

CONDIÇÕES DE EQUILÍBRIO E BALANCEAMENTO EM PROBLEMAS DE EMPACOTAMENTO: LEVANTAMENTO E DISCUSSÃO

Leonardo Junqueira

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção - Universidade Nove de Julho
Av. Francisco Matarazzo, 612, 05001-100, Água Branca, São Paulo - SP - Brasil
leonardo.junqueira@ununove.br

Thiago Alves de Queiroz

Unidade de Matemática e Tecnologia - Universidade Federal de Goiás / Regional Catalão
Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, 1120, 75704-020, Setor Universitário, Catalão - GO - Brasil
taq@ufg.br

RESUMO

Este trabalho apresenta um levantamento da literatura sobre condições de equilíbrio e balanceamento em problemas de empacotamento. Em particular, são considerados apenas problemas de empacotamento retangulares e ortogonais, que normalmente incluem problemas de carregamento de caixas sobre paletes ou dentro de contêineres, mas também podem envolver o carregamento de contêineres em navios e aviões, com ênfase nos casos tridimensionais. As condições de equilíbrio e balanceamento, por sua vez, remetem diretamente a duas restrições de suma importância na prática destes problemas, nomeadamente a restrição de estabilidade de carga e a restrição de distribuição de peso. Além de um levantamento e organização dos trabalhos que envolvem estas restrições, também é apresentada uma discussão sobre as limitações que eles trazem junto com tais restrições. O trabalho aponta direções promissoras para a realização de pesquisas futuras neste tema.

PALAVRAS CHAVE. Problemas de Empacotamento, Estabilidade de Carga, Distribuição de Peso.

L&T – Logística e Transportes

ABSTRACT

This study presents a literature survey concerning equilibrium and balancing conditions in packing problems. In particular, we consider only rectangular and orthogonal packing problems, which normally include problems of packing boxes onto pallets or inside containers, as well as the stowage of containers in cargo ships and aircrafts, with emphasis on the three-dimensional cases. The equilibrium and balancing conditions, in their turn, refer directly to constraints of great practical importance, namely the load stability constraints and the weight distribution constraints. Besides the literature survey on these constraints, we also present a discussion about limitations faced by authors when dealing with such constraints. This study also points out promising topics for future research.

KEYWORDS. Packing Problems, Cargo Stability, Weight Distribution.

L&T – Logistics and Transport

1. Introdução

O problema de arranjar objetos menores (*itens*) dentro de objetos maiores (*recipientes*) resulta em um problema que surge em diferentes contextos, seja ao tentar guardar objetos pessoais dentro de uma gaveta ou em uma empresa de transporte que deseja carregar um caminhão baú com centenas ou milhares de caixas. Naturalmente, situações como estas trazem à tona problemas de empacotamento. Nestes problemas deve-se decidir como arranjar uma coleção de itens observando algum critério, como utilizar o menor número de recipientes, ou arranjar um subconjunto destes itens em apenas um recipiente, ou ainda utilizar a menor parte de um recipiente. Além disso, um problema de empacotamento (arranjar itens em recipientes) pode ser visto como um problema de corte (cortar recipientes para obter os itens) do ponto de vista teórico, embora na prática envolvam situações bastante distintas.

As questões de equilíbrio e balanceamento surgem naturalmente em problemas de empacotamento, devido à ação sempre presente de forças físicas (por exemplo, a gravidade, o vento, entre outras) que atuam nos itens e/ou recipientes. Entretanto, uma parcela significativa da literatura não considera a presença delas, seja por dificuldade em modelá-las apropriadamente no contexto do problema, ou até mesmo pela não necessidade real de considerá-las. Por isso, existe a necessidade de se fazer um levantamento da literatura sobre elas que, no futuro, pode incluir questões de fragilidade, uma vez que todas compartilham da mesma teoria mecânica.

Em linhas gerais, a condição de equilíbrio para um empacotamento, comumente referenciada na literatura como restrição de estabilidade de carga (*load stability*) impõe que os itens não venham a se deslocar, tombar ou rotacionar considerando a ação de forças físicas, em especial a própria força peso dos itens (Queiroz e Miyazawa, 2014). Por outro lado, a condição de balanceamento, referenciada na literatura como restrição de distribuição de peso (*weight distribution*), está relacionada com a distribuição de peso dos itens de forma que o centro de massa (ou de gravidade) do empacotamento fique “próximo” de um ponto ideal ou dentro de uma região de segurança (Queiroz e Miyazawa, 2013).

Este estudo considera apenas problemas de empacotamento retangulares e ortogonais, isto é, em que os itens e recipientes devem ter formas retangulares (por exemplo, paralelepípedos), e os itens devem ser arranjados com seus lados paralelos aos lados do recipiente, dando ênfase ao empacotamento tridimensional. Esta delimitação normalmente inclui, na prática, problemas de carregamento de caixas sobre paletes ou dentro de contêineres, mas também problemas de carregamento de contêineres em navios e aviões. Neste artigo é apresentado um levantamento da literatura sobre trabalhos que consideram condições de equilíbrio e balanceamento em problemas de empacotamento tridimensional (com três dimensões relevantes). Também conta com alguns exemplos de casos bidimensionais (com apenas duas dimensões relevantes). Uma discussão sobre limitações de algumas destas abordagens é apresentada com destaque para pesquisas futuras.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. Na Seção 2 são apresentados conceitos e definições gerais sobre equilíbrio mecânico e estados de equilíbrio. Na Seção 3 é apresentado um levantamento da literatura em problemas de empacotamento sobre duas restrições práticas que envolvem situações de equilíbrio e balanceamento. Na Seção 4 é apresentada uma discussão sobre simplificações feitas pela literatura para tratar as restrições práticas levantadas na Seção 3. Finalmente, na Seção 5 são apresentadas as conclusões do trabalho e algumas perspectivas de pesquisas futuras.

2. Equilíbrio Mecânico: Conceitos e Definições

Os conceitos e definições a seguir foram baseados nos trabalhos de Riley et al. (2001), Beer et al. (2008) e Hibbeler (2010). O estudo do movimento de corpos sujeitos à ação de forças ocorre na área da mecânica das ciências físicas. Os corpos podem ser rígidos ou deformáveis e, assim, estarem em repouso ou velocidade constante (envolve o campo da estática), ou estarem em um movimento acelerado (envolve o campo da dinâmica). Assim, a estática pode ser vista como um caso particular da dinâmica em que o corpo possui aceleração nula.

Os corpos são formados por um aglomerado de partículas. Uma partícula possui massa,

mas tem tamanho desprezível, de forma que a sua geometria não precisa ser levada em consideração. Em um corpo rígido, as partículas mantêm as suas distâncias mesmo quando há a aplicação de forças, isto é, o corpo não muda de forma, ao contrário de um corpo deformável, que sofre alteração em sua forma devido à ação de forças.

Alguns conceitos que aparecem neste estudo são o de massa e o de força. A massa é a medida da quantidade de matéria usada para comparar a ação de um corpo com a de outro. Por outro lado, a força é uma grandeza que está associada com um “empurrão” ou “puxão”, sendo caracterizada por uma intensidade, direção, sentido e ponto de aplicação. Diz-se que uma força é concentrada quando a sua atuação supostamente ocorre em um ponto do corpo, ou seja, a sua área de aplicação é pequena comparada ao tamanho do corpo.

Ao considerar que existe uma atração gravitacional entre quaisquer duas partículas, obtém-se uma força para a partícula, denominada de peso, que associa a massa da partícula com a aceleração da gravidade na superfície da Terra (comumente adotada como $g = 9,81 \text{ m/s}^2$). Assim, para uma partícula i , seu peso é calculado como $p_i = m_i g$ (N) e está distribuído sobre toda a sua extensão. Vários tipos de força podem atuar em um corpo, como as de atrito (quando o corpo se move em relação a outro), centrípeta (quando altera a direção da velocidade do corpo), magnética (quando envolve as propriedades magnéticas do corpo), elétrica (quando o corpo está carregado com uma carga elétrica), entre outras.

Uma vez que um corpo sofre a atuação da gravidade, cada partícula que o constitui possui uma força peso específica. Para situações bem estabelecidas (sistema de forças concorrentes, coplanares e paralelas), este conjunto de forças pode ser substituído por uma única força peso resultante que atua em um ponto específico do corpo, chamado de centro de gravidade. Se o corpo é homogêneo, feito do mesmo material e está localizado dentro de um campo gravitacional uniforme, o centro de gravidade coincide com o seu centro geométrico (centroide).

Com base nisso, é possível definir o centro de massa de um corpo, constituído de um conjunto de partículas, como o ponto em que toda a massa do corpo passa a estar supostamente concentrada. Assim, para um corpo composto de n partículas, cada uma com posição r_i e massa m_i , o seu centro de massa corresponde ao ponto $CM = \sum_i m_i r_i / \sum_i m_i$, com relação a um dado eixo de referência.

O estudo da mecânica é baseado nas três leis do movimento de Newton, dado um sistema de referência inercial (não acelerado), a saber:

- Primeira Lei: uma partícula continuará em repouso ou movendo-se em linha reta, com velocidade constante, caso não sofra a ação de uma força de desequilíbrio;
- Segunda Lei: a força em uma partícula é proporcional ao produto de sua aceleração pela sua massa, ou seja, a mudança de movimento da partícula é proporcional à força aplicada;
- Terceira Lei: a toda força de ação existe uma de reação (mesma direção, mas opostas) de igual intensidade.

Para que uma partícula ou corpo rígido mantenha-se em equilíbrio, é preciso satisfazer a Primeira Lei do movimento de Newton. No caso de uma partícula, a soma de todas as forças, em todas as direções, que atuam sobre ela deve resultar em zero. Esta é uma condição necessária e suficiente para o equilíbrio estático, pois acarreta em aceleração nula dada a Segunda Lei. Consequentemente, a partícula permanece em repouso (estando originalmente em repouso), ou tem velocidade constante (estando originalmente em movimento). Assim, as equações que devem ser satisfeitas para manter o equilíbrio são $\sum \vec{F} = \vec{0}$ (soma das forças que agem no corpo é igual a zero) e $\sum \vec{M}_O = \vec{0}$ (soma dos momentos para todas as forças que agem no corpo, em relação a um ponto O , é igual a zero).

A diferença que surge ao estudar o equilíbrio de um corpo rígido ou deformável ocorre na consideração de forças externas e/ou internas. No caso de corpos rígidos, considera-se apenas a ação de forças externas, uma vez que se assume que o corpo não deformará sob a ação destas

forças, ou seja, permanecerá rígido (por exemplo, corpos cujo material seja concreto ou aço, de forma que a deformação é desprezível). Por outro lado, em corpos deformáveis, as forças internas existentes influenciam as condições de equilíbrio e devem ser consideradas, como é o caso das forças normal, de cisalhamento, de torção e de momento fletor, dificultando o estudo do equilíbrio. Por isso, é comum assumir que os corpos são rígidos (com algum erro), para não ser preciso entrar no estudo de resistência dos materiais, que leva em consideração as características do material que constitui o corpo.

O equilíbrio, definido nessas condições, refere-se tanto ao caso estático, como ao caso dinâmico. Em outras palavras, o equilíbrio é estático quando o objeto (ou seja, uma partícula ou um corpo) está no estado de repouso. No caso dinâmico, o objeto possui velocidade constante, ou seja, assume um movimento retilíneo uniforme (isto é, desloca distâncias iguais em intervalos de tempo iguais). Assim, objetos que possuem aceleração diferente de zero estão em desequilíbrio, uma vez que contrariam a Primeira Lei do movimento de Newton.

Uma importante propriedade de equilíbrio diz respeito à *estabilidade*. Existem três casos (*estados de equilíbrio*) para uma configuração de equilíbrio, a saber:

- Equilíbrio Indiferente (ou Neutro): o objeto permanece em equilíbrio após sofrer um pequeno deslocamento de sua posição de equilíbrio original;
- Equilíbrio Instável: o objeto se desloca para uma posição distante de sua posição de equilíbrio original após sofrer um pequeno deslocamento.
- Equilíbrio Estável: o objeto retorna para a sua posição de equilíbrio original mesmo após sofrer um pequeno deslocamento;

A partir dos conceitos descritos, podem-se descrever as condições para que um sistema, formado por um conjunto de partículas (ou corpos rígidos) que se relacionam, esteja em equilíbrio. Ou seja, um sistema está em equilíbrio quando o mesmo não rotaciona ou não se move de forma alguma, podendo apenas sofrer translação com velocidade constante (e, portanto, aceleração nula). Logo, a força resultante e o momento resultante do sistema são nulos.

3. Equilíbrio e Balanceamento em Problemas de Empacotamento

Bortfeldt e Wäscher (2013), em sua recente revisão da literatura sobre restrições em problemas de carregamento de contêineres, classificam a estabilidade de carga e a distribuição de peso em classes distintas de restrições. As restrições de estabilidade de carga são classificadas como “restrições relacionadas ao carregamento” (*load-related constraints*), pois estão relacionadas ao resultado do processo de empacotamento, enquanto as restrições de distribuição de peso são classificadas como “restrições relacionadas ao contêiner” (*container-related constraints*). Embora classificadas em classes distintas, ambas as restrições possuem muitas similaridades, pois utilizam os conceitos e definições da mecânica estabelecidos na Seção 2.

3.1 Restrições de Estabilidade de Carga

Restrições de estabilidade de carga têm sido extensivamente consideradas pela literatura. Carregamentos instáveis podem resultar em danificação da carga ou mesmo em acidentes com o pessoal envolvido durante o transporte e/ou carregamento/d Descarregamento da carga (Bortfeldt e Wäscher, 2013). As restrições de estabilidade são normalmente divididas em estabilidade vertical (ou estática) e estabilidade horizontal (ou dinâmica). A estabilidade vertical está relacionada à capacidade das caixas em um carregamento de resistirem à atuação da aceleração da gravidade sobre seus corpos (tipicamente em uma situação em que o objeto está parado), enquanto a estabilidade horizontal está relacionada à capacidade das caixas em um carregamento de resistirem à atuação da inércia dos seus próprios corpos (tipicamente em uma situação em que o objeto está em movimento) (Junqueira et al., 2010).

Carpenter e Dowsland (1985) foram possivelmente os primeiros autores que elaboraram medidas de avaliação da estabilidade de carga. Considerando o caso do carregamento de caixas sobre paletes, os autores sugerem três critérios para avaliar a estabilidade de carga. O primeiro critério especifica que cada caixa deve ter sua base em contato com pelo menos duas outras caixas da camada de baixo (ou com a base do palete). Este critério visa impedir que colunas de

caixas que possuam pouco ou nenhum “entrelaçamento” com as demais caixas sejam criadas, o que poderia tornar o carregamento instável quando o palete fosse transportado. O segundo critério especifica que cada caixa deve ter pelo menos um percentual da sua área da base suportada pela camada de baixo (ou pela base do paleta). Este critério visa impedir que uma dada caixa não tenha a maior parte da sua base suportada, o que poderia fazer com que as caixas desmoronassem. O terceiro critério especifica que planos verticais (cortes guilhotinados) entre caixas não devem se estender por mais que um dado percentual máximo do comprimento ou da largura da pilha de caixas. Este critério, muito similar ao primeiro, visa impedir que grandes blocos independentes de caixas sejam criados, o que também poderia tornar o carregamento instável quando o paleta fosse transportado. Notadamente, o primeiro e o terceiro critérios estão mais relacionados à estabilidade horizontal, enquanto o segundo critério está diretamente relacionado à estabilidade vertical.

Bischoff (1991), também para o caso do carregamento de caixas sobre paletes, considera os mesmos três critérios propostos por Carpenter e Dowland (1995) para avaliar a estabilidade de carga. Adicionalmente, o autor avalia diferentes configurações de camadas de caixas (por exemplo, em U e em T) e conclui que configurações de camadas em T permitem a construção de padrões de empacotamento mais estáveis que configurações de camadas em U .

Bischoff e Ratcliff (1995), para o caso do carregamento de caixas dentro contêineres, sugerem duas medidas para avaliar a estabilidade de carga. A primeira medida diz respeito ao número médio de caixas que suportam as bases de outras caixas que não estão posicionadas diretamente sobre o piso do contêiner (quanto maior este número melhor). A segunda medida diz respeito ao percentual médio de caixas que não possuem pelo menos três faces laterais apoiadas por outras caixas (quanto menor este número melhor). Notadamente, estas duas medidas estão mais relacionadas à estabilidade horizontal.

Ainda no caso do carregamento de caixas dentro de contêineres, a maior parte dos trabalhos optou por tratar a estabilidade vertical levando em consideração o percentual mínimo da área da base das caixas que deve ser suportada ao impor um fator de suporte. Com base neste critério, que é similar ao segundo critério sugerido por Carpenter e Dowland (1985) para o caso do carregamento de caixas sobre paletes, é possível distinguir duas situações comumente exploradas: o suporte total (*full support*), em que o fator de suporte é 100%, ou seja, a área da base de cada caixa deve estar totalmente suportada, e o suporte parcial, em que é considerado um percentual menor do que 100% para o suporte da área da base de cada caixa.

O suporte total tem sido largamente adotado pela literatura como, por exemplo, em Bischoff e Ratcliff (1995), Davies e Bischoff (1999), Bortfeldt e Gehring (2001), Eley (2002), Gehring e Bortfeldt (2002), Moura e Oliveira (2005, 2009), Araújo e Armentano (2007), Christensen e Rousøe (2009), Fanslau e Bortfeldt (2010), Gonçalves e Resende (2012), Junqueira et al. (2012), Zhu e Lim (2012), Bortfeldt e Homberger (2013) e Araya e Riff (2014). O suporte parcial também tem sido adotado em muitos trabalhos, embora não haja um consenso na literatura sobre qual percentual mínimo da área da base das caixas deve ser suportada. Alguns autores adotaram o percentual mínimo de 85% (Bischoff, 1991), de 80% (Christensen e Rousøe, 2009), e de 70% (Gehring e Bortfeldt, 1997; Fanslau e Bortfeldt, 2010). Toda uma literatura que combina problemas de roteamento de veículos com problemas de carregamento de caixas dentro de contêineres adotou o percentual mínimo de 75% (Gendreau et al., 2006; Tarantilis et al., 2009; Fuellerer et al., 2010; Bortfeldt, 2012; Zhu et al., 2012; Ceschia et al., 2013; Ruan et al., 2013; Bortfeldt et al., 2015; Tao e Wang, 2015).

Alguns autores optaram por considerar, mais especificamente, que um percentual mínimo de 55% de cada uma das dimensões da base das caixas deve estar suportado (Bortfeldt et al., 2003; Mack et al., 2004). Outros autores optaram por considerar que o percentual mínimo de suporte da área da base de uma dada caixa deve se dar não apenas em relação às caixas imediatamente abaixo e em contato com a caixa, mas também em relação à todas as caixas que estão abaixo da caixa até o piso do contêiner (Mack et al., 2004; Ceschia et al., 2013). Ainda no caso do suporte parcial, alguns autores optaram, adicionalmente, por avaliar a estabilidade do carregamento com base nas duas medidas sugeridas por Bischoff e Ratcliff (1995).

É interessante notar que, tanto no caso do suporte total quanto no caso do suporte parcial, a medida de estabilidade é colocada *a priori*, isto é, tanto um modelo matemático quanto um método de solução devem contemplar as medidas que foram prescritas. Isto faz com que a restrição seja verificada no sentido “forte”. Por outro lado, alguns trabalhos da literatura (Carpenter e Dowsland, 1985; Bischoff, 1991; Parreño et al., 2008, 2010) apresentam procedimentos de pós-processamento, notadamente de “compactação” do carregamento, para tentar melhorar a estabilidade do carregamento. Ou seja, a medida de estabilidade é colocada *a posteriori*, o que faz com que a restrição seja verificada no sentido “fraco”.

Um primeiro trabalho a apresentar o estudo da estabilidade baseado na mecânica dos corpos rígidos foi feito por Silva et al. (2003) para o caso do carregamento de caixas dentro de contêineres. Para um item estar estável, os autores impõem que uma das três condições a seguir deve ser satisfeita: o item deve estar diretamente sobre o piso do contêiner; o item deve ter o seu centro de gravidade projetado diretamente sobre um outro item abaixo e em contato direto com ele; o item deve ter o seu centro de gravidade com projeção em um plano que conecta pelo menos dois outros itens que suportam ele. Nota-se que, mesmo cada item satisfazendo uma das condições anteriores, ainda é possível ter o empacotamento como um todo não satisfazendo o equilíbrio. Para tanto, Silva et al. (2003) impõem, para que o empacotamento permaneça em equilíbrio estável, que o momento resultante dos itens empacotados com relação ao centro de gravidade do empacotamento seja nulo. Assim, o sistema que representa o empacotamento passa a ser visto como um conjunto de partículas que exercem momento sobre o centro de gravidade do empacotamento. Os autores usam a rotina para checar a estabilidade a cada tentativa de empacotar um item, dado um conjunto de pontos disponíveis, primeiro satisfazendo uma das três condições e, em seguida, verificando a condição que impuseram para equilíbrio estável. Caso o item, empacotado em um dado ponto, faça com que o empacotamento (parcial) como um todo fique instável (em uma situação de desequilíbrio), tenta-se empacotar o item em outro ponto ou mesmo empacotar outro item.

Queiroz e Miyazawa (2014) propõem uma metodologia que segue as condições de equilíbrio de corpos rígidos para um problema de empacotamento em duas dimensões (os autores assumem que os itens têm o mesmo comprimento, logo, com uma dimensão desprezada, apenas a largura e a altura dos itens são relevantes). A metodologia destes autores é mais conservadora, uma vez que a análise do equilíbrio é feita individualmente para cada item e os itens que o suportam diretamente (abaixo e em contato direto, que são chamados de itens adjacentes), diferentemente de Silva et al. (2003), que verificam a estabilidade do empacotamento como um todo a partir do seu centro de gravidade. Assim, Queiroz e Miyazawa (2014) impõem que o empacotamento deve ser dado *a priori*, uma vez que a estabilidade é colocada *a posteriori*. Em linhas gerais, a proposta de Queiroz e Miyazawa (2014) analisa três situações de itens adjacentes: um item possui apenas um outro item adjacente, incorrendo em apenas uma força de reação (contato entre os itens); um item possui exatamente dois outros itens adjacentes, incorrendo em duas forças de reação; o item possui três ou mais itens adjacentes. Para a última situação, os autores recorrem ao estudo de teoria de vigas e resistência dos materiais para lidar com o grau de indeterminação que surge no sistema.

A estratégia de Ramos et al. (2014) segue a metodologia de Queiroz e Miyazawa (2014), com diferença particular no método aplicado para lidar com o grau de indeterminação do sistema. Além disso, Ramos et al. (2014) propõe o cálculo do polígono de suporte como melhoria para a proposta de Silva et al. (2003) em relação a obtenção do plano que conecta pelo menos dois outros itens que suportam ele.

3.2 Restrições de Distribuição de Peso

Restrições de distribuição de peso, também comumente conhecidas como *restrições de balanço (ou balanceamento) de carga*, têm sido consideradas em menor escala pela literatura que restrições de estabilidade de carga. Estas restrições, genericamente, implicam que o peso da carga seja, na medida do possível, uniformemente distribuído sobre o piso do objeto (Bortfeldt e Wäscher, 2013). Cargas melhor balanceadas diminuem os riscos de deslocamento dentro do

recipiente, o que poderia resultar em acidentes quando o objeto é içado (por exemplo, por um guindaste) ou quando o mesmo é submetido a forças laterais (por exemplo, um caminhão em curva).

No caso do carregamento de caixas dentro de contêineres, a literatura normalmente estipula que a distância entre as coordenadas do centro de massa (ou de gravidade) e do centro geométrico não deve exceder um dado percentual das dimensões do contêiner. No entanto, não há um consenso na literatura sobre qual deve ser este percentual máximo da distância entre o centro de massa e o centro geométrico. Alguns autores mencionam que é desejável que a distância entre o centro de massa e o centro geométrico não seja maior que um dado percentual ou valor. Ou seja, a medida de distribuição de peso é colocada *a posteriori*, o que faz com que a restrição seja verificada no sentido “fraco”. Bortfeldt e Gehring (2001) e Costa e Captivo (2014), por exemplo, sugerem que a distância entre os dois centros seja de no máximo 1% em ambas as direções da base do contêiner.

Outros autores simplesmente reportam um percentual ou valor médio da distância entre o centro de massa e o centro geométrico, sem preocupações adicionais quanto à viabilidade prática desta distância. Este é o caso, por exemplo, dos trabalhos de Gehring e Bortfeldt (1997), que reportam distâncias menores que 5% (para a maioria dos experimentos) e em torno de 10% (para um experimento com caixas relativamente mais densas) em ambas as direções da base do contêiner, e Davies e Bischoff (1999), que reportam distâncias menores que 12% (para a direção longitudinal do contêiner) e menores que 10% (para a direção lateral do contêiner). Os trabalhos de Eley (2002), Techanitisawad e Tangwiwatwong (2004) e Liu et al. (2011) não reportam uma estimativa de pior caso para a distância entre o centro de massa e o centro geométrico.

A maior parte dos trabalhos apresenta procedimentos de pós-processamento, normalmente envolvendo permutações, trocas e reflexões de camadas, pilhas ou blocos de caixas, para verificar a distribuição de peso. Por outro lado, alguns trabalhos, notadamente baseados em modelos de programação matemática, colocam *a priori* medidas de distribuição de peso, o que faz com que a restrição seja verificada no sentido “forte”. Este é o caso, por exemplo, dos trabalhos de Chen et al. (1995), Fasano (2004, 2008), Baldi et al. (2012) e Moon e Nguyen (2014). Chen et al. (1995) apresentam uma restrição de distribuição de peso apenas para a direção longitudinal do contêiner (embora uma restrição análoga para a direção lateral também possa ser facilmente derivada), mas os autores não estipulam quanto deve ser a distância máxima entre o centro de massa e o centro geométrico. Fasano (2004, 2008), Baldi et al. (2012) e Moon e Nguyen (2014), por outro lado, prescrevem um “domínio” tridimensional dentro do qual o centro de massa deve estar. No caso dos trabalhos de Baldi et al. (2012) e Moon e Nguyen (2014), a distância entre o centro de massa e o centro geométrico deve ser de no máximo 50% em ambas as direções da base do contêiner, enquanto na direção da altura o centro de massa deve estar entre o piso do contêiner e o centro geométrico. No caso do trabalho de Fasano (2008), a distância entre o centro de massa e o centro geométrico deve ser de no máximo 1 unidade em cada uma das direções, o que equivale a menos de 3% no pior caso. O trabalho de Fasano (2004) não menciona valores para a distância máxima entre o centro de massa e o centro geométrico.

Queiroz e Miyazawa (2013) resolvem o mesmo problema de Queiroz e Miyazawa (2014), um problema de empacotamento em duas dimensões, combinando o balanceamento com restrições de ordem (*multi-drop requirements*) e o balanceamento com as questões de fragilidade dos itens. Em ambos os casos, o empacotamento está balanceado quando o seu centro de massa está dentro de uma região limite, sendo o balanceamento tratado *a priori*. Pela particularidade do problema resolvido, a região limite adotada impõe que a distância entre o centro geométrico e o centro de massa do empacotamento pode ser de no máximo 15% na direção da largura. Estes autores também estudaram o impacto no balanceamento quando o empacotamento final é desfeito à medida que clientes são visitados em uma rota de distribuição, ou seja, no caso em que há perda de massa no empacotamento e os itens remanescentes devem ser redistribuídos para ainda atender o balanceamento.

Um caso particular da restrição de distribuição de peso, especificamente no caso do modal de transporte rodoviário, é a restrição de distribuição de peso por eixos. Considerando

limites máximos para o peso por eixo, Lim et al. (2013) apresentam métodos de solução heurísticos para o problema de carregamento de contêiner, enquanto Pollaris et al. (2014) apresentam modelos de programação matemática para o problema de roteamento de veículos e carregamento de paletes. Restrições de distribuição de peso também ocorrem envolvendo outros modais de transporte, como o marítimo e o aéreo. No primeiro caso, contêineres marítimos devem ser carregados em navios porta-contêineres, enquanto no segundo caso contêineres aéreos (também conhecidos como *unit load devices* – ULDs) devem ser carregados em aviões de carga.

No caso do carregamento de contêineres em navios, as preocupações acerca do equilíbrio e do balanceamento estão normalmente relacionadas a três medidas. A primeira delas, similar à considerada no caso do carregamento de caixas dentro de contêineres, é a distância entre as coordenadas do centro de massa (ou de gravidade) e do metacentro do navio, também conhecida como *altura metacêntrica*. O metacentro é determinado pela razão entre a resistência inercial do navio e o volume do mesmo. As outras duas medidas são o ângulo de inclinação (*list*) lateral do navio e a distância de inclinação (*trim*) longitudinal do mesmo. De modo a garantir a estabilidade do navio, normalmente deseja-se maximizar a distância entre o centro de massa e o metacentro, e minimizar o ângulo de inclinação lateral e a distância de inclinação longitudinal do navio. Trabalhos que consideraram alguma destas medidas incluem, por exemplo, Ambrosino et al. (2004), Imai et al. (2006), Sciomachen e Tanfani (2007) e Øvstebø et al. (2011).

No caso do carregamento de contêineres em aviões, as preocupações acerca do equilíbrio e do balanceamento normalmente recaem muito mais ao longo da direção longitudinal do avião do que ao longo da direção lateral do mesmo. A medida de estabilidade ao longo da direção longitudinal do avião leva em consideração a distância entre as coordenadas do centro de massa (ou de gravidade) e do ponto neutro (uma posição na qual a estabilidade é neutra) do avião. Esta distância normalmente é dada em termos de um percentual da corda aerodinâmica média (*mean aerodynamic chord* – MAC). Um aspecto importante é que os limites máximos para esta distância variam conforme o tempo de voo, dependendo da quantidade de combustível no avião. Por outro lado, a medida de estabilidade ao longo da direção lateral do avião simplesmente leva em consideração a diferença de peso entre os dois lados do mesmo. Trabalhos que consideraram alguma destas medidas incluem, por exemplo, Mongeau e Bès (2003), Limbourg et al. (2012), Vancroonenburg et al. (2014) e Lurkin e Schyns (2015).

É interessante notar que, tanto no caso de navios quanto de aviões que transportam contêineres, devido à padronização internacional destes dispositivos de unitização de carga, as possíveis posições para arranjo dos contêineres dentro de navios e aviões são pré-estabelecidas. Isto normalmente faz com que a complexidade do padrão de carregamento seja reduzida, muitas vezes se limitando a evitar que mais que um contêiner ocupe uma dada posição dentro do navio ou avião.

4. Limitações Existentes e Discussão

A partir do conceito de equilíbrio definido na Seção 2 e o seu estudo na literatura de problemas de empacotamento, propõe-se a seguinte definição para estabilidade de carga: um empacotamento está em equilíbrio quando o sistema físico que o descreve está em equilíbrio, isto é, o sistema satisfaz a Primeira Lei do movimento de Newton. Para o caso do balanceamento de carga, tem-se: um empacotamento está com o seu peso corretamente distribuído quando o seu centro de massa permanece a uma distância permitida de um dado ponto ideal, ou dentro de uma região de segurança.

O sistema físico que representa o empacotamento deve ser constituído por um conjunto de corpos (rígidos ou deformáveis) que compartilham uma superfície de contato (item em contato com outro item, ou item em contato com o recipiente). Numa representação mais simplista, pode-se assumir cada item como uma partícula cujas forças atuam em seu centro de massa, como foi feito por Silva et al. (2003). Todavia, esta análise é limitada de acordo com o número de equações de equilíbrio disponíveis, assim como ocorre para corpos rígidos. Em outras palavras, estes dois casos funcionam quando o número de itens que suportam algum outro item é menor ou igual ao número de equações de equilíbrio disponíveis. Quando o número de itens de suporte é

maior, deve-se adotar corpos deformáveis para lidar com o grau de indeterminação que surge no sistema. Queiroz e Miyazawa (2014) e Ramos et al. (2014) fizeram isso para um problema de empacotamento bidimensional e tridimensional, respectivamente.

Como Ramos et al. (2014) resolvem o caso tridimensional, eles recorrem ao Método das Forças, enquanto o Método da Equação dos Três Momentos utilizado em Queiroz e Miyazawa (2014) não se mostrou de aplicação direta para lidar com o caso tridimensional. Até onde se tem conhecimento, esses são os dois trabalhos da literatura, além do trabalho de Silva et al. (2003), que efetivamente usaram os conceitos de equilíbrio de corpos rígidos para lidar com a estabilidade.

Com relação à consideração de um fator de suporte para impor estabilidade em um empacotamento, esta estratégia normalmente limita o número de padrões de empacotamento. Além disso, não é possível estabelecer um fator que seja único para qualquer exemplar do problema, quanto mais um fator que garantirá o equilíbrio.

Por outro lado, com relação aos trabalhos que partiram dos conceitos de equilíbrio de corpos rígidos, a proposta de Silva et al. (2003) tem uma limitação devido à representação do empacotamento como um sistema de partículas e, assim, as reações de apoio que surgem a partir da superfície de contato direto entre itens são desprezadas (Terceira Lei do movimento de Newton). Além disso, a terceira condição imposta pelos autores para verificar o equilíbrio de um item não é trivial de ser verificada e eles não fornecem detalhes sobre como isto foi feito.

Ambos Queiroz e Miyazawa (2014) e Ramos et al. (2014) têm em suas propostas que todo o conjunto de forças precisa ser recalculado a medida que um novo item é empacotado a fim de checar se o empacotamento como um todo está em equilíbrio. Conseqüentemente, o custo computacional cresce de acordo com o número de itens e de equações de equilíbrio que precisam ser resolvidas. Outra limitação diz respeito aos métodos utilizados para resolver os casos em que o sistema é indeterminado, uma vez que tratam os elementos do sistema como discretos e, assim, a precisão depende fortemente da discretização assumida.

Outrossim, não existe na literatura qualquer proposta de um conjunto completo de desigualdades que possam ser usadas dentro de modelos de programação linear inteira. A proposta existente é a de se utilizar uma rotina para verificar a estabilidade sempre que um empacotamento viável está disponível e, então, inserir um plano de corte para os casos de instabilidade. No caso particular do trabalho de Ramos et al. (2014), tais autores não dão detalhes de como o Método das Forças foi utilizado para computar as forças do sistema, em particular, não indicam como o sistema foi discretizado e, conseqüentemente, quais hipóteses foram adotadas, dificultando bastante a reprodução da sua metodologia por interessados no tema.

Naturalmente, algumas oportunidades de pesquisa que a literatura pode explorar no estudo da estabilidade são: aprofundar o estudo do fator de suporte de acordo com o problema de empacotamento a ser resolvido, buscando estipular fatores condizentes com a realidade das empresas de transporte; investigar uma metodologia que permita verificar a estabilidade de um empacotamento como um todo sem ter que recalculas as forças do sistema toda vez que um item é empacotado, ou demonstrar que isto não é possível a partir da teoria disponível; estudar o impacto do método utilizado para resolver os casos indeterminados, avaliando a razão entre o esforço computacional e a precisão requerida para garantir o equilíbrio; e propor e avaliar desigualdades válidas em modelos de programação linear inteira para garantir a estabilidade em problemas de empacotamento.

No que tange a consideração da restrição de distribuição de peso, a literatura tem conseguido lidar satisfatoriamente com ela em problemas de empacotamento. Em outras palavras, é fácil verificar se um empacotamento satisfaz uma distribuição de peso para um dado percentual de distância, ou até mesmo incluir desigualdades válidas para este tipo de restrição em modelos de programação linear inteira. Por outro lado, uma oportunidade de pesquisa que a literatura pode explorar diz respeito à determinação de percentuais de distância (ou regiões de segurança) de acordo com o modal de transporte e a sua natureza operacional. Assim, impor que o centro de massa do empacotamento coincida com o centro geométrico do recipiente ou esteja a uma distância muito pequena acaba sendo bastante restritivo durante a geração dos padrões de

empacotamento e, inclusive, pode não fazer sentido quando questões de estabilidade são desprezadas.

5. Conclusões

Este trabalho apresentou um levantamento da literatura em problemas de empacotamento que consideram duas restrições de suma importância na prática, nomeadamente a restrição de estabilidade de carga e a restrição de distribuição de peso. Ambas as restrições, embora classificadas pela literatura especializada em classes distintas, possuem forte correlação, uma vez que se baseiam em conceitos e definições provenientes da mecânica de corpos materiais.

Ao levantamento da literatura, seguiu-se uma discussão versando sobre limitações encontradas na maioria dos trabalhos ao considerar condições de equilíbrio e balanceamento nos referidos problemas. Observa-se que, no caso da restrição de estabilidade de carga, ainda é preciso um maior aprofundamento por parte da literatura, em particular na proposição de algoritmos exatos para problemas de empacotamento, baseados ou não na resolução de modelos de programação linear inteira, que possam por sua vez lidar com as condições de equilíbrio durante a construção da solução. No caso da restrição de distribuição de peso, ainda cabe a investigação com maior rigor da influência dos percentuais de distância entre centro de massa e centro geométrico com base no modal de transporte utilizado. Como pesquisas futuras, pretende-se aprofundar a revisão da literatura para discutir o impacto destas restrições em navios e aviões. Além disso, pretende-se propor uma classificação para os trabalhos de acordo com tipo de abordagem utilizada.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o apoio financeiro recebido das fundações de amparo à pesquisa FAPEG e FAPESP e do CNPq.

Referências

- Ambrosino, D., Sciomachen, A. e Tanfani, E.** (2004), Stowing a containership: the master bay plan problem. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 38 (2), 81-99.
- Araújo, O. C. B. e Armentano, V. A.** (2007), A multi-start random constructive heuristic for the container loading problem. *Pesquisa Operacional*, 27 (2), 311-331.
- Araya, I. e Riff, M. C.** (2014), A beam search approach to the container loading problem. *Computers and Operations Research*, 43, 100-107.
- Baldi, M. M., Perboli, G. e Tadei, R.** (2012), The three-dimensional knapsack problem with balancing constraints. *Applied Mathematics and Computation*, 218 (19), 9802-9818.
- Beer, F. P., Johnston Jr., E. R., De Wolf, J. T. e Mazurek, D. F.**, *Mechanics of Materials*. McGraw-Hill Science/Engineering/Math, 5 edição, 2008.
- Bischoff, E. E.** (1991), Stability aspects of pallet loading. *OR Spectrum*, 13 (4), 189-197.
- Bischoff, E. E. e Ratcliff, M. S. W.** (1995), Issues in the development of approaches to container loading. *Omega*, 23 (4), 377-390.
- Bortfeldt, A.** (2012), A hybrid algorithm for the capacitated vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints. *Computers and Operations Research*, 39 (9), 2248-2257.
- Bortfeldt, A. e Gehring, H.** (2001), A hybrid genetic algorithm for the container loading problem. *European Journal of Operational Research*, 131 (1), 143-161.
- Bortfeldt, A. e Homberger, J.** (2013), Packing first, routing second - a heuristic for the vehicle routing and loading problem. *Computers and Operations Research*, 40 (3), 873-885.
- Bortfeldt, A. e Wäscher, G.** (2013), Constraints in container loading – a state-of-the-art review. *European Journal of Operational Research*, 229 (1), 1-20.
- Bortfeldt, A., Gehring, H. e Mack, D.** (2003), A parallel tabu search algorithm for solving the container loading problem. *Parallel Computing*, 29 (5), 641-662.
- Bortfeldt, A., Hahn, T., Männel, D. e Mönch, L.** (2015), Hybrid algorithms for the vehicle routing problem with clustered backhauls and 3D loading constraints. *European Journal of Operational Research*, 243 (1), 82-96.

- Carpenter, H. e Dowsland, W. B.** (1985), Practical considerations of the pallet-loading problem. *Journal of the Operational Research Society*, 36 (6), 489-497.
- Ceschia, S., Schaerf, A. e Stütze T.** (2013), Local search techniques for a routing-packing problem. *Computers and Industrial Engineering*, 66 (4), 1138-1149.
- Chen, C. S., Lee, S. M. e Shen, Q. S.** (1995), An analytical model for the container loading problem. *European Journal of Operational Research*, 80 (1), 68-76.
- Christensen, S. G. e Rousøe, D. M.** (2009), Container loading with multi-drop constraints. *International Transactions in Operational Research*, 16 (6), 727-743.
- Costa, M. G. e Captivo, M. E.** (2014), Weight distribution in container loading: a case study. *International Transactions in Operational Research*, DOI: 10.1111/itor.12145.
- Davies, A. P. e Bischoff, E. E.** (1999), Weight distribution considerations in container loading. *European Journal of Operational Research*, 114 (3), 509-527.
- Eley, M.** (2002), Solving container loading problems by block arrangement. *European Journal of Operational Research*, 141 (2), 393-409.
- Fanslau, T. e Bortfeldt, A.** (2010), A tree-search algorithm for solving the container loading problem. *INFORMS Journal on Computing*, 22 (2), 222-235.
- Fasano, G.** (2004), A MIP approach for some practical packing problems: balancing constraints and tetris-like items. *4OR*, 2 (2), 161-174.
- Fasano, G.** (2008), MIP-based heuristic for non-standard 3D-packing problems. *4OR*, 6 (3), 291-310.
- Fuellerer, G., Doerner, K. F., Hartl, R. F. e Iori, M.** (2010), Metaheuristics for vehicle routing problems with three-dimensional loading constraints. *European Journal of Operational Research*, 201 (3), 751-759.
- Gehring, H. e Bortfeldt, A.** (1997), A genetic algorithm for solving the container loading problem. *International Transactions in Operational Research*, 4 (5-6), 401-418.
- Gehring, H. e Bortfeldt, A.** (2002), A parallel genetic algorithm for solving the container loading problem. *International Transactions in Operational Research*, 9 (4), 497-511.
- Gendreau, M., Iori, M., Laporte, G. e Martello, S.** (2006), A tabu search algorithm for a routing and container loading problem. *Transportation Science*, 40 (3), 342-350.
- Gonçalves, J. F. e Resende, M. G.** (2012), A parallel multi-population biased random-key genetic algorithm for a container loading problem. *Computers and Operations Research*, 39 (2), 179-190.
- Hibbeler, R. C.**, *Statics & Mechanics of Materials*. Prentice Hall, 3 edição, 2010.
- Imai, A., Sasaki, K., Nishimura, E. e Papadimitriou, S.** (2006), Multi-objective simultaneous stowage and load planning for a container ship with container rehandle in yard stacks. *European Journal of Operational Research*, 171 (2), 373-389.
- Junqueira, L., Morabito, R. e Yamashita, D. S.** (2010), Modelos de otimização para problemas de carregamento de contêineres com considerações de estabilidade e de empilhamento. *Pesquisa Operacional*, 30 (1), 73-98.
- Junqueira, L., Morabito, R. e Yamashita, D. S.** (2012), Three-dimensional container loading models with cargo stability and load bearing constraints. *Computers and Operations Research*, 39 (1), 74-85.
- Lim, A., Ma, H., Qiu, C. e Zhu, W.** (2013), The single container loading problem with axle weight constraints. *International Journal of Production Economics*, 144 (1), 358-369.
- Limbourg, S., Schyns, M. e Laporte, G.** (2012), Automatic aircraft cargo load planning. *Journal of the Operational Research Society*, 63 (9), 1271-1283.
- Liu, J., Yue, Y., Dong, Z., Maple, C. e Keech, M.** (2011), A novel hybrid Tabu Search approach the container loading. *Computers and Operations Research*, 38 (4), 797-807.
- Lurkin, V. e Schyns, M.** (2015), The airline container loading problem with pickup and delivery. *European Journal of Operational Research*, 244 (3), 955-965.
- Mack, D., Bortfeldt, A. e Gehring, H.** (2004), A parallel hybrid local search algorithm for the container loading problem. *International Transactions in Operational Research*, 11 (5), 511-533.
- Mongeau, M. e Bès, C.** (2003), Optimization of aircraft container loading. *IEEE Transaction on*

Aerospace and Electronic Systems, 39 (1), 140-150.

Moon, I. e Nguyen, T. V. L. (2014), Container packing problem with balance constraints. *OR Spectrum*, 36 (4), 837-878.

Moura, A. e Oliveira, J. F. (2005), A GRASP approach to the container-loading problem. *IEEE Intelligent Systems*, 4 (20), 50-57.

Moura, A. e Oliveira, J. F. (2009), An integrated approach to the vehicle routing and container loading problems. *OR Spectrum*, 31 (4), 775-800.

Øvstebø, B. O., Hvattum, L. M. e Fagerholt, K. (2011), Routing and scheduling of RoRo ships with stowage constraints. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 19 (6), 1225-1242.

Parreño, F., Alvarez-Valdez, R., Tamarit, J. M. e Oliveira, J. F. (2008), A maximal-space algorithm for the container loading problem. *INFORMS Journal on Computing*, 20 (3), 412-422.

Parreño, F., Alvarez-Valdez, R., Oliveira, J. F. e Tamarit, J. M. (2010), Neighborhood structures for the container loading problem: a VNS implementation. *Journal of Heuristics*, 16 (1), 1-22.

Pollaris, H., Braekers, K., Caris, A., Janssens, G. K. e Limbourg, S. (2014), Capacitated vehicle routing problem with sequence based pallet loading and axle weight constraints. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, DOI: 10.1007/s13676-014-0064-2.

Queiroz, T. A. e Miyazawa, F. K. (2013), Two-dimensional strip packing problem with load balancing, load bearing and multi-drop constraints. *International Journal of Production Economics*, 145 (2), 511-530.

Queiroz, T. A. e Miyazawa, F. K. (2014), Order and static stability into the strip packing problem. *Annals of Operations Research*, 223 (1), 137-154.

Ramos, A. G., Oliveira, J. F., e Lopes, M. (2014), A physical packing sequence algorithm for the container loading problem with static mechanical equilibrium conditions. *International Transactions in Operational Research*, DOI: 10.1111/itor.12124.

Riley, W. F., Sturges, L. D. e Morris, D. H., *Statics and Mechanics of Materials: An Integrated Approach*. John Wiley & Sons, 2 edição, 2001.

Ruan, Q., Zhang, Z., Miao, L. e Shen, H. (2013), A hybrid approach for the vehicle routing problem with three-dimensional loading constraints. *Computers and Operations Research*, 40 (6), 1579-1589.

Sciomachen, A. e Tanfani, E. (2007), A 3D-BPP approach for optimising stowage plans and terminal productivity. *European Journal of Operational Research*, 183 (3), 1433-1446.

Silva, J. L. C., Soma, N. Y. e Maculan, N. (2003), A greedy search for the three-dimensional bin packing problem: the packing static stability case. *International Transactions in Operational Research*, 10 (2), 141-153.

Tao, Y. e Wang, F. (2015), An effective tabu search approach with improved loading algorithms for the 3L-CVRP. *Computers and Operations Research*, 55, 127-140.

Tarantilis, C., Zachariadis, E. e Kiranoudis, C. (2009), A hybrid metaheuristic algorithm for the integrated vehicle routing and three-dimensional container-loading problem. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 10 (2), 255-271.

Techanitisawad, A. e Tangwiwatwong, P. (2004), A GA-based heuristic for the interrelated container selection loading problems. *Industrial Engineering and Management Systems*, 3 (1), 22-37.

Vancroonenburg, W., Verstichel, J., Tavernier, K. e Berghe, G. V. (2014), Automatic air cargo selection and weight balancing: a mixed integer programming approach. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 65, 70-83.

Zhu, W. e Lim, A. (2012), A new iterative-doubling greedy-lookahead algorithm for the single container loading problem. *European Journal of Operational Research*, 222 (3), 408-417.

Zhu, W., Qin, H., Lim, A. e Wang, L. (2012), A two-stage tabu search algorithm with enhanced packing heuristics for the 3L-CVRP and M3L-CVRP. *Computers and Operations Research*, 39 (9), 2178-2195.