OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO COM IDENTIFICAÇÃO DE PESOS ÓTIMOS: APLICAÇÃO EM UM PROCESSO DE TORNEAMENTO DE AÇO ENDURECIDO

Alexandre Fonseca Torres
Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI)
Av. BPS, 1303, Bairro Pinheirinho, 37.500-000, Itajubá/MG
alexandrefonsecatorres@gmail.com

José Henrique de Freitas Gomes
Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI)
ze_henriquefg@yahoo.com.br

Paulo Henrique da Silva Campos
Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI)
paulohcamposs@hotmail.com

Anderson Paulo de Paiva
Universidade Federal de Itajubá (UNIFEI)
andersonppaiva@unifei.edu.br

RESUMO

Em problemas de otimização multi-objetivo, os pesos das funções são comumente atribuídos pelos tomadores de decisão de modo subjetivo, o que não garante a obtenção da melhor solução Pareto-ótima. O Método dos Polinômios Canônicos de Misturas (MPCM) é uma metodologia de identificação de pesos ótimos para as funções objetivo com o uso de técnicas de planejamento de experimentos e otimização multi-objetivo. Este trabalho apresenta uma aplicação do MPCM em um processo de torneamento do aço endurecido ABNT 52100. A velocidade de corte, o avanço da ferramenta e a profundidade de corte foram escolhidos como variáveis de entrada na otimização multi-objetivo das funções vida da ferramenta, custo por peça e rugosidade média da peça. Os resultados foram os valores ótimos das variáveis de decisão e das funções objetivo dentro da configuração ótima de pesos.

PALAVRAS CHAVE. Otimização multi-objetivo, Torneamento de aço endurecido.
OC - Otimização Combinatória

ABSTRACT

In multiobjective optimization problems, functions' weights are, in most cases, subjectively chosen by decision makers. This approach does not guarantee that the Pareto-optimal solution is in fact determined. The Canonic Mixture Polynomials Method (CMPM) is a methodology to identify the optimal set of weights of the objective functions by using design of experiments and multiobjective optimization techniques. The present work concerns a CMPM application in an ABNT 52100 hardened steel turning process. Cutting speed, tool feed rate and depth of cut were selected as input variables in the multi-objective optimization of tool life, cost per part and average surface roughness. The results were the optimal values of the input variables and of the objective functions under the optimal set of weights.

KEYWORDS. Multiobjective optimization, Hardened steel turning.
OC – Combinatorial Optimization

1. Introdução

Problemas de otimização frequentemente envolvem mais de uma função objetivo. Empresas buscam, simultaneamente, a minimização de custos, e a maximização de qualidade e produtividade. Para tanto, Lopes *et al.* (2016), Paiva *et al.* (2014) e Rao (2009) propõem diferentes sistemáticas de otimização multi-objetivo.

Todavia, as prioridades dos resultados variam conforme as estratégias das organizações e mudanças no cenário econômico. Nesse contexto, os pesos das funções objetivo são comumente atribuídos com base no julgamento e na experiência do tomador de decisão, o que não garante a obtenção da melhor solução Pareto-ótima [Gomes 2014]. Além disso, existem poucos estudos na literatura sobre metodologias de otimização multi-objetivo que façam uso de técnicas matemáticas para auxiliar a tomada de decisão quanto aos pesos das funções objetivo [Lee e Kim 2012], [Mishra 2007], [Zhang e Yang 2001].

Nesse contexto, Gomes (2013) propõe o Método dos Polinômios Canônicos de Misturas (MPCM), uma metodologia de identificação de pesos ótimos para a otimização multi-objetivo. O método faz uso de técnicas de planejamento e análise de experimentos, como o modelo de superfície de resposta [Montgomery 2012] e arranjos de misturas [Cornell 2002], e de técnicas de otimização multi-objetivo, como o Método do Critério Global [Rao 2009].

O artigo apresenta uma aplicação do MPCM na otimização do processo de torneamento duro. Utilizou-se a metodologia de superfície de resposta para o planejamento e análise dos experimentos na otimização multi-objetivo do processo de torneamento do aço ABNT 52100.

Para a aplicação do MPCM, as variáveis de entrada escolhidas foram a velocidade de corte (V_c), o avanço (f) e a profundidade de corte (a_p). A cada experimento realizado, foram registrados valores de diferentes saídas, entre elas a vida da ferramenta (T), o custo por peça (K_p) e a rugosidade média (R_a). Após a aplicação do MPCM, foram obtidos os valores ótimos das variáveis de entrada e das funções objetivo na configuração ótima estabelecida.

A seção 2 apresenta uma breve revisão de literatura sobre o processo de torneamento de aços endurecidos, a metodologia de superfície de resposta e a otimização multi-objetivo com foco no método do critério global. O método dos polinômios canônicos de mistura (MPCM) é apresentado na seção 3. A aplicação da metodologia de superfície de resposta no processo de torneamento do aço ABNT 5200 é descrita na seção 4. A seção 5 apresenta os resultados da aplicação do MPCM e da otimização multi-objetivo. Por fim, a seção 6 apresenta as conclusões e considerações finais.

2. Revisão de literatura

2.1. Torneamento de aços endurecidos

O torneamento de aços endurecidos, ou torneamento duro, é um processo de remoção direta de materiais em um estado endurecido, e se difere do torneamento convencional não somente quanto à dureza das peças usinadas, como também em relação às ferramentas de corte necessárias e ao mecanismo de formação de cavaco [Huang *et al*. 2007]. Geralmente, o torneamento duro é executado sem fluido refrigerante e com o uso de ferramentas de Nitreto de Boro Cúbico (CBN) e de cerâmica, necessárias devido à dureza do material, a qual supera 45 HRC [Gaitonde *et al*. 2009].

O torneamento duro é largamente utilizado na indústria nos dias de hoje. A operação é executada com o uso de ferramentas e materiais avançados, o que resulta em redução do tempo de ciclo, flexibilidade no processo, baixa rugosidade da superfície usinada, alta taxa de remoção de material e redução de poluição ambiental, por não utilizar fluido refrigerante [Bouacha 2010].

Os parâmetros comumente utilizados como variáveis de entrada em estudos de processos de torneamento são a velocidade de corte (V_c), o avanço (f) e a profundidade de corte (a_p) [Paiva 2007], [Bouacha 2010]. A velocidade de corte (V_c), medida em m/min, mede o deslocamento da superfície não cortada em relação à aresta de corte da ferramenta sobre um

intervalo de tempo. O avanço (f), medido em mm/volta, é a taxa de deslocamento entre a peça e a ferramenta a cada movimento de revolução. A profundidade de corte (a_p), frequentemente expressa em mm, é definida como metade da diferença entre os diâmetros cortado e não cortado [Campos 2011]. O autor afirma que tais variáveis são as que mais impactam o acabamento da peça, o desgaste da ferramenta e a taxa de remoção de cavaco.

2.2. Metodologia de superfície de resposta

Existem diversas metodologias desenvolvidas para o planejamento e análise de experimentos [Montgomery e Runger 2012]. A metodologia de superfície de resposta consiste em um conjunto de técnicas estatísticas e matemáticas utilizadas nos casos em que o objetivo seja otimizar uma resposta a qual sofre influência de diversas variáveis. Uma vez que tais relações são normalmente desconhecidas em processos industriais, são utilizados polinômios na determinação da relação entre as variáveis de entrada e as funções objetivo [Montgomery 2012]. O modelo de segunda ordem é apresentado pela Equação (1):

$$y(x) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} x_i{}^2 + \sum_{i<j}\sum \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \qquad (1)$$

onde:

$y(x)$ = resposta de interesse
x_i = variáveis independentes
β_i = coeficientes a serem estimados
k = número de variáveis independentes
ε = erro experimental

Os experimentos a serem realizados são estabelecidos segundo o arranjo composto central (*Central Composite Design*). Tal arranjo é composto por três diferentes grupos de elementos experimentais: um fatorial completo (2^k), um conjunto de pontos centrais (*CP*) e um conjunto de pontos axiais ($2k$) [Montgomery 2012]. O Método dos Mínimos Quadrados (do inglês *Ordinary Least Squares*) é utilizado na determinação dos coeficientes da Equação (1). Para o CCD original, a distância $\alpha = (2^k)^{1/4}$ é utilizada para definir os pontos axiais em relação aos centrais [Box e Drapper 1987]. Por fim, geralmente se executa uma análise de variância (ANOVA) após a construção dos modelos, de forma a avaliar suas significâncias estatísticas e ajustes [Gomes 2014].

2.3. Otimização multi-objetivo

A otimização multi-objetivo é uma técnica empregada em situações em que se deseja otimizar mais de uma função objetivo simultaneamente [Huang *et al*. 2006]. Segundo Baril *et al*. (2011) o objetivo da otimização multi-objetivo é estabelecer os valores das variáveis de decisão do vetor $x = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ que otimize o vetor de funções objetivo $f(x) = \{f_1(x), f_2(x), ..., f_m(x)\}$, dentro de uma região de solução, a qual é, normalmente, limitada pela região experimental (no caso deste trabalho) e por outras eventuais restrições.

Lopes *et al*. (2016), Paiva *et al*. (2014) e Paiva *et al*. (2007) propõem diferentes sistemáticas de otimização multi-objetivo. Rao (2009) define o Método do Critério Global como sendo a soma dos quadrados das diferenças entre o valor de cada função objetivo e seu respectivo alvo. Assim sendo, cria-se um problema de minimização do Critério Global, apresentado pela Equação (2):

$$Min\ F(x) = \sum_{i=1}^{p} w_i \left[\frac{T_i - f_i(x)}{T_i}\right]^2 \qquad (2)$$
$$s.a.: g_j(x) \leq 0, j = 1, 2, \dots, m$$

onde:

F(x) = Critério Global
Ti = alvos das funções objetivo
$f_i(x)$ = funções objetivo
$g_j(x)$ = restrições
w_i = pesos das funções objetivo
p = número de funções objetivo

Para a resolução de problemas de otimização seguindo o modelo apresentado pela Equação (2), o algoritmo do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) é uma das opções mais utilizadas [Rao 2009], [Köksoy 2008].

3. Método dos Polinômios Canônicos de Misturas

Gomes (2013) desenvolveu o método dos polinômios canônicos de misturas (MPCM), uma metodologia para identificação de pesos ótimos na otimização multi-objetivo, no qual experimentos são realizados com base em arranjos de misturas que tratam os pesos de cada função objetivo como variáveis de decisão. O objetivo é modelar o erro global entre os valores das funções objetivo e seus respectivos alvos. Entre outras alternativas, tem-se o cálculo da função do erro percentual global (*EPG*) em relação aos pesos. Então, a partir do modelo criado, busca-se a minimização do *EPG*.

O MPCM é aplicado em cinco passos:

Passo 1: formulação do problema de otimização multi-objetivo. Para isso, cada função objetivo é otimizada individualmente, obtendo-se os alvos de cada uma delas. Então, constrói-se a função do critério global.

Passo 2: definição do arranjo de misturas a ser utilizado e especificação das proporções mínimas e máximas de cada peso. Neste trabalho, o arranjo de misturas foi caracterizado como um conjunto organizado de experimentos de várias combinações de diferentes de pesos correspondentes às funções-objetivo. Em cada um dos experimentos, a soma dos pesos equivale a 1 [Montgomery 2012]. O objetivo do arranjo de misturas é o de modelar o *EPG* em função dos pesos.

Passo 3: solução do problema de otimização estabelecido no passo 1 para cada condição experimental definida no passo 2 e cálculo do *EPG* das soluções Pareto-ótimas por meio da Equação (3):

$$EPG = \sum_{i=1}^{p} \left|\frac{y_i^*}{T_i} - 1\right| \qquad (3)$$

onde: *EPG* = erro percentual global das soluções Pareto-ótimas em relação aos alvos
y_i^* = valores ótimos das respostas
T_i = alvos definidos
p = número de objetivos

As soluções Pareto-ótimas são aquelas que se localizam em uma região denominada fronteira de Pareto, na qual estão dispostos os pontos de ótimo em configurações de pesos diferentes [Gomes 2013].

Passo 4: determinação do modelo de misturas para o *EPG*, com base nos resultados dos cálculos do passo 3.

Passo 5: identificação dos pesos ótimos através da minimização da função obtida no passo 4, utilizando, para isso, a Equação (4):

$$\begin{gathered} Min\ EPG(w) = \sum_{i=1}^{p} \beta_i w_i + \sum_{i<j}\sum \beta_{ij} w_i w_j \\ s.a.: \sum_{i=1}^{p} w_i = 1 \\ \min w_i \leq w_i \leq \max w_i \end{gathered} \tag{4}$$

onde: $EPG\ (w)$ = modelo de misturas desenvolvido para o erro percentual global
w_i = pesos atribuídos
β_i e β_{ij} = coeficientes estimados no Passo 4
$min\ w_i$, $máx\ w_i$ = Pesos mínimos e máximos considerados (definidos no passo 2)

4. Aplicação do método

O MPCM foi utilizado em conjunto com técnicas do planejamento de experimentos para a otimização multi-objetivo de um processo de torneamento do aço ABNT 52100.

Para a modelagem das funções objetivo, as quais eram inicialmente desconhecidas, os experimentos foram realizados em um torno CNC Nardini Logic 175, com rotação máxima de 4000 rpm e potência de corte de 5,5 kW. As peças de trabalho possuíam dimensões iniciais de Ø 49mm x 50 mm e dureza entre 49 e 52 HRC, até uma profundidade de 3 mm. Maiores detalhes sobre o procedimento experimental podem ser consultados no trabalho de Campos (2011).

As variáveis de decisão escolhidas foram a velocidade de corte (V_c), o avanço (f) e a profundidade de corte (a_p). A Tabela 1 apresenta as variáveis de entrada e seus respectivos níveis de trabalho, em seus valores codificados e decodificados.

Tabela 1 - Variáveis de entrada

Variáveis de controle	**Níveis**				
	-1,682	**-1**	**0**	**1**	**1,682**
***Vc* (m/min)**	186,4	200	220	240	253,6
***f* (mm/v)**	0,132	0,20	0,30	0,40	0,468
***ap* (mm)**	0,999	0,150	0,225	0,300	0,351

Fonte: adaptado de Campos (2011)

As respostas escolhidas foram a vida da ferramenta (T), o custo por peça (K_p) e a rugosidade média (R_a). O arranjo experimental foi feito a partir da metodologia de superfície de resposta, utilizando-se o arranjo composto central (CCD). Foram realizados 19 experimentos: 8 experimentos compondo um arranjo fatorial completo (2^3), 6 pontos axiais e 5 pontos centrais. O software estatístico *Minitab* foi utilizado para a organização e a análise dos dados experimentais, quais são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2: Dados experimentais

Teste	Parâmetros			Respostas		
	V_c (m/min)	f (mm/v)	a_p (mm)	T (min)	K_p (U$/pç)	R_a (µm)
1	200	0,20	0,15	17,21	0,758	0,25
2	240	0,20	0,15	11,37	0,756	0,27
3	200	0,40	0,15	5,96	0,721	0,31
4	240	0,40	0,15	4,48	0,723	0,30
5	200	0,20	0,30	9,42	0,839	0,25
6	240	0,20	0,30	7,37	0,824	0,25
7	200	0,40	0,30	4,03	0,789	0,34
8	240	0,40	0,30	6,10	0,681	0,29
9	186	0,30	0,22	9,51	0,741	0,29
10	254	0,30	0,22	6,86	0,712	0,26
11	220	0,13	0,22	14,18	0,890	0,21
12	220	0,47	0,22	4,12	0,720	0,31
13	220	0,30	0,10	9,42	0,705	0,31
14	220	0,30	0,35	4,92	0,804	0,31
15	220	0,30	0,22	4,89	0,806	0,26
16	220	0,30	0,22	5,00	0,801	0,26
17	220	0,30	0,22	4,77	0,811	0,26
18	220	0,30	0,22	5,01	0,801	0,26
19	220	0,30	0,22	5,12	0,796	0,26

Fonte: adaptado de Campos (2011)

5. Resultados

5.1. Modelagem das funções objetivo

Os coeficientes das funções objetivo foram obtidos a partir do Método dos Mínimos Quadrados (OLS), com o uso do software estatístico *Minitab*. As Equações (5), (6) e (7) apresentam as funções objetivo vida da ferramenta (T), custo por peça (K_p) e rugosidade média (R_a), construídas a partir do modelo quadrático de superfície de resposta.

$$T = 4{,}963 - 0{,}861.V_c - 3{,}055.f - 1{,}440.a_p + 1{,}115.V_c^{\,2} + 1{,}456.f^2 + 0{,}756.a_p^{\,2} + 1{,}060.V_c.f + 0{,}918.Vc.a_p + 1{,}435.f.a_p \quad (5)$$

$$K_p = 0{,}803 - 0{,}012.V_c - 0{,}040.f + 0{,}025.a_p - 0{,}026.V_c^{\,2} + 0{,}001.f^2 - 0{,}017.a_p^{\,2} - 0{,}011.V_c.f - 0{,}015.V_c.a_p - 0{,}015.f.a_p \quad (6)$$

$$R_a = 0{,}260 - 0{,}007.V_c + 0{,}028.f + 0{,}000.a_p + 0{,}005.V_c^{\,2} + 0{,}000.f^2 + 0{,}018.a_p^{\,2} - 0{,}010.V_c.f - 0{,}008.V_c.a_p + 0{,}005.f.a_p \quad (7)$$

As Equações (5), (6) e (7) apresentam ajustes (*R-Sq (adj)*) de 99,74%, 89,86% e 98,66%, respectivamente. Isso significa que os modelos são representativos quanto ao comportamento das funções. Além disso, os *p-values* de regressão identificados a partir da análise de variância (ANOVA) são inferiores a 0,05 para todas as três funções objetivo, o que comprova a significância estatística dos modelos.

5.2. Identificação dos pesos ótimos

A aplicação do MPCM no processo de torneamento do aço endurecido ABNT 52100 é descrita na sequência de seus cinco passos.

Passo 1: a modelagem do problema de otimização multi-objetivo é apresentada pela Equação (8):

$$Min\ F(x) = w_1.\left(\frac{T_T - T}{T_T}\right)^2 + w_2.\left(\frac{T_{Kp} - K_P}{T_{Kp}}\right)^2 + w_3.\left(\frac{T_{Ra} - R_a}{T_{Ra}}\right)^2$$
$$s.a.: x^T x \leq 2{,}828$$
$$w_1 + w_2 + w_3 = 1 \qquad (8)$$

onde: F(x) – Critério Global
T, K_p e R_a – Funções objetivo definidas pelas Equações (5), (6) e (7).
T_T, T_{Kp}, T_{Ra} – Alvos definidos para as funções objetivo
w_1, w_2, w_3 – Pesos atribuídos para as funções objetivo
$x^T x \leq \alpha^2$ – Restrição esférica para o arranjo CCD, considerando $\propto = \sqrt[4]{n^k}$

As Equações (9), (10) e (11) apresentam as otimizações individuais de cada função objetivo em relação às variáveis de entrada (Vc, f e a_p).

$$Max\ T = 4{,}963 - 0{,}861.V_c - 3{,}055.f - 1{,}440.a_p + 1{,}115.V_c^2 + 1{,}456.f^2 + 0{,}756.a_p^2 + 1{,}060.V_c.f + 0{,}918.Vc.a_p + 1{,}435.f.a_p$$
$$s.a.: x^T x \leq 2{,}828 \qquad (9)$$

$$Min\ K_p = 0{,}803 - 0{,}012.V_c - 0{,}040.f + 0{,}025.a_p - 0{,}026.V_c^2 + 0{,}001.f^2 - 0{,}017.a_p^2 - 0{,}011.V_c.f - 0{,}015.V_c.a_p - 0{,}015.f.a_p$$
$$s.a.: x^T x \leq 2{,}828 \qquad (10)$$

$$Min\ R_a = 0{,}260 - 0{,}007.V_c + 0{,}028.f + 0{,}000.a_p + 0{,}005.V_c^2 + 0{,}000.f^2 + 0{,}018.a_p^2 - 0{,}010.V_c.f - 0{,}008.V_c.a_p + 0{,}005.f.a_p$$
$$s.a.: x^T x \leq 2{,}828 \qquad (11)$$

Após as otimizações individuais, os valores ótimos encontrados foram:
- T = 17,18 min;
- K_p = U$ 0,68/peça;
- R_a = 0,21 µm.

Passo 2: o arranjo escolhido para a identificação dos pesos ótimos foi o *simplex* centroide. Os valores respectivos de mínimo e máximo de cada peso foram definidos como 0,1 e 0,8, conforme representado na Figura 1.

Passo 3: a partir do arranjo de misturas estabelecido, foram executados 10 experimentos. Para cada combinação de pesos, calculou-se o *EPG*, seguindo o problema de otimização descrito no passo 1 pela Equação (8). Em cada rodada de otimização, utilizou-se a ferramenta Solver, disponível no software *Microsoft Excel®*. A ferramenta possibilitou a utilização do algoritmo GRG para encontrar as soluções Pareto-ótimas. A Tabela 3 apresenta a configuração de pesos dos experimentos realizados, bem como os valores das funções objetivo e do *EPG* de cada experimento.

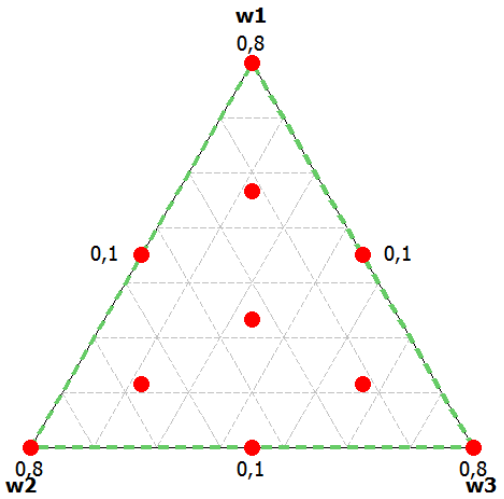

Figura 1: arranjo de misturas utilizado
Fonte: próprio autor

Tabela 3: Sequência de experimentos e valores do Erro Percentual Global

Teste	Pesos			Respostas ótimas			EPG (%)
	w_1	w_2	w_3	T (min)	K_p (U$/pç)	R_a (µm)	
1	0,80	0,10	0,10	17,04	0,78	0,23	26,48%
2	0,10	0,80	0,10	15,74	0,74	0,26	38,43%
3	0,10	0,10	0,80	16,54	0,82	0,22	28,60%
4	0,45	0,45	0,10	16,58	0,75	0,25	31,50%
5	0,45	0,10	0,45	16,85	0,81	0,22	26,76%
6	0,10	0,45	0,45	16,70	0,78	0,23	28,15%
7	0,33	0,33	0,33	16,83	0,78	0,23	27,39%
8	0,57	0,22	0,22	16,94	0,78	0,23	26,88%
9	0,22	0,57	0,22	16,50	0,76	0,24	30,95%
10	0,22	0,22	0,57	16,81	0,80	0,22	26,87%

Fonte: próprio autor

Passo 4: o partir dos resultados obtidos, o *EPG* foi modelado em função dos pesos. O modelo, cujo ajuste é de 98,48%, é apresentado pela Equação (12):

$$EPG(w) = 0{,}258.w_1 + 0{,}465.w_2 + 0{,}325.w_3 - 0{,}110.w_1.w_2 - 0{,}088.w_1.w_3 - 0{,}466.w_2.w_3 \quad (12)$$

A Análise de Variância (ANOVA) resultou em *p-value* < 0,05, o que garante que o modelo descrito pela Equação (12) é estatisticamente significativo. Os gráficos de superfície de resposta e de contorno, obtidos a partir da Equação (12), são apresentados pelas Figuras 2 e 3.

Passo 5: os pesos ótimos são obtidos a partir da resolução do problema de minimização apresentado pela Equação (13):

$$\begin{gathered} Min\ EPG(w) = 0{,}258.w_1 + 0{,}465.w_2 + 0{,}325.w_3 - 0{,}110.w_1.w_2 \\ - 0{,}088.w_1.w_3 - 0{,}466.w_2.w_3 \\ s.a.:\ w_1 + w_2 + w_3 = 1 \\ 0{,}1 \leq w_{1,2,3} \leq 0{,}8 \end{gathered} \quad (13)$$

Utilizando a ferramenta *Solver* do *Excel*, foram obtidos os seguintes resultados para os pesos ótimos:

- $w_1 = 0{,}63$;
- $w_2 = 0{,}10$;
- $w_3 = 0{,}27$.

A Figura 2 apresenta o gráfico de Superfície de Resposta para o *EPG* em função dos pesos. A Figura 3 apresenta o gráfico de contorno do *EPG* em função dos pesos.

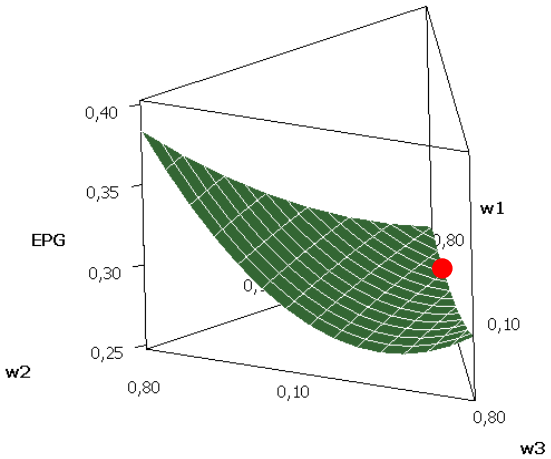

Figura 2: Gráfico de superfície de resposta para o Erro Percentual Global
Fonte: próprio autor

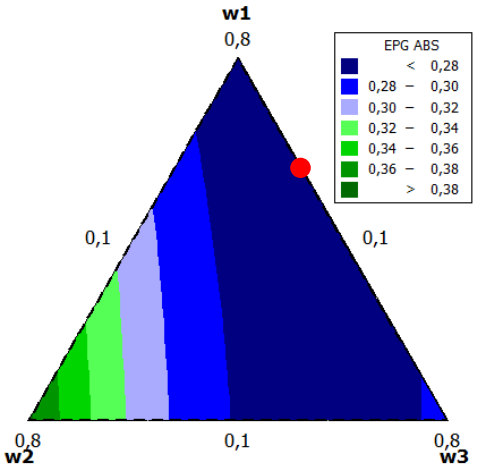

Figura 3: Gráfico de contorno para o Erro Percentual Global
Fonte: próprio autor

Com base nas Figuras 2 e 3, observa-se que o ponto de ótimo calculado está localizado na região onde o *EPG* é mínimo (ponto vermelho nos gráficos).

Na configuração de pesos ótima estabelecida, o Erro Percentual Global foi de 26,17%. A vida da ferramenta recebeu o maior peso entre as funções objetivo (0,67), seguida da rugosidade média (0,23). O custo por peça recebeu a mínima parcela possível (0,1) no resultado critério global.

5.3 Otimização multi-objetivo

A configuração ótima de pesos obtida foi utilizada na otimização multi-objetivo do processo de torneamento, através da minimização do Critério Global, representado pela Equação (8). A partir da ferramenta *Solver* do *software Excel*, utilizando o algoritmo GRG, foram obtidos os seguintes resultados:

- Critério Global: $F(x) = 0{,}005$
- Funções objetivo:
  - Vida da ferramenta: $T = 16{,}97$ min;
  - Custo por peça: K_p = U$0,80/pç;
  - Rugosidade média: $R_a = 0{,}224$ µm.
- Valores decodificados das variáveis de decisão:
  - Velocidade de corte: $V_c = 203{,}6$ m/min;
  - Avanço: $f = 0{,}164$ mm/volta;
  - Profundidade de corte: $a_p = 0{,}184$ mm.

Foram construídas fronteiras de Pareto das funções objetivo, relacionando-as duas a duas para cada configuração de pesos diferentes. O objetivo foi verificar se a configuração ótima de pesos encontrada, de fato, pertence ao conjunto de soluções ótimas.

Como exemplo, os dados para a construção da fronteira de Pareto entre a vida da ferramenta (T) e a rugosidade média (R_a) são apresentados na Tabela 4.

O peso w_2 da função custo por peça foi fixado em 0,1, correspondente ao peso ótimo encontrado na otimização pelo método do MPCM. As combinações dos pesos foram determinadas diferenciando-os em 0,1 a cada iteração. Além destes pontos, adicionou-se o ponto de ótimo encontrado após a aplicação do MPCM. Para cada linha da Tabela 4, executou-se a otimização multiobjetivo considerando-se as três funções e registrando-se os valores de vida e rugosidade média após a execução de cada otimização.

Tabela 4 – Dados para a construção da fronteira de Pareto entre T e R_a

Pesos			**Funções objetivo**	
w_1	w_2	w_3	T (min)	R_a (µm)
0,80	0,10	0,10	17,037	0,232
0,70	0,10	0,20	17,007	0,226
0,67	**0,10**	**0,27**	**16,969**	**0,224**
0,60	0,10	0,30	16,950	0,224
0,50	0,10	0,40	16,886	0,222
0,40	0,10	0,50	16,818	0,221
0,30	0,10	0,60	16,743	0,220
0,20	0,10	0,70	16,654	0,218
0,10	0,10	0,80	16,541	0,217

A Figura 4 apresenta a fronteira de Pareto entre a vida da ferramenta e a rugosidade média. O ponto de ótimo obtido pela aplicação do MPCM é indicado pela seta no gráfico.

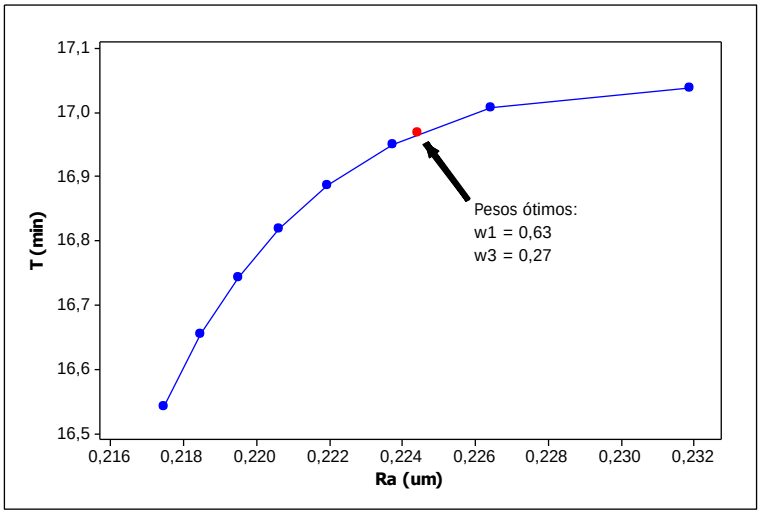

Figura 4: Fronteira de Pareto para vida da ferramenta e rugosidade média
Fonte: próprio autor

A Figura 4 mostra que o ponto de ótimo encontrado pela aplicação do MPCM, de fato, pertence à curva de soluções Pareto-ótimas.

6. Conclusão

A aplicação do Método dos Polinômios Canônicos de Misturas (MPCM) possibilitou a determinação da configuração ótima de pesos para as funções objetivo estudadas. Portanto, o

método foi aplicado com sucesso. Após a aplicação do MPCM no processo de torneamento do aço ABNT 52100, os resultados obtidos foram os valores ótimos das variáveis de decisão e das funções objetivos dentro da configuração ótima de pesos determinada.

A investigação dos valores ótimos para variáveis de entrada em processos de produção é um dos principais caminhos para a garantia de competitividade na indústria. No caso do torneamento de aços endurecidos, uma vez determinadas as configurações ótimas (velocidade de corte, avanço da ferramenta e profundidade de corte), as empresas que utilizam este processo poderão obter consideráveis vantagens competitivas.

A otimização multi-objetivo de processos, se aliada com um método para determinação da configuração ótima de pesos para as funções objetivo, reduz as chances de erro na determinação dos pesos baseada na experiência do tomador de decisão. Através da modelagem matemática, o resultado obtido pode ser inferido como ótimo com maior segurança.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FUPAI, à FAPEMIG, ao CNPq e à CAPES pelo apoio dado a esta e a outras pesquisas.

Referências

Baril, C., Yacout, S. e Clément, B. (2011). Design for Six Sigma through collaborative multiobjective optimization. Computers & Industrial Engineering, 60:43-55.

Bouacha, K., Yallese, M. A., Mabrouki, T. e Rigal, J. F. (2010). Statistical analysis of surface roughness and cutting forces using response surface methodology in hard turning of ABNT 52100 bearing steel with CBN tool. International Journal of Refractory Metals and Hard Materials, 28:361-349.

Box, G. E. P. e Draper, N. R. (1987). Empirical Model-Building and Response Surfaces. John Wiley, New York.

Campos, P. H. S. (2011). Otimização Robusta Multivariada do Processo de Torneamento do Aço Endurecido ABNT 52100 com Ferramenta Cerâmica Alisador. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Itajubá/MG.

Cornell, J. (2002). Experiments with mixtures: designs, models, and the analysis of mixture data. John Wiley & Sons, New York.

Gaitonde, V. N., Karnik, S. R., Figueira, J. L. e Davim, J. P. (2009). Machinability investigations in hard turning of AISI D2 cold work tool steel with conventional and Wiper ceramic inserts. International Journal of Refractory Metals and Hard Materials, 27:754-763.

Gomes, J. H. F. (2013) Método dos Polinômios Canônicos de Misturas para otimização multi-objetivo. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Itajubá/MG.

Gomes, J. H. F., Paiva, A. P., Costa, S. C., Peruchi, R. S. e Lopes, L. G. D. (2014). Identificação de pesos ótimos para otimização de processos multi-objetivo: uma aplicação na soldagem de revestimento de chapas de aço carbono com aço inoxidável. In XXXVI Encontro Nacional de Engenharia de Produção (ENEGEP), Curitiba, PR.

Huang, H. Z., Gu, Y. K., Du, X. (2006). An interactive fuzzy multi-objective optimization method for engineering design. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 19:451-460.

Huang, Y., Chou, K. C. e Liang, S. Y. (2007). CBN tool wear in hard turning: survey on research progresses. Int J Adv Manuf Technol, 35:453-443.

Köksoy, O. (2008). A nonlinear programming solution to robust multi-response quality problem. Applied Mathematics and Computation, 196:603-612.

Lee, D. H. e Kim, K. J. (2012). Interactive weighting of bias and variance in dual response surface optimization. Expert Systems with Applications, 39:5900-5906.

Lopes, L. G. D., Brito, T. G. Paiva, A. P., Peruchi, R. S. e Balestrassi, P. P. (2016). Robust parameter optimization based on multivariate normal boundary intersection. Computers and Industrial Engineering, 93:55-66.

Mishra, S. (2007). Weighting method for bi-level linear fractional programming problems. European Journal of Operational Research, 183:296-302.

Montgomery, D. C. (2012). Design and Analysis of Experiments. Wiley, New York.

Montgomery, D. C., Runger, G. C. (2012). Estatística Aplicada e Probabilidade para Engenheiros. LTC, Rio de Janeiro.

Paiva, A. P., Ferreira, J. R. e Balestrassi, P. P. (2007). A multivariate hybrid approach applied to AISI 52100 hardened steel turning optimization. Journal of Material Processing Technology, 189:26-35.

Paiva, A. P., Gomes, J. H. F., Peruchi, R. S., Leme, R. C. e Balestrassi, P. P. (2014). A multivariate robust parameter optimization approach based on principal component analysis with combined arrays. Computers and Industrial Engineering, 74:186-198.

Rao, S. S. Engineering optimization: theory and practice. (2009). John Wiley, New Jersey.

Zhang, W. e Yang, H. (2001). A study of the weighting method for a certain type of multicriteria optimization problem. Computers & Structures, 79:2741-2749.