

ALGORITMOS VNS APLICADOS À ALOCAÇÃO ÓTIMA DE MEDIDORES VISANDO À ESTIMAÇÃO DE ESTADO EM SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

Thiago Martins Firmo

Universidade Federal de Ouro Preto
R. Trinta e Seis, 115 - Loanda, João Monlevade - MG, 35931-008
firmo.thiago@yahoo.com

Wilingthon Guerra Zvietcovich

Universidade Federal de Ouro Preto
R. Trinta e Seis, 115 - Loanda, João Monlevade - MG, 35931-008
willguech@gmail.com

Paulo Estevão Teixeira Martins

Universidade Federal de Ouro Preto
R. Trinta e Seis, 115 - Loanda, João Monlevade - MG, 35931-008
pauloestevaotm@yahoo.com.br

Lucas de Godoi Teixeira

Universidade Federal de Ouro Preto
R. Trinta e Seis, 115 - Loanda, João Monlevade - MG, 35931-008
lucast1092@hotmail.com

RESUMO

A proposta deste trabalho apresenta a aplicação da técnica de otimização Variable Neighborhood Search, incluindo as versões Reduced Variable Neighborhood Search e Variable Neighborhood Descent, para se determinar a alocação de um número mínimo de equipamentos de medição em uma rede elétrica de distribuição com o intuito de se monitorar (estimar) os valores dos módulos de tensão nas barras desse sistema avaliado. A técnica foi aplicada em um sistema de 33 barras visando avaliar a eficiência da metodologia.

PALAVRAS-CHAVE. Alocação de medidores, Estimação de Estado, Inferência Bayesiana, Busca em Vizinhança Variável.

ABSTRACT

The purpose of this paper presents the application of the optimization technique Variable Neighborhood Search, including the versions Reduced Variable Neighborhood Search e Variable Neighborhood Descent, to determine the allocation of a minimum number of measurement equipments in an electrical distribution system in order to monitor [estimate] the values of voltage modules in the buses of this evaluated system. The technique was used in 33 bus system to evaluate the effectiveness of the methodology.

KEYWORDS. Meters Allocation, State Estimation, Bayesian Inference, Variable Neighborhood Search.

I. INTRODUÇÃO

No cenário atual, a busca por um fornecimento cada vez mais eficiente de energia elétrica vem sendo um dos principais desafios do setor elétrico. Em sistemas de distribuição, devido a suas características de maior dimensão e complexidade, tal desafio torna-se ainda maior [ROCHA, 2005][FERREIRA, 2013].

A garantia de um fornecimento de qualidade ao cliente exige, por parte das concessionárias de energia elétrica, o contínuo investimento na melhoria das suas redes, sendo o foco atual as etapas de automatização e monitoramento das mesmas, ou seja, visar uma operação no contexto de Redes Inteligentes (do inglês: *Smart Grids*). Salienta-se que o sucesso no processo de automatização das redes elétricas depende diretamente de uma boa resposta na supervisão dos parâmetros do sistema a ser controlado. Sendo assim, a obtenção do estado de operação da rede de distribuição torna-se um ponto fundamental para a correta tomada de decisões em sua operação e planejamento.

Um dos parâmetros importantes a serem monitorados é a magnitude das tensões nas barras quando o sistema opera em regime permanente. Este parâmetro representa um indicador de Qualidade de Energia Elétrica (QEE), podendo sua análise ser feita de acordo com os pontos de vista dos órgãos reguladores e das concessionárias.

Aos órgãos reguladores compete a responsabilidade de fiscalizar o cumprimento dos índices de QEE. No Brasil, o órgão regulador responsável é a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). Ela especifica os limites de tensão de fornecimento entre 0.95 p.u. e 1.05 p.u. (faixa adequada). Quando não respeitados esses limites, a ANEEL estabelece um prazo para a regularização e, não sendo regularizado, procede-se de forma a ressarcir o consumidor assim como indicado na Resolução n° 505 da ANEEL [ANEEL, 2001].

Do ponto de vista das concessionárias, o estado de operação possibilita a tomada de ações corretivas e/ou preventivas a fim de evitar os níveis indesejados de tensão estabelecidos pelos órgãos reguladores. Tais procedimentos garantem, além da economia devido ao ressarcimento aos clientes, uma operação em níveis adequados de tensão de seus equipamentos.

A partir do cenário apresentado, observa-se a importância no desenvolvimento de hardwares e softwares de modo a estimar, com maior precisão, os níveis de tensão de um sistema elétrico. Entende-se por softwares o desenvolvimento de técnicas e metodologias computacionais que visam à Estimativa de Estado (EE). A metodologia de EE utiliza informações do sistema e provenientes de equipamentos de medição para estimar outros parâmetros desconhecidos e/ou reduzir incertezas nas variáveis analisadas [FERREIRA, 2013].

Razões econômicas limitam o número de variáveis monitoradas pelo sistema de supervisão em um sistema elétrico. Esse fato torna a EE um procedimento ainda mais complexo, visto a limitação do número de equipamentos de medição, principalmente em sistemas de distribuição.

Existem inúmeros trabalhos de EE aplicados aos sistemas de transmissão de energia elétrica, sendo em menor número aqueles que tratam de sistemas de distribuição de energia elétrica. Geralmente, considera-se um grande número de equipamentos de medição [CHO et al., 2001][HOLTCN et al., 1988][RAMESH et al., 2008][BARAN; KELLEY, 1995], o que na prática não acontece. A metodologia utilizada nesses trabalhos é uma adaptação do método dos Mínimos Quadrados [SCHWEPPE; ROM, 1970], o qual é amplamente aplicado na EE de sistemas de transmissão.

Surge, então, a motivação de desenvolver uma técnica de otimização para alocação de uma quantidade reduzida de medidores em sistemas de distribuição de energia elétrica, visando à estimativa das magnitudes das tensões nas barras que compõem a rede avaliada. Para isso, foi utilizada uma metodologia de EE que possui as características de rapidez e confiabilidade bem notórias.

A técnica de otimização escolhida para tratar o problema de alocação de medidores foi a metaheurística *Variable Neighborhood Search* (VNS). Tal técnica destaca-se devido à simplicidade de implementação e a possibilidade de adaptação aos problemas nas mais diversas áreas da inteligência artificial [HANSEN; MLADENOVIC, 1997][HANSEN; MLADENOVIC, 1998][HANSEN; MLADENOVIC, 1999]. Tendo em vista tais características, o estudo da aplicação

da VNS na resolução de problemas relacionados aos sistemas elétricos torna-se atrativo, sendo de grande importância a comprovação da sua eficiência para esse tipo de aplicação.

II. ESTIMAÇÃO DE ESTADO

Neste trabalho, a Estimação de Estado deu-se pela aplicação da Inferência Bayesiana nas etapas de cálculo de corrente, potência e tensão do algoritmo de Soma de Potências [CÉSPEDES, 1990]. É feito um ajuste nos parâmetros naqueles locais onde existem medidores instalados.

Considerando que as cargas de uma rede de distribuição possuem incertezas nos valores medidos é necessário expressar estes valores através de curvas de distribuição de probabilidades. Existem vários tipos de curvas de distribuição de probabilidade: Normal, Logonormal, Exponencial, entre outros.

Neste trabalho as cargas são representadas como potência constante e com distribuição de probabilidade Normal [BILLINTON; ALLAN, 1992]. Uma curva de distribuição de probabilidade Normal está representada por um valor médio (P ou Q) e um desvio padrão (σ_P ou σ_Q). A Figura 1 ilustra a representação da carga.

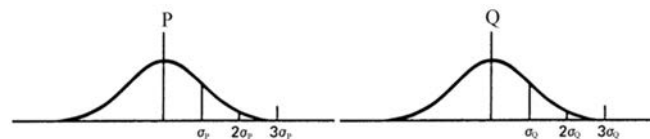


Figura 1. Representação da Carga

Dado o valor de um parâmetro observado (calculado no processo de fluxo de carga) μ e outra informação adicional a priori (proveniente dos medidores) Y são estimados valores a posteriori e desvio padrão ajustado $\sigma_{ajustado}$ através das equações 1 e 2 [EMBRAPA, 2000].

$$\sigma_{ajustado} = \frac{\sigma_{\mu}}{\sigma_{\mu} + \sigma_Y} \quad [1]$$

$$\mu_{ajustado} = \mu + \sigma_{ajustado}(Y - \mu) \quad [2]$$

A. Medição de Corrente

Na operação *backward sweep* do algoritmo de Soma de Potências são atualizados os valores de correntes nas linhas a partir dos fluxos de potência nos trechos e tensões nas barras.

Considerando a seguinte rede exemplo tem-se que:

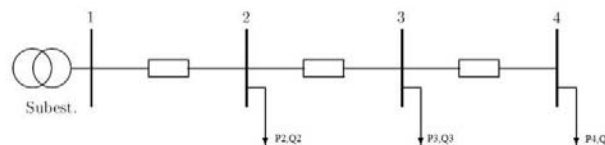


Figura 2. Rede de Distribuição Exemplo

O cálculo da corrente na linha entre as barras 2 e 3, por exemplo, é dado por:

$$I_{Calculado}^{23} = I_{Calculado}^3 + I_{Calculado}^4 \quad [3]$$

Existindo um medidor na barra 2 com canal de medição de corrente no trecho 2-3 procede-se realizando um ajuste no desvio padrão desse parâmetro da seguinte forma:

$$\sigma_{Utilizado}^{23} = \frac{\sigma_{Calculado}^{23}}{\sigma_{Calculado}^{23} + \sigma_{Medidor}^{23}} \quad [4]$$

Sendo o valor estimado de corrente dado por:

$$I_{Estimado}^{23} = I_{Calculado}^{23} + \sigma_{Utilizado}^{23}(I_{Medido}^{23} - I_{Calculado}^{23}) \quad [5]$$

B. Medição de Potência

Com os valores de correntes acumuladas encontrados na Equação [5], é possível realizar o cálculo das perdas de potência nos trechos com as seguintes equações:

$$P_{Calculado}^{23} = (I_{Estimado}^{23})^2 * r^{23} \quad [6]$$

$$Q_{Calculado}^{23} = (I_{Estimado}^{23})^2 * x^{23} \quad [7]$$

Dessa forma, o cálculo das potências acumuladas nas barras é dado por:

$$P_{Acumulado}^2 = P^2 + P^3 + P_{Calculado}^{23} \quad [8]$$

$$Q_{Acumulado}^2 = Q^2 + Q^3 + Q_{Calculado}^{23} \quad [9]$$

Havendo um medidor de potência na barra 2, faz-se o ajuste de desvios da mesma maneira que o apresentado na Equação [4], sendo o ajuste de potência dado por:

$$P_{Estimado}^2 = P_{Calculado}^2 + \sigma_{Utilizado}^2(P_{Medido}^2 - P_{Calculado}^2) \quad [10]$$

O mesmo é válido para a potência reativa.

C. Medição de Tensão

Na operação *forward sweep* do algoritmo de Soma de Potencias são atualizados os valores de tensões nas barras através da seguinte equação:

$$V_2^4 + [2(r_{12}P + x_{12}Q) - V_1^2]V_2^2 + (P^2 + Q^2)(r_{12}^2 + x_{12}^2) = 0 \quad [11]$$

Havendo um medidor de tensão na barra 2, faz-se o ajuste de desvios da mesma maneira que o apresentado na Equação [4], sendo o ajuste de tensão feito da mesma forma que o de corrente e potência.

III. VARIABLE NEIGHBORHOOD SEARCH

A *Variable Neighborhood Search* é uma metaheurística recente para se resolver problemas de otimização combinatória e global [HANSEN; MLADENOVIC, 1997]. Seu princípio se baseia na mudança sistemática de vizinhança dentro de um espaço de busca. Tal espaço é conhecido também como estrutura de vizinhança. Para a geração dessas estruturas é realizada uma combinação de buscas locais e globais.

A aplicação da técnica, de forma geral, compreende alguns conceitos tais como o critério usado para escolha da solução inicial, conceitos de estrutura de vizinhança e critério de parada.

A. Escolha da Solução Inicial

Uma solução inicial de boa qualidade pode conduzir à convergência de forma mais eficiente, pois dessa forma reduz-se o número de passos em direção ao ótimo.

B. Estruturas de Vizinhaça

Uma estrutura de vizinhaça $N(x)$ para uma solução x dentro de um espaço de soluções factíveis S representa um subespaço de busca amostral dentro de S . A função associada a esse conceito pode ser representada pelo mapeamento $N : S \rightarrow 2^S = \{y \in S \mid y \text{ vizinha de } x\}$ a qual associa a cada solução $x \in S$ um conjunto de configurações próximas de x tal que cada y será uma solução vizinha de x [HANSEN; MLADENOVIC, 1999].

Definindo-se k como uma função da distância entre duas soluções, ou seja, $f(x, y) = k$, e sendo também a estrutura de vizinhaça dada por $N^k(x)$, a medida em que se aumenta a distância entre as soluções aumenta-se também a estrutura de vizinhaça em relação a solução x . Dessa forma, tem-se que $N^k(x) \subset N^{k+1}(x) \dots \subset N^{k+n}(x)$, ou seja, uma estrutura de vizinhaça tem seu tamanho definido pelo tamanho da distância de busca. Quanto maior a distância de busca, maior o espaço amostral definido na estrutura de vizinhaça.

O incremento de k a partir de uma solução x corresponde a dizer que $N^{k+n}(x) \subset [N^{k+1}(x) \subset N^k(x)]$, ou seja, uma estrutura de vizinhaça com distância de busca menor está contida em uma estrutura de vizinhaça com distância de busca maior, sendo a busca realizada no entorno de uma mesma solução x .

C. Estratégia de Sondagem

São considerados três tipos de sondagem no espaço de busca:

- **Exaustiva:** Consiste em enumerar todos os possíveis candidatos de uma solução no espaço factível S e verificar se cada um satisfaz o problema; obedece para isso a uma classificação implícita ou explícita.
- **Parcial:** Consiste em enumerar parte dos possíveis candidatos de uma solução no espaço factível S e verificar se cada um satisfaz o problema; para isso se estabelece critérios de probabilidade de como definir a construção das estruturas de vizinhaça.
- **Aleatória:** Consiste em enumerar aleatoriamente, de forma exaustiva ou parcial, os possíveis candidatos de uma solução no espaço factível S e verificar se cada um satisfaz o problema.

D. Critério de Parada

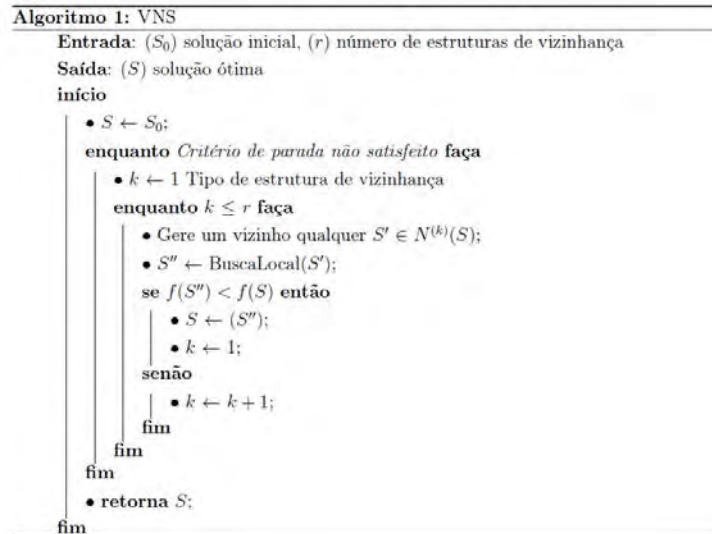
O critério de parada é o parâmetro de avaliação que determina se a solução incumbente (melhor solução atual) será tomada como definitiva. Algumas das formas de defini-lo são:

- Limite de número de iterações;
- Tempo computacional sem produzir uma melhora na melhor solução;
- Tempo computacional total;
- Melhora da solução entre iterações (erro entre iterações).

$$\epsilon = \frac{x^2 - x^1}{x^2}, \forall x \in X \quad [12]$$

E. Algoritmo VNS

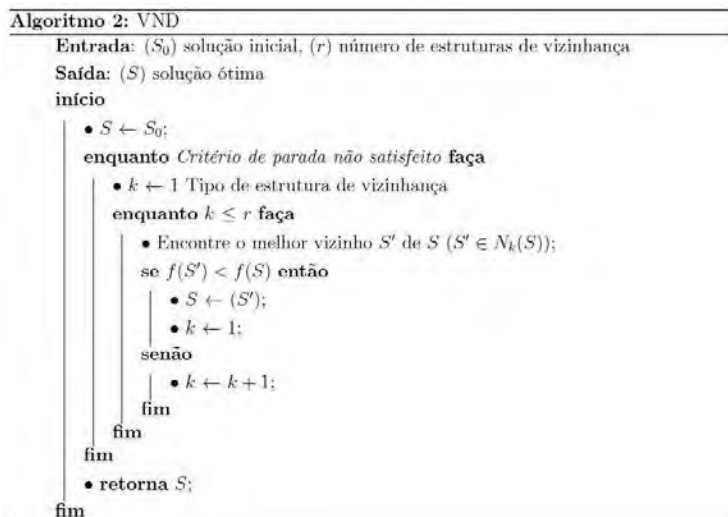
Através das etapas descritas, é possível se definir um pseudocódigo para resolução do método VNS assim como apresentado em Reis [2008].



O Algoritmo 1 foi a primeira versão do método VNS. É também conhecido como VNS básico (BVNS) [HANSEN; MLADENOVIC, 1997]. Existem diversas propostas de algoritmos VNS, sendo a principal diferença entre eles o processo de exploração das estruturas de vizinhança. Neste trabalho são apresentados, além do BVNS, as versões VNS de descida (VND) e VNS reduzida (RVNS).

F. Algoritmo VND

O VND explora primeiramente as vizinhanças do ótimo local e, não existindo melhores soluções nas mesmas procede-se realizando a mudança da estrutura de vizinhança [HANSEN; MLADENOVIC, 1997][POSSAGNOLO, 2015]. O pseudocódigo desenvolvido em Hansen e Mladenovic [1997] para essa metodologia é apresentado no Algoritmo 2.



G. Algoritmo RVNS

O RVNS é baseado no fato de que um ótimo local para uma estrutura de vizinhança pode não ser o mesmo para uma outra. Sua principal diferença em relação ao BVNS é a ausência da busca local no entorno de uma solução candidata.

```

Algoritmo 3: RVNS
Entrada: ( $S_0$ ) solução inicial, ( $r$ ) número de estruturas de vizinhança
Saída: ( $S$ ) solução ótima
início
    •  $S \leftarrow S_0$ ;
    enquanto Critério de parada não satisfeito faça
        •  $k \leftarrow 1$  Tipo de estrutura de vizinhança
        enquanto  $k \leq r$  faça
            • Gere um vizinho qualquer  $S' \in N^{(k)}(S)$ ;
            se  $f(S') < f(S)$  então
                •  $S \leftarrow (S')$ ;
                •  $k \leftarrow 1$ ;
            senão
                •  $k \leftarrow k + 1$ ;
            fim
        fim
    fim
    • retorna  $S$ ;
fim
    
```

IV. ALOCAÇÃO ÓTIMA DE MEDIDORES

A. Codificação

Define-se um vetor de alocação de medidores para indicar os pontos de instalação dos mesmos. O tamanho desse vetor é dado pela quantidade de medidores a serem instalados.

Como exemplo, segue a representação da codificação de uma solução contendo cinco medidores.



Figura 3. Vetor Alocação

Sua representação no problema pode ser feita por um vetor binário de tamanho igual ao número de barras. É preenchida com 0 a posição a qual não possui medidor instalado e com 1 a posição a qual possui.



Figura 4. Vetor Alocação Binário

B. Geração das Estruturas de Vizinhança

A metodologia para a criação de uma estrutura de vizinhança $N^K(S)$ se baseia na obtenção do perfil dos parâmetros do sistema através da mudança de k medidores. O critério para a mudança dessas estruturas é baseado em um limite de iterações sem melhoria da solução incumbente.

A Figura 5 apresenta para uma rede de distribuição representativa o procedimento citado para medidores de tensão considerando-se $k = 1$ e limitada a 3 soluções. O processo é válido também para medidores de corrente e potência.

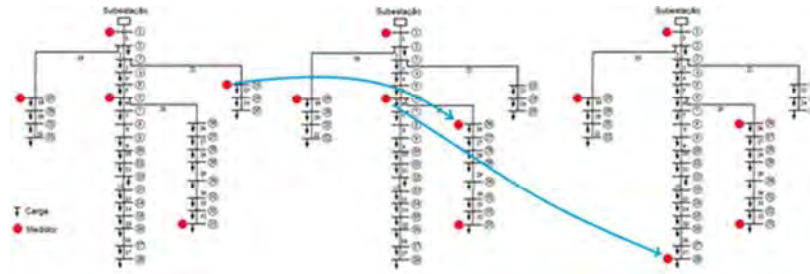


Figura 5. Geração de Estruturas de Vizinhança

C. Avaliação da Função Objetivo

A função objetivo consiste no somatório do valor quadrático absoluto das diferenças entre o valor estimado e o valor medido de tensão daquelas barras as quais possuem medidores [WANG et al., 2005]. Sua representação matemática é dada por:

$$\min f_{objetivo} = \sum_{m=1}^{medidores} (V_m^{medidores} - V_m^{estimado})^2 \quad [13]$$

D. Critério de Parada

Neste trabalho, foram utilizados dois critérios de parada:

- Limite de número de iterações;
- Número de iterações sem produzir uma melhoria na solução incumbente.

O primeiro critério garante que o algoritmo não gaste um tempo demasiado na procura da melhor solução. O segundo garante o encerramento em caso de estagnação em uma solução.

V. RESULTADOS

A metodologia foi implementada em linguagem de programação *Matlab* e executada em um microcomputador com processador Intel Core i3 de 2.53 GHz e 3 GB de RAM. A rede elétrica utilizada para validação dos resultados foi de 33 barras disponível em Baran e Wu [1989a], operando com tensão de 12,66KV.

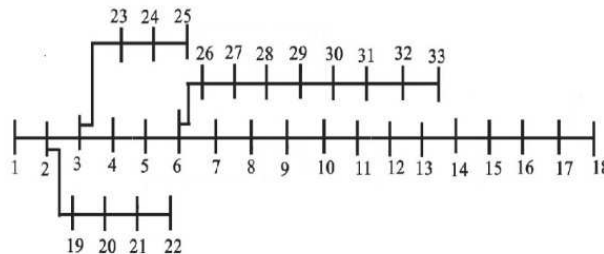


Figura 6. Rede de 33 Barras

Foram considerados medidores possuindo canais de medição de tensão, corrente e potência. Os resultados são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Resultados da Metodologia

	F.Obj	Medidores	Trocas F.Obj.	Fluxos	Tempo
BVNS	1,79	1-3-10-14	3	8	0,21
VND	1,74	1-3-12-13	8	100	2,13
RVNS	1,75	1-3-12-13	3	100	3,93

Foram obtidos valores próximos para a função objetivo com as três técnicas. Contudo, as técnicas RVNS e VND encontraram a mesma configuração de medidores. Nas Figuras 7 e 8 se ilustram os perfis de tensão estimados e os desvios padrões respectivamente.

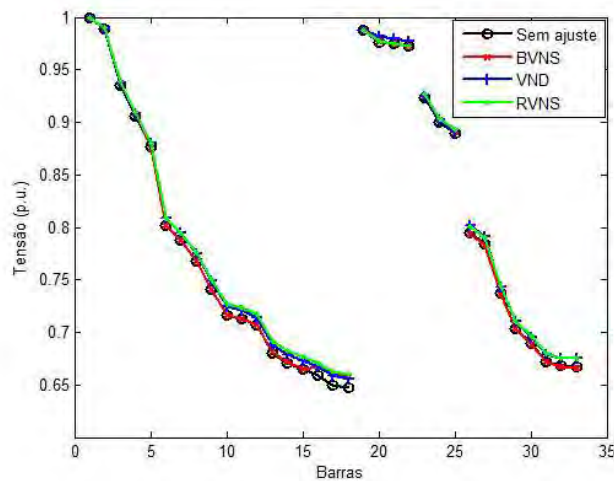


Figura 7. Perfil de Tensão

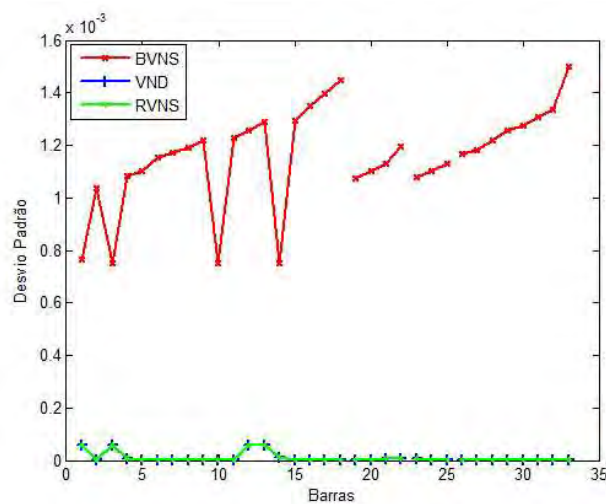


Figura 8. Desvio Padrão da Tensão

O comportamento dos desvios para as técnicas RVNS e VND foi semelhante. A técnica BVNS apresentou um maior valor em média. No entanto, nota-se, em relação à utilização de medidores apenas com canal de tensão, uma redução de aproximadamente 20 vezes no valor máximo do desvio padrão.

A Figura 9 apresenta o progresso da função objetivo em relação ao número de iterações.

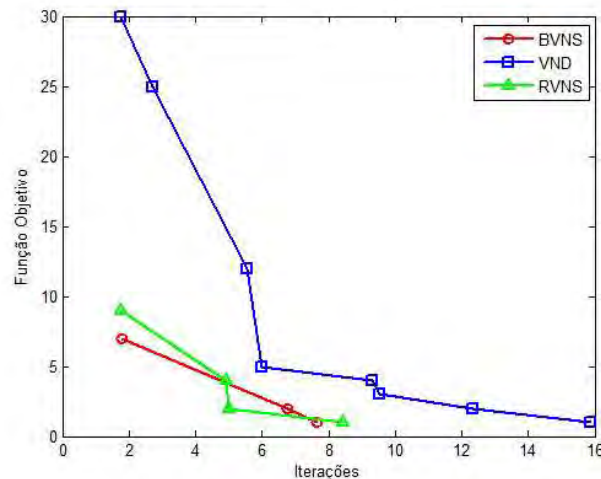


Figura 9. Evolução da Função Objetivo

Neste caso, o método BVNS convergiu com um número menor de passos. No entanto, não alcançou a melhor solução (vide Tabela 1) em relação às outras técnicas.

VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi apresentada uma metodologia para a alocação de medidores em redes de distribuição de energia elétrica visando a Estimação de Estado para determinar as magnitudes de tensão naquelas barras que poderiam operar fora dos valores indicados pela norma.

Para a solução do problema foi implementada a metodologia Variable Neighborhood Search e suas versões BVNS, VND e RVNS. Estas apresentaram resultados próximos para a função objetivo. A técnica VND teve, na maioria das vezes, uma convergência com menor número de iterações, devido à etapa de busca local ocorrer de forma aleatória e parcial. Por outro lado, a metodologia RVNS, devido à sondagem de região mais ampla no espaço de busca n-dimensional, obteve soluções de melhor qualidade com maior frequência.

A utilização de um elevado número de equipamentos de medição em redes de grande porte é uma característica para um monitoramento ótimo. Por questões econômicas é necessário restringir o monitoramento considerando, por exemplo, número de barras, número de canais de medição, número de consumidores industriais entre outros.

Como trabalhos futuros, consideramos a aplicação da metodologia em redes trifásicas. Neste caso devem ser consideradas impedâncias mutuas entre as fases e fase terra. Isso poderia criar dependência entre valores obtidos nas fases quando comparadas a uma rede monofásica que é independente.

REFERÊNCIAS

- [1] ANEEL. Resolução No 505, de 26 de novembro de 2001. [S.l.], 2001.
- [2] BARAN, M. E.; KELLEY, A. W. A branch-current-based state estimation method for distribution systems. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, v. 10, n. 1, p. 483–491, 1995. ISSN 08858950.
- [3] BARAN, M. E.; WU, F. F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY*, 1989.
- [4] BILLINTON, R.; ALLAN, R. N. Reliability evaluation of engineering systems - concepts and techniques. 1992 [Plenum Press].
- [5] CÉSPEDES, R. New method for the analysis of distribution networks. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY*, 1990.
- [6] CHO, K.-S.; SHIN, J.-R.; HYUN, S. H. Optimal placement of phasor measurement units with gps receiver. *POWER ENGINEERING SOCIETY WINTER MEETING*. IEEE, 2001.
- [7] EMBRAPA. Inferência bayesiana e simulação estocástica [amostragem de Gibbs] na estimação de componentes de variância e de valores genéticos em plantas perenes. [S.l.], 2000.
- [8] FERREIRA, D. M. Estimação de estado em sistemas elétricos de distribuição: uma abordagem didática. 202 P. Dissertação [MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA] — UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO JOÃO DEL-REI, BELO HORIZONTE, 2013.
- [9] HANSEN, P.; MLADENOVIC, N. Variable neighborhood search. *COMPUTERS OPERATIONS RESEARCH*, 1997
- [10] HANSEN, P.; MLADENOVIC, N. Variable neighborhood search for the p-median. *LOCATION SCIENCE*, 1998.
- [11] HANSEN, P.; MLADENOVIC, N. An introduction to variable neighborhood search. *METAHEURISTICS, ADVANCES AND TRENDS IN LOCAL SEARCH PARADIGMS FOR OPTIMIZATION*, 1999.
- [12] HOLTCH, L. et al. Comparison of different methods for state estimation. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, 1988.
- [13] POSSAGNOLO, L. H. F. M. Reconfiguração de sistemas de distribuição operando em vários níveis de demanda através de uma meta-heurística de busca em vizinhança variável. 179 P. Dissertação [MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA] - UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO", ILHA SOLTEIRA, 2015.
- [14] RAMESH, L. et al. Planning optimal intelligent metering for distribution system monitoring and control. *PROCEEDINGS OF THE INDICON 2008 IEEE CONFERENCE AND EXHIBITION ON CONTROL, COMMUNICATIONS AND AUTOMATION*, v. 1, p. 218–222, 2008.
- [15] REIS, J. V. A. D. Heurísticas baseadas em busca em variável para o problema de programação integrada de veículos e tripulações no transporte coletivo urbano por ônibus. 119 P. Dissertação [MESTRADO EM ENGENHARIA DE TRANSPORTES] —UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, SÃO PAULO, 2008.
- [16] ROCHA, H. R. de O. Alocação de pontos de medição para a supervisão de redes de distribuição de energia elétrica. 108 P. Dissertação [MESTRADO EM COMPUTAÇÃO] — UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE, NITERÓI, 2005.
- [17] SCHWEPPE, F.; ROM, D. Power system static-state estimation, part ii: Approximate model. *IEEE TRANSACTIONS ON POWER APPARATUS AND SYSTEMS*, PAS-89, n. 1, p. 125–130, 1970. ISSN 0018-9510.
- [18] WANG, B.; XU, W.; PAN, Z. Voltage sag state estimation for power distribution systems. *IEEE Transactions on Power System*, v.20, n. 2, p. 806-812, 2005.