

## **FUNÇÃO PENALIDADE POLINOMIAL E SENOIDAL PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO REATIVO COM VARIÁVEIS DISCRETAS**

**Daisy Paes Silva**

Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, UNESP - Univ Estadual Paulista  
Av. Eng. Luiz Edmundo C. Coube, 14-01, 17033-360, Bauru, SP, Brasil  
[daisypaess@gmail.com](mailto:daisypaess@gmail.com)

**Edilaine Martins Soler**

Departamento de Matemática, Faculdade de Ciências, UNESP - Univ Estadual Paulista  
Av. Eng. Luiz Edmundo C. Coube, 14-01, 17033-360, Bauru, SP, Brasil  
[edilaine@fc.unesp.br](mailto:edilaine@fc.unesp.br)

### **RESUMO**

O problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo é um importante problema da área de engenharia elétrica. Este problema é modelado matematicamente como um problema de programação não linear, não convexo, com restrições de igualdade e desigualdade, e com variáveis discretas e contínuas. Propomos neste trabalho uma nova abordagem para resolver este problema, esta abordagem trata as variáveis discretas *taps* dos transformadores por meio de uma função penalidade senoidal e as variáveis discretas *shunt* por meio de uma função penalidade polinomial. Testes numéricos preliminares com os sistemas elétricos IEEE 14 e 30 Barras são apresentados.

**PALAVRAS CHAVE. Fluxo de Potência Ótimo, Variáveis Discretas, Função Penalidade.**

**Área principal: PO na Área de Energia**

### **ABSTRACT**

The Reactive Optimal Power Flow problem is an important problem in the electrical engineering area. This problem is modeled mathematically as a nonlinear programming problem, nonconvex, with equality and inequality constraints, and with discrete and continuous variables. In this paper, we propose a new approach to solve this problem, this approach handles the transformers tap discrete variables by a sine penalty function and the shunt discrete variables by a polynomial penalty function. Initial numerical tests with the electrical systems IEEE 14 and 30 Bus are presented.

**KEYWORDS. Optimal Power Flow, Discrete Variables, Penalty Function.**

**Main area: OR in Energy**

## 1. Introdução

A energia elétrica é uma das fontes de energia mais utilizadas no mundo, sendo assim é um dos recursos que influenciam a qualidade de vida e o desenvolvimento econômico de uma população. Os sistemas elétricos de potência têm o dever de fornecer energia elétrica para a população no momento solicitado.

O propósito de um problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) é determinar o estado de um sistema de transmissão de energia elétrica que otimize um dado desempenho deste sistema e satisfaça suas restrições físicas e operacionais. Este problema tem sido estudado há mais de 50 anos. A partir do trabalho de Carpentier (1962) inúmeros trabalhos com diferentes formulações e abordagens para a resolução do problema de FPO foram publicados. O problema de FPO considerado neste trabalho é o problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo (FPOR), o qual é um caso específico do problema de FPO, em que os controles associados à Potência Ativa são fixos e somente são consideradas as variáveis associadas à Potência Reativa.

O problema de FPOR é modelado matematicamente como um problema de programação não linear, não convexo, com restrições de igualdade e desigualdade, e com variáveis discretas e contínuas. Devido a essas características que dificultam a obtenção de soluções ótimas, vários métodos de otimização tem sido propostos para resolução deste problema. No entanto, na maioria das abordagens, a natureza discreta das variáveis deste problema é desprezada, resolve-se um problema contínuo e as soluções obtidas são arredondadas para valores discretos. Sabe-se que arredondar soluções para obter soluções inteiras (ou discretas) não é um método eficiente para obter-se a solução ótima de um problema de otimização com variáveis inteiras e/ou discretas.

O tratamento eficiente das variáveis discretas em problemas de FPO tem sido reconhecido como um problema desafiador e tem recebido significativa atenção desde o final da década de 1980 (Tinney *et al.* (1988), Papalexopoulos *et al.* (1989)), desde então abordagens de solução, considerando as variáveis destes problemas tem sido propostas: Métodos de Pontos Interiores e suas variações (Soler *et al.* (2012)), Planos de Corte (Ding e Wang (2004) e L. Liu *et al.* (2009)), Método da Função Lagrangiana Aumentada Barreira Modificada (Adibi *et al.* (2003)), Algoritmos Genéticos (Bakirtzis *et al.* (2002), Enxame de Partículas Híbrido (Alrashidi e EL-Hawary (2007)), Métodos de Penalidade (E. Liu (1992)), entre outros. Dentre estes trabalhos destacamos os trabalhos que utilizaram funções penalidade para tratar as variáveis discretas de problemas de FPO. E. Liu (1992) utilizaram uma função penalidade que é uma aproximação linear da penalidade quadrática, M. Liu *et al.* (2002) incorporaram uma função penalidade quadrática e não diferenciável em um algoritmo de pontos interiores, Soler *et al.* (2012) utilizaram uma função penalidade senoidal e diferenciável para obrigar as variáveis a assumirem valores discretos.

Nesta linha, neste trabalho é apresentada uma abordagem de solução para ajustar as variáveis de controle discretas associadas aos *taps* de transformadores em fase e chaveamentos de bancos de capacitores e reatores *shunt* no problema de FPOR via função penalidade. Como as variáveis de controle associadas aos *taps* dos transformadores devem ser ajustadas por passos discretos constantes e os elementos *shunt* devem ser ajustadas por passos discretos distintos, funções penalidade senoidais, apresentadas em Soler *et al.* (2012), são utilizadas para tratar as variáveis discretas *taps* dos transformadores, e funções penalidade polinomiais, obtidas por interpolação polinomial são apresentadas para tratamento das variáveis discretas associadas aos bancos *shunt*. As funções penalidade são incorporadas na função objetivo do problema original e todas as variáveis são consideradas contínuas. Assim, uma sequência de problemas penalizados contínuos é obtida cujas soluções convergem para a solução do problema original. Os problemas contínuos são resolvidos pelo Método do Gradiente Reduzido Generalizado proposto por Drud (1985) e implementado no *solver* CONOPT (Drud (1994) e Drud (1996)).

Este artigo está organizado como segue: na Seção 2 é apresentada a formulação matemática do problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo, na Seção 3 a abordagem de solução proposta é descrita, na Seção 4 estão os resultados numéricos, na Seção 5 a análise dos

resultados obtidos e, finalmente na Seção 6 são apresentadas as considerações finais.

## 2. O problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo

O problema de Fluxo de Potência Ótimo Reativo é modelado matematicamente como um problema de programação não linear com variáveis discretas e contínuas e pode ser representado como:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } f(V, \theta, t) \\
 & \text{s.a. : } \begin{cases} \Delta P_i(V, \theta, t) = 0, i = 1, 2, \dots, NBCCR \\ \Delta Q_j(V, \theta, t, b^{sh}) = 0, j = 1, 2, \dots, NBC \\ \underline{Q}_k \leq Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) \leq \overline{Q}_k, k = 1, 2, \dots, NBCR \\ \underline{V}_m \leq V_m \leq \overline{V}_m, m = 1, 2, \dots, NB \\ t_l \in \{t_l, t_l + p, t_l + 2p, \dots, t_l + kp\}, l = 1, 2, \dots, NT, k \in \mathbb{N} \\ b_q^{sh} \in D_{b_q^{sh}}, q \in \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_{NBSS}\} \end{cases} \quad (1)
 \end{aligned}$$

em que:

$NBCCR$  é o número de barras de carga e de controle de reativos;

$NBC$  é o número de barras de carga;

$NBCR$  é o número de barras de controle de reativo;

$NB$  é o número de barras do sistema elétrico;

$NT$  é o número de transformadores com controle de *tap*;

$\{t_l, t_l + p, t_l + 2p, \dots, t_l + kp\}$  é o conjunto de valores discretos que o *tap* do transformador  $l$  pode assumir,  $p$  representa o tamanho do passo discreto;

$NBSS$ : é o número de barras conectadas com susceptância *shunt*;

$\{q_1, q_2, q_3, \dots, q_{NBSS}\}$ : conjunto de barras com susceptância *shunt* tal que  $\{q_1, q_2, q_3, \dots, q_{NBSS}\} \subset \{1, 2, 3, \dots, NB\}$ ;

$\underline{Q}_k, \overline{Q}_k$  são os limites mínimos e máximos de geração de potência reativa;

$\underline{V}_p, \overline{V}_p$  são os limites mínimos e máximos das magnitudes das tensões;

### Variáveis:

$V = (V_1, V_2, \dots, V_{NB})^t$  é o vetor das magnitudes de tensão nas barras  $1, 2, \dots, NB$ ;

$\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{NB})^t$  é o vetor dos ângulos de tensão nas barras  $1, 2, \dots, NB$ ;

$t = (t_1, t_2, \dots, t_{NT})^t$  é o vetor dos *taps* dos transformadores  $1, 2, \dots, NT$ ;

A seguir são descritas as funções que aparecem no Problema (1), para isso considere:

$\Omega$  o conjunto de todas as linhas de transmissão;

$\Omega_k$  o conjunto de todas as barras vizinhas à barra  $k$ ;

$g_{km}, b_{km}, b_{km}^{sh}$  a condutância e as susceptâncias da linha  $km$ ;

$P_k^G, P_k^C$  as potências ativas geradas e consumidas, respectivamente;

$Q_k^G, Q_k^C$  as potências reativas geradas e consumidas, respectivamente.

Com isso tem-se:

A função escalar  $f(V, \theta, t)$  representa as perdas de potência ativa na transmissão e é dada por:

$$f(V, \theta, t) = \sum_{km \in \Omega} g_{km} (V_k^2 + V_m^2 - 2V_k V_m \cos \theta_{km}) \quad (2)$$

$$\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$$

As equações de balanço do sistema elétrico são dadas por:

- Balanço de potência ativa pra as barras de carga e de controle reativo:

$$\Delta P_i(V, \theta, t) = P_i^G - P_i^C - \sum_{m \in \Omega_i} P_{im}(V, \theta, t) = 0 \quad (3)$$

$$P_{im} = (t_{im} V_i)^2 g_{im} - (t_{im} V_i) V_m (g_{im} \cos \theta_{im} + b_{im} \text{sen} \theta_{im})$$

- Balanço de potência reativa para as Barras de carga:

$$\Delta Q_j(V, \theta, t) = Q_j^G - Q_j^C - \sum_{m \in \Omega_j} Q_{jm}(V, \theta, t) = 0 \quad (4)$$

$$Q_{jm} = -(t_{jm} V_j)^2 (b_{jm} + b_{jm}^{sh}) + (t_{jm} V_j) V_m (b_{jm} \cos \theta_{jm} - g_{jm} \text{sen} \theta_{jm})$$

- Geração de potência reativa injetada nas Barras de controle de reativo:

$$Q_k(t, V, \theta, b^{sh}) = Q_k^C - b_k^{sh} V_k^2 + \sum_{m \in \Omega_k} [-(t_{km} V_k)^2 (b_{km} + b_{km}^{sh}) + (t_{km} V_k) V_m (b_{km} \cos \theta_{km} - g_{km} \text{sen} \theta_{km})] \quad (5)$$

A seguir apresentamos o método de solução proposto neste trabalho para resolver o problema de FPOR com variáveis de controle discretas e contínuas.

### 3. Método de Solução

Consideremos o problema de FPOR representado como um problema de programação não linear com variáveis discretas e contínuas como dado em (1).

Para tratar as variáveis discretas *taps* dos transformadores, as quais devem ser ajustadas por passos discretos constantes, ou seja, regularmente espaçados, utilizaremos uma função penalidade senoidal, como dado em (6), apresentada em Soler *et al.* (2012).

$$\phi(t) = \sum_{l=1}^{NT} \left[ \text{sen} \left( \frac{t_l}{p} \pi + \alpha \right) \right]^2 \quad (6)$$

em que  $\alpha$  representa uma constante  $0 \leq \alpha < \pi$ , determinada de modo que  $\phi(t) = 0$ , se e somente se,  $t$  assume somente valores discretos.

Para tratar as variáveis discretas susceptância *shunt*, as quais devem ser ajustadas por passos discretos distintos, propomos neste trabalho utilizar um polinômio tal que  $p_{qi}(b_{qi}^{sh}) = 0$  para  $b_{qi}^{sh} \in D_{b_{qi}^{sh}}$ . O polinômio  $p_{qi}(b_{qi}^{sh})$  é obtido por interpolação polinomial, utilizando-se a Forma de Lagrange (Rugiero e Lopes (2009)). Os pontos interpolados são os valores do conjunto de valores discretos da susceptância *shunt*, tomados como raízes da função polinomial. Além disso, é inserido um ponto intermediário com valor não nulo na função polinomial para assegurar que ela não seja nula em todos os pontos do seu domínio. Em seguida, eleva-se a função obtida ao quadrado para que as raízes sejam também pontos de mínimo desta função. Obtemos assim, uma função penalidade polinomial  $\omega(b^{sh})$  dado por (7):

$$\omega(b_{qi}^{sh}) = [p_{qi}(b_{qi}^{sh})]^2 \quad (7)$$

Destaca-se que:

- as funções penalidade  $\phi(t)$  e  $\omega(b_{qi}^{sh})$  são contínuas e diferenciáveis;
- $\phi(t) = 0$ , se e somente se, os *taps* pertencerem aos conjuntos discretos  $\{t_l, t_l + p, t_l + 2p, \dots, t_l + kp\}$ , e  $\phi(t) > 0$ , caso contrário;
- $\omega(b_{qi}^{sh}) = 0$ , se e somente se  $b_{qi}^{sh} \in D_{b_{qi}^{sh}}$ , e  $\omega(b_{qi}^{sh}) > 0$ , caso contrário.

Deste modo, propomos neste trabalho resolver uma sequência de problemas contínuos como (8). Inicia-se o processo com parâmetros de penalidade  $\gamma_i$  e  $\gamma_{qi}$ , para  $i=1,2,\dots,NBSS$ , suficientemente baixos, de forma que as funções penalidade não tenham influência na característica do problema. Então, aumentam-se gradativamente os parâmetros de penalidade até

que as variáveis discretas assumam valores suficientemente próximos aos valores discretos desejados. As soluções dos problemas (8) convergem para a solução do problema (1). Para resolver os problemas da forma de (8) propomos usar o Método do Gradiente Reduzido Generalizado proposto por Drud (1985) e implementado no *solver* CONOPT (Drud (1994) e Drud (1996)).

$$\begin{aligned}
 & \text{Min } f(V, \theta, t) + \gamma_t \phi(t) + \sum_{i=1}^{NBSS} \gamma_{q_i} \omega(b_{q_i}^{sh}) \\
 & \text{s.a.: } \begin{cases} \Delta P_i(V, \theta, t) = 0, i = 1, 2, \dots, NBCCR \\ \Delta Q_j(V, \theta, t, b^{sh}) = 0, j = 1, 2, \dots, NBC \\ \underline{Q}_k \leq Q_k(V, \theta, t, b^{sh}) \leq \overline{Q}_k, k = 1, 2, \dots, NBCR \\ \underline{V}_m \leq V_m \leq \overline{V}_m, m = 1, 2, \dots, NB \\ \underline{t}_l \leq t_l \leq \overline{t}_l + kp, l = 1, 2, \dots, NT, k \in \mathbb{N} \\ \underline{b}_q^{sh} \leq b_q^{sh} \leq \overline{b}_q^{sh}, q \in \{q_1, q_1, q_1, \dots, q_{NBSS}\} \end{cases} \quad (8)
 \end{aligned}$$

Na próxima seção são apresentados os resultados numéricos obtidos com este método aplicado na resolução do problema de FPOR com variáveis de controle discretas e contínuas.

#### 4. Resultados Numéricos Preliminares

Testes numéricos preliminares com os sistemas elétricos IEEE 14 e 30 Barras foram realizados a fim de avaliar o potencial do método de solução apresentado na Seção 3 para resolver o problema de FPOR dado em (1). Os dados destes sistemas foram obtidos em [www.ee.washington.edu/research/pstca](http://www.ee.washington.edu/research/pstca) (acessado em abril de 2015). Os limites mínimos e máximos da magnitude de tensão tomados foram, respectivamente,  $\underline{V}_p = 0,95$  p.u. e  $\overline{V}_p = 1,1$  p.u. O computador utilizado para a realização dos testes numéricos possui processador Intel Core i5 de 1,6 GHz e 8 GB de memória RAM.

Para a resolução dos problemas de FPOR penalizados, como dado em (8), foi utilizado o *solver* CONOPT em interface com o *software* GAMS - *General Algebraic Modeling System*.

##### 4.1 Sistema Elétrico IEEE 14 Barras

A rede do sistema elétrico IEEE 14 Barras tem os seguintes elementos: 1 barra de geração (*slack bus*), 4 Barras de controle de reativo, 9 Barras de carga, 20 linhas de transmissão, 3 transformadores com *tap* variável e 1 susceptância *shunt* variável, na barra 9. O modelo matemático de FPOR para o sistema possui 22 restrições de igualdade, 42 restrições desigualdade, 27 variáveis contínuas e 4 variáveis discretas. Foi considerado que as variáveis de controle discretas *tap* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto  $\{0,96; 0,98; 1; 1,02; 1,04\}$  e a susceptância *shunt* na barra 9, deve pertencer ao conjunto discreto  $D_{b_9^{sh}} = \{0; 0,05; 0,15; 0,19; 0,2; 0,24; 0,34; 0,39\}$  p.u. As funções penalidade para este caso tem a seguinte forma:

$$\phi(t) = \sum_{l=1}^3 \left[ \text{sen} \left( \frac{t_l}{0,02} \pi \right) \right]^2$$

$$\begin{aligned}
 \omega(b_9^{sh}) = & (-7,80169 \times 10^9 \times (b_9^{sh})^8 + 1,21706 \times 10^{10} \times (b_9^{sh})^7 - 7,82978 \times 10^9 \times (b_9^{sh})^6 + 2,68180 \times 10^9 \times (b_9^{sh})^5 \\
 & - 5,24927 \times 10^8 \times (b_9^{sh})^4 + 5,80938 \times 10^7 \times (b_9^{sh})^3 - 3297546,95996 \times (b_9^{sh})^2 + 70760,12223 \times (b_9^{sh}))^2
 \end{aligned}$$

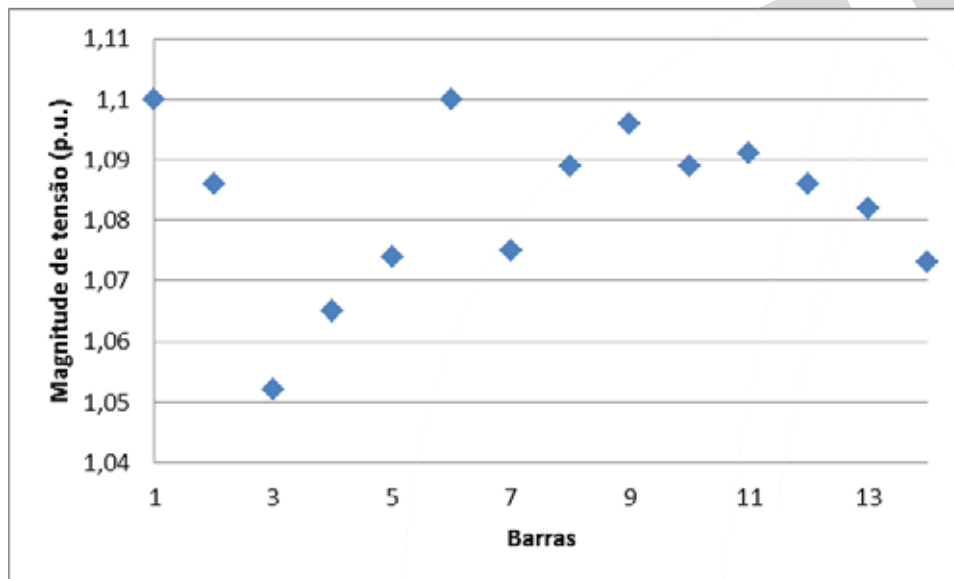
Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_t^{(1)} = 10^{-5}$  e  $\gamma_9^{(1)} = 10^{-26}$ . Os parâmetros de penalidade foram multiplicados por  $c = 1,3$  em cada iteração, deste modo os parâmetros de penalidade crescem gradualmente.



A solução discreta foi obtida na 12ª iteração. O tempo computacional médio foi de 9,174 segundos. A Tabela 1 apresenta os valores assumidos pelas variáveis discretas *tap* dos transformadores e susceptância *shunt* ao longo das iterações. A perda total de potência ativa do sistema na solução obtida foi de 12,27 MW. A solução para as magnitudes de tensão nas barras está apresentada na Figura 2.

**Tabela 1: Convergência das variáveis discretas para o sistema elétrico IEEE 14 Barras**

Iteração	$t_{4,7}$	$t_{4,9}$	$t_{5,6}$	$b_9^{sh}$
1	1,037	0,959	0,985	0,387
2	1,037	0,959	0,985	0,388
3	1,038	0,960	0,984	0,390
4	1,038	0,960	0,983	0,390
5	1,039	0,960	0,982	0,390
6	1,039	0,960	0,982	0,390
7	1,039	0,960	0,981	0,390
8	1,039	0,960	0,981	0,390
9	1,039	0,960	0,981	0,390
10	1,040	0,960	0,981	0,390
11	1,040	0,960	0,981	0,390
12	1,040	0,960	0,980	0,390



**Figura 2: Magnitude de tensão nas Barras - Sistema elétrico IEEE 14 Barras**

#### 4.2 Sistema Elétrico IEEE 30 Barras

A rede do sistema elétrico IEEE 30 Barras tem os seguintes elementos: 1 barra de geração (*slack bus*), 5 barras de controle de reativo, 24 barras de carga, 41 linhas de transmissão, 4 transformadores com *tap* variável e 2 susceptâncias *shunt* variáveis, na barra 10 e 24. O modelo matemático de FPOR para o sistema possui 53 restrições de igualdade, restrições de desigualdade, 59 variáveis contínuas e 6 variáveis discretas. Foi considerado que as variáveis de controle discretas *tap* dos transformadores devem pertencer ao conjunto discreto  $\{0,96; 0,98; 1; 1,02; 1,04\}$  e a susceptância *shunt* na barra 10, deve pertencer ao conjunto discreto

$D_{i_0^{sh}} = \{0; 0,05; 0,15; 0,19; 0,2; 0,24; 0,34; 0,39\}$  p.u. e na barra 24, deve pertencer ao conjunto discreto  $D_{b_{24}^{sh}} = \{0; 0,04; 0,05; 0,09\}$  p.u. As funções penalidade para este caso tem a seguinte forma:

$$\phi(t) = \sum_{l=1}^3 \left[ \text{sen} \left( \frac{t_l}{0,02} \pi \right) \right]^2$$

$$\omega(b_{10}^{sh}) = (-7,80169 \times 10^9 \times (b_{10}^{sh})^8 + 1,21706 \times 10^{10} \times (b_{10}^{sh})^7 - 7,82978 \times 10^9 \times (b_{10}^{sh})^6 + 2,68180 \times 10^9 \times (b_{10}^{sh})^5 - 5,24927 \times 10^8 (b_{10}^{sh})^4 + 5,80938 \times 10^7 \times (b_{10}^{sh})^3 - 3297546,95996 \times (b_{10}^{sh})^2 + 70760,12223 \times (b_{10}^{sh}))^2$$

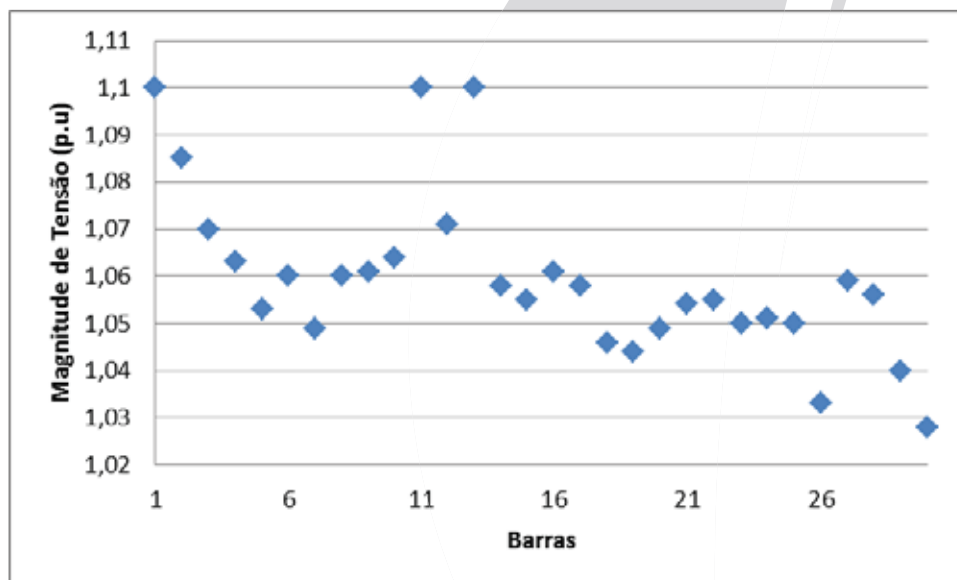
$$\omega(b_{24}^{sh}) = (-1,97531 \times 10^7 \times (b_{24}^{sh})^4 + 3555555,55556 \times (b_{24}^{sh})^3 - 199506,17284 \times (b_{24}^{sh})^2 + 3555,55556 \times (b_{24}^{sh}))^2$$

Os parâmetros de penalidade iniciais adotados neste teste foram  $\gamma_t^{(1)} = 10^{-4}$ ,  $\gamma_{10}^{(1)} = 10^{-6}$  e  $\gamma_{24}^{(1)} = 10^{-13}$ . Os parâmetros de penalidade foram multiplicados por  $c = 1,3$  em cada iteração, deste modo os parâmetros de penalidade crescem gradualmente.

A solução discreta foi obtida na 5ª iteração. O tempo computacional médio foi de 3,376 segundos. A Tabela 2 apresenta os valores assumidos pelas variáveis discretas *tap* dos transformadores e susceptância *shunt* ao longo das iterações. A perda total de potência ativa do sistema na solução obtida foi de 16,11 MW. A solução para as magnitudes de tensão nas barras está apresentada na Figura 3.

**Tabela 2: Convergência das variáveis discretas para o sistema elétrico IEEE 30 Barras**

Iteração	$t_{6,9}$	$t_{4,10}$	$t_{4,12}$	$t_{28,27}$	$b_{10}^{sh}$	$b_{24}^{sh}$
1	0,960	1,039	0,999	1,021	0,240	0,090
2	0,960	1,039	0,999	1,021	0,240	0,090
3	0,960	1,040	0,999	1,021	0,240	0,090
4	0,960	1,040	0,999	1,021	0,240	0,090
5	0,960	1,040	1,000	1,020	0,240	0,090



**Figura 3: Magnitude de tensão nas Barras - Sistema elétrico IEEE 30 Barras**

## 5. Análise dos Resultados

Com o objetivo de se avaliar a eficiência do método de solução proposto, os resultados obtidos foram comparados os resultados obtidos pelo Método *Branch and Bound* implementado no *solver* BONMIN - *Basic Open-source Non-linear Mixed INteger programming* (<http://www.coin-or.org/Bonmin/>). Este *solver* foi utilizado em interface com o *software* GAMS. O resultado desta comparação é mostrado na Tabela 3:

**Tabela 3: Comparação dos resultados com o BONMIN**

Sistema	Método proposto		BONMIN	
	Perdas (MW)	Tempo (s)	Perdas (MW)	Tempo (s)
IEEE 14 Barras	12,27	9,174	12,27	3,361
IEEE 30 Barras	16,11	3,376	16,09	7,733

Nota-se na Tabela 3 que os resultados obtidos foram competitivos. Nota-se que o tempo de resolução do método proposto foi inferior ao tempo de resolução do *solver* BONMIN para o problema de FPOR relativo ao sistema IEEE 30 Barras, mas, para o sistema IEEE 14 Barras o tempo de resolução do *solver* BONMIN foi inferior ao tempo de resolução do método proposto.

Ressalta-se que as tensões nas barras nas soluções ótimas obtidas tanto pelo Método Proposto quanto pelo Método *Branch and Bound* são de perfis elevados, portanto o método proposto não contribui para elevar as tensões nas barras.

## 6. Considerações Finais

O problema de FPOR pode ser modelado como um problema de programação não linear com variáveis discretas e contínuas, com restrições de igualdade e desigualdade. Neste trabalho um novo método que trata as variáveis discretas *taps* dos transformadores por meio de uma função penalidade senoidal e as variáveis discretas *shunt* por meio de uma função penalidade polinomial foi utilizado para resolução deste problema.

Testes numéricos preliminares utilizando os sistemas elétricos IEEE 14 e 30 Barras demonstram o potencial do método para resolução do problema. Futuramente, serão realizados testes numéricos com outros parâmetros de penalidade iniciais, a fim de reduzir o tempo computacional do método, e serão realizados testes numéricos com o método aplicado na resolução do problema de FPOR para os sistemas elétricos IEEE 118 e 300 Barras.

## Agradecimentos

Os autores agradecem o apoio financeiro do CNPq e da FAPESP.

## Referências

- Adibi, M. M., Polyak, R. A., Griva, I. A., Mili, L., & Ammari, S. (2003), Optimal transformer *tap* selection using modified barrier-augmented Lagrangian method. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 18(1), 251-257.
- AlRashidi, M. R., & El-Hawary, M. E. (2007), Hybrid particle swarm optimization approach for solving the discrete OPF problem considering the valve loading effects. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 22(4), 2030-2038.
- Bakirtzis, A. G., Biskas, P. N., Zoumas, C. E., & Petridis, V. (2002), Optimal power flow by enhanced genetic algorithm. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 17(2), 229-236.
- Carpentier, J. (1962). Contribution a l'étude du dispatching économique. *Bulletin de la Societe Francaise des Electriciens*, 3(1), 431-447.
- Ding, X., Wang, X., & Song, Y. H. (2004), Interior point cutting plane method for optimal power flow. *IMA Journal of management mathematics*, 15(4), 355-368.



- Drud, A.** (1985), CONOPT: A GRG code for large sparse dynamic nonlinear optimization problems. *Mathematical Programming*, 31(2), 153-191.
- Drud, A. S.** (1994), CONOPT—a large-scale GRG code. *ORSA Journal on Computing*, 6(2), 207-216.
- Drud, A.** (1996), CONOPT solver manual. ARKI Consulting and Development, Bagsvaerd, Denmark
- Liu, W. H. E., & Iexopoulos, P.** (1992), Discrete *shunt* controls in a Newton optimal power flow. *IEEE Transactions on Power Systems (Institute of Electrical and Electronics Engineers);(United States)*, 7(4).
- Liu, M., Tso, S. K., & Cheng, Y.** (2002), An extended nonlinear primal-dual interior-point algorithm for reactive-power optimization of large-scale power systems with discrete control variables. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 17(4), 982-991.
- Liu, L., Wang, X., Ding, X., & Chen, H.** (2009), A robust approach to optimal power flow with discrete variables. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 24(3), 1182-1190.
- Papalexopoulos, A. D., Imparato, C. F., & Wu, F. F.** (1989), Large-scale optimal power flow: effects of initialization, decoupling and discretization. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 4(2), 748-759.
- Rugiero M. A. G., & Lopes, V. L. R.**, Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais, Pearson Makron Books, São Paulo, 2009.
- Soler, E. M., de Sousa, V. A., & da Costa, G. R.** (2012), A modified Primal–Dual Logarithmic-Barrier Method for solving the Optimal Power Flow problem with discrete and continuous control variables. *European Journal of Operational Research*, 222(3), 616-622.
- Tinney, W. F., Bright, J. M., Demaree, K. D., & Hughes, B. A.** (1988), Some deficiencies in optimal power flow. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 3(2), 676-683.