

MÉTODOS HEURÍSTICOS PARA O PROBLEMA DE CORTE DE LUVAS DE COURO

Felipe Augusto Aureliano, Alfredo Rogerio Jorge, Marina Andretta

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

Avenida Trabalhador São-carlense, 13566-590, São Carlos - SP, Brasil

felipeaureliano@usp.br, alfredorj@usp.br, andretta@icmc.usp.br

RESUMO

Problemas de corte de itens irregulares visam determinar um arranjo ótimo de objetos irregulares menores (itens), sem sobreposição, dentro de objetos maiores (recipientes) a fim de atender a uma demanda. Neste trabalho, resolvemos um problema de corte de itens irregulares presente em uma indústria que produz luvas de couro, no qual os itens são partes que compõem as luvas, e os recipientes são as peças de couro, as quais podem conter defeitos e zonas de diferentes qualidades. Neste caso, o objetivo é reduzir o número de peças de couro utilizadas para produzir determinadas demandas de luvas. Apresentamos duas heurísticas construtivas para resolver o problema, as quais se diferem apenas em relação à regra de alocação dos itens. Os resultados, quando comparados com outro trabalho da literatura que considera recipientes apenas com defeitos, mostram que na maioria dos casos, nossos métodos obtêm taxas de ocupação dos recipientes iguais ou superiores.

PALAVRAS CHAVE. Problemas de corte de itens irregulares, Indústria de luvas de couro, Heurísticas.

Tópicos (Pesquisa operacional na indústria)

ABSTRACT

Irregular cutting problems aim to determine an optimal layout of smaller irregular objects (items), without overlap, within larger objects (containers) in order to attend a demand. In this paper, we solve an irregular cutting problem found in a factory that produces leather gloves, in which the items are parts that compose the gloves, and the containers are the leather pieces, which may contain defects and zones of different qualities. In this case, the goal is to minimize the number of pieces of leather used to produce certain demands of gloves. We present two constructive heuristics to solve the problem, which differ only with respect to the placement rule of the items. The results, when compared to other paper in the literature that considers only containers with defects, show that in most cases our methods obtain either equal or higher occupancy rates of the containers.

KEYWORDS. Irregular cutting problems, Leather gloves factory, Heuristics.

Paper topics (Operational research in the industry)

1. Introdução

Problemas de corte de itens irregulares, ou problemas de *nesting*, são problemas de Corte e Empacotamento que tem por objetivo determinar um arranjo ótimo de itens irregulares (não-retangulares e não-circulares), no interior de recipientes, também irregulares, visando minimizar desperdícios. Nestes problemas, assim como em qualquer outro problema de Corte e Empacotamento, há, em princípio, a existência de duas restrições: a de não sobreposição dos itens e a da contenção, para garantir que os mesmos estejam inteiramente contidos no recipiente.

Dentre os problemas de *nesting*, existe o problema de empacotamento de itens irregulares em recipientes (*irregular bin packing problem*), com o qual estamos lidando neste trabalho. Neste caso, dadas uma lista de itens e uma lista de recipientes, o objetivo é minimizar a quantidade de recipientes utilizados para empacotar todos os itens da lista. Vale salientar que os recipientes possuem dimensões fixas, isto é, são fechados, e podem ser retangulares ou irregulares.

Além da forma irregular, os recipientes ainda podem apresentar defeitos, que são regiões nas quais nenhum item pode ser alocado, como, por exemplo, buracos, e zonas de diferentes qualidades, nas quais apenas determinados itens podem ser posicionados. O couro é um exemplo de recipiente que apresenta zonas de diferentes qualidades, e tem sido utilizado por alguns pesquisadores como objeto de estudos em problemas de *nesting* (veja [Heistermann e Lengauer, 1995], [Crispin et al., 2005], [Yuping et al., 2005], [Alves et al., 2012] e [Baldacci et al., 2014]).

Uma vez que os problemas de corte de itens irregulares são *NP*-completo (veja [Fowler et al., 1981]), acaba sendo predominante o uso de heurísticas e/ou meta-heurísticas para resolvê-los, as quais têm por objetivo encontrar uma solução de qualidade em um tempo computacional razoável. Até onde sabemos, não existem na literatura trabalhos que resolvem de forma exata o problema de corte de itens irregulares em recipientes fechados. Com relação a métodos heurísticos, os trabalhos mais recentes que lidam com recipientes que possuem zonas de diferentes qualidades são os de [Alves et al., 2012] e [Baldacci et al., 2014], os quais utilizam instâncias reais obtidas a partir de indústrias que têm o couro como matéria-prima.

[Alves et al., 2012] resolveram um problema da indústria automotiva, no qual os itens, que são partes de assentos de carros, devem ser cortados a partir de peças de couro (recipientes). Os objetos do problema (itens e recipientes), incluindo os defeitos e as zonas de diferentes qualidades, são representados por polígonos e, até onde sabemos, este trabalho traz os primeiros métodos heurísticos da literatura (para o corte de couro) que fazem uso do *nofit polygon*. Para resolver o problema, foram desenvolvidas heurísticas construtivas, a partir das quais, de acordo com os experimentos computacionais, podem ser obtidos leiautes de alta qualidade, dentro do mesmo intervalo de tempo necessário para resolver o problema manualmente.

[Baldacci et al., 2014] trabalharam com o problema de corte de itens irregulares considerando, a princípio, um único recipiente irregular e, em seguida, mais de um recipiente. Os objetos do problema são representados através de malhas e, para tratar os defeitos e as zonas de diferentes qualidades, a cada posição da malha do recipiente foi associado um indicador de qualidade. Os autores desenvolveram três heurísticas para resolver o problema com um único recipiente, e um outro algoritmo para resolver o problema com mais de um recipiente. Os experimentos mostram que as heurísticas apresentadas podem resolver problemas reais envolvendo o corte de couro, em um baixo tempo computacional, e são capazes de produzir soluções de boa qualidade.

Neste artigo, resolvemos um problema de uma indústria do interior de São Paulo que produz luvas de couro. Nosso objetivo é reduzir o número de peças de couro utilizadas para cortar demandas específicas de luvas, o que é importante tanto do ponto de vista econômico quanto sustentável. Este problema corresponde ao *irregular bin packing problem*, no qual os itens são as partes que compõem uma luva, e os recipientes são as peças de couro.

Desta forma, propomos duas heurísticas construtivas para a resolução do problema estudado. A heurística *Bottom-left* contínua, que é baseada na heurística *Bottom-left* proposta inicialmente por [Baker et al., 1980] com a inclusão dos defeitos e zonas de diferentes qualidades, e a *Top*

bottom-left contínua, que é uma variação da primeira, com diferença no modo como é feita a busca por posições para alocação dos itens. Utilizamos o conceito de *innerfit polygon* para alocar os itens no interior dos recipientes, e a técnica de *nofit polygon* para evitar a sobreposição entre os itens. Primeiro, resolvemos o problema considerando recipientes apenas com defeitos e comparamos os resultados obtidos com os resultados do trabalho de [Mundim e Andretta, 2014], o qual introduz duas heurísticas construtivas discretas para resolver o problema. Os resultados mostraram que os métodos aqui propostos, na maioria dos casos, obtêm taxas de ocupação dos recipientes maiores ou iguais quando comparadas com o trabalho de [Mundim e Andretta, 2014]. Em seguida, resolvemos um exemplo considerando, além dos defeitos, uma zona de diferente qualidade para um dos recipientes, e comparamos os resultados obtidos por ambos os métodos entre si, e com os resultados obtidos por estes mesmos métodos quando consideramos apenas os defeitos.

O trabalho está estruturado conforme descrito a seguir. Na Seção 2, apresentamos o problema estudado neste trabalho. Na Seção 3, introduzimos os métodos de resolução propostos. A Seção 4 apresenta os experimentos computacionais (instâncias e resultados). A Seção 5, por fim, traz as conclusões.

2. Definição do problema

O problema abordado neste trabalho provém de uma indústria do interior de São Paulo que produz luvas de couro. Neste caso, as luvas são compostas por partes, que são cortadas a partir do couro e então costuradas. Desejamos, portanto, minimizar a quantidade de peças de couro utilizadas para produzir demandas específicas de luvas. As peças de couro diferenciam-se umas das outras em relação ao formato e, além disso, possuem regiões defeituosas, nas quais nenhum item pode ser alocado, e zonas de diferentes qualidades, nas quais apenas determinados itens podem ser posicionados. Estas imperfeições, em geral, resultam das condições de vida sob as quais o animal foi submetido.

Podemos tratar este problema como um problema de empacotamento de itens irregulares em recipientes (*irregular bin packing problem*). Ou seja, dadas uma lista de n itens irregulares (partes que compõem as luvas) e uma lista de m recipientes também irregulares (peças de couro), com zonas de diferentes qualidades, o objetivo é empacotar os n itens utilizando a menor quantidade possível de recipientes. O empacotamento deve ser feito respeitando-se as restrições de contenção e de não sobreposição dos itens, obviamente. Além disso, deve-se respeitar as zonas de diferentes qualidades. Neste trabalho, não consideramos rotações para os itens.

Definido o problema, precisamos ainda discutir sobre como representamos os itens e os recipientes (Seção 2.1) e, também, como lidamos com as restrições de não sobreposição (Seção 2.2) e de contenção de itens no recipiente (Seção 2.3).

2.1. Representação dos itens e recipientes

Neste trabalho, cada item é representado por um conjunto de polígonos convexos (Figura 1). Ou seja, a ideia é decompor cada item não-convexo em um conjunto de polígonos convexos. Deste modo, um item convexo é representado por um conjunto contendo um único polígono convexo. Cada polígono convexo, por sua vez, é representado pelo conjunto de todos os seus vértices ordenados no sentido anti-horário. Adotamos como ponto de referência de um item, o qual é utilizado para posicioná-lo no recipiente, o primeiro vértice do primeiro polígono fornecido pelo usuário. Outras formas de representação para os itens podem ser vistas em [Bennell e Oliveira, 2008].

Quanto aos recipientes, representamos cada um deles através de um retângulo com um conjunto de defeitos (veja [Martins e Tsuzuki, 2010]). Neste caso, basta tomar algum retângulo que envolva completamente o recipiente e considerar as regiões entre sua borda e as arestas do retângulo como se fossem zonas defeituosas. Para evitar que qualquer item seja alocado nestas zonas, representamo-as por polígonos convexos, os quais chamamos de defeitos, e tomamos o devido cuidado para que não sejam sobrepostos pelos itens do problema. A Figura 2 ilustra um exemplo

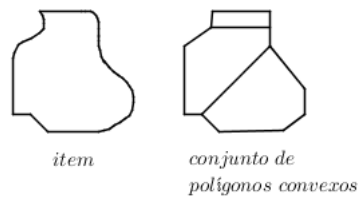


Figura 1: Exemplo de representação de um item não-convexo.

de um recipiente irregular representado por um retângulo com seis defeitos. Assim como os itens, existem outras alternativas para representar os recipientes (veja [Bennell e Oliveira, 2008]).

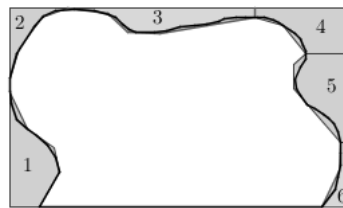


Figura 2: Exemplo de representação de um recipiente irregular.

Definida a maneira como representamos os objetos do nosso problema, precisamos ainda discutir sobre como é feito o posicionamento de itens sobre as zonas de diferentes qualidades de um recipiente. A ideia é, primeiro, associar a cada uma destas zonas uma qualidade $q \in \{0, 1, 2, \dots, k\}$, com zero representando a pior qualidade (defeitos) e k a qualidade máxima (maior parte do recipiente). Feito isso, também atribuímos a cada item um indicador de qualidade $q' \in \{1, 2, \dots, k\}$, para que seja possível identificarmos sobre quais zonas do recipiente ele pode ou não ser posicionado. Consideramos aqui como uma zona de posicionamento legal para um item, aquela cujo q é igual ou superior ao indicador q' do item. Deste modo, para evitar que o item seja alocado em zonas de qualidade inferior a q' , tratamos estas zonas como se fossem defeitos especificamente para este item, e representamo-as por polígonos convexas, tomando o cuidado para que estes não sejam sobrepostos pelo item, assim como feito para a representação do recipiente.

2.2. Verificação de sobreposição entre itens

Uma grande dificuldade encontrada ao trabalharmos com problemas de *nesting* é lidar com a restrição de não sobreposição entre os itens. Para resolver esta questão, utilizamos o método do *nofit polygon*, o qual foi introduzido por [Art, 1966] e tem sido bastante utilizado desde então. Além deste, é interessante mencionar que existem outros métodos na literatura (veja [Bennell e Oliveira, 2008]).

Sejam A e B dois polígonos, onde A possui posição fixa. O polígono resultante da operação de deslizar B (polígono orbital) ao longo da fronteira de A (polígono fixo) é chamado de *nofit polygon* entre A e B e é denotado por NFP_{AB} . Esta operação de deslizamento ocorre de modo que B sempre toca A , mas nunca o intercepta. Note que a fronteira do NFP_{AB} é obtida a partir de um ponto de referência R de B conforme este vai deslizando ao redor de A (Figura 3).

Assim, a partir da própria definição do *nofit polygon*, segue-se imediatamente que, se o ponto de referência de B está no interior do NFP_{AB} , então A e B se sobrepõem (Figura 4(a)); se o ponto de referência de B está na fronteira do NFP_{AB} , então A e B estão em contato, mas não sobrepostos (Figura 4(b)); e, por fim, se o ponto de referência de B está no exterior do NFP_{AB} , então A e B não se sobrepõem (Figura 4(c)).

Logo, podemos concluir que, para determinar se dois polígonos estão sobrepostos, basta calcularmos o *nofit polygon* entre eles e verificar se o ponto de referência do polígono orbital está em seu interior. Quando o *nofit polygon* é convexo, para realizar tal verificação, podemos definir uma orientação para suas arestas e, utilizando a função D (veja [Bennell e Oliveira, 2008]), analisar a posição relativa entre cada uma delas e o ponto de referência do item orbital. Ou seja, definindo,

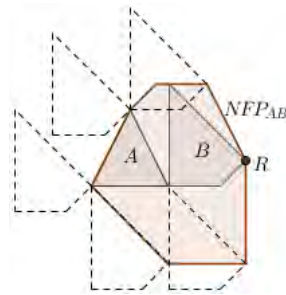


Figura 3: nofit polygon entre dois polígonos.

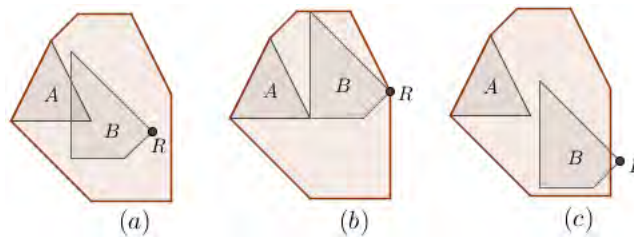


Figura 4: (a) A e B sobrepostos, (b) A e B se tocando e (c) A e B separados.

por exemplo, o sentido anti-horário para o NFP_{AB} calculado na Figura 3, observe que, se R está no lado esquerdo de cada aresta do NFP_{AB} , então R está no interior do NFP_{AB} (Figura 4 (a)). Vale enfatizar que isso só é válido para os casos em que cada um dos dois polígonos e, portanto, o nofit polygon, é convexo.

Neste trabalho, uma vez que estamos representando cada item por um conjunto de polígonos convexos, para obter o nofit polygon entre dois itens i (fixo) e j (orbital), utilizamos uma técnica que consiste em calcular o nofit polygon entre cada polígono de i e cada polígono de j . Assim, o nofit polygon final, isto é, NFP_{ij} , é obtido a partir da junção de todos estes nofit polygons parciais em suas respectivas posições. Neste caso, para identificar se há sobreposição, basta, portanto, verificar se o ponto de referência do item orbital está no interior de pelo um dos nofit polygons parciais.

Por fim, é importante mencionar que o cálculo do nofit polygon em nosso trabalho é feito em uma etapa de pré-processamento. Ou seja, calculamos previamente o nofit polygon entre todos os pares de itens (incluindo cada item com ele mesmo), entre cada item (orbital) e os defeitos (fixos), entre cada item (orbital) e as zonas de diferentes qualidades (fixos), e guardamos estas informações para que sejam, mais tarde, utilizadas pelas heurísticas.

2.3. Alocação de itens no interior de um recipiente

Na seção anterior, discurremos sobre como verificar a sobreposição entre itens. Mas, além disso, também devemos nos preocupar com o fato de que os mesmos devem estar inteiramente contidos no recipiente. Quando os itens são representados por polígonos, existe um método bastante utilizado para definir uma região no recipiente onde os mesmos podem ser empacotados, o innerfit polygon (IFP), cuja ideia é derivada do nofit polygon e está descrita a seguir.

Considere um item I e um recipiente R de modo que I esteja inteiramente contido em R e em contato com a sua fronteira. O innerfit polygon entre R e I , denotado por $IFP_{R,I}$, é a região definida a partir de um ponto de referência S do item I conforme este desliza ao longo da fronteira do recipiente R . Esta operação de deslizamento deve ocorrer de modo que o item sempre toque a fronteira de R , mas nunca a intercepte (Figura 5).

Assim, segue imediatamente da definição de inner-fit polygon que, se o ponto de referência S do item I está no interior do $IFP_{R,I}$, então I está inteiramente contido no recipiente R ; se o ponto de referência S do item I está na fronteira do $IFP_{R,I}$, então I está inteiramente contido no recipiente R e em contato com sua fronteira; e, por fim, se o ponto de referência S do item I está no exterior do $IFP_{R,I}$, então I não está inteiramente contido no recipiente R .

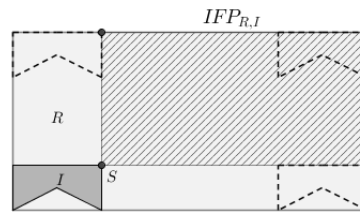


Figura 5: Exemplo *innerfit polygon* entre um recipiente R e um item I .

Observe, na Figura 5, que o $IFP_{R,I}$ poderia ser simplesmente calculado subtraindo-se o comprimento e a largura do recipiente do comprimento e largura do item, respectivamente, uma vez que R é retangular. Deste modo, para determinar a localização do $IFP_{R,I}$ no recipiente, basta posicionar o item I no canto inferior esquerdo do recipiente, de modo que ele esteja em contato com a fronteira (sem sobreposição) e, então, posicionar o vértice inferior esquerdo do $IFP_{R,I}$ no ponto de referência de I .

No nosso caso, uma vez que estamos representando nossos recipientes, que são irregulares, através de retângulos com um conjunto de polígonos (defeitos), devemos calcular, além do *innerfit polygon* entre o retângulo e o item, o *nofit polygon* entre cada defeito (fixo) e o item (orbital). Assim, a região do recipiente original (irregular) onde o item pode ser posicionado é dada pelo *innerfit polygon* entre o retângulo e o item menos suas regiões de intersecção com cada *nofit polygon* em sua respectiva posição no retângulo.

3. Métodos propostos

Esta seção apresenta os métodos de resolução propostos para o problema de corte de itens irregulares abordado neste trabalho. Temos uma lista com diferentes tipos de itens e uma demanda a ser atendida para cada tipo. Devemos empacotar todos os itens no interior dos recipientes. Para isso vamos utilizar as heurísticas *Bottom-left* contínua e *Top-bottom-left* contínua que serão descritas nas seções 3.1 e 3.2, respectivamente.

3.1. Heurística *Bottom-left* contínua

Nesta heurística, os itens são ordenados por suas áreas em ordem decrescente. A estratégia utilizada consiste em alocar cada tipo de item até atender à demanda ou não conseguir empacotar mais nenhum item daquele tipo, passando para o próximo tipo de item. Além disso, quando um item não cabe em um determinado recipiente, o algoritmo tenta colocá-lo no recipiente seguinte. As entradas do algoritmo são: *Itens*, que é a lista com os tipos de itens; *demanda*, que é um vetor com a demanda dos tipos de itens; n , a quantidade de tipos de itens; *recipiente*, lista dos recipientes disponíveis para alocar os itens. Como saída temos S que é a solução obtida, formada pelas posições dos itens em cada recipiente. A cada iteração, o algoritmo busca pelo ponto mais à esquerda e abaixo de um recipiente k para alocar um item i . Esta busca consiste basicamente de duas etapas, as quais estão descritas a seguir.

Na primeira parte, geramos uma lista de possíveis pontos para alocar o item i no recipiente k . Para isso, primeiro consideramos o *IFP* do item i com o recipiente k , e também o *NFP* do item com os defeitos, com as zonas de qualidade inferior ao indicador q' de i , e com os itens já alocados. Em seguida, tomamos todos os pontos de intersecção entre as arestas do *IFP* e dos *NFPs* calculados acima para obter a lista. Uma vez que temos os possíveis pontos para alocar o item i , partimos para a segunda etapa, que consiste em buscar o melhor ponto da lista para alocação. Para isso, ordenamos os pontos pelo mais à esquerda e abaixo no recipiente, e percorremos esta lista ordenada até encontrar um ponto de tal forma que o item fique inteiramente contido no recipiente, não sobreponha qualquer outro item já alocado, e não sobreponha qualquer defeito ou zona de qualidade inferior à do indicador do item.

É interessante mencionar que, para verificar se um item pode ou não ser alocado em uma determinada zona do recipiente, fazemos uma comparação entre a qualidade q daquela respectiva

zona e o indicador de qualidade q' do item. Assim, se q é maior ou igual a q' , então permitimos que o item sobreponha esta zona, caso contrário, não. A seguir, temos o Algoritmo 1 (adaptado de [Jorge et al., 2016]), que apresenta a heurística *Bottom-left* contínua.

Algoritmo 1: Heurística *Bottom-left* contínua

Entrada: *Itens, demanda, n, recipiente*
Saída: *S*

```

1 início
2    $S \leftarrow \emptyset$ ;
3    $k \leftarrow 0$ ;
4    $i \leftarrow 1$ ;
5   Itens é ordenado, de forma decrescente, pela área de cada item;
6   totalItens recebe o somatório do vetor demanda;
7   enquanto totalItens > 0 faça
8      $k \leftarrow k + 1$ ;
9     Tome o recipientek;
10    enquanto  $i < n$  faça
11      enquanto  $j < demanda_i$  faça
12         $T \leftarrow \emptyset$ ;
13        Insira no conjunto R as retas que passam pelas arestas do IFP do item i com o
14        recipientek;
15        para cada NFPwi do item i (orbital) contra w, onde w são os itens já alocados, os
16        defeitos, e as zonas de qualidade inferior ao indicador de i do recipientek faça
17          Insira no conjunto R as retas que passam pelas arestas do NFPwi;
18          fim
19          para cada par u, v de retas que pertence a R faça
20            Calcule o ponto p de intersecção de u e v;
21            se p está no interior do NFPwi em que o indicador de qualidade do item i é
22            menor ou igual que a qualidade do NFPwi então
23              Insira p na lista T;
24            fim
25            senão se p está na borda ou fora de cada NFPwi e dentro do IFP do item i
26            com o recipientek então
27              Insira p na lista T;
28            fim
29          fim
30          se  $L \neq \emptyset$  então
31            Busque na lista T o ponto candi mais à esquerda e abaixo do recipientek;
32            A solução S recebe o item i na posição candi no recipientek;
33             $demanda_i \leftarrow demanda_i - 1$ ;
34             $totalItens \leftarrow totalItens - 1$ ;
35          fim
36          senão
37             $i \leftarrow i + 1$ ;
38            Volte para a linha 10;
39          fim
40        fim
41      fim
42       $j \leftarrow j + 1$ ;
43    fim
44     $i \leftarrow i + 1$ ;
45  fim
46  fim
47  retorna S

```

3.2. Heurística *Top-bottom-left* contínua

A heurística *Top-bottom-left* contínua é baseada na heurística *Bottom-left* contínua. O que difere estas duas heurísticas é a forma da busca de posições de alocação do item. Neste caso, buscamos posições sempre mais à esquerda e abaixo para um item e, para o item seguinte, posições

mais à esquerda e a cima do recipiente para aloca-lo. Para obtermos um algoritmo para a heurística *Top-bottom-left* contínua, basta substituir o trecho de código, a partir da linha 27 até a linha 30 do Algoritmo 1, pelo o código dado a seguir. Devemos inserir o comando $inferior \leftarrow 1$ antes da linha 5 do Algoritmo 1.

```

1 se inferior = 1 então
2     Busque na lista L o ponto  $cand_i$  mais à esquerda e abaixo do  $recipiente_k$ ;
3     A solução S recebe o item i na posição  $cand_i$  no  $recipiente_k$ ;
4      $demanda_i \leftarrow demanda_i - 1$ ;
5      $totalItens \leftarrow totalItens - 1$ ;
6 fim
7 senão
8     Busque na lista L o ponto  $cand_i$  mais à esquerda e acima do  $recipiente_k$ ;
9     A solução S recebe o item i na posição  $cand_i$  no  $recipiente_k$ ;
10     $demanda_i \leftarrow demanda_i - 1$ ;
11     $totalItens \leftarrow totalItens - 1$ ;
12 fim

```

4. Experimentos computacionais

Nesta seção, apresentamos os experimentos computacionais realizados para os métodos propostos. Implementamos os métodos em linguagem C++ e os experimentos computacionais foram realizados em um computador Intel Core i3-3120M com 6GB de memória RAM usando o sistema operacional Ubuntu 14.04 LTS.

Os experimentos utilizam diferentes demandas para o número de pares de luvas. Na Seção 4.1 detalhamos as instâncias utilizadas, na Seção 4.2 apresentamos os resultados obtidos pelos métodos propostos comparados com os resultados do trabalho de [Mundim e Andretta, 2014], e na Seção 4.3 analisamos os resultados de um exemplo onde um dos recipientes, além de defeitos, possui uma zona de diferente qualidade.

4.1. Instâncias

As instâncias utilizadas para validar nossas heurísticas são as mesmas utilizadas por [Mundim e Andretta, 2014], e seus dados estão disponíveis na página <http://www.icmc.usp.br/pessoas/andretta/sbpo-2014/> (último acesso em 20/04/2016). São 11 instâncias baseadas em dados reais, que foram obtidos em uma indústria do interior de São Paulo que realiza o corte de luvas de couro. Cada par de luvas é formado por dez tipos de itens, e cada item é composto por um conjunto de polígonos convexos, como podemos ver na Figura 6. Para obter um par de luvas são necessários, no total, 17 itens: oito unidades do item (6) e uma unidade de cada um dos demais. Quanto aos recipientes, a partir de uma amostra de peças de couro, foram selecionadas três diferentes unidades, as quais estão representados na Figura 7. As regiões em preto representam defeitos para todos os itens, e o número de defeitos nos recipientes (a), (b) e (c) são iguais a 16, 26 e 19, respectivamente.

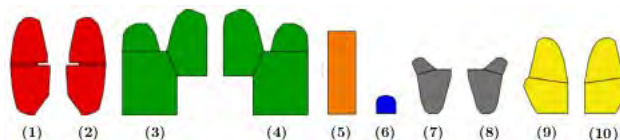


Figura 6: Representação dos itens. Adaptada de [Mundim e Andretta, 2014].

Na Seção 4.2, apresentamos os resultados obtidos pelas nossas heurísticas para cada uma das 11 instâncias, as quais se diferenciam apenas em relação à demanda de pares de luvas (que vai de 1 a 11), e comparamos com os resultados de [Mundim e Andretta, 2014]. Neste caso, como estamos considerando apenas defeitos, temos que a região em branco dos recipientes, que corresponde à maior parte deles (melhor qualidade), possui $q = 1$ e os defeitos $q = 0$. Já na Seção 4.3, resolvemos um exemplo com uma zona de diferente qualidade para o recipiente (a) da

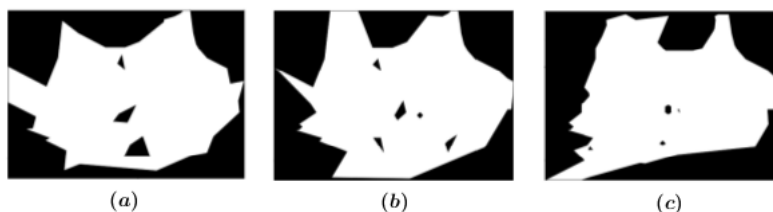


Figura 7: Representação dos recipientes. Adaptada de [Mundim e Andretta, 2014].

Figura 7. Consideramos que esta zona possui qualidade intermediária, ou seja, sua qualidade é superior aos defeitos e inferior à melhor qualidade dos recipientes (região em branco). Deste modo, temos $q = 0$ para os defeitos, $q = 1$ para a zona de diferente qualidade e, por fim, $q = 2$ para a melhor qualidade dos recipientes.

4.2. Resultados

Nesta seção, apresentamos, portanto, os resultados obtidos pelas heurísticas propostas para a resolução das instâncias apresentadas na Seção 4.1 utilizando diferentes demandas para os pares de luvas e considerando apenas defeitos para os recipientes. Aqui, atribuímos $q' = 1$ para cada um dos itens. Assim, proibimos sua alocação sobre os defeitos.

Na Tabela 1, a primeira coluna apresenta a demanda de pares de luva; a segunda coluna a quantidade de itens; as colunas três e quatro os resultados obtidos no trabalho de [Mundim e Andretta, 2014] e as colunas cinco e seis os resultados obtidos pelas heurísticas propostas na Seção 3, em que \bar{m} representa a quantidade de recipientes utilizados, t o tempo computacional, em segundos, e ocp a ocupação do recipiente com a melhor taxa de ocupação, que é calculada como a área dos itens alocados no recipiente dividida pela área de alocação permitida para aquele recipiente, em porcentagem. Destacamos as maiores taxas de ocupação quando comparadas com os outros métodos de resolução presentes na tabela.

Tabela 1: Resultados numéricos.

Demanda	Total de itens	Bottom-left ²			Duas Regiões ²			Bottom-left contínua			Top-bottom-left contínua		
		\bar{m}	$t(s)$	$ocp(\%)$	\bar{m}	$t(s)$	$ocp(\%)$	\bar{m}	$t(s)$	$ocp(\%)$	\bar{m}	$t(s)$	$ocp(\%)$
1	17	1	0,83	18,52	1	0,39	18,52	1	9,92	18,52	1	10,16	18,52
2	34	1	4,55	37,03	1	1,16	37,03	1	19,79	37,03	1	19,84	37,03
3	51	1	10,16	55,55	1	4,88	55,55	1	33,49	55,55	1	33,44	55,55
4	68	2	18,25	68,82	2	16,60	67,90	2	51,04	68,72	2	51,23	70,06
5	85	2	21,77	72,01	2	27,60	69,10	2	71,66	70,80	2	71,57	71,59
6	102	2	24,66	72,58	2	33,95	71,90	2	94,53	74,41	2	91,77	73,19
7	119	2	30,37	71,83	2	38,80	72,30	2	114,31	76,60	2	113,72	74,15
8	136	3	34,75	72,47	3	41,96	71,27	3	135,70	77,27	2	139,09	78,65
9	153	3	37,58	73,04	3	54,77	71,48	3	157,40	78,69	3	160,09	78,37
10	170	3	44,89	72,01	3	61,57	71,30	3	180,32	78,40	3	181,77	79,80
11	187	3	46,76	71,59	-	68,36	-	3	199,97	77,54	3	201,12	78,40

²Resultados obtidos do trabalho de [Mundim e Andretta, 2014]

Pela Tabela 1, notamos que, com exceção da demanda de cinco pares de luvas, os métodos aqui propostos apresentam taxas de ocupação maiores ou iguais que as taxas obtidas pelos métodos de [Mundim e Andretta, 2014]. Era esperado que isso ocorresse, uma vez que nossas heurísticas fazem com que os itens fiquem encostados uns com os outros, o que não acontece com as heurísticas discretas propostas por [Mundim e Andretta, 2014]. Veja na Tabela 1 que a maior taxa de ocupação obtida pela *Bottom-left* contínua foi de 78,69% utilizando uma demanda de nove pares de luvas e 157,40 segundos (Figura 8(a)). Com relação à *Top-bottom-left* contínua, temos que a maior taxa de ocupação foi de 79,80% utilizando uma demanda de dez pares de luvas e 181,77 segundos (Figura 8(b)).

Note ainda que a maior taxa de ocupação dentre todos os resultados reportados na Tabela 1 foi dada pela heurística *Top-bottom-left* contínua utilizando uma demanda de dez pares de luvas.

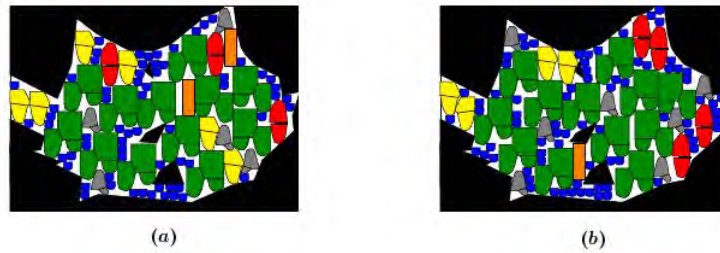


Figura 8: Recipientes com maiores taxas de ocupação para: (a) Heurística *Bottom-left* contínua e (b) Heurística *Top-bottom-left* contínua.

Outro fato interessante sobre a *Top-bottom-left*, é que para a demanda de oito pares de luvas, ela utilizou um recipiente a menos do que as outras heurísticas reportadas, como mostra a Figura 9.

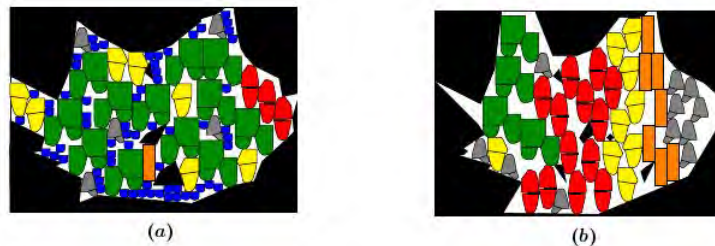


Figura 9: Solução utilizando a heurística *Top-bottom-left* contínua para oito pares de luvas.

Com relação aos tempos de resolução notamos que as heurísticas *Bottom-left* contínua e *Top-bottom-left* contínua apresentam valores maiores que os valores obtidos no trabalho de [Mundim e Andretta, 2014]. Isso era esperado pelo fato dessas heurísticas utilizarem uma lista de pontos possíveis para a alocação de um item gerando assim várias possibilidades de alocação para um item. Já o trabalho de [Mundim e Andretta, 2014] utiliza heurísticas discretas, o que torna a alocação dos itens mais direta e rápida.

4.3. Exemplo com uma zona de diferente qualidade

Nesta seção, apresentamos os resultados obtidos por ambas as heurísticas propostas utilizando as 11 instâncias e considerando que o recipiente (a) possui, além de defeitos, uma zona de diferente qualidade, como mostra a Figura 10. Lembrando que, neste caso, como mencionado na Seção 4.1, temos $q = 0$ para os defeitos, $q = 1$ para a zona de diferente qualidade e $q = 2$ para a maior parte do recipiente. Além disso, vamos considerar aqui que os itens (3) e (4) possuem $q' = 2$ e todos os demais possuem $q' = 1$. Deste modo, apenas os itens (3) e (4) não podem ser alocados na zona de qualidade $q = 1$.

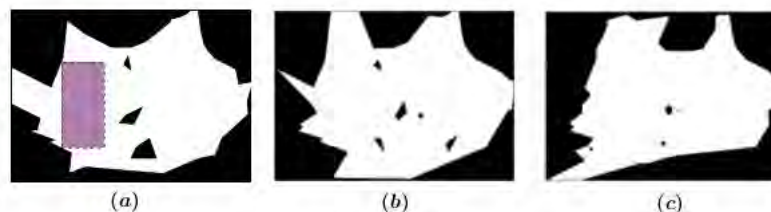


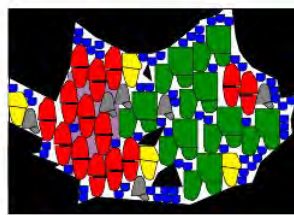
Figura 10: Representação dos recipientes com a inclusão de uma zona de diferente qualidade para o recipiente (a). Adaptada de [Mundim e Andretta, 2014].

Os resultados estão expostos na Tabela 2, cuja leitura é semelhante à da Tabela 1, com exceção que agora estamos lidando apenas as com heurísticas aqui propostas. Como podemos ver na Tabela 2, as taxas de ocupação obtidas pela heurística *Top-bottom-left* são iguais ou maiores que

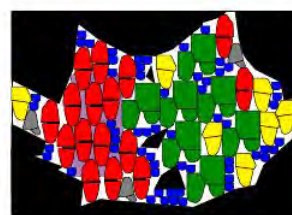
as taxas de ocupação obtidas pela heurística *Bottom-left*, com exceção da demanda de 10 pares de luvas. A maior taxa de ocupação obtida pela *Bottom-left* contínua foi de 77,77% utilizando uma demanda de 11 pares de luvas e 209,52 segundos (Figura 11(a)). Com relação à *Top-bottom-left* contínua, temos que a maior taxa de ocupação foi de 78,64% utilizando uma demanda de oito pares de luvas e 142,88 segundos (Figura 11(b)). Observe, na Figura 11, que as maiores taxas de ocupação, em ambas as heurísticas, ocorreram justamente no recipiente com a zona de diferente qualidade (recipiente (a)).

Tabela 2: Resultados numéricos considerando uma zona de diferente qualidade.

Demanda	Total de itens	Bottom-left contínua			Top-bottom-left contínua		
		\bar{m}	$t(s)$	$ocp(\%)$	\bar{m}	$t(s)$	$ocp(\%)$
1	17	1	10,42	18,52	1	10,17	18,52
2	34	1	20,42	37,04	1	20,20	37,04
3	51	1	34,98	55,56	1	34,37	55,56
4	68	2	52,62	70,05	2	51,77	70,29
5	85	2	73,41	73,74	2	73,57	74,33
6	102	2	93,46	74,11	2	93,58	75,45
7	119	2	115,69	74,67	2	116,47	77,39
8	136	3	135,40	75,93	2	142,88	78,64
9	153	3	156,95	76,92	3	164,87	77,53
10	170	3	182,29	77,74	3	188,19	77,71
11	187	3	209,52	77,77	3	210,98	78,28



(a)



(b)

Figura 11: Recipientes com maiores taxas de ocupação considerando uma zona de diferente qualidade para: (a) Heurística *Bottom-left* contínua e (b) Heurística *Top-bottom-left* contínua.

Note que as maiores taxas de ocupação obtidas nesta seção por ambas as heurísticas, quando comparadas com as maiores taxas obtidas na Seção 4.2, na qual consideramos recipientes apenas com defeitos, são menores e dadas por diferentes demandas. Ou seja, a adição de uma zona de diferente qualidade em um dos recipientes com a proibição de alocação dos itens (3) e (4) sobre ela, gerou alterações nas maiores taxas de ocupação obtidas previamente por ambas as heurísticas. Por fim, é válido notar que, mesmo com a inclusão de uma zona de diferente qualidade, a heurística *Top-bottom-left* ainda foi capaz de utilizar apenas dois recipientes para alocar todos itens da demanda de oito pares de luvas.

5. Conclusão

Neste trabalho, resolvemos um problema baseado em um problema real de uma indústria do interior de São Paulo que produz luvas de couro. Nosso objetivo foi minimizar o número de peças de couro utilizadas para cortar demandas específicas de luvas. Consideramos este problema como sendo um problema de empacotamento de itens irregulares em recipientes, no qual os itens são partes que compõem as luvas e os recipientes são as peças de couro. Estas últimas possuem regiões defeituosas, nas quais nenhum item pode ser alocado, e zonas de diferentes qualidades, nas quais apenas determinados itens podem ser posicionados.

Representamos cada item por um conjunto de polígonos convexos, cada recipiente por um retângulo com um conjunto de polígonos convexos (chamados de defeitos) para representar regiões onde nenhum item pode ser alocado, e cada zona de diferente qualidade por um polígono convexo.

Para garantir que os itens fiquem inteiramente contidos nos recipientes, e para evitar que eles se sobreponham entre si ou sobreponham defeitos e zonas de qualidades indesejadas, utilizamos as técnicas do *innerfit polygon* e *nofit polygon*, respectivamente.

Os experimentos computacionais foram realizados utilizando 11 instâncias baseadas e dados reais obtidos na indústria, as quais se diferenciam apenas em relação à demanda de pares de luvas (que vai de 1 a 11). Considerando recipientes apenas com defeitos, os métodos propostos apresentam taxas de ocupação dos recipientes maiores ou iguais que as taxas obtidas pelas heurísticas discretas propostas por [Mundim e Andretta, 2014] para todas as instâncias, com exceção daquela cuja demanda é de cinco pares de luvas. Por outro lado, nossos métodos levam mais tempo para resolver o problema, o que era de se esperar, uma vez que lidamos com recipientes contínuos, enquanto [Mundim e Andretta, 2014] os discretizam.

Também resolvemos um exemplo considerando uma zona de diferente qualidade para um dos recipientes e constatamos que as taxas de ocupação deste recipiente são menores quando proibimos dois itens específicos de serem alocados sobre esta zona de diferente qualidade. Como trabalho futuro, pretendemos considerar mais zonas de diferentes qualidades e restringir a alocação de mais itens sobre determinadas zonas do recipiente. Além disso, pretendemos estudar outras alternativas para ordenar a sequência na qual os itens são alocados, agora levando em consideração seus indicadores de qualidade.

Agradecimentos

Este trabalho contou com o apoio do CNPq (bolsa 134144/2015-5), Universal do CNPq (476792/2013-4) e CEPID da FAPESP (2013/07375-0). Agradecemos aos revisores pelos comentários importantes, que tornaram este trabalho melhor.

Referências

- Alves, C., Brás, P., de Carvalho, J. V., e Pinto, T. (2012). New constructive algorithms for leather nesting in the automotive industry. *Computers & Operations Research*, 39(7):1487–1505.
- Art, R. C. (1966). *An approach to the two dimensional irregular cutting stock problem*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, USA.
- Baker, B. S., Coffman, E. G., Jr, e Rivest, R. L. (1980). Orthogonal packings in two dimensions. *SIAM Journal on Computing*, 9(4):846–855.
- Baldacci, R., Boschetti, M. A., Ganovelli, M., e Maniezzo, V. (2014). Algorithms for nesting with defects. *Discrete Applied Mathematics*, 163:17–33.
- Bennell, J. A. e Oliveira, J. F. (2008). The geometry of nesting problems: A tutorial. *European Journal of Operational Research*, 184(2):397–415.
- Crispin, A., Clay, P., Taylor, G., Bayes, T., e Reedman, D. (2005). Genetic algorithm coding methods for leather nesting. *Applied Intelligence*, 23(1):9–20.
- Fowler, R. J., Paterson, M. S., e Tanimoto, S. L. (1981). Optimal packing and covering in the plane are NP-complete. *Information processing letters*, 12(3):133–137.
- Heistermann, J. e Lengauer, T. (1995). The nesting problem in the leather manufacturing industry. *Annals of Operations Research*, 57(1):147–173.
- Jorge, A. R., Mundim, L. R., Cherri, L. H., e Andretta, M. (2016). O problema de corte de itens irregulares: aplicação na indústria de aventais e forros de luva. *Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento*. (aceito).
- Martins, T. C. e Tsuzuki, M. S. G. (2010). Simulated annealing applied to the irregular rotational placement of shapes over containers with fixed dimensions. *Expert Systems with Applications*, 37(3):1955–1972.
- Mundim, L. R. e Andretta, M. (2014). Problema de corte de itens irregulares na fabricação de luvas de couro. *XLVI SBPO - Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, 2014, Salvador/BA*.
- Yuping, Z., Shouwei, J., e Chunli, Z. (2005). A very fast simulated re-annealing algorithm for the leather nesting problem. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 25(11-12):1113–1118.