

Estudo de Métodos Exatos para o Problema de Expansão de Redes de Transmissão de Energia Elétrica com Redimensionamento

Pedro Henrique González, Luidi Simonetti, Carlos Martinhon, Edcarllos Santos

Instituto de Computação - Universidade Federal Fluminense (UFF)

Niterói - Brasil

{pegonzalez, luidi, edcarllos}@ic.uff.br, mart@dcc.ic.uff.br

Philippe Michelon

Laboratoire d'Informatique d'Avignon, Université d'Avignon et des Pays de Vaucluse

Avignon - France

philippe.michelon@univ-avignon.fr

RESUMO

Este trabalho apresenta dois métodos exatos para o problema de Planejamento Expansão de redes de Transmissão de energia elétrica com Redimensionamento (TEP_R), que consiste em dado novos conjuntos de demandas e uma rede inicial, adicionar ou remover novas linhas de transmissão de forma que as novas demandas sejam atendidas e o custo operacional seja minimizado. Os métodos exatos desenvolvidos foram uma decomposição de Benders e um método que chamamos de Busca Particionada em Anéis (BPA). Experimentos computacionais mostram o impacto de cada método em relação a resolução direta da formulação matemática.

Palavras Chaves: Planejamento de Redes; Local Branching; Decomposição de Benders.

Área Principal: Programação Matemática

ABSTRACT

This paper presents two exact methods for the Transmission Expansion Planning problem with Redesign (TEP_R), which given a new set of loads and an initial network, consists of adding or removing transmission lines in order to satisfy the new imposed loads, while minimizing the operational cost. The developed exact methods are a Benders decomposition and a method that we call Ring Partition Search. Computational experiments shows the impact of each method in comparison to the straight forward application of the mathematical formulation.

Keywords: Network Design; Local Branching; Benders Decomposition.

Main Area: Mathematical Programming

1. Introdução

Com o crescimento da demanda de energia elétrica torna-se necessária a modificação das redes de transmissão através da adição de novos geradores e linhas de transmissão. Uma vez que, na maioria dos casos, existe a impossibilidade da construção de geradores próximos aos centros de consumo, os esforços precisam ser direcionados para a construção de linhas de transmissão. Podemos considerar como exemplo o Brasil, que possui enormes recursos para geração de energia através de hidroelétricas que, no entanto, localizam-se a grandes distâncias dos centros de consumo. Outra característica que não pode ser negligenciada é a variação quantitativa da população, especialmente em países que estejam vivenciando um aumento significativo de sua população, como é o caso do Brasil.

O problema de planejamento de expansão de redes (TEP) pode ser representado através de um modelo de programação não linear inteira mista, (Moulin et al., 2010). Este problema é definido sobre uma rede elétrica já existente, considerando alguns dos fatores críticos do sistema de energia em questão.

Este problema de otimização combinatória possui restrições físicas e de orçamento. Normalmente, restrições operacionais e de investimento são modeladas por restrições lineares. Já as restrições de expansão são modeladas através de funções não convexas, geralmente bilineares. Como visto em (Granville and Pereira, 1985) e (Villasana et al., 1985), podemos transformar as restrições bilineares em lineares através de técnicas conhecidas (Linearização com coeficiente Big-M). Desta forma podemos representar o TEP como um problema de programação linear inteira-mista.

Segundo (Latorre et al., 2003), a maioria dos trabalhos sobre o tema aborda uma variante onde só é permitida a adição de novas linhas de transmissão na rede, ou seja, todos os circuitos pré-existentes devem fazer parte da nova rede planejada. No entanto, em (Moulin et al., 2010) uma nova abordagem para o problema é apresentada. Esta abordagem, denotada por TEP_R , consiste em, além de permitir a adição de novas linhas de transmissão, permitir a remoção de linhas de transmissão pré-existentes.

Do ponto de vista financeiro, pode-se considerar o custo de remoção de uma linha de transmissão como zero. Desta forma, foi mostrado recentemente em (Khodaei et al., 2010) e em (Moulin et al., 2010), que o TEP_R sempre leva a planos de expansão mais baratos ou iguais aos do TEP. Apesar das vantagens citadas, devemos deixar claro que o TEP_R é um problema ainda mais difícil de resolver do que o TEP, e que no artigo (Moulin et al., 2010) os autores não conseguiram resolver até a otimalidade as instâncias de referência do problema.

Tanto o TEP quanto o TEP_R podem ser estudados como um problema estático ou como um problema multiestágio, como visto em (Binato and Oliveira, 1995). O problema estático consiste em resolver as instâncias para um único período, por exemplo, um determinado ano. Já o problema multiestágio consiste em planejar uma rede por um período maior, ou seja, utilizando um horizonte de planejamento de dois ou mais anos.

Ao buscarmos métodos de solução para à variante estática do TEP, encontramos na literatura diversos trabalhos descrevendo, primordialmente, o uso de metaheurísticas GRASPs (Binato et al., 2001), buscas tabu (Da Silva et al., 2001), GRAPR (Faria et al., 2005), relaxações lineares com fator Big-M (Moulin et al., 2010) e algoritmos genéticos (Silva et al., 2005).

No entanto, quando buscamos na literatura trabalhos focando métodos de resolução para o TEP_R , vimos que, devido a sua dificuldade, poucas pessoas optam por trabalhar com essa variante, levando a uma pequena quantidade de trabalhos relacionados (Figueiredo et al.,

2012; Moulin et al., 2010). No entanto, como dito anteriormente, em (Moulin et al., 2010) são mostrados resultados que não só justificam, mas que também incentivam o estudo desta variante, mesmo sendo uma variante mais complexa.

Dada a dificuldade de resolver a versão estática do TEP_R de forma eficiente, este trabalho apresenta métodos exatos alternativos à aplicação direta da formulação matemática. As alternativas apresentadas são uma decomposição de Benders e um método que chamamos de Busca Particionada em Anéis (BPA). Ao final de nossos testes, os resultados mostraram-se bastante interessante, nos permitindo obter soluções de boa qualidade, muitas vezes ótimas, bem mais rapidamente do que a abordagem exata de programação linear inteira mista.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: na Seção 2, as formulações matemáticas do TEP_R são apresentadas. Na Seção 3, são detalhados os métodos propostos nesse trabalho. Já a Seção 4 traz os resultados computacionais alcançados em comparação com os resultados do modelo de programação matemática. Enfim, na Seção 5 temos as conclusões e a indicação de trabalhos futuros a serem desenvolvidos.

2. Formulação Matemática

Esta Seção apresenta duas formulações matemáticas para o TEP_R levando-se em consideração o modelo em Corrente Direta (DC) para fluxo de energia (Moulin et al., 2010).

Antes de definir a formulação matemática é necessário definir uma rede de transmissão do ponto de vista matemático. Uma rede de transmissão pode ser representada por um grafo conexo $\mathcal{G}(\mathcal{B}, \mathcal{L})$, onde \mathcal{B} representa o conjunto de barras e \mathcal{L} é o conjunto de linhas de transmissão. Para um melhor tratamento dos circuitos, particiona-se o conjunto \mathcal{L} em dois subconjuntos disjuntos, sendo \mathcal{L}^0 o conjunto de todas as linhas de transmissão já pertencentes à rede e \mathcal{L}^1 o conjunto de todas as linhas de transmissão candidatas a entrarem na rede. Para cada linha de transmissão $(i, j) \in \mathcal{L}$ é definido que o sentido do fluxo de energia na direção $i \rightarrow j$ é positivo, enquanto que na direção $j \rightarrow i$ é negativo. Para cada barra $i \in \mathcal{B}$ podemos criar um conjunto de barras adjacentes $\delta(i) \subseteq \mathcal{B}$. Ao usar esse conjunto, podemos definir os subconjuntos $\delta^+(i) = \{j \in \mathcal{B} : (i, j) \in \mathcal{L}\}$ e $\delta^-(i) = \{j \in \mathcal{B} : (j, i) \in \mathcal{L}\}$, que nos ajuda a definir o equilíbrio de fluxo na rede. É necessário também definir a demanda e a geração máxima de cada barra, que são representadas respectivamente por d_i e \bar{g}_i , $i \in \mathcal{B}$. Quando falamos em corrente direta, o fluxo de energia é proporcional a diferença entre os ângulos de fase do início (θ_i , $i \in \mathcal{B}$) e do final (θ_j , $j \in \mathcal{B}$) da linha de transmissão $(i, j) \in \mathcal{L}$. A constante de proporcionalidade relacionada ao fluxo é chamada de susceptância da linha (i, j) , e é representada pelo símbolo γ_{ij} . Do ponto de vista prático, a susceptância é uma característica física da linha de transmissão e portanto um dado de entrada. Além disso, cada linha de transmissão possui uma capacidade (\bar{f}_{ij}) limitando o fluxo passado por ela. É importante ressaltar que podem existir linhas de transmissão em paralelo $(i, j)_1$, $(i, j)_2$, denotadas por $(i, j)_1 \parallel (i, j)_2$, ligando as mesmas barras. Finalmente, definindo c_{ij} como o custo de adição da linha de transmissão $(i, j) \in \mathcal{L}^1$, temos todos os componentes necessários para representar matematicamente o TEP_R . Para facilitar o entendimento, uma listagem de conjuntos e parâmetros e uma listagem das variáveis utilizadas são apresentadas a seguir.

Conjuntos e Parâmetros

$\mathcal{G}(\mathcal{B}, \mathcal{L})$	Grafo representando a rede.
\mathcal{B}	Conjunto de barras.
\mathcal{L}	Conjunto de linhas de transmissão.
\mathcal{L}^0	Conjunto de linhas de transmissão existentes.
\mathcal{L}^1	Conjunto de linhas de transmissão candidatas.
$\delta^+(i)$	Conjunto de todas as linhas de transmissão com início na barra i .
$\delta^-(i)$	Conjunto de todas as linhas de transmissão com final na barra i .
γ_{ij}	Susceptancia da linha de transmissão $(i, j) \in \mathcal{L}$
\bar{f}_{ij}	Fluxo máximo permitido na linha de transmissão $(i, j) \in \mathcal{L}$.
\bar{g}_i	Geração máxima na barra $i \in \mathcal{B}$.
d_i	Demanda da barra $i \in \mathcal{B}$.
c_{ij}	Custo de adição da linha de transmissão $(i, j) \in \mathcal{L}_1$ na rede.

Variáveis de Decisão

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se a linha de transmissão } (i, j) \in \mathcal{L} \text{ está na rede;} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

f_{ij} Fluxo na linha de transmissão $(i, j) \in \mathcal{L}$.

g_i Energia gerada na barra $i \in \mathcal{B}$.

θ_i Ângulo de fase na $i \in \mathcal{B}$.

2.1. Formulação Matemática do TEP_R

Tendo em vista as definições feitas, uma possível formulação matemática não linear inteira mista que representa a variante estática do TEP_R (Moulin et al., 2010) pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{(i,j) \in \mathcal{L}^1} c_{ij} x_{ij} \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{j \in \delta^+(i)} f_{ij} - \sum_{j \in \delta^-(i)} f_{ji} + g_i = d_i & \forall i \in \mathcal{B} & (1) \\ & f_{ij} - \gamma_{ij} x_{ij} (\theta_i - \theta_j) = 0 & (i, j) \in \mathcal{L} & (2) \\ & |f_{ij}| \leq \bar{f}_{ij} & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (3) \\ & g_i \leq \bar{g}_i & \forall i \in \mathcal{B} & (4) \\ & g_i \geq 0 & \forall i \in \mathcal{B} & (5) \\ & \theta_i \in \mathbb{R} & \forall i \in \mathcal{B} & (6) \\ & f_{ij} \in \mathbb{R} & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (7) \\ & x_{ij} \in \{0, 1\} & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (8) \end{aligned}$$

A restrição (1) garante o equilíbrio de fluxo, ou seja, todo o fluxo que entra, menos todo o fluxo que sai, mais a energia gerada na barra tem de ser igual a demanda da barra. Já a restrição (2) regula o comportamento do fluxo em função da diferença entre os ângulos de fase. As restrições (3) - (5) garantem respectivamente que o fluxo em cada linha de transmissão e a geração em cada barra sejam maiores que seus limites inferiores e não ultrapassem seus limites superiores. Todas as demais restrições definem o domínio de cada uma das variáveis.

2.1.1. Linearização do Problema

Tendo em vista as dificuldades impostas pela formulação ser não linear, neste trabalho optamos por tratar o problema de forma linear. Para isso utilizaremos a técnica de linearização por fator Big M. Dada uma constante $M_k > 0$, podemos substituir (2) por uma restrição da seguinte forma (Moulin et al., 2010)

$$-M_{ij}(1-x_{ij}) \leq f_{ij} - \gamma_{ij}(\theta_i - \theta_j) \leq M_{ij}(1-x_{ij}), \forall (i, j) \in \mathcal{L} \quad (9)$$

Neste caso, a restrição descrita por (3) será escrita como:

$$|f_{ij}| \leq x_{ij}\bar{f}_{ij}, \forall (i, j) \in \mathcal{L} \quad (10)$$

Desta forma, o modelo que chamamos de modelo DC passa a ser escrito como:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{(i,j) \in \mathcal{L}^1} c_{ij}x_{ij} \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{j \in \delta^+(i)} f_{ij} - \sum_{j \in \delta^-(i)} f_{ji} + g_i = d_i & \forall i \in B & (11) \\ & f_{ij} - \gamma_{ij}(\theta_i + \theta_j) \leq M(1-x_{ij}) & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (12) \\ & -M(1-x_{ij}) \leq f_{ij} - \gamma_{ij}(\theta_i - \theta_j) & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (13) \\ & f_{ij} \leq x_{ij}\bar{f}_{ij} & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (14) \\ & f_{ij} \geq -x_{ij}\bar{f}_{ij} & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (15) \\ & g_i \leq \bar{g}_i & \forall i \in B & (16) \\ & g_i \geq 0 & \forall i \in B & (17) \\ & \theta_i \in \mathbb{R} & \forall i \in B & (18) \\ & f_{ij} \in \mathbb{R} & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (19) \\ & x_{ij} \in \{0, 1\} & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (20) \end{aligned}$$

onde as restrições (12) - (15) passam a representar as restrições (2) e (3)

3. Métodos Desenvolvidos

3.1. Decomposição de Benders

Nos estágios iniciais do planejamento da expansão através de uma técnica de decomposição, relaxações do problema original são resolvidas para os quais condições de convexidade são satisfeitas e soluções ótimas podem ser obtidas (primeiro nível hierárquico). As restrições relaxadas são, então, gradualmente reintroduzidas para que a cada passo estejamos mais próximos da solução do problema. Assim, inicialmente, é resolvido um problema relaxado a partir do qual algumas restrições são retiradas. A solução ótima obtida, bem como outras informações relevantes, são então reaproveitadas para iniciar o processo de solução do segundo nível hierárquico, que deverá conter apenas variáveis contínuas. Após resolver o segundo nível hierárquico novas restrições são adicionadas ao problema do primeiro nível. O processo é então repetido até que todas as restrições necessárias sejam adicionadas ao primeiro nível.

Tendo em vista o procedimento aplicado, torna-se necessário definir quais elementos farão parte de cada nível hierárquico.

3.1.1. Primeiro Nível

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \omega + \sum_{(i,j) \in \mathcal{L}^1} c_{ij} x_{ij} \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{j \in \delta^+(i)} f_{ij} - \sum_{j \in \delta^-(i)} f_{ji} + g_i = d_i & \forall i \in B & (21) \\
 & f_{ij} \leq x_{ij} \bar{f}_{ij} & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (22) \\
 & f_{ij} \geq -x_{ij} \bar{f}_{ij} & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (23) \\
 & 0 \leq g_i \leq \bar{g}_i & \forall i \in B & (24) \\
 & \theta_i \in \mathbb{R} & \forall i \in B & (25) \\
 & g_i \geq 0 & \forall i \in B & (26) \\
 & f_{ij} \in \mathbb{R} & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (27) \\
 & x_{ij} \in \{0, 1\} & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (28) \\
 & \omega \geq 0 & & (29)
 \end{aligned}$$

Nesta formulação, seguindo a forma clássica da decomposição de Benders, criamos uma variável ω , que será utilizada na construção das restrições que serão geradas no nível inferior. Além disso, a restrição de fluxo foi relaxada, levando ao que chamamos de modelo de transporte.

3.1.2. Segundo Nível

$$\begin{aligned}
 \min \quad & \sum_{i \in B} r_i \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{j \in \delta^+(i)} f_{ij} - \sum_{j \in \delta^-(i)} f_{ji} + g_i = d_i - r_i & \forall i \in B & (30) \\
 & f_{ij} - \gamma_{ij}(\theta_i - \theta_j) \leq M(1 - \bar{x}_{ij}) & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (31) \\
 & -M(1 - \bar{x}_{ij}) \leq f_{ij} - \gamma_{ij}(\theta_i - \theta_j) & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (32) \\
 & f_{ij} \leq \bar{x}_{ij} \bar{f}_{ij} & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (33) \\
 & f_{ij} \geq -\bar{x}_{ij} \bar{f}_{ij} & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (34) \\
 & 0 \leq g_i \leq \bar{g}_i & i \in B & (35) \\
 & \theta_i \in \mathbb{R} & \forall i \in B & (36) \\
 & g_i \geq 0 & \forall i \in B & (37) \\
 & r_i \geq 0 & \forall i \in B & (38) \\
 & f_{ij} \in \mathbb{R} & \forall (i, j) \in \mathcal{L} & (39)
 \end{aligned}$$

Neste nível, utilizamos os valores das variáveis x_{ij} encontrados no nível anterior como

constantes, ou seja, \bar{x}_{ij} é constante e igual a x_{ij} , para todo $(i, j) \in \mathcal{L}$. Além disso, introduzimos as variáveis r_i que funcionam como variáveis de folga permitindo que nem toda demanda seja atendida. Graças a isso não precisamos lidar com raios extremos, pois toda solução é uma solução viável. Assim sendo, quando a função objetivo do subproblema é igual a zero, então a solução encontrada é viável para o problema original. Uma vez tendo definido o modelo do segundo nível hierarquico, obtemos a expressão que representa a restrição que será adicionada a cada iteração do método:

$$\begin{aligned} \sum_{i \in B} d_i \beta_i + \sum_{(i,j) \in \Omega} M_{ij}(1 - x_{ij}) \zeta_{ij}^1 + \sum_{(i,j) \in \Omega} M_{ij}(1 - x_{ij}) \zeta_{ij}^2 + \\ \sum_{i \in B} \bar{g}_i \phi_i + \sum_{(i,j) \in \Omega} \rho_{ij}^1 \bar{f}_{ij} x_{ij} + \sum_{(i,j) \in \Omega} \rho_{ij}^2 \bar{f}_{ij} x_{ij} \leq \omega \end{aligned} \quad (40)$$

onde os valores β_i , ζ_{ij}^1 , ζ_{ij}^2 , ϕ_i , ρ_{ij}^1 e ρ_{ij}^2 são os valores das variáveis duais, associadas as restrições (30) - (34), obtidos através resolução do problema do segundo nível.

3.2. Busca Particionada em Anéis

A idéia da BPA é dividir a resolução do problema em duas partes. A primeira parte consiste em fixar parte das variáveis e resolver o problema. Desta forma ao resolver este problema obteríamos um limite superior do problema original. Uma escolha natural das variáveis a serem fixadas é fixar todas as linhas de transmissão já existentes e assim obter uma solução do TEP. A segunda parte consiste em particionar o espaço de solução, utilizando uma técnica chamada Local Branching (Fischetti and Lodi, 2003), e a cada etapa fazer uma busca completa neste subespaço.

Formalmente falando, seja $\bar{x} = (x_{ij})$ uma solução viável do TEP_R obtida através da resolução do TEP pertencente a P , onde P é um poliedro formado pelas equações (11)-(20). Podemos assim definir as restrições:

$$\sum_{(i,j) \in \mathcal{L} | \bar{x}_{ij}=0} x_{ij} + \sum_{(i,j) \in \mathcal{L} | \bar{x}_{ij}=1} (1 - x_{ij}) \geq \Delta_1 \quad (41)$$

$$\sum_{(i,j) \in \mathcal{L} | \bar{x}_{ij}=0} x_{ij} + \sum_{(i,j) \in \mathcal{L} | \bar{x}_{ij}=1} (1 - x_{ij}) \leq \Delta_2 \quad (42)$$

onde os Δ são inteiros não negativos indicando quantas variáveis x_{ij} , $(i, j) \in \mathcal{L}$ que devem ser trocadas (Δ_1) e a quantidade máxima que pode ser trocada (Δ_2) de um para zero e vice e versa. Essas restrições nos permitem fazer uma busca circular em volta da solução encontrada para o TEP, como mostra a Figura 1.

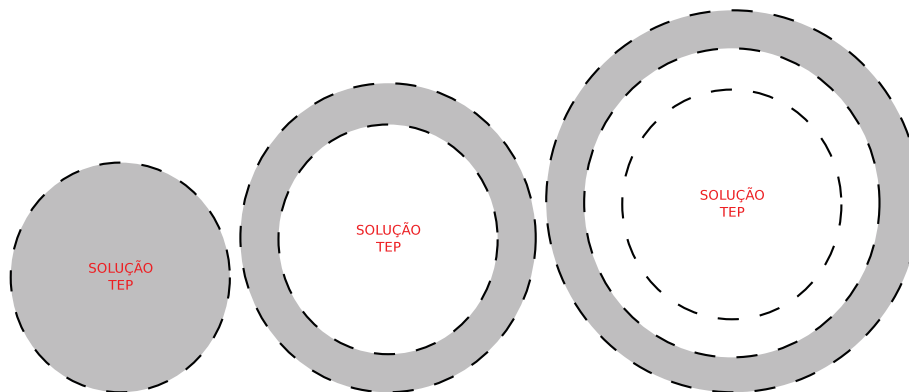


Figura 1. Contração Espaços de Busca em função da solução do TEP - BPA

Esse processo de criar subespaços de busca é repetido até que todo o espaço tenha sido explorado. O pseudo-código do método é apresentado no Algoritmo 1:

Algoritmo 1: BPA

Input: \mathcal{G} , $MaxIter$, $TimeLimit$

Data: $\Delta_1, \Delta_2 \leftarrow 1$, $CParada \leftarrow 1$, $BestCost \leftarrow \infty$

begin

$TimeI \leftarrow gettime()$;

$\bar{x} \leftarrow MIP.Solver(TEP)$;

$BestSol \leftarrow UpdateBest(\bar{x}, f, g, \theta)$;

while ($CParada < MaxIter$ and $(TimeF - TimeI) < TimeLimit$) **do**

$\Delta_2 \leftarrow \Delta_2 + \frac{|\Omega|}{MaxIter}$;

$LocalBranching(\bar{x}, \Delta_1, \Delta_2)$;

$BestSol \leftarrow UpdateBest(\bar{x}, f, g, \theta)$;

$\Delta_1 \leftarrow \Delta_2$;

$TimeF \leftarrow gettime()$;

$CParada \leftarrow CParada + 1$;

No pseudo-código apresentado a função $gettime()$ retorna a hora, os minutos e os segundos atuais. $MIP.Solver()$ chama o solver para resolver uma formulação matemática passada como parametro e retorna o valor encontrado para o vetor de variáveis $x = (x_{ij})$. Vale resaltar que para resolver o TEP a partir do modelo do TEP_R basta fixar as variáveis x_{ij} em um para toda linha de transmissão $(i, j) \in \mathcal{L}^0$. Já a função $UpdateBest()$ verifica se a solução passada como parâmetro é melhor ou não que a melhor solução armazenada com custo $BestCost$, se sim ela guarda o valor das variáveis e atualiza o $BestCost$. Por último a função $LocalBranching()$ adiciona as restrições de local branching, descritas pelas equações (41) e (42), utilizando os parâmetros passados e em seguida chama o solver para resolver a formulação matemática TEP_R acrescida das restrições de local branching construídas nessa iteração.

4. Resultados Computacionais

Nesta Seção, serão apresentados os resultados computacionais obtidos pelo métodos apresentados. Os algoritmos foram codificado em Xpress Mosel, através da ferramenta

FICO Xpress Optimization Suite, em um computador Intel® Core™ i3 CPU 3250 @ 3,5GHz com 8GB de memória RAM.

Para a bateria de testes foram utilizadas 5 redes de referência do problema, mais 10 redes geradas por nós a partir das redes de referência da variante multiestágio do TEP_R.

Após diversos testes, o parâmetro *MaxIter* foi definido como 100 iterações. Tanto a formulação matemática, quanto a decomposição de Benders e a BPA tiveram seus tempos de execução máximo definidos como 10h.

A Tabela 1 apresenta a comparação entre os algoritmos propostos e a formulação matemática proposta por (Moulin et al., 2010) apresentada na Seção 2 deste trabalho. As colunas Solução apresentam a solução encontrada por cada método. Já as colunas Tempo apresentam em segundos o tempo utilizado por cada método, sendo que o limite de 10h foi imposto como limite máximo de tempo. Temos também uma coluna limite inferior, que apresenta os limites inferiores encontrados pela decomposição de Benders. Por último na linha Média é apresentado as médias de tempo para cada um dos três métodos testados. Os resultados sublinhados indicam que o ótimo foi alcançado e provado.

Redes	Formulação Matemática		Decomposição de Benders		Busca Particionada em Anéis	
	Solução	Tempo(s)	Limite Inferior	Tempo(s)	Solução	Tempo(s)
Garver	<u>110.000</u>	0.203	<u>110.000</u>	0.084	<u>110.000</u>	0.233
IEEE24	<u>152.000</u>	4.653	<u>152.000</u>	10655.8	<u>152.000</u>	2.875
South Brazil	<u>63.200</u>	26.052	55.657	36000.000	<u>63.200</u>	7.879
South Brazil Whitout Redispatch	151.985	36000.000	127.272	36000.000	<u>146.200</u>	3234.600
Southeast	907.800	36000.000	284.100	36000.000	424.800	36000.000
IEEE24M_1	<u>151000.000</u>	3.307	<u>151000.000</u>	13285.000	<u>151000.000</u>	3.839
IEEE24M_2	<u>325000.000</u>	83.071	<u>287000.000</u>	36000.000	<u>325000.000</u>	42.571
IEEE24M_3	<u>350000.000</u>	9.395	<u>350000.000</u>	18360.300	<u>350000.000</u>	12.346
IEEE24M_4	<u>182000.000</u>	15.035	168000.000	36000.000	<u>182000.000</u>	7.420
IEEE24M_5	<u>287000.000</u>	42.475	244000.000	36000.000	<u>287000.000</u>	38.628
IEEE46M_1	<u>63163.000</u>	21.893	53334.000	36000.000	<u>63163.000</u>	16.929
IEEE46M_2	148738.000	36000.000	127272.000	36000.000	<u>146242.000</u>	3656.810
Colombian_1	794.644	36000.000	172.200	36000.000	296.454	36000.000
Colombian_2	409.870	36000.000	248.846	36000.000	443.494	36000.000
Colombian_3	773.385	36000.000	315.354	36000.000	562.417	36000.000
Média		14413.739		29220.079		10068.275

Tabela 1. Experimentos Computacionais

A Tabela 1 mostra a superioridade da BPA em relação a formulação matemática, tanto em qualidade de solução, quanto em tempo. Já a decomposição de Benders mostra sua ineficiência tanto para achar o ótimo como para encontrar um limite inferior de qualidade.

5. Conclusão e Trabalhos Futuros

Tendo em vista os resultados mostrados, vemos que a BPA não só encontra soluções de igual (9 de 15) ou melhor (5 de 15) qualidade que a formulação matemática, como também é 43 % mais rápida em média, comprovando assim sua utilidade como alternativa a aplicação direta da formulação matemática. No entanto o mesmo não pode ser dito em relação a decomposição de Benders, dado que o método foi executado até o tempo limite sem atingir a solução ótima mesmo para as diversas instancias onde os demais métodos alcançaram rapidamente o ótimo.

Dados os resultados apresentados, os possíveis caminhos para continuar a desenvolver esses métodos seriam:

- Tentar diferentes relaxações para o problema mestre da decomposição de Benders;
- Remover as variáveis de folga do subproblema da decomposição de Benders;
- Trocar a formulação matemática do TEP por uma metaheurística para a resolução do TEP (Binato et al., 2001) na fase inicial da BPA.

Referências

- Binato, S., de Oliveira, G., and de Araujo, J.** (2001). A greedy randomized adaptive search procedure for transmission expansion planning. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 16(2):247–253.
- Binato, S. and Oliveira, G.** (1995). A heuristic approach to cope with multi-year transmission expansion planning. In *IEEE Stockholm Power Tech Conference*.
- Da Silva, E., Ortiz, J., de Oliveira, G., and Binato, S.** (2001). Transmission network expansion planning under a tabu search approach. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 16(1):62–68.
- Faria, H. J., Binato, S., Resende, M., and Falcao, D.** (2005). Power transmission network design by greedy randomized adaptive path relinking. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 20(1):43–49.
- Figueiredo, R., González, P. H., and Poss, M.** (2012). Transmission expansion planning with re-design - a greedy randomized adaptive search procedure. In *International Conference on Operations Research and Enterprise Systems*, number 1st, pages 80–88.
- Fischetti, M. and Lodi, A.** (2003). Local branching. *Mathematical Programming*, 98(1-3):23–47.
- Granville, S. and Pereira, M.** (1985). *Analysis of the Linearized Power Flow Model in Benders Decomposition*. Stanford Univ.
- Khodaei, A., Shahidehpour, M., and Kamalinia, S.** (2010). Transmission switching in expansion planning. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 25(3):1722–1733.
- Latorre, G., Cruz, R., Areiza, J., and Villegas, A.** (2003). Classification of publications and models on transmission expansion planning. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 18(2):938–946.
- Moulin, L. S., Poss, M., and Sagastizábal, C.** (2010). Transmission expansion planning with re-design. *Energy Systems*, 1(2):113–139.
- Silva, I., Rider, M., Romero, R., Garcia, A., and Murari, C.** (2005). Algoritmo genético de chu-beasley para o problema de planejamento da expansão de sistema da transmissão de energia elétrica. In *Anais do VII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, number 7th.
- Villasana, R., Garver, L., and Salon, S.** (1985). Transmission network planning using linear programming. *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, PAS-104(2):349–356.