

## PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA APLICADA À COORDENAÇÃO ÓTIMA DE RELÉS DE SOBRECORRENTE

**Alexandre Akira Kida**

Universidade Estadual de Londrina  
Rodovia Celso Garcia Cid (PR 445), km 380, Londrina - PR, 86051-980  
alexandrekida@gmail.com

**Luis Alfonso Gallego Pareja**

Universidade Estadual de Londrina  
Rodovia Celso Garcia Cid (PR 445), km 380, Londrina - PR, 86051-980  
luispareja@uel.br

### RESUMO

Em sistemas de distribuição, a coordenação e seletividade das proteções são fundamentais para a melhoria dos indicadores de confiabilidade e segurança. Nestes sistemas, os relés de sobrecorrente são amplamente utilizados. Durante uma falta, a dissipação de energia térmica é elevada. Logo, é importante que os relés atuem rapidamente. O problema da coordenação é linear, desde que sejam conhecidas suas correntes de partida. Neste trabalho é proposta uma metodologia para a coordenação ótima de relés de sobrecorrente, em sistemas radiais, utilizando PLIM (Programação Linear Inteira Mista). Seu principal objetivo é obter os TDSs (*Time Dial Setting*), de forma a minimizar os tempos de operação dos relés, mantendo a seletividade. Foram considerados valores discretos de TDS. Desta forma, o problema passa a ser discreto e pode ser solucionado via PLIM. A metodologia proposta é aplicada com sucesso em um sistema-teste radial contendo cinco relés.

**PALAVRAS CHAVE.** Programação Linear Inteira Mista, Coordenação de Relés de Sobrecorrente, Sistemas de Distribuição.

**Área Principal:** EN - PO na área de Energia.

### ABSTRACT

In distribution systems, the coordination and selectivity of protections are essential for improving reliability and security indicators. In these systems, the overcurrent relays are widely used. During a fault, the heat dissipation is high. Therefore, it is important that the relays act quickly. The problem of coordination is linear, since their pickup currents are known. In this paper, a methodology for the optimal coordination of overcurrent relays, in radial systems using MILP (Mixed-Integer Linear Programming) is proposed. Its main objective is getting the TDSs (Time Dial Setting) to minimize the operating times of relays, keeping the selectivity. Discrete values of TDS were considered. Thus, the problem becomes discrete and can be solved through MILP. The proposed methodology was applied successfully in a radial test-system containing five relays.

**KEYWORDS.** Mixed-Integer Linear Programming, Overcurrent Relay Coordination, Distribution Feeders.

**Main area:** EN - OR in Energy.

## 1. Introdução

Nenhum sistema elétrico está imune à falha. Sua proteção apresenta um papel fundamental na preservação de equipamentos (geradores, chaves seccionadoras, condutores, capacitores, transformadores, etc.) e indivíduos que tem contato com este. Adicionalmente, é necessário garantir o máximo de continuidade do fornecimento de energia elétrica para os consumidores. Interrupções causam prejuízos, tanto para os usuários como para as concessionárias de energia elétrica. Para estas, as interrupções podem significar perdas de faturamento, prejuízo de sua imagem junto aos clientes e até multas fornecidas pela ANEEL (MAMEDE FILHO; MAMEDE, 2011).

Para a reduzir o impacto das faltas no sistema, é necessária que as proteções estejam coordenadas, de forma que dispositivos de proteção instalados em série atuem – ante uma falta – em uma específica sequência de operação. Desta forma, é fundamental que as proteções atendam os seguintes requisitos (URDANETA; NADIRA; PEREZ JIMENEZ, 1988):

- Sensibilidade – o defeito deve ser detectado pelos dispositivos apropriados;
- Seletividade – dispositivos próximos do defeito devem agir primeiro;
- Confiabilidade – a proteção de retaguarda deve agir caso a primária falhe;
- Velocidade – a operação do dispositivo deve ser a mais rápida possível, de modo a prevenir danos no equipamento.

Durante uma falta, uma das principais consequências ao sistema elétrico é a elevação da magnitude da corrente elétrica. Desta forma, é natural que esta grandeza seja um parâmetro para determinar se o sistema sofre um curto-circuito. Os dispositivos mais comuns desta categoria são os relés de sobrecorrente, fusíveis e disjuntores termomagnéticos (ZAPATA; MEJÍA, 2003). A proteção via relés de sobrecorrente é normalmente utilizada como proteção de retaguarda, mas em alguns casos pode ser a única proteção disponível (BEDEKAR; Bhide; KALE, 2009b). Estes relés possuem dois ajustes:  $I_{partida}$  (corrente de partida) e TDS (*Time Dial Setting*). É comum encontrar os valores de  $I_{partida}$  e TDS variarem de 0.25–16.00 A x RTC (Relação de Transformação do transformador de Corrente) e 0.10–2.00, respectivamente, com passos de 0.01 (MAMEDE FILHO; MAMEDE, 2011).

Desde 1988, técnicas determinísticas para a coordenação ótima de relés de sobrecorrente, vem sendo estudadas. No trabalho pioneiro de Urdaneta (1988), o autor formulou a coordenação como um problema de otimização. Também foi demonstrado que, caso as correntes de partida dos relés sejam conhecidas, os valores ótimos de TDS podem ser encontrados utilizando programação linear (PL). O problema foi solucionado com o método Simplex. Chattopadhyay, Sachdev e Sidhu (1996) resolveram o problema utilizando o método Simplex de Duas Fases (PL). Os autores demonstraram como identificar as restrições infactíveis e isolá-las na fase final do algoritmo. Luis e Urdaneta (1998) formularam o problema considerando relés de impedância e sobrecorrente (temporizados e instantâneos). Zapata e Mejía (2003) resolveram o problema para sistemas radiais. Demais trabalhos como os apresentados em (ESTRADA; CARMONA; RUIZ, 2006), (BEDEKAR; Bhide; KALE, 2009a), (BEDEKAR; Bhide; KALE, 2009b) e (NIYOMPANT et al., 2012) solucionaram o problema de coordenação utilizando técnicas de PL.

Em PL, as variáveis são tratadas como contínuas. Nos trabalhos citados acima, os TDSs foram considerados contínuos. Porém, alguns relés não possuem passos de TDSs pequenos o suficiente para que sejam tratados como contínuos. Caso estes sejam simplesmente arredondados para os valores aceitos pelos relés, não é mais possível garantir que esta nova configuração é factível (KOOCHAKI et al., 2008). Deste modo, deve-se tratar o problema como discreto e solucioná-lo via PLIM (Programação Linear Inteira Mista). Este trabalho propõe uma metodologia para resolver o problema da coordenação de relés de sobrecorrente, em sistemas de radiais, considerando os passos discretos de TDS.

O trabalho está dividido em sete seções. A seção 2 expõe uma introdução sobre o funcionamento, parâmetros e equações relativos aos relés de sobrecorrente. A seção 3 apresenta a formulação matemática do problema da coordenação dos relés de sobrecorrente como um problema de otimização (função objetivo e restrições). Esta seção também apresenta a metodologia utilizada

para incluir as restrições dos valores discretos de TDSs ao problema. A seção 4 apresenta os métodos utilizados, bem como os dados do sistema-teste utilizado. A seção 5 apresenta os equacionamentos bem como os resultados alcançados com o uso da metodologia proposta. A seção 6 realiza as discussões sobre os resultados obtidos. A seção 7 é apresentada as conclusões finais sobre o trabalho.

## 2. Relés de Sobrecorrente

Nesta seção, o foco será dado para o relé de sobrecorrente temporizado de tempo inverso. Este opera quando a corrente excede um valor pré-determinado, enviando um sinal para o disjuntor para interromper o circuito. Seu tempo de atuação é inversamente proporcional à intensidade da corrente. Os relés de sobrecorrente podem ser classificados em direcionais e não-direcionais. Estes não levam em consideração o sentido do fluxo da corrente. Uma de suas aplicações é em sistemas radiais de distribuição, nos quais os sentidos dos fluxos das correntes são sempre conhecidos (ANDERSON, 1999).

O relé de sobrecorrente possui dois parâmetros: TDS e  $I_{partida}$ . Sua operação é determinada por equações padronizadas por normas internacionais. As normas mais utilizadas são: IEC, IAC, US e IEEE. Neste trabalho, os relés utilizados seguem as normas IEC 60255-151:2009. As constantes que regem cada tipo de curva são mostradas na Tabela 1. As equações que regem os tempos de atuação são mostradas em (1), (2), (3) e (4). Os ajustes de  $I_{partida}$  escolhidos por (3) poderão ser arredondadas para o próximo valor discreto aceito pelo relé (URDANETA; NADIRA; PEREZ JIMENEZ, 1988).

Tabela 1 - Constantes das curvas exponencial do relé, segundo a norma IEC.

Tipo de curva	a	n
Inversa	0.14	0.02
Muito Inversa	13.50	1.00
Extremamente Inversa	80.00	2.00
Inversa Longa	120.00	1.00

$$t = \frac{a \cdot TDS}{(M^n - 1)} \quad (1)$$

$$M = \frac{I_{cc}}{I_{partida}} \quad (2)$$

$$I_{partida} = FC \cdot I_{carga} \quad (3)$$

$$I_{partida} \leq I_{cc}^{min} \quad (4)$$

sendo que,

$t$  – tempo de operação do relé;  $TDS$  – ajuste de tempo do relé;  $a$  e  $n$  – constantes da curva IEC, dadas pela Tabela 1;  $M$  – múltiplo da corrente de atuação do relé;  $I_{cc}$  – módulo da corrente de curto-circuito;  $FC$  – fator de crescimento de carga;  $I_{partida}$  – corrente de partida do relé;  $I_{carga}$  – corrente de carga;  $I_{cc}^{min}$  – corrente de curto-circuito mínima dentro da zona de proteção do relé.

## 3. Formulação do Problema

### Coordenação de Relés de Sobrecorrente Não-direcionais em Sistemas Radiais

Seja o sistema radial mostrado na Figura 1. Onde  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  referem-se aos relés de sobrecorrente 1, 2 e 3, respectivamente.  $F_1$ ,  $F_2$  e  $F_3$ , correspondem aos locais das faltas no sistema. O relé mais próximo de  $F_3$  é  $R_3$ , sendo que este atua como proteção primária. A proteção de retaguarda é realizada por  $R_2$ . Para a uma falta em  $F_2$ , a proteção primária é feita por  $R_2$  e a de retaguarda, por  $R_1$ . Por fim, em  $F_1$  a única proteção disponível é feita por  $R_1$  e não há proteção de

retaguarda.

Com objetivo de obter a seletividade, para cada falta, a diferença temporal entre as atuações dos relés proteção de retaguarda e primária deve ser maior que o intervalo mínimo de coordenação entre relés ( $\Delta t_{relé}$ ). Normalmente é adotado 0.4s, devido ao tempo de operação do disjuntor, a tolerância do fabricante e o tempo de segurança de projeto ser de aproximadamente 0.13, 0.10 e 0.17s, respectivamente (MAMEDE FILHO; MAMEDE, 2011).

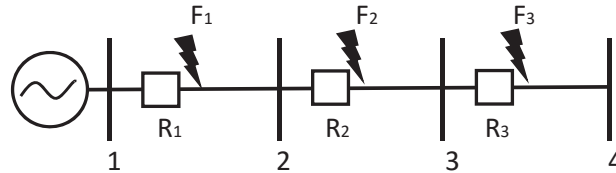


Figura 1 – Sistema radial genérico.

### 3.1 Formulação do Problema Utilizando Programação Linear

Urdaneta e Perez, em 1988, foram os pioneiros em formular o problema da coordenação como um problema de otimização e solucioná-lo via PL. O uso de técnicas de PL mostrou-se interessante devido a sua robustez, velocidade e a alta dimensionalidade dos problemas que a mesma pode trabalhar (URDANETA et al., 1996). A seguir, a coordenação será apresentada como um problema de otimização, contendo uma função objetivo e um conjunto de restrições.

#### Função Objetivo

O tempo no qual o relé leva para atuar em uma falta onde encontra-se instalado, é conhecido como tempo próprio do relé (5). Este sempre ocorre na parte mais baixa da curva inversa, portanto, pode-se utilizá-lo como função objetivo (F.O) a ser minimizada (ZAPATA; MEJÍA, 2003). Assim sendo, a F.O passa a ser minimizar a somatória dos tempos próprios de todos os relés (6). Essa F.O foi utilizada com êxito nos trabalhos de (ZAPATA; MEJÍA, 2003) e (ESTRADA; CARMONA; RUIZ, 2006). Como consequência da minimização dos tempos próprios dos relés, haverá uma minimização da energia térmica dissipada durante uma falta.

$$T_{i,i} = \frac{a \cdot TDS_i}{\left(\frac{Icc_i}{Ipartida_i}\right)^n - 1} \quad (5)$$

$$\min z = \sum_{i=1}^m T_{i,i} \quad (6)$$

sendo que,

$m$  – número de relés;  $TDS_i$  – ajuste de tempo do relé  $i$ ;  $T_{i,i}$  – tempo próprio do relé  $i$ ;  $Icc_i$  – nível de curto-circuito no local onde o relé  $i$  encontra-se instalado;  $Ipartida_i$  – corrente de partida do relé  $i$ .

#### Restrições

A restrição mostrada em (7) refere-se a diferença mínima necessária entre os tempos de atuação dos relés de retaguarda e primária, de modo que estejam coordenados ante uma falta em  $k$ . Esta diferença deve ser superior a  $\Delta t_{relé}$ . Sendo assim, o número de restrições deste tipo é  $m - 1$ , onde  $m$  corresponde ao número de relés. A restrição (8) está relacionada com os limites de excursão de TDS. Neste caso, o problema terá  $m$  restrições deste tipo. A restrição mostrada em (9) refere-se ao tempo de atuação do relé  $i$  para uma falta em  $k$ . Sendo que esta é responsável pela não-linearidade do problema, pois  $TDS_i$  e  $Ipartida_i$  são variáveis desconhecidas. Neste caso, existem

$2m - 1$  restrições deste tipo.

$$T_{j,k} - T_{i,k} \geq \Delta t_{rele} \quad (7)$$

$$TDS_{i,mín} \leq TDS_i \leq TDS_{i,máx} \quad (8)$$

$$T_{i,k} = \frac{a \cdot TDS_i}{\left(\frac{Icc_k}{Ipartida_i}\right)^n - 1} \quad (9)$$

sendo que,

$T_{j,k}$  – tempo de atuação do relé de retaguarda  $j$  do relé  $i$ , para uma falta em  $k$  [s];  $T_{i,k}$  – tempo de atuação do relé de proteção primária  $i$ , para uma falta em  $k$  [s];  $TDS_{i,mín}$  – ajuste de tempo mínimo do relé  $i$ ;  $TDS_{i,máx}$  – ajuste de tempo máximo do relé  $i$ .

### Linearização do Problema

O problema apresentado até o momento é não-linear. Porém, caso as correntes de partida sejam previamente conhecidas, a equação (9) pode ser reescrita como é mostrado em (10) e (11). Desta forma,  $K_{i,k}$  passa a ser uma constante para cada relé  $i$  em cada falta  $k$  e o problema passa a ser linear e pode ser resolvido via técnicas de PL.

$$T_{i,k} = K_{i,k} \cdot TDS_i \quad (10)$$

$$K_{i,k} = \frac{a}{\left(\frac{Icc_k}{Ipartida_i}\right)^n - 1} \quad (11)$$

## 3.2 Coordenação de Relés de Sobrecorrente Considerando Valores Discretos dos TDSs

Nem todos os relés possuem passos de TDS pequenos os suficientes para que possam ser tratados como contínuos. Desta forma, este trabalho propõe estabelecer uma metodologia capaz de tratar o problema da coordenação como discreto, resolvendo-o via PLIM. O algoritmo proposto consiste em dois passos: renumeração e processo iterativo. Sua ideia principal consiste em adicionar restrições de valores discretos de TDS, durante o processo iterativo, numa ordem pré-estabelecida. A seguir a metodologia proposta será detalhada.

### 1º Passo: Renumeração

Este passo consiste em estabelecer uma metodologia sistemática para a análise dos relés, de forma que a proteção primária (“filhos”) possam ser analisados antes da retaguarda (“pais”). Shirmohammadi et al. (1988) propôs uma metodologia para a renumeração de ramos, baseada em camadas, utilizada para a solução do fluxo de potência. Esta metodologia, foi adaptada para a renumeração dos relés. O algoritmo funciona da seguinte forma: a numeração dos relés em uma camada só começa quando os relés da camada anterior já forem numerados. Na Figura 2 é mostrado um exemplo de um sistema com 10 relés renumerados. Pode-se verificar que caso fosse analisados os relés  $R_{10}$ ,  $R_9$ ,  $R_8$ ... $R_1$ , nesta ordem, os relés “filhos” sempre seriam analisados antes os “pais”.

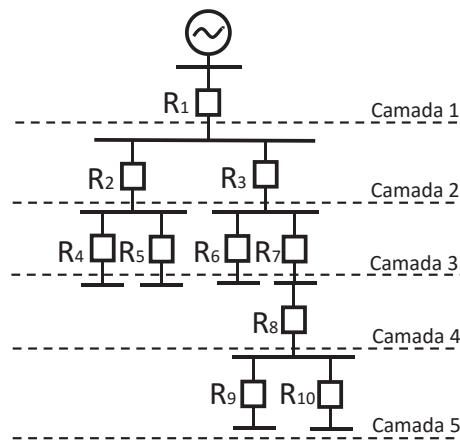


Figura 2 – Renumeração dos relés em camadas.

### 2º Passo: Processo iterativo

Para uma melhor compreensão desta etapa, foi realizado o fluxograma mostrado na Figura 3. Primeiramente, deve-se revolver o problema relaxado via PL, formulado na seção 3.1. O problema é dito relaxado, pois não foram incluídas as restrições dos passos discretos de TDS. Caso o problema seja factível o mesmo pode ser solucionado via PL. Como saída, será fornecido os valores ótimos dos TDSs contínuos. Pelo fato do sistema estar renumerado, o contador  $i$  será iniciado com o número de relés ( $m$ ). Desta forma, os relés “filhos” serão analisados antes dos seus respectivos “pais”. Os passos para acrescentar as restrições de TDSs discretos ao problema são:

- 1) Para o relé  $i$ , é verificado se  $TDS_i$  encontra-se dentro da faixa discreta do permitida pelo mesmo. Caso verdadeiro, vá para o passo 4;
- 2) Adicione a restrição (12) ao problema. Sua função é garantir que  $TDS_i$  esteja dentro da faixa de valores permitidos de TDS;
- 3) O problema da coordenação é resolvido novamente, via PL, considerando a adição da restrição apresentada no passo 2;
- 4) Decrementa o contador  $i$  e volte ao passo 1, até que todos os relés tenham sido analisados.

A restrição (12) funciona da seguinte forma: seja o passo de TDS igual a 0.01 e o valor de  $TDS_i$  de 0.5137. Caso  $TDS_{novo}$  fosse arredondado para o valor factível anterior, no caso 0.51, ocasionaria a descoordenação dos relés. Portanto,  $TDS_{novo}$  deve ser arredondado para o próximo valor factível de TDS, no caso 0.52. Sendo assim, a nova restrição a ser adicionada ao problema de programação linear (PPL) é  $TDS_i = 0.52$ .

$$TDS_i = TDS_{novo} \quad (12)$$

sendo que,

$TDS_{novo}$  – valor de  $TDS_i$  arredondado para o próximo valor discreto permitido pelo relé.

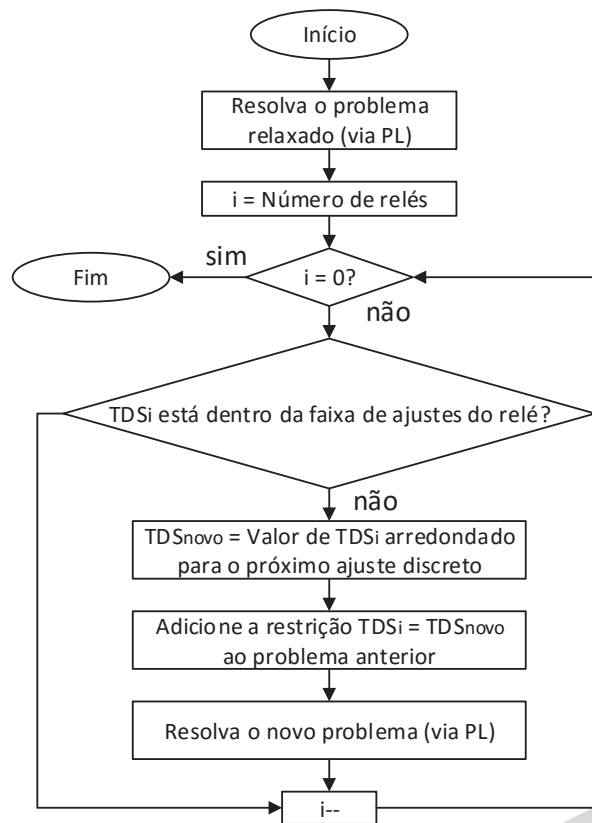


Figura 3 – Fluxograma do 2º passo do algoritmo proposto.

#### 4. Métodos

A coordenação de relés já foi solucionado analiticamente com o Simplex (URDANETA; NADIRA; PEREZ JIMENEZ, 1988), Simplex de Duas Fases (URDANETA et al., 1996), Pontos Interiores (ESTRADA; CARMONA; RUIZ, 2006) e Dual Simplex (BEDEKAR; BHIDE; KALE, 2009b). O foco deste trabalho não está na solução analítica do PPL, pois esta já foi bem explorada em trabalhos anteriores. Desta forma, para a solução PPL, foi utilizado o *solver* interno do *software* MATLAB® (MATrix LABORatory), a função *linprog*. Para utilizar esta função é necessário que o problema de otimização esteja formulado de acordo com (13) a (15).

$$\min f \cdot x \quad (13)$$

$$\text{s.a} \quad A \cdot x \leq b \quad (14)$$

$$A_{eq} \cdot x = b_{eq} \quad (15)$$

sendo que,

$f$  – vetor coluna com os coeficientes da função objetivo;  $x$  – vetor linha de incógnitas dos problema;  $A$  e  $A_{eq}$  – matrizes com coeficientes que representam o lado esquerdo das restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente;  $b$  e  $b_{eq}$  – vetores coluna com os valores que representam o lado direito das restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente.

Com objetivo de demonstrar a metodologia, foi utilizado um sistema-teste de pequeno porte, didático, mostrado na Figura 4. Os valores adotados para FC e  $\Delta t_{relé}$  foram de 1.5 e 0.4s, respectivamente. Os relés utilizados possuem valor mínimo e máximo de TDS de 0.1 e 2, respectivamente, passos de 0.05 e curva IEC muito inversa. O ajuste de  $I_{partida}$  pode variar de 50 a 200% do valor da corrente nominal do transformador de corrente, em passos de 5%. A Tabela 2

mostra os valores de  $RTC$ ,  $I_{carga}$  e  $I_{partida}$  de cada relé. A Tabela 3 contém os valores das correntes de curto-circuito em cada barra do sistema-teste.

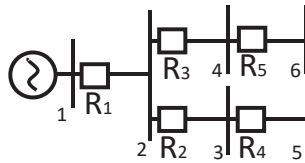


Figura 4 - Sistema-teste radial com cinco relés.

Tabela 2 – Dados de  $RTC$ ,  $I_{carga}$  e  $I_{partida}$  de cada relé do sistema-teste.

	<b>R<sub>1</sub></b>	<b>R<sub>2</sub></b>	<b>R<sub>3</sub></b>	<b>R<sub>4</sub></b>	<b>R<sub>5</sub></b>
<b>RTC</b>	300/5	300/5	100/5	200/5	100/5
<b><math>I_{carga}</math> [A]</b>	199.5	130.8	68.7	100.7	50.0
<b><math>I_{partida}</math> [A]</b>	300	210	105	160	80

Tabela 3 – Dados dos níveis de curto-circuito nas barras do sistema-teste.

	<b>Barra</b>					
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b><math>I_{cc}</math> [A]</b>	1510	1046	500	395	437	292

## 5. Resultados

Nesta secção, será apresentado o passo a passo de como realizar a coordenação ótima dos relés de sobrecorrente, do sistema-teste da Figura 4, considerando passos discretos de TDS.

### Restrições do Problema Relaxado

O *solver* utilizado trabalha com restrições de igualdade (14) e desigualdade com limitante superior (15). Porém, as restrições de desigualdade mostradas em (7) e (8) possuem limitantes inferiores. Sendo necessário converter as restrições de  $\geq$  em  $\leq$ . Para cada par de relés de proteção primária e retaguarda, foi atribuída uma restrição conforme (7), como é mostrado em (16) a (19). As restrições mostradas em (20) a (24) são referentes ao menor TDS aceito pelos relés, conforme (8). Os tempos de atuação dos relés, para faltas dentro da sua zona de proteção, são mostrados em (25) a (33), segundo (10). Para simplificar o problema, não foi considerado o limite máximo de TDS.

$$T_{1,2} - T_{2,2} \geq \Delta t_{relé} \longrightarrow -T_{1,2} + T_{2,2} \leq -0.4 \quad (16)$$

$$T_{1,3} - T_{3,3} \geq \Delta t_{relé} \longrightarrow -T_{1,3} + T_{3,3} \leq -0.4 \quad (17)$$

$$T_{2,3} - T_{3,3} \geq \Delta t_{relé} \longrightarrow -T_{2,3} + T_{3,3} \leq -0.4 \quad (18)$$

$$T_{3,4} - T_{4,4} \geq \Delta t_{relé} \longrightarrow -T_{3,4} + T_{4,4} \leq -0.4 \quad (19)$$

$$TDS_1 \geq TDS_{min} \longrightarrow -TDS_1 \leq -0.1 \quad (20)$$

$$TDS_2 \geq TDS_{min} \longrightarrow -TDS_2 \leq -0.1 \quad (21)$$

$$TDS_3 \geq TDS_{min} \longrightarrow -TDS_3 \leq -0.1 \quad (22)$$

$$TDS_4 \geq TDS_{min} \longrightarrow -TDS_4 \leq -0.1 \quad (23)$$

$$TDS_5 \geq TDS_{min} \longrightarrow -TDS_5 \leq -0.1 \quad (24)$$

$$T_{1,1} = TDS_1 K_{1,1} \longrightarrow T_{1,1} - TDS_1 3.3471 = 0 \quad (25)$$

$$T_{2,2} = TDS_2 K_{2,2} \longrightarrow T_{2,2} - TDS_2 3.3911 = 0 \quad (26)$$



$$T_{3,3} = TDS_3 K_{3,3} \longrightarrow T_{3,3} - TDS_3 1.5064 = 0 \quad (27)$$

$$T_{4,4} = TDS_4 K_{4,4} \longrightarrow T_{4,4} - TDS_4 6.3529 = 0 \quad (28)$$

$$T_{5,5} = TDS_5 K_{5,5} \longrightarrow T_{5,5} - TDS_5 3.4286 = 0 \quad (29)$$

$$T_{1,2} = TDS_1 K_{1,2} \longrightarrow T_{1,2} - TDS_1 5.4290 = 0 \quad (30)$$

$$T_{1,3} = TDS_1 K_{1,3} \longrightarrow T_{1,3} - TDS_1 5.4290 = 0 \quad (31)$$

$$T_{2,4} = TDS_2 K_{2,4} \longrightarrow T_{2,4} - TDS_2 9.7759 = 0 \quad (32)$$

$$T_{3,5} = TDS_3 K_{3,5} \longrightarrow T_{3,5} - TDS_3 4.8879 = 0 \quad (33)$$

### Função Objetivo

Conforme definido em (6), a função objetivo minimiza os tempos próprios dos relés (5), como é apresentado em (34).

$$\text{mín } T_{1,1} + T_{2,2} + T_{3,3} + T_{4,4} + T_{5,5} \quad (34)$$

### Solução do Problema Relaxado

As restrições mostradas em (13), (14) e (15) estão formuladas como matrizes e vetores. Desta forma, o vetor das incógnitas é dado por (35). Já o relacionado com a F.O (34) é mostrado em (36).  $A$  e  $b$ , mostrados em (37) e (38), contém os coeficientes que representam o lado esquerdo e direito, respectivamente, das restrições de desigualdade mostrados em (16) a (24).  $A_{eq}$  e  $b_{eq}$ , mostrados em (40) e (39) contém os coeficientes que representam o lado esquerdo e direito, respectivamente, das restrições de igualdade mostrados em (25) e (33).

Com posse das variáveis de entrada do *solver*, o problema relaxado pode ser solucionado. Na Tabela 4 tem-se os valores de saída deste, os TDSs ótimos contínuos.

Tabela 4 – Valores de TDS do problema relaxado.

TDS <sub>1</sub>	TDS <sub>2</sub>	TDS <sub>3</sub>	TDS <sub>4</sub>	TDS <sub>5</sub>
0.1398	0.1059	0.1520	0.1000	0.1000

$$x = [T_{1,1} \quad T_{2,2} \quad T_{3,3} \quad T_{4,4} \quad T_{5,5} \quad T_{1,2} \quad T_{1,3} \quad T_{2,4} \quad T_{3,5} \quad TDS_1 \quad TDS_2 \quad TDS_3 \quad TDS_4 \quad TDS_5] \quad (35)$$

$$f = [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (36)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$b = [-0.4 \quad -0.4 \quad -0.4 \quad -0.4 \quad -0.1 \quad -0.1 \quad -0.1 \quad -0.1 \quad -0.1]^T \quad (38)$$

$$b_{eq} = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (39)$$

$$A_{eq} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.3471 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.3911 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.5064 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6.3529 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.4286 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -5.4290 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -5.4290 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -9.7759 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -4.8879 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (40)$$

### Método Proposto

A análise começa pelo m-ésimo relé. Contudo,  $TDS_5$  e  $TDS_4$  (ambos iguais a 0.10) já estão dentro da faixa permitida. Sendo assim, foi analisado  $TDS_3$  (0.1520). Os ajustes analisados a cada iteração estão sublinhados na Tabela 5. Os valores mais próximos aceitos por  $R_3$  são 0.15 e 0.20. Deve ser utilizado o valor imediatamente superior, no caso 0.20. Uma vez que, 0.15 ocasionaria infactibilidade, conforme pode ser verificado na Figura 5. Sendo assim, é adicionada ao problema relaxado ( $PL_1$ ), a restrição  $TDS_3 = 0.20$ . Desta forma, é criado um novo problema ( $PL_2$ ) e sua solução é apresentada na Tabela 5. Agora, apenas  $TDS_1$  e  $TDS_2$  estão fora da faixa permitida.

No próximo passo, é analisado  $TDS_2$  (0.1059). Da mesma forma que  $TDS_3$ , deverá ser escolhido o próximo valor permitido, no caso 0.15. A restrição  $TDS_2 = 0.15$  é adicionada ao  $PL_2$ , formando  $PL_3$ . Verificou-se que na solução deste apenas  $TDS_1$  encontra-se fora da faixa.

Por fim,  $TDS_1$  (0.1674) é analisado. O próximo valor factível é 0.2. É adicionada a restrição  $TDS_1 = 0.20$  ao  $PL_3$ , formando o  $PL_4$ . Ao solucioná-lo, todos TDS encontram-se dentro da faixa permitida e o algoritmo é finalizado.

Tabela 5 – Valores dos TDS e F.O para cada solução do problema.

	$PL_1$	$PL_2$	$PL_3$	$PL_4$
$TDS_1$	0.1398	0.1398	<u>0.1674</u>	0.2000
$TDS_2$	0.1059	<u>0.1059</u>	0.1500	0.1500
$TDS_3$	<u>0.1520</u>	0.2000	0.2000	0.2000
$TDS_4$	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000
$TDS_5$	0.1000	0.1000	0.1000	0.1000
F.O [s]	2.0342	2.1066	2.3483	2.4575

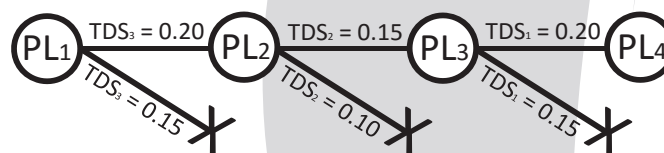


Figura 5 – Adição das restrições e comportamento do processo iterativo.

## 6. Discussões

Para este sistema, a restrição do limite superior de TDS é uma restrição fraca. Sua remoção simplificou o problema sem impactar no resultado final. A metodologia apresentada, assemelha-se ao *Branch and Bound* (Land e Doig, 1960). Porém, com a particularidade de apenas uma das ramificações ser factível (relacionada ao arredondamento para cima). Devido ao PPL fornecer os valores mínimos de TDS, mantendo a seletividade, qualquer valor inferior resultará na perda da seletividade. Como consequência, cada restrição inclusa no problema acarretou na piora

da F.O, conforme pode ser verificado na Tabela 5. O uso de relés renumerados forneceu uma ordem sistemática para a análise dos relés, de forma que cada um foi analisado apenas uma única vez.

Caso o problema fosse tratado como contínuo, os valores de TDS do problema relaxado seriam todos arredondados para os próximos valores permitidos. Desta forma os valores de TDS seriam:  $TDS_1 = 0.15$ ,  $TDS_2 = 0.15$ ,  $TDS_3 = 0.20$ ,  $TDS_4 = 0.1$  e  $TDS_5 = 0.1$ . Porém, ao analisar os valores de  $PL_3$ , verificou-se que se  $TDS_2$  é igual a 0.15,  $TDS_1$  deve ser maior ou igual a 0.1674, para manter a seletividade. Sendo assim, para relés cujos passos de TDS não possam ser tratados como contínuos, é necessário tratar o problema de forma discreta para evitar problemas de descoordenação.

## 7. Conclusões

Neste trabalho foi apresentada uma metodologia para a coordenação ótima relés de sobrecorrente, em sistemas radiais, utilizando técnicas de programação linear inteira mista (PLIM). A coordenação ótima é aquela que minimiza os tempos de atuação dos relés, sem perder a seletividade. No caso das correntes de partida serem previamente conhecidas, o problema passa a ser linear e pode ser solucionado via programação linear (PL). Assim, as incógnitas do problema são os TDSs (*Time Dial Setting*). Foi evidenciado que a solução via PL está restrita a TDSs contínuos. Sendo assim, foi proposta uma metodologia que considera os passos discretos de TDS.

Foi proposto um algoritmo iterativo que adiciona restrições referentes aos passos discretos de TDSs ao problema de PL. Desta forma, foi possível contornar os problemas de descoordenação causados pelo arredondamento dos TDSs, quando os mesmos são tratados como contínuos. Assim sendo, foi possível obter os valores ótimos discretos de TDS. A metodologia proposta foi aplicada com sucesso em um sistema-teste radial, composto por cinco relés de sobrecorrente.

## Agradecimentos

A CAPES/CNPq pelo apoio financeiro.

## Referências

- Anderson, P. M.** *Power System Protection*. Wiley-IEEE Press. United States of America. 1999.
- Koochaki, A., Asadi, M.R., Askarian Abyaneh, H., Mahmoodan, M. e Naghizadeh, R.A.** (2008). Optimal Overcurrent relays coordination using genetic algorithm, *Optimization of Electrical and Electronic Equipment, 2008. OPTIM 2008. 11th International Conference on*, vol., no., pp.197,202, 22-24.
- Bedekar, P., Bhide, S. e Kale, V.** (2009a). Coordination of overcurrent relays in distribution system using linear programming technique, *Control, Automation, Communication and Energy Conservation, 2009. INCACEC 2009. 2009 International Conference on*, vol., no., pp.1,4, 4-6.
- Bedekar, P. P., Bhide, S. R. e Kale, V. S.** (2009b). Optimum Coordination of Overcurrent Relays in Distribution System Using Dual Simplex Method. *2009 Second International Conference on Emerging Trends in Engineering & Technology*, p. 555–559.
- Estrada, N., Carmona, O. e Ruiz, A.** (2006). Coordinación de relés de sobrecorriente usando el Método de Optimización de Puntos Interiores. *Scientia et Technica*, n. 32, p. 25–30.
- Land, A. H. e Doig, A. G.** (1960). An automatic method for solving discrete programming problems. *Econometrica*, v. 28, n. 3, p. 497–520.
- Luis, G. P. e Urdaneta, A. J.** (1998). Optimal Coordination of Directional Overcurrent Relays. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 14, n. 4, p. 1276–1284.
- Mamede Filho, J. e Mamede, D. R.** (2011). *Proteção de Sistemas Elétricos de Potência*. 1a. ed. Rio de Janeiro: LTC.
- Niyomphant, S., Kulworawanichpong, T., Leeton, U. e Chomnawang, N.** (2012). Application of linear programming for optimal coordination of directional over-current relays. *2012 9th International Conference on Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications*

and *Information Technology*, p. 1–4.

**Chattopadhyay, B., Sachdev, M. S., Sidhu, T. S.** (1996). An online relay coordination algorithm for adaptive protection using linear programming technique. v. 11, n. 1, p. 165–173.

**Shirmohammadi, D., Hong, H.W., Semlyen, A. e Luo, G.X.** (1988). Compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 3, n. 2, p. 753–762.

**Urdeneta, A.J., Restrepo, H., Marquez, S. e Sanchez, J.** (1996). Coordination of directional overcurrent relay timing using linear programming. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 11, n. 1, p. 122–128, 1996.

**Urdeneta, A. J., Nadira, R. e Perez Jimenez, L. G.** (1988). Optimal coordination of directional overcurrent relays in interconnected power systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 3 n. 3, n. 3, p. 903–911.

**Zapata, C. J. e Mejía, G. E.** (2003). Coordinación de Relés de Sobrecorriente en Sistemas Radiales Utilizando Programación Lineal. *Scientia Et Technica*, v. 22.

