Programming*, Wiley.

Wolsey, L. A. (2006), Lot-sizing with production and delivery time windows, *Math. Program.*, 107, 471–489.