

MÉTODO BDF PARA SIMULAÇÃO DINÂMICA DE SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Carlos Enrique Portugal Poma

Universidade Federal de Mato Grosso - UFMT
Av. Fernando Corrêa da Costa, nº 2367 - Bairro Boa Esperança. Cuiabá - MT - 78060-900
portugal@ufmt.br

Vanessa de Oliveira Campos

Universidade Federal de Mato Grosso - UFMT
Av. Fernando Corrêa da Costa, nº 2367 - Bairro Boa Esperança. Cuiabá - MT - 78060-900
vanessa@ic.ufmt.br

Yuri Percy Molina Rodriguez

Universidade Federal da Paraíba - UFPB
Cidade Universitária. João Pessoa - PB - 58051-900
molina.rodriguez@cear.ufpb.br

Marco Antônio Bressanelli

Universidade Federal de Mato Grosso - UFMT
Av. Fernando Corrêa da Costa, nº 2367 - Bairro Boa Esperança. Cuiabá - MT - 78060-900
marco.bressanelli@hotmail.com

Jhonatan de Oliveira Silva

Universidade Federal de Mato Grosso - UFMT
Av. Fernando Corrêa da Costa, nº 2367 - Bairro Boa Esperança. Cuiabá - MT - 78060-900
jdeoliveira1992@gmail.com

RESUMO

O presente trabalho investiga e avalia o desempenho computacional do método Backward Differentiation Formulae aplicado na solução de sistemas e equações diferenciais e algébricas de grande-porte utilizadas para representação dos modelos dinâmicos dos equipamentos de Sistemas Elétricos de Potência. Os testes computacionais considerando este método envolvem simulações no domínio do tempo de fenômenos de estabilidade em sistemas de energia elétrica de curta-, e de longa-duração. O objetivo principal foi verificar a eficiência da técnica numérica sob dois aspectos, a saber, computacional e precisão. O aspecto computacional está relacionado com o tempo de CPU gasto nas simulações. Já o aspecto precisão está relacionado com os valores numéricos obtidos já que estes métodos utilizam, em geral, técnicas de aproximação. Nas análises computacionais, foram usados os seguintes sistemas-testes: 5 barras, IEEE118 e uma configuração de um sistema Norte-Nordeste de 320 barras com 44 geradores. Os resultados comprovaram eficiência do método Backward Differentiation Formulae.

PALAVRAS CHAVE. Backward Differentiation Formulae, Integração Numérica, Sistemas Elétricos de Potência.

Área Principal: SIM - Simulação

ABSTRACT

The present work investigates and evaluates the computational performance of the Backward Differentiation Formulae method applied to the solution of large-scale algebraic and differential equations used for the representation of dynamic models of Electric Power Systems equipment. The computational tests considering this method are related to simulations of power system transient angular stability and long-term voltage stability in the time domain. The main objective was to check the efficiency of the numerical technique under two aspects, namely, the computational efficiency and numerical accuracy. The computational aspect is related to the simulation CPU time, and accuracy is related to the obtained numerical results, since these methods use, in general, approximation techniques. Computational analysis was performed using the following test systems: 5 buses, IEEE118 buses, and an equivalent North-Northeast Brazilian power system. The result confirmed the efficiency of Backward Differentiation Formulae method.

KEYWORDS. Backward Differentiation Formulae. Numerical Integration. Electric Power Systems.

Main Area: SIM - Simulation



1. Introdução

A simulação no domínio do tempo é uma forma de análise muito útil para as concessionárias de energia elétrica desenvolverem estudos computacionais envolvendo fenômenos de estabilidade em sistemas de energia elétrica (SEEs). As técnicas aplicadas nessas análises estão sob constante investigação em função das dificuldades que podem surgir quando se pretende desenvolver simuladores que agregam modelos matemáticos complexo e métodos numéricos eficientes, Pessanha (2004). Um simulador para análise da estabilidade de Sistemas Elétricos requer a solução de sistemas de equações diferenciais e algébricas (EDAs) não lineares, rígidas e de grande porte, Astic (1994), processo que pode ser longo em termos de tempo computacional. Este esforço computacional depende principalmente das características dos métodos numéricos usados, da complexidade dos modelos matemáticos implementados, da dimensão do sistema elétrico simulado, das constantes de tempo envolvidas, da velocidade do fenômeno simulado (curta ou longa-duração), da capacidade do computador e do tempo total da simulação, Paz (2004).

A eficiência de um método numérico neste caso é avaliada em termos de precisão/confiabilidade de resultados e de tempo de processamento gasto (CPU). Uma boa precisão é garantida, ou não, pela capacidade em manter sob controle os erros associados às técnicas de aproximação usadas pelo método. Já a sua eficiência computacional é medida em termos de tempo CPU, ou seja, o tempo de processamento gasto pelo computador em cada simulação. Quanto menor for o tempo de CPU, melhor sua eficiência computacional.

Existem simuladores de grande-porte que agregam essas características desejáveis. Alguns além de possuírem métodos numéricos eficientes, geralmente com algoritmos de passo de integração variável, disponibilizam para o usuário uma biblioteca com uma grande variedade de modelos matemáticos, e oferecem também a possibilidade de implementação de novos, caso não disponíveis. Geralmente, o custo associado à aquisição de um simulador dessa natureza é muito elevado.

Paralelamente existe um incessante interesse da comunidade científica pelo desenvolvimento de novas metodologias numéricas e algoritmos eficientes de integração de sistemas de EDAs, que visam satisfazer cada um dos requisitos e necessidades dos principais problemas que a engenharia atualmente impõe, Ascher (1998), Cash (2000), Mazzia (2003), Petzold (2000). Este trabalho procura integrar e aproveitar adequadamente os avanços na área de métodos numéricos tirando proveito das características encontradas nesses métodos e testando-os em problemas de estabilidade.

2. Aplicação de Sistemas de EDAs em Sistemas Elétricos de Potência

Como já mencionado, o interesse por modelos matemáticos complexos baseados em sistemas de EDAs de grande porte tem crescido bastante. Deve-se ter cuidado e atenção na formulação das EDAs representando modelos muito complexos, uma vez que sistemas de índices superiores apresentam uma grande tendência à instabilidade, Ascher (1998).

A seguir, é apresentada uma estrutura geral do modelo representando o sistema de energia elétrica para a análise de fenômenos no domínio do tempo de curta- e de longa-duração, Kundur (1994). As equações que descrevem o modelo completo de um sistema elétrico de potência podem ser expressas nas seguintes formas, Pessanha (1997):

$$y' = f(y,x,z,t) \quad (1)$$

$$g(y,x,z,t) = 0 \quad (2)$$

Onde:

y: Vetor m-dimensional contendo as variáveis de estado dinâmicas, por exemplo; deslocamentos angulares dos rotores dos geradores δ , velocidades angulares ω , tensões de saída dos reguladores automáticos de tensão y_6, y_7, y_8, E_{fd} , etc.

Figura 1: Diagrama Para Equação de Oscilação Eletromecânica de um Gerador de Energia Elétrica

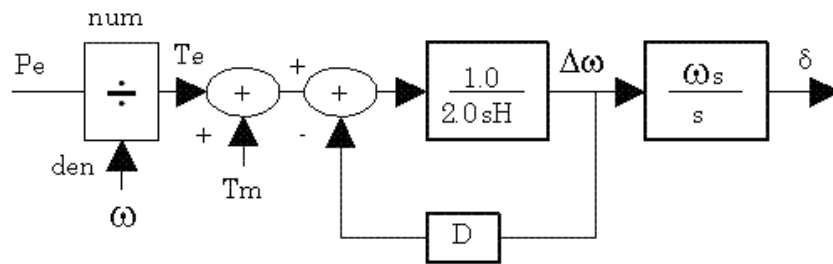
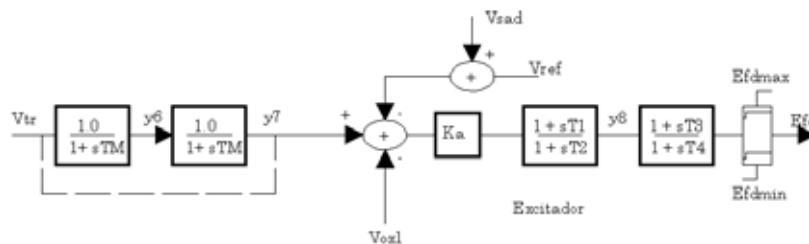


Figura 2: Regulador Automático de Tensão (AVR)



x: Vetor n-dimensional cotendo as variáveis de estado algébricas, por exemplo; componentes de eixo direto e em quadratura do estator da máquina síncrona, potência ativa e reativa injetadas, amplitude e ângulo das tensões nas barras do sistema, etc.

z: Vetor q-dimensional contendo as variáveis que sofrem alterações através de passos discretos, por exemplo; relação de espiras dos transformadores com troca automática ou manual de tapes, corrente de campo das máquinas síncronas monitorada pelo limitador de sobre-excitação (OXL), etc.

t: tempo em segundos, minutos ou horas.

3. O Método Backward Differentiation Formulae

Os métodos mais utilizados para resolver sistemas de EDAs rígidas são os conhecidos métodos Backward Differentiation Formulae (BDF), usados por Curtis-Hirschfelder em 1952 e por Henrici em 1962. Em 1971, Gear implementou o algoritmo para solução de sistemas de EDAs rígidas conhecido na literatura especializada como DIFSUB, baseado na metodologia BDF com estratégias de mudança de passo e controle de ordem, obtendo resultados interessantes, Hairer (1996).

As fórmulas BDF são construídas mediante um processo de interpolação dos pontos solução y_{j-k+1}, \dots, y_j e y_{j+1} . A interpolação polinomial $P_k(t)$ dada pela Equação 3 é uma combinação linear dos polinômios de Lagrange $L_r(t)$ definidos pela Equação 4 e representa uma aproximação da trajetória solução no intervalo t_{j+1} . Portanto $P'_k(t)$ avaliada nesse intervalo é igual à derivada $y'(t_{j+1})$ (ver Equação 5), onde k representa o número de pontos solução a se considerar no processo de interpolação e t_j é o j-ésimo intervalo.

$$P_k(t) = \sum_{r=0}^k y_{j+1-r} \cdot L_r(t) \tag{3}$$

$$L_r(t) = \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq r}}^k \frac{t - t_{j+1-m}}{t_{j+1-r} - t_{j+1-m}}, \quad r = 0, \dots, k \tag{4}$$

$$P'_k(t_{j+1}) = \sum_{r=0}^k y_{j+1-r} \cdot L'_r(t_{j+1}) = f(t_{j+1}, y_{j+1}) \tag{5}$$

A partir das Equações 3, 4 e 5 obtemos a fórmula geral de diferenciação regressiva BDF, representada pela Equação 6 onde o valor dos coeficientes α_r é calculado avaliando a Equação 7.

$$\sum_{r=0}^k y_{j+1-r} \cdot \alpha_r = \Delta t \cdot f_{(t_{j+1}, y_{j+1})} \quad (6)$$

$$\alpha_r = \sum_{\substack{l=0 \\ l \neq r}}^k \left[\frac{1}{(l-r)} \cdot \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq r, l}}^k \frac{m}{(m-r)} \right]_{t_{j+1}} \quad (7)$$

Depois da avaliação das constantes α_r na Equação 7 e substituindo-as para cada valor de k (menor ou igual a seis) na expressão 6, obtém-se as fórmulas BDF listadas na Tabela 1, onde q significa a ordem de convergência da fórmula, Portugal (2005).

Tabela 1: Fórmulas BDF com ordem de convergência $q = k$

k	q	Fórmulas de Diferenciação Regressiva (BDF)
1	1	$y_{j+1} - y_j = \Delta t \cdot f_{j+1}$
2	2	$\left(\frac{3}{2} \cdot y_{j+1} - 2 \cdot y_j + \frac{1}{2} \cdot y_{j-1} \right) = \Delta t \cdot f_{j+1}$
3	3	$\left(\frac{11}{6} \cdot y_{j+1} - 3 \cdot y_j + \frac{3}{2} \cdot y_{j-1} - \frac{1}{3} \cdot y_{j-2} \right) = \Delta t \cdot f_{j+1}$
4	4	$\left(\frac{25}{12} \cdot y_{j+1} - 4 \cdot y_j + 3 \cdot y_{j-1} - \frac{4}{3} \cdot y_{j-2} + \frac{1}{4} \cdot y_{j-3} \right) = \Delta t \cdot f_{j+1}$
5	5	$\left(\frac{137}{60} \cdot y_{j+1} - 5 \cdot y_j + 5 \cdot y_{j-1} - \frac{10}{3} \cdot y_{j-2} + \frac{5}{4} \cdot y_{j-3} - \frac{1}{5} \cdot y_{j-4} \right) = \Delta t \cdot f_{j+1}$
6	6	$\left(\frac{147}{60} \cdot y_{j+1} - 6 \cdot y_j + \frac{15}{2} \cdot y_{j-1} - \frac{20}{3} \cdot y_{j-2} + \frac{15}{4} \cdot y_{j-3} - \frac{6}{5} \cdot y_{j-4} + \frac{1}{6} \cdot y_{j-5} \right) = \Delta t \cdot f_{j+1}$

4. Descrição do Esquema Previsor-Corretor no Método BDF

O método BDF apresenta dois estágios, utilizando uma fórmula explícita para o estágio previsor e uma fórmula implícita BDF no corretor, só se formando um sistema de equações não lineares no estágio corretor. A Figura 3 ilustra a aplicação do método BDF no esquema previsor-corretor.

4.1. Estágio 1 (previsor)

Como já mencionado no parágrafo anterior, no estágio previsor utiliza-se uma fórmula de extrapolação explícita (ou polinômio de diferenças divididas) que interpola os pontos solução y_{j+1-k} nos últimos k intervalos de tempo. O previsor é responsável pela primeira aproximação $y_{j+1}^{(0)}$ através de uma simples avaliação no intervalo de tempo y_{j+1} da Equação 8, Portugal (2005).

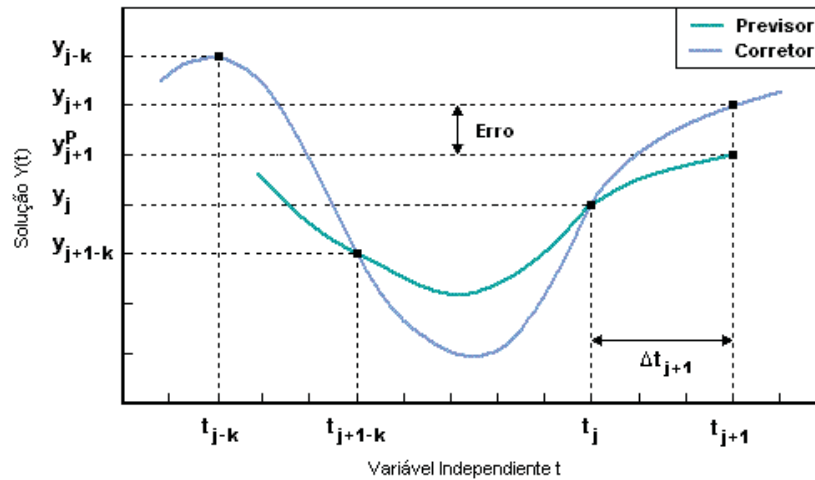
$$y_{j+1}^P(t) = y_j + (t - t_j) \cdot [y_j, y_{j-1}] + \dots + (t - t_j)(t - t_{j-1}) \dots (t - t_{j-k+1}) \cdot [y_j, \dots, y_{j-k}] \quad (8)$$

Onde as diferenças são definidas na Equação 9.

$$[y_j] = y_j$$

$$[y_j, \dots, y_{j-k}] = \frac{[y_j, y_{j-1}, \dots, y_{j-k+1}] - [y_{j-1}, y_{j-2}, \dots, y_{j-k}]}{t_j - t_{j-k}} \quad (9)$$

Figura 3: Esquema Previsor-Corretor do Método BDF



Esta primeira aproximação será usada no estágio corretor para a determinação da solução fina no intervalo t_{j+1} . Da mesma forma, o vetor $y_{j+1}'^{(0)}$ é obtido diferenciando-se o polinômio previsor (Equação 8) no instante t_{j+1} .

4.2. Estágio 2 (corretor)

Na etapa de correção, algumas hipóteses apresentadas por Byrne (1975) permitem o conhecimento implícito do vetor solução y_{j+1} no instante t_{j+1} através da relação com os valores aproximados na etapa de previsão. O polinômio corretor interpolará o polinômio previsor em k pontos igualmente espaçados anteriores a t_{j+1} (onde k é a ordem das fórmulas BDF) obtendo-se o sistema de equações algébricas não lineares representadas por:

$$F(t_{j+1}, y_{j+1}, \alpha \cdot y_{j+1} + \beta) = 0 \quad (10)$$

$$\alpha = -\frac{\alpha_s}{\Delta t_{j+1}} \quad \beta = y_{j+1}'^{(0)} + \frac{\alpha_s}{\Delta t_{j+1}} \cdot y_{j+1}^{(0)} \quad \alpha_s = -\sum_{j=1}^k \frac{1}{j}$$

Nesta metodologia considera-se o estágio corretor o mais relevante dentro do esquema previsor-corretor, com maior interesse na escolha e implementação do método de solução do sistema de equações não-lineares (Equação 10), onde a constante α está em função do comprimento do passo de integração determinado em t_{j+1} e permanece fixa enquanto não houver variação no comprimento do passo e/ou a ordem do método. Da mesma forma, β permanece constante durante todo o processo iterativo, uma vez que as funções $y_{j+1}^{(0)}$ e $y_{j+1}'^{(0)}$ são calculadas pelo polinômio previsor na Equação 8, Portugal (2005).

5. Validação e avaliação do Simulador de Sistemas Elétricos de Potência

Considera-se aqui, para efeitos de avaliação, simulações computacionais envolvendo eventos que podem acontecer normalmente durante a operação dos Sistemas Elétricos de Potência. Os sistemas-teste usados para este fim foram: Sistema teste de 5 barras e 2 geradores, CEPEL (1999), IEEE 118 barras e 54 geradores, PST (2000) e uma configuração do sistema Norte-Nordeste de 320 barras com 44 geradores, CEPEL (2005).

5.1. CASO I (Sistema de 5 Barras):

A Figura 4 apresenta o sistema-teste de 5 barras e 2 geradores utilizado nesta seção para validar a eficiência do simulador e consequentemente o método em termos de precisão. Para isso, utiliza-se o simulador ANATEM, CEPEL (1999), para fins de comparação de resultados.

O modelo matemático completo de um gerador, que inclui efeitos transitórios e subtransitórios, amortecimento e saturação, é usado para representar o gerador da barra 1. São considerados também dispositivos de controle como regulador automático de tensão e o estabilizador de potência. A Tabela 2 resume os dados desta simulação.

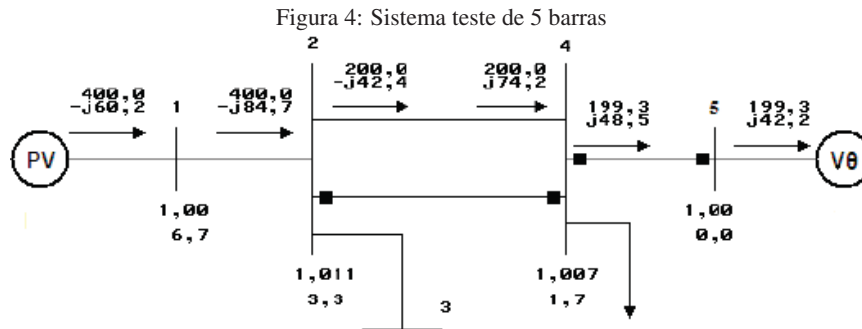
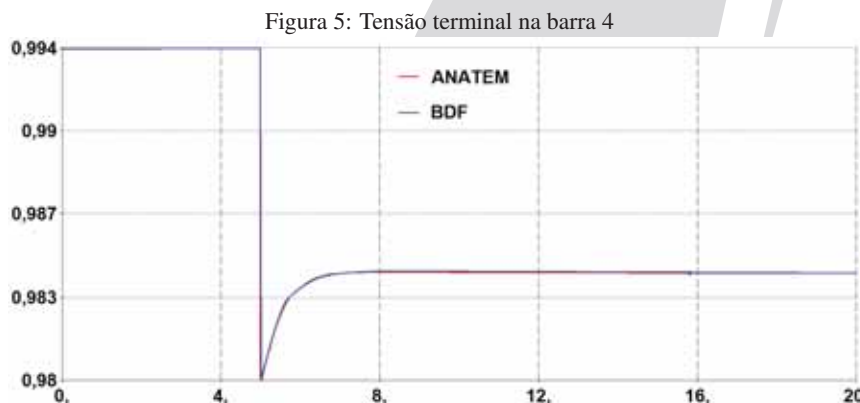


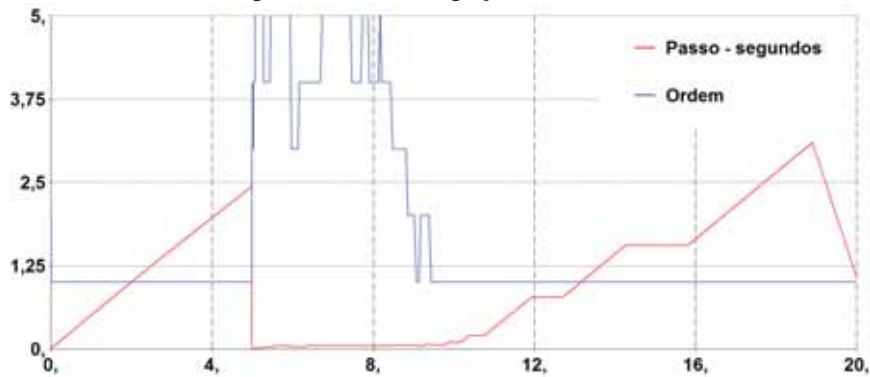
Tabela 2: Informações sobre a simulação do Caso I

TIPO DE PERTURBAÇÃO	
Inserção do reator de 100 Mvar.	
Número de Barra	4,0
Tempo de início da perturbação (s)	5,0
Tempo de duração da Simulação (s)	20,0
Tempo de CPU do simulador BDF (s)	0,647
Tempo de CPU do simulador ANATEM (s)	7,524



O resultado da simulação está ilustrado na Figura 5 oferecendo uma comparação entre os resultados obtidos por cada simulador. A tensão (em p.u) é uma grandeza selecionada para comparação, que ajuda na validação da eficiência numérica. A Figura 6 mostra a mudança da ordem e do passo de integração do simulador BDF, observa-se que a mudança de passo de integração justifica a melhor eficiência do simulador BDF se comparado com o simulador ANATEM, isto é, possui menor Tempo CPU. Em todas as simulações os mesmos modelos foram implementados em ambos os simuladores a fim de amenizar perda de precisão dos resultados devido à incompatibilidade na representação dos equipamentos e seus dispositivos de controle.

Figura 6: Passo de integração e ordem BDF

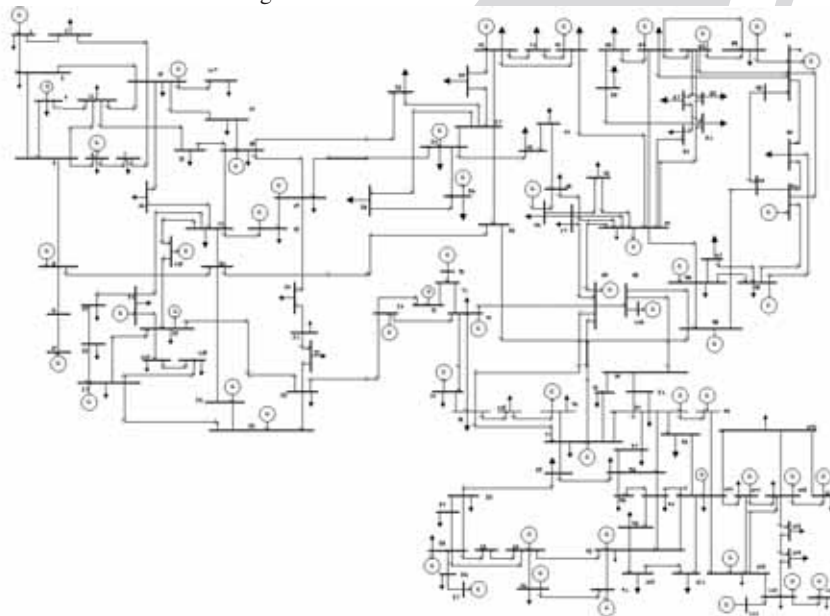


5.2. CASO II (Sistemas de 118 Barras):

A Figura 7 mostra a configuração do sistema IEEE118, de 118 barras e 54 geradores, adaptado para estudos de estabilidade de tensão de longo-termo. Nesta nova configuração, além dos cinco transformadores de tape variável, o sistema de controle da excitação da máquina síncrona (regulador automático de tensão) passa a ser monitorado por limitadores de sobre-excitação nos 54 geradores. Com isso, pretende-se capturar os efeitos relevantes ao fenômeno da estabilidade de tensão de longo-termo e aumentar a complexidade do processo de simulação. A Tabela 3 resume os dados desta simulação.

Os resultados obtidos nesta simulação estão ilustrados na Figura 8. Neste cenário estão incluídos fenômenos rápidos, associados à estabilidade transitória angular, bem como fenômenos lentos, associados, por exemplo, as ações dos transformadores de tape variável (ULTC) e dos limitadores de corrente de campo dos geradores (OXL).

Figura 7: Sistema teste de 118 barras



À medida que a demanda de potência reativa aumenta, os geradores vão atingindo seus limites de capacidade de geração, limite imposto pelo limitador de sobre-excitação. Quando os geradores atingem seus limites, uma tensão terminal não é mais mantida constante, como mostra a Figura 8. O fenômeno simulado é conhecido como Colapso de Tensão e provoca a interrupção total do fornecimento de energia elétrica aos consumidores.

Figura 8: Tensão terminal nas barras 6, 12, 15, 18 e 19

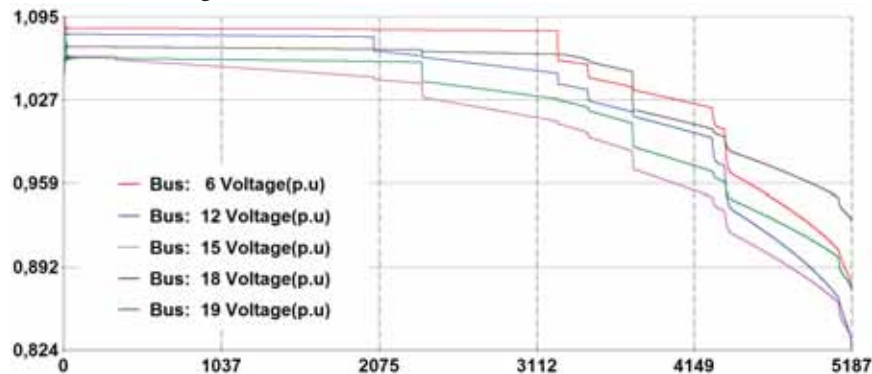


Tabela 3: Informações sobre a simulação do Caso II

SEQUÊNCIA DE EVENTOS	
1) Curto-circuito trifásico	
Número de Barra	59
Tempo de início da perturbação (s)	5,0
2) Acréscimo Linear de consumo de energia elétrica	
Barras	Taxa de Incremento (p.u.s-1)
6, 12, 14, 15, 117,18, 19	0,001
Tempo de Início de Evento (s)	200,0
Tempo de CPU do simulador BDF (s)	3,530
Tempo de CPU do simulador ANATEM (s)	237,67

Observa-se, na Tabela 3, que o simulador com o método BDF demorou 3,53 segundos para finalizar a simulação, enquanto que, o ANATEM foi 67,3 vezes mais lento.

5.3. CASO III (Sistema Norte-Nordeste):

O objetivo aqui é avaliar o desempenho numérico e computacional do simulador para um sistema elétrico com características reais. Neste caso, é usado um equivalente do Sistema Elétrico Brasileiro Norte-Nordeste, possuindo 320 barras e 44 geradores, onde simula-se a desconexão de uma linha de transmissão entre as subestações de ITABAIANA e JARDIM, conforme descrito na Tabela 4 e na Figura 9.

Os resultados obtidos estão ilustrados na Figura 10. A figura ilustra o comportamento dinâmico da tensão de barras selecionadas. Diferentemente dos casos anteriores, o comportamento oscilatório neste cenário é bem severo, como pode ser visto através do comportamento das tensões nas subestações envolvidas. Os impactos resultantes do evento são sentidos pelos geradores. O fenômeno simulado é conhecido como Perda de Estabilidade Angular dos geradores e pode produzir o desligamento em grandes áreas do Sistema Interconectado Nacional. Observa-se que, o simulador proposto obteve melhor desempenho computacional que o simulador ANATEM.

6. Conclusões

Este trabalho investigou o desempenho do método numérico Backward Differentiation Formulae (BDF) aplicado à solução de sistemas de equações diferenciais e algébricas, enfocando seu desempenho computacional em cada uma das simulações computacionais de fenômenos de estabilidade em sistemas de energia elétrica (transitória angular e de tensão de longo-termo).

As estratégias de mudança de ordem e passo de integração implementadas no BDF influenciam no desempenho do processo de solução dos sistemas de EDAs, podendo tornar o método ainda

Tabela 4: Informações sobre a simulação do Caso III

TIPO DE PERTUBAÇÃO	
Desconexão de uma linha de transmissão	
Número de Barra no início da linha de transmissão	141
Número de Barra no final da linha de transmissão	142
Tempo de início da perturbação (s)	5,0
Tempo de duração da Simulação (s)	20,0
Tempo de CPU do simulador BDF (s)	0,337
Tempo de CPU do simulador ANATEM (s)	3,916

Figura 9: Sistema Norte-Nordeste de 320 barras, fonte: ONS

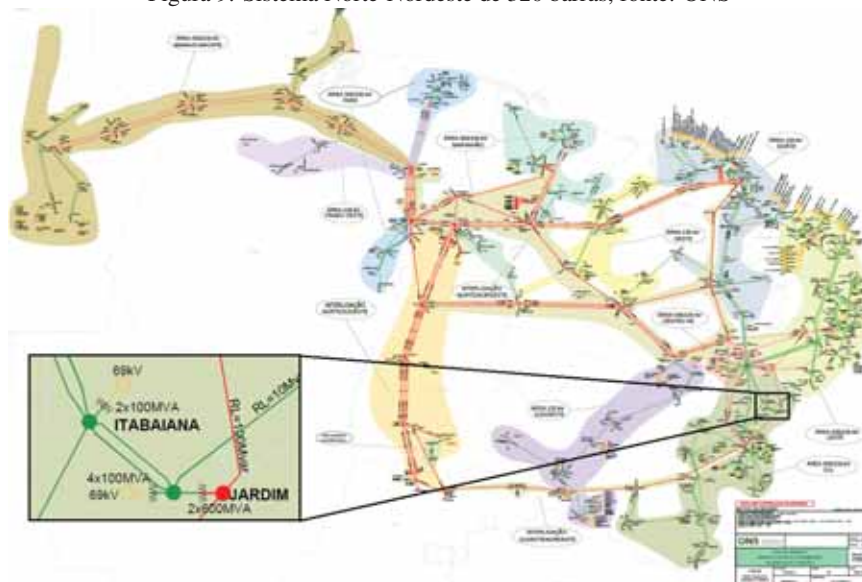
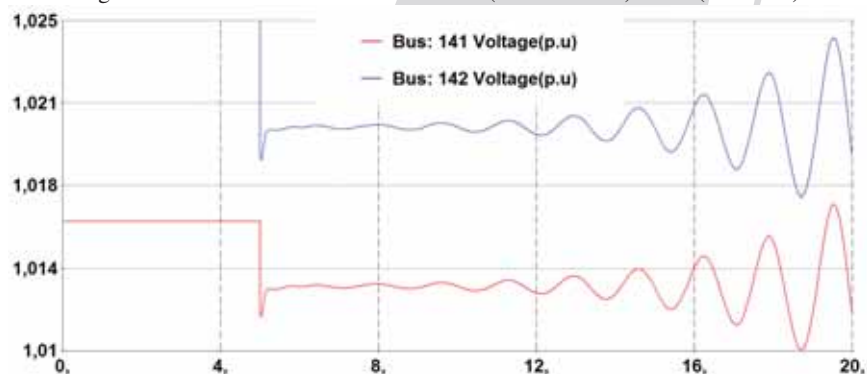


Figura 10: Tensão terminal nas barras 141 (ITABAIANA) e 142 (JARDIM)



mais eficiente, principalmente na redução do tempo de processamento computacional. O Método BDF, utilizado no simulador proposto, sempre obteve melhor desempenho computacional, isto é, menor Tempo CPU de simulação.

Menor Tempo CPU para finalizar a simulação facilita a tomada de decisões dos operadores do sistema, principalmente quando os Sistemas Elétricos de Potência são submetidos a perturbações que podem decorrer em perda parcial ou total do serviço de eletricidade, problema

comumente conhecido como apagão ou *blackout*.

Agradecimentos

Agradecemos à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Mato Grosso (FAPEMAT) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pelo suporte financeiro, sem o qual não seria possível a realização desta pesquisa.

Referências

- Ascher U.M, and Petzold L.R.**, Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential-Algebraic Equations. Philadelphia, PA: SIAM Press, 1998.
- Astic, J.Y., Brihain, A. & Jerolimski** (1994), The Mixed Adams-BDF Variable Step Size Algorithm to Simulate Transient and Long-Term Phenomena in Power Systems, IEEE Transactions on Power Systems, Vol.9, No. 2, May.
- Byrne G.D and Hindmarch A.C., Polyalgorithm** (1975), A for the Numerical Solution of Ordinary Differential Equations, ACM Transactions on Mathematical Software, vol. 1, n° 1, pp. 71 - 96, March.
- Cash J.R.** (2000), Modified Extended Backward Differentiation Formulae for the Numerical Solution of Stiff Initial Value Problems in EDOs and DAEs, Comput. Math. 125. 117 - 130.
- CEPEL**, Manual de Treinamento do Programa de Análise de Transitórios Eletromecânicos ANATEM/CEPEL. Versão V07-08/99. Manual do Usuário, Maio 1999.
- CEPEL**, Comunicação Privada com o CEPEL, 2000.
- Hairer E., Wanner G.**, Solving Ordinary Differential Equations II. Stiff and Differential-Algebraic Problems, 2nd revised Edition, Springer Series in Comput. math., Vol. 14, Springer, Berlin, 1996, 614p.
- Kundur P.**, Power System Stability and Control, McGraw-Hill, 1994.
- Mazzia F. and Iavernaro F.**, Test Set for Initial Value Problem Solvers, Department of Mathematics University of Bary ITALY, Report 40/2003.
- Paz A.R.A.**, Implementação de um Simulador Numérico Num Programa Computacional de Estabilidade, Dissertação de mestrado, CPGEE, UFMA, Fevereiro, 2004.
- Pessanha J.E.O.**, Análise do Fenômeno da Estabilidade de Tensão no Domínio do Tempo: Simulação dos Períodos Transitórios e de Longo-Termo, tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Elétrica, PUC-Rio, Dezembro, 1997.
- Pessanha J.E.O., A.R.A. Paz** (2004), Time Domain Power System Stability Simulation Using A Differential-Algebraic Equation Solver, Congresso Temático de Dinâmica, Controle e Aplicações, DINCON, Ilha Solteira - S.P.
- Petzold L.R.** (1983), A descriptions of DASSL: A differential/algebraic system solver, in Scientific Computing, R.S. Stepleman et al., eds., North-Holland, Amsterdam, 65-68.
- PST** - Power System Test case archive, the archive is available at <http://www.ee.washington.edu/research/pstca>.