SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE SALAS UTILIZANDO UM MODELO MATEMÁTICO MULTI-ÍNDICE

Elijeane dos Santos Sales
Universidade Federal de Santa Maria
Avenida Roraima nº 1000 Prédio 74C – Camobi -Santa Maria - RS
elijeanesales@gmail.com

Felipe Martins Müller
Universidade Federal de Santa Maria
Avenida Roraima nº 1000 Prédio 7 – Camobi -Santa Maria - RS
felipe@inf.ufsm.br

Eugênio de Oliveira Simonetto
Universidade Federal de Santa Maria
Avenida Roraima nº 1000 Prédio 74C – Camobi -Santa Maria - RS
eosimonetto@ufsm.br

RESUMO

Todo início de semestre letivo as instituições de ensino superior enfrentam o mesmo dilema: o de alocar disciplinas às salas de aula respeitando determinadas restrições. Esse problema é conhecido como o Problema de Alocação de Salas (PAS) e consiste na alocação de disciplinas, com horários já estabelecidos, a salas de aulas considerando-se a capacidade da sala e as necessidades dos docentes e discentes. Esse processo, geralmente, é resolvido pelas instituições de ensino manualmente o que além de levar vários dias para ser concluído muitas vezes não garante a alocação eficiente dos espaços. Assim, este estudo se propôs a desenvolver um modelo matemático adequado para o problema de alocação de salas do Centro de Tecnologia da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM). Os resultados apontam para uma melhoria na taxa de ocupação das salas com o uso do modelo matemático.

PALAVRAS CHAVE. Problema de Alocação de Salas, Modelo Matemático, Otimização Combinatória

ABSTRACT

Every beginning of semester higher education institutions face the same dilemma: to allocate courses to classrooms subject to certain restrictions. This problem is known as Classroom Assignment and consists in the allocation of disciplines, with schedules already established, to the classrooms considering the room capacity and the needs of teachers and students. This process is usually solved by the institutions manually which not only take several days to complete besides does not guarantee the efficient allocation of spaces. Thus, this study aims to develop an appropriate mathematical model for the allocation of classrooms in the Technology Center at the Federal University of Santa Maria (UFSM). The results point to an improvement in the occupancy rate of the rooms with the use of the mathematical model.

KEYWORDS. Classroom Assignment, Mathematical Model, Combinatorial Optimization

1. Introdução

O problema de alocação de salas (PAS) é uma realidade que as instituições acadêmicas enfrentam no início de cada semestre letivo. Entretanto, esse problema até então simples de designação, passa aumentar sua complexidade a partir do incremento do tamanho das instituições de ensino quanto aos cursos e turmas disponíveis.

Em geral, parte significativa das instituições de ensino ainda resolve esse problema manualmente, o que torna o processo demorado, podendo levar vários dias para ser finalizado. Soma-se ainda o contexto vigente, "onde há escassez de salas de aula devido às demandas elevadas que surgem naturalmente com o crescimento do número de cursos e alunos das instituições" (SUBRAMANIAN et al. 2006, p.1). A solução manual do problema além de ser uma tarefa difícil que pode levar vários dias para ser concluída, ainda requer a designação de um ou mais funcionários para completar o trabalho de modo que atenda às necessidades da instituição. Todavia, a responsabilidade desses encarregados vai além da escolha da sala na qual a disciplina deverá ser ministrada, envolve também a utilização dos espaços eficientemente para as restrições de uso das salas (tamanho, número de carteiras) e dos requisitos (materiais, aparelhos eletrônicos, tipo de mobiliário) que cada disciplina solicita/necessita.

Em virtude da complexidade de resolução do problema, a solução de forma manual pode ser ineficiente em função do não atendimento de todas as restrições essenciais. Ademais, a má alocação das salas pode causar insatisfação por parte dos usuários (BURKE & VARLEY, 1997). Assim, desenvolver o problema computacionalmente tende a propiciar tanto ganhos de tempo como também de eficiência e de manutenção de conhecimento, pois a partir das técnicas pode-se prever a alocação das salas com maior precisão bem como projetar novas configurações, podendo então disponibilizar essas informações para um maior número de pessoas.

O PAS é um problema clássico de otimização combinatória pertencente à classe NP-*hard*/NP-Difícil (EVEN, ITAI & SHAMIR, 1976; CARTER & TOVEY, 1992), em que a determinação da solução ótima do problema, em um período de tempo aceitável, não é uma tarefa simples. Mas embora esse problema tenha sido discutido por diversos autores ainda não existe um consenso ou modelo único para sua representação uma vez que o problema difere de acordo com os requisitos e necessidades de cada Instituição, apesar da semelhança entre elas. Alguns autores, recentemente, têm tratado problemas desta natureza por meio de técnicas heurísticas, em especial, as metaheurísticas, além de outros métodos de resolução como programação baseada em restrições e da metodologia AHP (*analytic hierarquic process*) e também programação linear.

Logo, este estudo se propôs a desenvolver um modelo matemático adequado para o problema de alocação de salas do Centro de Tecnologia da Universidade Federal de Santa Maria. (UFSM).

O trabalho está organizado da seguinte maneira: uma breve revisão bibliográfica contendo uma introdução do Problema de Alocação de Salas, descrição do problema – O caso do Centro de Tecnologia da UFSM-, metodologia aplicada, modelo matemático proposto e consequente implementação do modelo e resultados, e considerações finais.

2. Revisão Bibliográfica

Nesta seção apresenta-se uma introdução aos problemas de *timetabling*, *classroom assignment* (problema de alocação de salas), otimização combinatória e programação linear.

2.1. *Timetabling*

O problema de *timetabling*, na literatura da pesquisa operacional, consiste na alocação horária de recursos. Para Qu, Burke, McCollum, Merlot e Lee (2009) esse tipo de problema surge em diversas formas como *educational timetabling*, *nurse scheduling*, *sports timetabling*, assim como *transportation timetabling*. O *educational timetabling* segundo Schaerf (1999, p. 1) "consiste no agendamento de uma sequência de aulas entre professores e alunos em um período prefixado de tempo (tipicamente a semana) satisfazendo um conjunto de restrições de vários tipos”.

Uma das características que se salienta sobre este tipo de problema é que apesar de se tratar de um quadro de horários para as instituições de ensino ele varia de país para país, uma vez que os sistemas acadêmicos variam bastante entre as nações. Isso inclusive justificaria o porquê deste tema ter sido amplamente estudado na pesquisa operacional nos últimos 25 anos (ALVAREZ-VALDES, CRESPO & TAMARIT, 2002).

De acordo com Schaerf (1999) o problema de *timetabling* pode ser classificado em três principais classes: a) ***school timetabling***: programação semanal dos horários de todas as turmas da escola, evitando que os professores e as turmas tenham duas aulas no mesmo horário; b) c***ourse timetabling:*** programação semanal de horários de disciplinas para todos os períodos dos cursos universitários, minimizando sobreposição de disciplinas nos cursos que tem estudantes em comum; c) ***examination timetabling:*** problemas de exames para cursos universitários em que se busca evitar sobreposições de datas e exames de disciplinas que possuem estudantes em comum e também distanciar as datas dos exames dos estudantes o máximo possível.

Dimopoulou e Miliotis (2001) definem o *Course Timetabling* como a alocação de um conjunto de disciplinas oferecidas pela universidade em períodos de tempo a salas de modo que nenhum professor, aluno ou sala seja usada mais de uma vez por período e que a capacidade da sala não seja excedida. Além disso, o *University Course Timetabling* pode ser expandido em outros subproblemas, tais como: *Class-Teacher Timetabling; Student Scheduling; Teacher Assignment e Classroom Assignment.* Neste contexto o *Classroom Assignment* aparece como um subproblema do *Course Timetabling* e consiste no agendamento de disciplinas a salas dado um horário já estabelecido.

2.2. *Classroom Assignment* – Problema de Alocação de Salas (PAS)

O Problema de Alocação de Salas (PAS) ou *Classroom Assignment Problem* consiste em alocar aulas, com horários de início e término previamente programados, a um número fixo de salas (CARTER & LAPORTE, 1996; SCHAERF, 1999; SOUZA et al., 2002). O problema considera que existem horários pré-estabelecidos de início e término das aulas e um conjunto de salas onde ocorrerão as aulas. Assim, o problema incide em determinar uma alocação das turmas em salas de aula de forma que requisitos considerados “essenciais” sejam acatados, tornando a solução viável (SILVA & SILVA, 2010).

Contudo, o aumento do número de disciplinas ofertadas bem como o incremento do número de estudantes nas instituições acadêmicas tem tornado esse processo de distribuição cada vez mais complexo, uma vez que a infraestrutura das Universidades muitas vezes não acompanha esse crescimento, bem como se aumentam às restrições e condições de uso das salas como a capacidade e a necessidade de determinado equipamento, para Souza et al. (2002) em virtude dessa complexidade uma atenção especial vem sendo dada à automação desse problema.

Porém, o PAS é um problema clássico de otimização combinatória pertencente à classe NP-Difícil (EVEN & SHAMIR, 1976; CARTER & TOVEY, 1992), em que a determinação da solução ótima do problema, em um período de tempo aceitável, não é uma tarefa simples. Para Müller (1993, p.8) um problema de otimização NP-difícil “sugere que não é sempre possível encontrar a solução ótima de uma maneira rápida, entretanto, ainda é possível o uso de algoritmos aproximados”. Em decorrência disso tem-se recorrido a outras técnicas na tentativa de se obter uma solução de qualidade, especialmente as metaheurísticas por serem capazes de escapar de ótimos locais (SOUZA et al., 2002; SUBRAMANIAN et al., 2006; SILVA & SILVA, 2010; SUBRAMANIAN et al., 2011), além das técnicas convencionais de programação matemática.

2.3. Otimização Combinatória e Programação Linear

Um problema de otimização é um problema para o qual se têm diferentes soluções possíveis. Segundo Goldbarg e Luna (2005) para muitos problemas de otimização, a obtenção de algoritmos eficientes é difícil. Assim, uma alternativa é a modelagem desses problemas, facilitando a obtenção de algoritmos mais eficientes. Os modelos são representações simplificadas que preservam para determinadas situações uma equivalência da realidade, tornando os problemas mais claros. Para a resolução de problemas de Otimização Combinatória pode-se considerar várias técnicas, como: Algoritmos Exatos; Algoritmos heurísticos; Metaheurísticas; Algoritmos aproximativos; Programação linear (PL) e Programação inteira (PI).

A programação linear consiste na “alocação ótima de recursos escassos para a realização de atividades” (COLIN, 2007, p.5), assim busca-se encontrar a melhor distribuição possível dos recursos entre as tarefas/atividades de modo a atingir um valor ótimo do objetivo firmado. Por sua vez, o Problema de Designação é um problema clássico de Otimização Combinatória, em Pesquisa Operacional, e um tipo especial de problema de programação linear no qual os designados estão sendo indicados para a realização de tarefas (HILLIER &LIEBERMAN, 2013).

3. Metodologia

Devido as características do problema de alocação de salas (designação) o método de estudo abordado neste trabalho teve como alicerce as bases e preceitos desenvolvidos na Pesquisa Operacional (PO), em especial os de programação linear. Para Goldbarg e Luna (2005) os modelos de PO são estruturados de forma lógica e amparados no ferramental matemático de representação, objetivando proporcionar melhores condições de funcionamento para os sistemas representados.

Cabe ressaltar que essas representações matemáticas, apesar da semelhança, não são cópias fidedignas da realidade que descrevem, mas sim modelos que procuram retratá-la da melhor forma possível. Logo, não são possíveis aferições que garantam certeza absoluta aos resultados, mas sim soluções viáveis ao modelo que expressam. Segundo Hillier e Lieberman (2013) como o modelo idealizado não é uma representação exata do problema real, não pode existir nenhuma garantia de que a solução ótima para isso se comprovará como a melhor possível ou que poderia ser implementada para o problema real.

Assim, a resolução do problema de alocação de salas a partir da abordagem de PO deu-se em cinco etapas, a saber: a) Definição do problema; b) Construção do modelo; c) Solução do modelo; d) Validação do modelo; e) Implementação da solução. (ARENALES et al., 2007), conforme ilustrado no quadro 1.

Etapas	Descrição
Definição Do Problema	Designar *i* disciplinas ofertadas pelos cursos de graduação do CT/UFSM para *j* salas de aula disponíveis no mesmo Centro em *k* períodos *(time slots*), visando otimizar a distribuição das disciplinas/salas. Coleta de dados e informações: salas disponíveis (capacidades, tipos de carteira/mesa), disciplinas ofertadas (horários, demanda dos professores).
Formulação e Construção do Modelo	Formulação do modelo matemático que orientou o estudo. Com uma função objetivo de minimização suas restrições almejavam: alocar cada disciplina em uma sala, designar disciplinas de desenho para salas de desenho equivalentes, respeitar a capacidade das salas.
Solução do Modelo	Utilizou-se como ferramenta auxiliar na modelagem, o software ZIMPL que é capaz de gerar arquivos que são interpretados pela maioria dos *solvers* comerciais (arquivo do tipo .lp.); No total 20 arquivos .lp foram gerados representando os cincos dias da semana, nos dois turnos entre o 1º e 2º semestre de 2014; A resolução dos modelos foi feita pelo solver IBM ILOG CPLEX *Optimization Studio* 12.4; Os arquivos foram executados em um desktop DELL equipado com processador Intel (R) Core (TM)i7-3770 CPU@ 3.40GHz e 8,00 GB de memória RAM e sistema operacional Windows 8 pro.
Validação do Modelo	Foram comparadas as soluções propostas com as atualmente adotadas pelo CT. Os resultados propostos foram apresentados a responsável pela tarefa de designação do CT para que a mesma pudesse comparar, verificar e analisar a aplicabilidade da solução.
Implementação da Solução	A partir dos testes realizados e da validação com o 1º e 2º Semestre de 2014 foi proposta uma resolução para a 1º Semestre de 2015.

Quadro 1 - Fases da Construção do Estudo

3.1. Caso Centro de Tecnologia UFSM

O Centro de Tecnologia (CT) da Universidade Federal de Santa Maria, até 2014, contava com doze cursos de graduação: Engenharia Civil, Engenharia Elétrica, Engenharia Mecânica, Engenharia Química, Ciência da Computação, Arquitetura e Urbanismo, Engenharia Sanitária e Ambiental, Engenharia de Controle e Automação, Engenharia Acústica, Engenharia de Computação, Engenharia de Produção e Sistema de Informação. Que tem à disposição disciplinas dos onze departamentos de ensino do Centro.

O CT conta com a estrutura física de cinco blocos que abrigam salas de aula, laboratórios e centros de pesquisa. No total são 50 salas de aula, sendo 3 informatizadas (SI), 2 salas com mesas de desenho alta (MA), 6 com mesas de desenho baixa (MB) e as demais com mesas escolares (ME), a maioria dispõe de ar-condicionado e aparelhos multimídias. As salas têm capacidades que variam entre 25 e 50 alunos e têm quadros do tipo branco ou verde.

A designação de salas no Centro de Tecnologia ocorre duas vezes no ano (1º e 2º semestre), sendo realizada aproximadamente 3 semanas antes do início de cada semestre letivo. A responsabilidade da organização da distribuição das salas está a cargo de uma professora do Centro que executa esta função há mais de 10 anos manualmente, sem o auxílio de aparatos computacionais como *solver* ou outros métodos matemáticos.

3.2. Formulação e Restrições do Problema

Em problemas de alocação de salas, geralmente, busca-se satisfazer as restrições do problema, as quais são classificadas em essenciais (*hard*) e não essenciais/qualidade (*soft*) (Kripka & Kripka, 2012). Para Souza et al. (2002) os requisitos essenciais tratam-se daqueles que se não forem satisfeitos ocasionarão uma alocação inviável e os não essenciais aqueles cujo atendimento é desejável, mas que caso não o sejam não tornarão a solução (alocação) inviável, para este caso foram tomadas as restrições contidas no quadro 2.

Nota-se que algumas dessas restrições utilizadas na formulação do problema são comuns aos demais problemas de alocação de salas como duas disciplinas não podem ocorrer simultaneamente em uma mesma sala e a capacidade da sala deve ser maior ou igual ao número de vagas ofertadas pela disciplina.

Restrições Essenciais	Restrições de Qualidade
E1 – Toda a disciplina deve ser alocada em cada período que ocupa. **E2** – A sala pode ter no máximo 1 disciplina em 1 determinado *time slot.* **E3** – A capacidade da sala deve ser maior/igual que a oferta de vagas da disciplina. **E4-** As disciplinas que requeiram mesas de desenho alta devem ficam nesse tipo de sala. **E5-** As disciplinas que requeiram mesas de desenho baixa devem ficam nesse tipo de sala.	**Q1-** As salas designadas devem estar próximas do departamento de origem. **Q2 -** Procura-se manter o professor o maior tempo na mesma sala de aula. **Q3 -** Professores que desejem salas com quadro branco não devem ficar em salas com quadro verde. **Q4 -** Professores que desejem salas com quadro verde não devem ficar em salas com quadro branco.

Quadro 2- Restrições Essenciais e de Qualidade

Quanto a função objetivo buscou-se minimizar o número de assentos vazios na sala (razão entre capacidade da sala e oferta de vagas da disciplina) somado a distância entre o departamento da disciplina e a sala alocada a ela, procurando assim otimizar a ocupação das salas minimizando a distância percorrida pelos professores. Observa-se que com esses requisitos o problema já demonstra certo grau de complexidade o que corrobora a necessidade do suporte computacional para a sua resolução.

3.3. Modelagem do Problema

A ideia do modelo é que um dado conjunto de disciplinas, com seus horários pré-estabelecidos, devem ser alocadas a um conjunto de salas, também conhecido, em um determinado período (*time slots*). O objetivo é fazer com que todas as disciplinas sejam designadas satisfazendo alguns critérios como o de proximidade entre o departamento de origem da disciplina e a sala de aula indicada. Este caso trata-se, portanto, de um Problema de Alocação Multi-índice onde se almeja alocar a disciplina, na sala, no horário pré-determinado a ela.

Conforme elucidam Al-Yakoob & Sherali (2006, p. 490) "os problemas de horários acadêmicos de disciplinas frequentemente admitem formulações multidimensionais de designações, no qual as soluções dependem de um intricado ambiente de horários e do tamanho do problema em termos de números de variáveis e restrições". Spieksma (2000) no capítulo *Multi Index Assignment Problems* reapresenta os modelos multi-índices para problemas de alocação (*multi index assignment problems* [MIAPs], dentre os quais destaca-se o axial 3IAP (*index assignment problems).*

3.4. Construção/Definição do Modelo Matemático

Considera-se que um conjunto de m disciplinas deva ser alocada a n salas de aula que tem à disposição k períodos (por exemplo ao considerar os horários de 7:30 às 13:30 pela manhã, equivaler-se-ia a 6 períodos por dia e 30 períodos na semana) com os horários de cada disciplina já conhecidos e não havendo intersecção entre os períodos da manhã e tarde este modelo representa a alocação das disciplinas em um turno podendo ser adaptado naturalmente para um dia ou para a semana inteira.

Assim, os conjuntos e parâmetros do modelo são definidos como:

m – representa a quantidade de disciplinas a serem alocadas.
n – representa a quantidade de salas disponíveis para alocação.
l – representa a quantidade de períodos (*slots*) de tempo disponíveis para alocação.
D – representa o conjunto das disciplinas i a serem alocadas.
S – representa o conjunto das salas j disponíveis para alocação.
P – representa o conjunto de períodos j disponíveis para alocação.
C_j – representa a capacidade, em termos de número de alunos, da sala j.
R_j – representa o tipo de equipamento que está instalado na sala j (1 com quadro verde, 2 com quadro branco, 3 com mesas de desenho baixas, 4 com mesas de desenho altas, 6 com quadro verde e branco).
P_i – representa o número de vagas solicitadas para a disciplina i.
IS_i – representa o período de início da disciplina i (por exemplo se ele inicia na segunda-feira pela manhã às 9h 30 min, então $IS_i = 3$).
NS_i – representa o número de períodos da disciplina i (ela pode ser de 1, 2, 3, 4 ou 5 horas).
SR_i – representa as necessidades especiais da disciplina i, por exemplo se ela necessita de mesa de desenho alta, $SR_i = 4$).
d_{ij} – representa a distância do departamento ao qual a disciplina i pertence e a sala j.
OS_i – representa o conjunto dos períodos de tempo que a disciplina i ocupa, por exemplo se ele inicia na segunda-feira pela manhã às 9h 30 min e ocupa dois períodos, então $OS_i = \{3,4\}$).
VI – representa o conjunto dos pares (i , j), ou seja (disciplina i , sala j), para os quais a restrição de capacidade é respeitada, ou seja, ($C_j - P_i \geq 0$).
DDA – representa o conjunto das disciplinas i que necessitam de mesa de desenho alta, ou seja, $SR_i = 4$.
DDB – representa o conjunto das disciplinas i que necessitam de mesa de desenho baixa, ou seja, $SR_i = 3$.
SDA – representa o conjunto das salas j que possuem de mesa de desenho alta, ou seja, $R_j = 4$.
SDB – representa o conjunto das salas j que possuem de mesa de desenho baixa, ou seja, $R_j = 3$.
DP_k – representa o conjunto de disciplinas i que ocupam o período k, ou seja, $(IS_i + NS_i - 1) \geq k$ e $IS_i \leq k$.
$D1H$ – representa o conjunto de disciplinas i que tem carga horária de 1 hora, por período de distribuição, ou seja, $NS_i = 1$.
$D2H$ – representa o conjunto de disciplinas i que tem carga horária de 2 horas, por período de distribuição, ou seja, $NS_i = 2$.
D3H – representa o conjunto de disciplinas i que tem carga horária de 3 horas, por período de distribuição, ou seja, $NS_i = 3$.
D4H – representa o conjunto de disciplinas i que tem carga horária de 4 horas, por período de distribuição, ou seja, $NS_i = 4$.
D5H – representa o conjunto de disciplinas i que tem carga horária de 5 horas, por período de distribuição, ou seja, $NS_i = 5$.

$x_{ijk} = \begin{cases} 1, se\ a\ disciplina\ i\ está\ alocada\ a\ sala\ j\ no\ período\ k \\ 0, caso\ contrário \end{cases}$, representando a variável binária de decisão do problema.

Deste modo, a função objetivo representada pela equação (1) busca minimizar o número de assentos vazios na sala (razão entre capacidade da sala e oferta de vagas da disciplina) somado a distância entre o departamento da disciplina e a sala alocada a ela, procurando otimizar a ocupação das salas diminuindo a distância percorrida pelos professores. Essa minimização do deslocamento trata-se, portanto, do atendimento de uma restrição de qualidade (Q1), tal como o realizado por Sarin et al. (2010) e Kripka & Kripka (2012).

$$\boldsymbol{Min} \sum_{(i,j)\in VI} \sum_{k\in OS_i} ((C_j/P_i) + d_{ij}) * x_{ijk} \quad \textbf{(1)}$$

Sujeito a

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ijk} = 1, \forall i \in DP_K\ e\ \forall k = 1, \dots, l \quad \textbf{(2)}$$

$$\sum_{j\in\{S\setminus SDA\}} \sum_{k\in OS_i} x_{ijk} = 1, \forall i \in \{D1H\setminus DDA\} \quad \textbf{(3)}$$
$$\sum_{j\in\{S\setminus SDA\}} \sum_{k\in OS_i} x_{ijk} = 2, \forall i \in \{D2H\setminus DDA\} \quad \textbf{(4)}$$
$$\sum_{j\in\{S\setminus SDA\}} \sum_{k\in OS_i} x_{ijk} = 3, \forall i \in \{D3H\setminus DDA\} \quad \textbf{(5)}$$
$$\sum_{j\in\{S\setminus SDA\}} \sum_{k\in OS_i} x_{ijk} = 4, \forall i \in \{D4H\setminus DDA\} \quad \textbf{(6)}$$
$$\sum_{j\in\{S\setminus SDA\}} \sum_{k\in OS_i} x_{ijk} = 5, \forall i \in \{D5H\setminus DDA\} \quad \textbf{(7)}$$

$$\sum_{j\in SDA} \sum_{k\in OS_i} x_{ijk} = 1, \forall i \in \{DIH\ \cap DDA\} \quad \textbf{(8)}$$
$$\sum_{j\in SDA} \sum_{k\in OS_i} x_{ijk} = 2, \forall i \in \{D2H \cap DDA\} \quad \textbf{(9)}$$
$$\sum_{j\in SDA} \sum_{k\in OS_i} x_{ijk} = 3, \forall i \in \{D3H \cap DDA\} \quad \textbf{(10)}$$
$$\sum_{j\in SDA} \sum_{k\in OS_i} x_{ijk} = 4, \forall i \in \{D4H \cap DDA\} \quad \textbf{(11)}$$
$$\sum_{j\in SDA} \sum_{k\in OS_i} x_{ijk} = 5, \forall i \in \{D5H \cap DDA\} \quad \textbf{(12)}$$

$$\sum_{j\in SDB} \sum_{k\in OS_i} x_{ijk} = 1, \forall i \in \{D1H \cap DDB\} \quad \textbf{(13)}$$
$$\sum_{j\in SDB} \sum_{k\in OS_i} x_{ijk} = 2, \forall i \in \{D2H \cap DDB\} \quad \textbf{(14)}$$
$$\sum_{j\in SDB} \sum_{k\in OS_i} x_{ijk} = 3, \forall i \in \{D3H \cap DDB\} \quad \textbf{(15)}$$
$$\sum_{j\in SDB} \sum_{k\in OS_i} x_{ijk} = 4, \forall i \in \{D4H \cap DDB\} \quad \textbf{(16)}$$
$$\sum_{j\in SDB} \sum_{k\in OS_i} x_{ijk} = 5, \forall i \in \{D5H \cap DDB\} \quad \textbf{(17)}$$

$$\left(C_j - P_i\right) * x_{ijk} \geq 0, \forall i = 1, \dots, m, \forall j = 1, \dots, n\ \ e\ \ \forall k = 1, \dots, l \quad \textbf{(18)}$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ijk} \leq 1, \forall j = 1, \dots, n\ e\ \forall k = 1, \dots, l \quad \textbf{(19)}$$

$$x_{ij(IS_i)} = x_{ij(IS_i+1)}, \forall i \in D2H\ e\ \forall j = 1, \dots, n \quad \textbf{(20)}$$

$$x_{ij(IS_i)} = x_{ij(IS_i+1)}, \forall i \in D3He\forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(21)}$$
$$x_{ij(IS_i)} = x_{ij(IS_i+2)}, \forall i \in D3He\forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(22)}$$

$$x_{ij(IS_i)} = x_{ij(IS_i+1)}, \forall i \in D4He\forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(23)}$$
$$x_{ij(IS_i)} = x_{ij(IS_i+2)}, \forall i \in D4He\forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(24)}$$
$$x_{ij(IS_i)} = x_{ij(IS_i+3)}, \forall i \in D4He\forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(25)}$$
$$x_{ij(IS_i+1)} = x_{ij(IS_i+2)}, \forall i \in D4He\forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(26)}$$
$$x_{ij(IS_i+1)} = x_{ij(IS_i+3)}, \forall i \in D4He\forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(27)}$$
$$x_{ij(IS_i+2)} = x_{ij(IS_i+3)}, \forall i \in D4He\forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(28)}$$

$$x_{ij(IS_i)} = x_{ij(IS_i+1)}, \forall i \in D5He\forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(29)}$$

$$x_{ij(IS_i)} = x_{ij(IS_i+2)}, \forall i \in D5He \forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(30)}$$
$$x_{ij(IS_i)} = x_{ij(IS_i+3)}, \forall i \in D5He \forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(31)}$$
$$x_{ij(IS_i)} = x_{ij(IS_i+4)}, \forall i \in D5He \forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(32)}$$
$$x_{ij(IS_i+1)} = x_{ij(IS_i+2)}, \forall i \in D5He \forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(33)}$$
$$x_{ij(IS_i+1)} = x_{ij(IS_i+3)}, \forall i \in D5He \forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(34)}$$
$$x_{ij(IS_i+1)} = x_{ij(IS_i+4)}, \forall i \in D5He \forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(35)}$$
$$x_{ij(IS_i+2)} = x_{ij(IS_i+3)}, \forall i \in D5He \forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(36)}$$
$$x_{ij(IS_i+2)} = x_{ij(IS_i+4)}, \forall i \in D5He \forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(37)}$$
$$x_{ij(IS_i+3)} = x_{ij(IS_i+4)}, \forall i \in D5He \forall j = 1, \dots n \quad \textbf{(38)}$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \forall i = 1, \dots, m, \forall j = 1, \dots, n \ e \ \ \forall k = 1, \dots, l \quad \textbf{(39)}$$

O conjunto de restrições (2) indica que cada disciplina só pode estar alocada a uma única sala em cada período que ocupa, satisfazendo a restrição essencial E2. Já as equações (3) a (7) indicam que as disciplinas de 1h tem que ter um período de tempo alocada a ela, as de 2h dois períodos e assim por diante correspondendo a restrição essencial E1. Nota-se que se exclui desse conjunto de restrições as salas que contém o equipamento mesa de desenho alta, uma vez que elas só podem ser utilizadas pelas disciplinas que assim requeiram. Enquanto, as salas que contém mesa de desenho baixa, podem ser utilizadas por qualquer outra disciplina que não tenha como condição mesa de desenho alta. As restrições (8) a (12) são idênticas as restrições (3) a (7), todavia se restringem as salas que contém mesa de desenho alta e as disciplinas que necessitam desse equipamento, atendendo a restrição essencial E4. As equações (13) a (17) são semelhantes as restrições de (3) a (7), porém se limitam as salas que contém mesa de desenho baixa e as disciplinas que necessitam desse equipamento, correspondendo a restrição essencial E5.

A equação (18) representa que o número de vagas ofertadas pela disciplina não pode exceder a capacidade da sala, atendendo a restrição essencial E3. Enquanto, o conjunto de restrições restrição (19) indica que cada disciplina tem que ter um período alocado a ela, isso porquê o mínimo de tempo que uma disciplina ocupa é um período. A restrição (20) diz que se uma disciplina ocupa dois períodos eles devem ser consecutivos e estarem alocados na mesma sala. Os conjuntos (21) e (22) quando a disciplina ocupa três períodos, os conjuntos (23) a (28) quando a disciplina ocupa quatro períodos e os conjuntos (29) a (38) quando ela ocupa 5 períodos e dizem que eles devem ser consecutivos e estarem alocados na mesma sala. E finalmente, a restrição (39) define o domínio das variáveis de decisão.

Logo, este modelo visou atender otimizar os espaços no Centro de Tecnologia a partir do atendimento dessas restrições. Ressalta-se que este modelo foi adaptado para esta realidade particular porque como já mencionado apesar de haver muitos estudos na literatura cada problema tem a sua especificidade. Um dos diferenciais dessa representação trata-se da abordagem com cinco tipos de disciplinas/períodos (1h, 2h, 3h, 4h e 5h), considerando a restrição de que sendo a mesma disciplina eles devem ser alocados a mesma sala de aula.

3.5. Geração das Instâncias

Em virtude do tamanho do problema e pela própria natureza computacional, NP-*Hard*, optou-se por trabalhar o problema em dois turnos (manhã e tarde), de modo a não gerar intersecções entre os mesmos. A adoção dessa medida procurou evitar que as instâncias se tornassem inviáveis para resolução por meio de métodos exatos convencionais devido ao tamanho. Assim, a solução foi desenvolvida para os turnos da manhã e da tarde, nos cincos dias da semana para o primeiro e segundo semestre de 2014.

Para a geração das instâncias foram necessárias a definição de cinco arquivos para cada um dos dias/semestres/turnos (por exemplo segunda -1º semestre - manhã), sendo três de dados no formato texto (salas, disciplinas, distâncias), um arquivo do modelo gerado pelo ZIMPL (.zpl) e um arquivo executável pelos *solvers* comerciais (.*lp*). O arquivo das salas continha as salas disponíveis (47 salas), capacidades e tipo de mesa (1-escolar, 3-desenho baixa ou 4-desenho alta), já no arquivo das disciplinas constava o código da disciplina, período de início (1-6 manhã [7:30-12:30] ou 1-6 tarde [13:30-18:30]) carga horária (1h-4h), oferta de vagas e tipo de mesa.

Para a construção da matriz de distância foram definidos os seguintes parâmetros: prédio (mesmo prédio/prédio diferente), proximidade (mais próximo/distante), lances de escada (0-1-2-3) e um peso foi determinado para essa associação. Assim, cada um dos 11 departamentos teve um peso referente a localização do departamento em relação as salas de aula disponíveis. Logo, essas matrizes foram criadas a partir da oferta de disciplinas de cada um dos dias da semana (dia/semestre/turno) e a primeira coluna representava as disciplinas e a primeira linha as salas disponíveis por prédio (1-47). De modo geral as matrizes são representadas por [nº disciplinas x salas], então se na segunda de manhã no 1º semestre o número ofertado de disciplinas foi de 78 a matriz de distância correspondente é [78x47]. Cabe ressaltar que algumas distâncias foram atribuídas com um valor muito baixo para representar algumas preferências docentes que, se possível, deveriam ser atendidas.

4. Resultados Computacionais

Conforme apontado anteriormente em virtude da natureza do problema optou-se por dividir as instâncias em dia/semestre/turno totalizando vinte conjuntos de soluções (10 em cada semestre). Para a execução das instâncias foi utilizado o solver IBM ILOG CPLEX Optimization Studio 12.4 em um computador DELL processador Intel (R) Core (TM)i7-3770 CPU@ 3.40GHz e 8,00 GB de memória RAM.

De modo geral, as instâncias não demoraram mais de 1 décimo de segundo para rodar e encontraram o ótimo em torno de 500 iterações. Todavia, apesar das instâncias terem sido trabalhadas separadamente o número de iterações geradas a cada turno foi bastante significativo, o que sugere que a estratégia de tratar cada tuno/dia/semestre individualmente pode ter sido a melhor a ser adotada, em virtude de sua natureza combinatória. Isso poderia tornar inviável a solução do modelo através de um solver comercial e, então, dever-se-ia partir para o uso de metaheurísticas.

Pelo quadro 3 observa-se o percentual de salas ocupadas, ou livres, em cada um dos dias da semana através da relação: número de salas com no mínimo 1 *time slots* de ocupação pelo número total de salas (47).

Dia/Turno		Solução Atual		Solução Proposta	
		TO	TD	TO	TD
1 Semestre/2014	Segunda-Feira Manhã	95,74%	4,26%	95,74%	4,26%
	Terça-Feira Manhã	97,87%	2,13%	97,87%	2,13%
	Quarta-Feira Manhã	93,62%	6,38%	93,62%	6,38%
	Quinta-Feira Manhã	93,62%	6,38%	91,49%	8,51%
	Sexta-Feira Manhã	89,36%	10,64%	82,98%	17,02%
	Segunda-Feira Tarde	93,62%	6,38%	91,49%	8,51%
	Terça-Feira Tarde	93,62%	6,38%	91,49%	8,51%
	Quarta-Feira Tarde	89,36%	10,64%	87,23%	12,77%
	Quinta-Feira Tarde	89,36%	10,64%	85,11%	14,89%
	Sexta-Feira Tarde	51,06%	48,94%	48,94%	51,06%
2 Semestre/2014	Segunda-Feira Manhã	87,23%	12,77%	74,47%	25,53%
	Terça-Feira Manhã	100%	0	97,87%	2,13%
	Quarta-Feira Manhã	97,87%	2,13%	97,87%	2,13%
	Quinta-Feira Manhã	87,23%	12,77%	82,98%	17,02%
	Sexta-Feira Manhã	76,60%	23,40%	68,09%	31,91%
	Segunda-Feira Tarde	95,74%	4,26%	85,11%	14,89%
	Terça-Feira Tarde	93,62%	6,38%	87,23%	12,77%
	Quarta-Feira Tarde	95,74%	4,26%	87,23%	12,77%

	Quinta-Feira Tarde	91,49%	8,51%	87,23%	12,77%
	Sexta-Feira Tarde	61,70%	38,30%	59,57%	40,43%

Quadro 3 - Taxa de Salas Ocupadas e Livres
Legenda: TO- taxa de ocupação TD – taxa de desocupação

Nota-se que em dias de alta oferta de disciplinas (terça e quarta-feira) a taxa de ocupação das salas não sofre uma variação grande em virtude da baixa disponibilidade de *slots* livres para a alocação, por exemplo, na terça-feira pela manhã no 2ºsemestre todas as salas tem pelo menos 1 *slot* de ocupação durante a manhã. Logo, a análise de ganho da solução deu-se a partir da melhora das distâncias entre as salas dos professores e as salas de aula.

A partir das soluções geradas foram montados quadros de horários correspondentes as disciplinas/salas/período, lembrando que a solução do problema deu-se por meio de variáveis binárias 1 e 0, onde 1 representa se a disciplina *i* foi alocada na sala *j* no *time slot k* e 0 caso contrário.

Na figura 1 observa-se a alocação de sexta- feira manhã 1º Semestre onde a maior diferença entre as soluções encontra-se na disponibilidade de salas, na solução manual há cinco salas disponíveis, enquanto que na gerada pelo solver oito, tal fato deve-se à essência minimizadora do problema que procura além de otimizar a razão capacidade sala/vagas disciplinas potencializar a ocupação dos períodos de cada sala proporcionando, assim, sobra de espaços.

Alocação Atual (manual)

Salas		Timeslots					
		1(7:30-8:30)	2 (8:30-9:30)	3 (9:30-10:30)	4(10:30-11:30)	5(11:30-12:30)	6(12:30-13:30)
218	1	MTM224	MTM224	DPS1022	DPS1022	DPS1022	
219	2				ELC1028	ELC1028	
220	3	MTM1019	MTM1019		ESP1001	ESP1001	
221	4	DPS1007	DPS1007	DPS1007	DEM1027	DEM1027	
224	5	DEM1001	DEM1001	DEM1001	DAU1061	DAU1061	
235	6		ECC606	ECC606	ECC606	ECC606	
236	7		ECC416	ECC416	ECC3053	ECC3053	
315	8		DEM1004	DEM1004	DEM1005	DEM1005	
318	9						
320	10				ESP1012	ESP1012	
323	11		MTM224	MTM224	ESP1020	ESP1020	
326	12						
151	13	HDS1021	HDS1021	HDS1021	HDS1009	HDS1009	HDS1009
152	14		HDS1003	HDS1003	HDS1003	HDS1003	
155	15	MTM1019	MTM1019		ESP1011	ESP1011	
160	16		DEQ1011	DEQ1011	ECC7057	ECC7057	
161	17				HDS1031	HDS1031	
164	18		MTM224	MTM224	CIE1002	CIE1002	
165	19		MTM1020	MTM1020	MTM1020	MTM1020	
251	20			ECC1019	ECC1019	ECC1019	
252	21		EAC1024	EAC1024			
255	22		ELC1027	ELC1027	ESP1010	ESP1010	
258	23						
259	24		ESP1041	ESP1041	ESP1043	ESP1043	
260	25		ESP1045	ESP1045			
262	26		MTM1039	MTM1039	ELC1115	ELC1115	
263	27	MTM1039	MTM1039	MTM1039	DEQ1000	DEQ1000	
266	28		MTM1039	MTM1039			
267	29		ELC1094	ELC1094	ELC1094	ELC1094	
357	30		DPS1050	DPS1050	DPS1050	DPS1050	
359	31						
363	32		ELC1011	ELC1011	FSC1026	FSC1026	
364	33		ELC1097	ELC1097	ELC1001	ELC1001	
367	34		ELC1076	ELC1076	ELC1091	ELC1091	
368	35		ELC1070	ELC1070	MTM1019	MTM1019	
1107	36	MTM1020	MTM1020	MTM1073	MTM1073		
1304	37		DEQ1027	DEQ1027	DPEE1049	DPEE1049	
1306	38		DPS1043	DPS1043	DPS1043	DPS1043	
1309	39		DPEE1064	DPEE1064	DPEE1064	DPEE1064	
203	40		EPG1071	EPG1071			
206	41						
1110	42				TRP1005	TRP1005	
1205	43				EPG1006	EPG1006	
1207	44				TRP1005	TRP1005	
1303	45	DAU803	DAU803	DAU803	DEQ1016	DEQ1016	
1305	46				EPG1005	EPG1005	
1307	47	DEQ1018	DEQ1018	DEQ1018			

Alocação Proposta (*solver*)

Salas		Timeslots(K)					
		7:30-8:30(1)	8:30-9:30(2)	9:30-10:30(3)	10:30-11:30(4)	11:30-12:30(5)	12:30-13:30(6)
218	1		ELC1097	ELC1097	ESP1001	ESP1001	
219	2			DPS1022	DPS1022	DPS1022	
220	3		ELC1070	ELC1070	ESP1010	ESP1010	
221	4		ELC1094	ELC1094	ELC1094	ELC1094	
224	5		ELC1027	ELC1027	ESP1043	ESP1043	
235	6		ELC1076	ELC1076	ESP1011	ESP1011	
236	7		ECC416	ECC416	ESP1012	ESP1012	
315	8		DPS1050	DPS1050	DPS1050	DPS1050	
318	9		DEM1004	DEM1004	DEM1027	DEM1027	
320	10	DEM1001	DEM1001	DEM1001	ESP1020	ESP1020	
323	11		DPS1043	DPS1043	DPS1043	DPS1043	
326	12	DPS1007	DPS1007	DPS1007	DEM1005	DEM1005	
151	13		MTM1039	MTM1039	DPEE1049	DPEE1049	
152	14		HDS1003	HDS1003	HDS1003	HDS1003	
155	15	HDS1021	HDS1021	HDS1021	HDS1009	HDS1009	HDS1009
160	16		EAC1024	EAC1024			
161	17		DPEE1064	DPEE1064	DPEE1064	DPEE1064	
164	18	MTM224	MTM224				
165	19	MTM1019	MTM1019		HDS1031	HDS1031	
251	20		ESP1045	ESP1045	ECC3053	ECC3053	
252	21						
255	22						
258	23		ECC606	ECC606	ECC606	ECC606	
259	24		ESP1041	ESP1041	ECC7057	ECC7057	
260	25						
262	26						
263	27						
266	28			ECC1019	ECC1019	ECC1019	
267	29						
357	30						
359	31				DAU1061	DAU1061	
363	32	MTM1020	MTM1020	MTM1073	MTM1073		
364	33		MTM1039	MTM1039	CIE1002	CIE1002	
367	34		MTM1020	MTM1020	MTM1020	MTM1020	
368	35	MTM1019	MTM1019		FSC1026	FSC1026	
1107	36	MTM1039	MTM1039	MTM1039	MTM1019	MTM1019	
1304	37		MTM224	MTM224	DEQ1016	DEQ1016	
1306	38		MTM224	MTM224	ELC1028	ELC1028	
1309	39		DEQ1027	DEQ1027	ELC1001	ELC1001	
203	40		EPG1071	EPG1071	TRP1005	TRP1005	
206	41		ELC1011	ELC1011	TRP1005	TRP1005	
1110	42						
1205	43	DEQ1018	DEQ1018	DEQ1018	EPG1005	EPG1005	
1207	44	DAU803	DAU803	DAU803	DEQ1000	DEQ1000	
1303	45				ELC1115	ELC1115	
1305	46		DEQ1011	DEQ1011	ELC1091	ELC1091	
1307	47				EPG1006	EPG1006	

Figura 1- Sexta-feira manhã 1º Sem/2014: comparativo entre a alocação atual e a proposta

5. Considerações Finais

Este estudo se propôs a desenvolver um modelo matemático adequado para o problema de alocação de salas do Centro de Tecnologia da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) a fim de tornar mais eficiente o uso dos espaços. O problema de alocação de salas (PAS) consiste na alocação de disciplinas, com horários já definidos, em salas de aula em determinados períodos (*time slots*). Entretanto, esse problema de otimização combinatória é notoriamente conhecido como pertencente à classe NP-hard em virtude da complexidade da sua resolução, por isso diversas técnicas têm sido utilizadas para buscar uma solução de qualidade, dentre essas as heurísticas e a programação linear.

Deste modo, foi construído um modelo matemático que pudesse abordar este problema de alocação multi-índice, onde deveria ser alocada a disciplina, na sala, no horário pré-determinado a ela. Logo, o modelo foi construído considerando-se que um dado conjunto de *i* disciplinas deveriam ser alocadas a *j* salas de aula em *k* períodos tendo os horários de cada disciplina já conhecidos. Consistindo, portanto, em minimizar o custo entre a razão da capacidade da sala/oferta da disciplina e a menor distância entre as salas de aula e o departamento do professor, e atendendo a uma série de restrições essenciais e de qualidade.

Caso, não houvesse intersecção entre os períodos da manhã e tarde este modelo poderia representar a alocação das disciplinas em um dia, porém neste estudo optou-se por trabalhar cada turno separadamente. Essa adaptação ocorreu em virtude do receio de o modelo não encontrar a solução ótima caso as instâncias fossem rodadas em uma única entrada devido à natureza combinatória exponencial do problema (complexidade).

A partir das soluções computacionais obteve-se uma melhor distribuição dos espaços de modo que em muitas das soluções houve sobra de salas em comparação a solução vigente. Isso foi possível porque aumentou a taxa de ocupação destes lugares, fazendo com que a mesma sala fosse ocupada por mais disciplinas durante o dia. Esse saldo de salas abre possibilidades para que tais espaços possam ser aproveitados de outras formas até mesmo com a oferta de novas disciplinas. Como pode-se notar a ocupação média das salas teve um pico de 100% na solução vigente e 97,87% na solução proposta, no caso de sexta pela manhã (1sem) a ocupação média das salas foi 89,36% (manual) e 82,98% (*solver*). Isso sugere que pode ser feita uma melhor distribuição dos horários, minimizando o uso de salas e economizando equipamentos, ou até mesmo, planejar uma expansão dos cursos sem necessidade de novos espaços físicos.

Por fim, sugere-se sejam aplicadas metaheurísticas, a fim de explorar outras características do problema e resolver instâncias de maior dimensão.

6. Referências Bibliográficas

Al-Yakoob, S.M. & Sherali, H.D. (2006). Mathematical programming models and algorithms for a class-faculty assignment problem. *European Journal of Operacional Research*, 173, 488-507.

Alvarez-Valdes, R., Crespo, E. & Tamarit, J. M. (2002) Desing and implementation of a course scheduling system using tabu search. *Europen Journal of Operational Research* 137, 512-523.

Arenales, M. N.; Armentano, V.; Morabito, R. & Yanasse, H. (2007). *Pesquisa Operacional para Cursos de Engenharia.* Rio de Janeiro: Elsevier.

Burke, E. K., & Varley, D.B. (1997). Space allocation: an analysis of higher education requirements. *Lecture Notes in Computer Science***,** 1408, 20-36.

Carter, M.W. & Laporte. G. (1996). Recent Developments in Practical Course Timetabling. Pratice and theory of automated timetabling, In E. K. Burke & P. Ross (Eds.). *Lecture notes in computer Science (Vol. 1408*. *Practice and theory of automated timetabling II: selected papers from the 2nd international conference,* pp. 3–19). Berlin: Springer.

Carter, M.W. & Tovey, C.A. (1992**)**. When Is the Classroom Assignment Problem Hard? *Operations Research*, *40*(1), 28-39.

Colin, E.C. (2007). *Pesquisa Operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas*. Rio de Janeiro: LTC.

Dimopoulou, M. & Miliotis, P. (2001). Implementation of a univerity course and examination timetabling system. *European Journal of Operational Research*, 130, 202-213.

Even, S., Itai, A. & Shamir, A. (1976). On the complexity of timetabling and multicommodity flow problems. *SIAM Journal of Computation*, 5, 691-703.

Goldbarg, M.C., & Luna, H.P.L. (2005). *Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos* (2ª ed.). Rio de Janeiro: Elsevier.

Hillier, F.S., & Lieberman, G.J. (2013). *Introdução à pesquisa operacional* (9ª ed.). Porto Alegre: AMGH.

Kripka, R.M.L., & Kripka, M. (2012). Alocação de Salas Objetivando a Minimização de Deslocamento dos Alunos pelo Campus Central da Universidade de Passo Fundo. *Congresso Nacional de Matemática Aplicada Computacional, Águas de Lindóia, SP*, Brasil, 34.
Müller, F. M. (1993). *Algoritmos heurísticos e exatos para a resolução do problema de sequenciamento em processadores paralelos*. Tese doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
Qu, R., Burke, E.K., McCollum, B., Merlot, L.T.G., & Lee, S.Y. (2009). A survey of search methodologies and automated system development for examination timetabling. *Journal of Scheduling*, 12(1), 55-89.
Sarin, S.C.; Wang, Y. & Varadarajan, A. (2010). A university-timetabling problem and its solution using Benders´ partitioning – a case study. *Journal of Scheduling*, 13, 131-141.
Schaerf, A. (1999). A survey of automated timetabling. *Artificial Intelligence Review*. 13, 87-127.
Silva, D.J. da, & Silva, G.C. da. (2010). Heurísticas Baseadas no Algoritmo de Coloração de Grafos para o problema de alocação de salas em uma instituição de ensino superior. *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Bento Gonçalves, Rio Grande do Sul, Brasil, 42.
Souza, M.J.F., Martins, A.X. & Araújo, C.R. (2002). Experiências com a utilização de Simulated Annealing e Busca Tabu na resolução do Problema de Alocação de Salas. *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - SBPO*, Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, Brasil, 34.
Spieksma, F.C.R. (2000). Multi index assignment problems: complexity, approximation, applications. In: PARDALOs, P. M. & PITSOULIS, L. (Eds.). *Nonlinear assignment problems – algorithms and applications*. ed. 7. New York: Springer US, 2000, cap.1, 1-11.
Subramanian, A., Medeiros, J.M.F., Cabral, L.A.F. & Souza, M.J.F. (2006). Aplicação da metaheurística Busca Tabu na resolução do Problema de Alocação de Salas do Centro de Tecnologia da UFPB. *Encontro Nacional de Engenharia de Produção* Fortaleza, Ceará, Brasil, 26.
Subramanian, A., Medeiros, J.M., Formiga, L, A., & Souza, M.J.F. (2011, março). Aplicação da metaheurística busca tabu ao problema de alocação de aulas a salas em uma instituição universitária. *Revista Produção Online,* 11*(*1), 54-75.