

OTIMIZAÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DE CARGA EXPRESSA EM UMA EMPRESA BRASILEIRA DE SERVIÇOS POSTAIS

Anderson Willian de Souza

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção - Universidade Nove de Julho
Av. Francisco Matarazzo, 612, 05001-100, Água Branca, São Paulo - SP - Brasil
andersonwillian7@gmail.com

Leonardo Junqueira

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção - Universidade Nove de Julho
Av. Francisco Matarazzo, 612, 05001-100, Água Branca, São Paulo - SP - Brasil
leonardo.junqueira@uninove.com.br

RESUMO

O presente trabalho estuda a classe de problemas de roteirização de veículos com frota heterogênea fixa e janelas de tempo. Trata-se da combinação dos problemas de roteirização com restrições de janelas de tempo, em que se utiliza uma frota heterogênea e limitada de veículos. Este estudo busca solucionar o problema no contexto de uma empresa real de distribuição de carga expressa onde o problema ocorre. O objetivo é propor roteiros que serão utilizados regularmente pela empresa. Para tal, um modelo matemático é apresentado, implementado em um aplicativo de otimização e testado com dados obtidos junto a empresa. Os resultados mostram que o modelo representa adequadamente o problema e se mostra eficiente na definição das rotas considerando os dados atuais, assim como para as rotas considerando o replanejamento das janelas de tempo, quantidades e tipos de veículos da frota.

PALAVRAS CHAVE. Roteirização de Veículos, Otimização Combinatória, Modelagem Matemática.

L&T – Logística e Transportes

ABSTRACT

This paper studies the class of vehicle routing problems with heterogeneous fixed fleet and time windows. It consists of the combination of vehicle routing problems with time windows constraints, in which a limited heterogeneous fleet of vehicles is employed. This study aims at solving the problem in the context of a real express cargo distribution company where the problem occurs. The objective is to propose routes that will be regularly used by the company. Thus a mathematical model is presented, implemented in an optimization solver and tested with data obtained from the company. The results show that the model adequately represents the problem, and that it proves to be efficient in the definition of routes considering the actual data, as well as routes considering the replanning of the time windows, amounts and types of the vehicle fleet.

KEYWORDS. Vehicle Routing, Combinatorial Optimization, Mathematical Modeling.

L&T – Logistics and Transport

1. Introdução

A literatura descreve uma grande variedade de problemas de roteirização de veículos (*Vehicle Routing Problems* - VRPs) que apresentam, como característica comum, a busca da solução de problemas que ocorrem em cenários reais envolvendo a tomada de decisão para aplicação de recursos de transporte. Estes problemas são classificados na literatura considerando-se fatores e elementos presentes na estrutura de cada cenário tratado. Estes fatores e elementos estão diretamente relacionados ao tipo de operação (coleta ou entrega de mercadorias), tipo de carga, tipo de frota envolvida, localização dos clientes, tipo de restrições, entre outras [Belfiore 2006].

O presente trabalho tem como objeto de estudo um caso particular de problemas de roteirização de veículos denominado problema de roteirização de veículos com frota heterogênea fixa e janelas de tempo (*Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem with Time Windows* - HFFVRPTW). Este caso particular de VRP surge como combinação dos problemas que apresentam: (i) restrições de janelas de tempo para atendimento aos clientes (*Vehicle Routing Problem with Time Windows* - VRPTW), e (ii) frota heterogênea fixa, em que a frota de veículos utilizada é limitada, sendo composta por mais de um tipo de veículo (*Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem* - HFFVRP).

Considerando o caráter prático dos VRPs e sua vinculação às situações reais, este trabalho tem como ambiente de estudo uma reconhecida empresa de distribuição de carga expressa atuante na cidade de São Paulo, mencionada neste trabalho como empresa X. A empresa X tem como uma das suas principais operações a distribuição de carga na área urbana de São Paulo, sendo a atividade de definição das rotas caracterizada como um caso de típico de HFFVRPTW.

Dentro do contexto abordado, este trabalho propõe a resolução do HFFVRPTW por meio de modelagem matemática e aplicativos de otimização, obtendo assim uma solução exata para o problema estudado, com vistas a contribuir para uma melhor utilização da frota disponível, o que implica na redução dos custos fixos e variáveis envolvidas na operação, além do cumprimento dos horários de entrega de mercadorias, que está relacionado à qualidade do serviço prestado pela empresa em questão e sua competitividade no mercado.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. Na Seção 2 é descrita brevemente a operação de distribuição da empresa X, suas características e o método utilizado atualmente para definição das rotas. Na Seção 3 são revisados os principais trabalhos relacionados ao problema abordado, sobretudo aqueles que trataram as restrições e características do problema estudado. Na Seção 4 é apresentado um modelo de programação linear inteira mista utilizado para resolução do problema. Na Seção 5 são apresentados os resultados computacionais obtidos com um aplicativo de otimização e dados fornecidos pela empresa X. Finalmente, na Seção 6 são apresentadas as conclusões do trabalho e algumas perspectivas de pesquisas futuras.

2. Descrição do Problema na Empresa

A empresa X atua no ramo de logística e distribuição de carga expressa, tendo forte atuação no mercado nacional. As principais etapas do processo produtivo da empresa são: (i) captação: caracterizada no momento em que o serviço é contratado pelo cliente e o objeto é iniciado no fluxo operacional. Nesta etapa, as informações básicas de registro estão relacionadas ao peso, tipo de produto, origem e destino; (ii) tratamento: inicia quando o objeto é encaminhado ao centro de tratamento, onde passará por operações de conferência e triagem para separação por destinos. Esta etapa é finalizada com a consolidação da carga por destino e disponibilização ao depósito para despacho; (iii) encaminhamento: operação em que no depósito os veículos são carregados de acordo com as rotas definidas para entrega da carga aos diversos centros de distribuição (CDs) que irão fazer a entrega ao cliente de destino.

Considerando que os centros de tratamento são responsáveis pelo processamento da carga destinada à sua jurisdição, nos casos em que o objeto está destinado a um CD localizado

em outra jurisdição, o depósito local despacha a carga para o depósito responsável da jurisdição de destino, para que este encaminhe ao CD de sua localidade. Sendo assim, é admitida a troca de carga entre depósitos. Quanto ao processo de distribuição, os CDs iniciam suas atividades a partir do recebimento da carga oriunda do depósito, e, para isso, é necessário que a carga seja entregue dentro de janelas de tempo predefinidas, de modo que o prazo de entrega ao cliente de destino seja cumprido. Este trabalho focou a etapa de encaminhamento da carga do depósito aos dezoito CDs distribuídos na zona oeste do município de São Paulo. A Figura 1 ilustra a localização dos CDs (indicados pelos círculos verdes) e do depósito (indicado pela estrela vermelha).

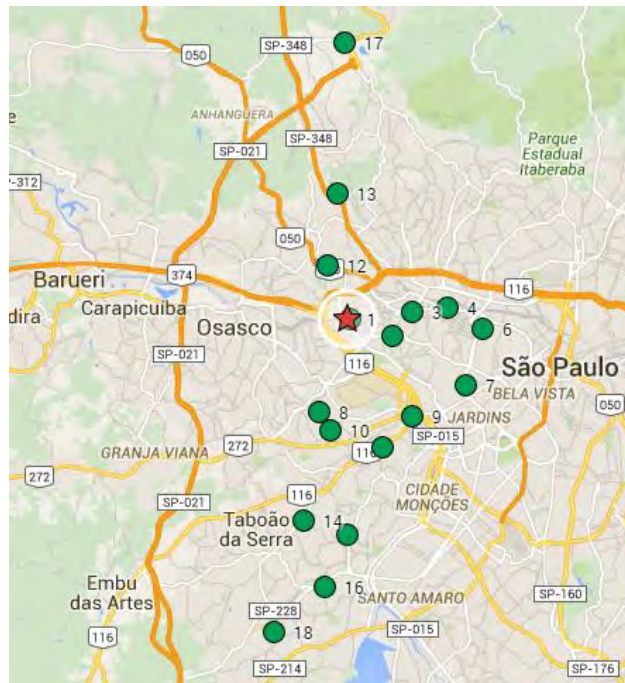


Figura 1 – Localização do depósito e dos CDs atendidos.

No processo de construção das rotas, é considerado como critério principal o encaminhamento total da carga aos CDs de modo a cumprir as janelas de tempo definidas. Fatores como custo envolvido e otimização das rotas não são considerados de forma mais apurada. Nessa operação, a empresa conta com uma frota composta por quatro tipos de veículos com capacidades diferentes: vans de 1,5t, e caminhões, podendo estes ser de 3t, 8t e 14t.

Embora tenha atuação relevante no mercado, a empresa X não possui qualquer metodologia para roteirização dos veículos, sendo este processo gerido unicamente pela experiência dos operadores de programação de linhas que, em geral, são especialistas em determinadas regiões de atuação da empresa. No processo de definição das rotas, os especialistas consideram, em geral, a quantidade de veículos disponível, o cumprimento das janelas de tempo e o volume médio de cada CD, sendo este último obtido por meio de dados históricos da empresa. A frota é composta por veículos próprios e não há terceirização de mão de obra, portanto, todos os veículos são operados por motoristas mensalistas com variação de remuneração insignificante em termos de custos para a empresa.

Embora os custos das rotas não sejam considerados como parâmetro para definição das mesmas, a empresa X mantém dados históricos e documentais que compõem alguns indicadores de custos que são monitorados pela área de transporte da empresa. Estes indicadores têm como base custos relativos à manutenção preventiva e corretiva e custos de amortização que espelham os custos fixos da frota. Quanto aos custos variáveis, um sistema de gerenciamento de abastecimento é utilizado e fornece informações de consumo médio de combustível relacionado ao tipo de veículo.

A operação de distribuição de carga tem como horizonte de tempo o período de um dia,

sendo assim, os roteiros definidos na solução são válidos para a operação diária, sendo estes roteiros replicados de forma idêntica de segunda à sexta-feira. Aos sábados a operação apresenta variações de CDs atendidos e volume de carga, o que exige a aplicação de roteiros específicos para este dia.

Diante do problema evidenciado na empresa X, este trabalho tem como objetivo propor configurações de roteiros que serão utilizados com regularidade pela empresa, considerando para isto uma frota limitada de diferentes veículos e restrições de janelas de tempo no atendimento aos clientes, o que classifica o problema estudado como um caso típico de HFFVRPTW. Para tal, um modelo de programação linear inteira mista é apresentado, implementado em um aplicativo de otimização e testado com dados reais obtidos junto à empresa.

3. Literatura Relacionada

Uma das proposições clássicas para o problema de roteirização de veículos teve como autores [Dantzig e Ramser 1959] no trabalho intitulado *The truck dispatching problem* (“O problema de despacho de caminhões”, em tradução livre). Nesse trabalho, os autores apresentam o problema de entrega de combustível no qual o objetivo era minimizar as distâncias percorridas considerando que os veículos partem de um único terminal para atendimento de vários clientes distribuídos geograficamente, sendo a demanda de cada cliente conhecida. De modo geral, o problema clássico de roteirização de veículos tem como objetivo encontrar rotas com o menor custo possível minimizando, portanto, o custo total de viagem, que normalmente está associado à distância total percorrida e/ou à quantidade de veículos utilizados. O problema de roteirização de veículos capacitado (*Capacitated Vehicle Routing Problem - CVRP*) apresenta início e término das rotas no mesmo depósito, de tal modo que a demanda de um cliente seja atendida pelo mesmo veículo (cada cliente deve ser visitado uma única vez) e a capacidade dos veículos não seja excedida.

Outros elementos como composição da frota, depósitos, restrições quanto ao atendimento aos clientes, entre outros, são relevantes e fazem distinção entre as diversas variações de VRP. Quanto à composição da frota, os veículos podem ser de mesma capacidade e tipo, compondo assim uma frota denominada homogênea, ou apresentar veículos com capacidades e tipos diferentes, denominada frota heterogênea, como é o caso estudado neste trabalho.

Os problemas de roteirização de veículos com frota heterogênea (*Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problems - HFVRP*), segundo a classificação proposta por [Gendreau et al. 1999] e [Tarantilis et al. 2004], podem ser classificados em: (i) *Heterogeneous Fixed Fleet Vehicle Routing Problem - HFFVRP*, onde o problema de roteirização é composto por uma frota limitada de veículos; e (ii) *Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem - FSMVRP*, onde, além dos roteiros, a solução deve determinar a configuração ideal da frota (*mix* de veículos), considerando para isso o número de veículos de cada tipo inicialmente como ilimitado. Em ambas as versões do HFVRP, o objetivo consiste em determinar rotas que minimizem os custos envolvidos, compostos pelos custos fixos e variáveis. [Baldacci et al. 2008] apresentaram uma importante revisão dos trabalhos que trataram do HFVRP, descrevendo as principais formulações. Mais recentemente, [Koç et al. 2015] apresentam uma revisão das diversas extensões dos problemas de roteirização com frota heterogênea, e apresentam análises comparativas dos resultados obtidos na aplicação dos principais algoritmos descritos na literatura.

O FSMVRP tem como uma das principais abordagens o trabalho de [Golden et al. 1984], em que os autores implementaram heurísticas derivadas do método de [Clarke e Wright 1964]. Na composição dos custos, alguns autores trataram o FSMVRP considerando o custo total como a soma dos custos fixos e variáveis [Ferland e Michelon 1988], outros considerando somente a parcela fixa [Golden et al. 1984], e outros ainda considerando apenas a parcela variável [Taillard 1999].

O HFFVRP foi abordado por [Paraskevopoulos et al. 2008], que em seu trabalho consideraram o custo total a ser minimizado a partir do tempo total da rota e do custo fixo do

veículo. Neste caso em específico, os tempos de serviço servem apenas para verificar a viabilidade da rota e para ajustes da hora de partida do terminal, a fim de minimizar o tempo de espera nos clientes [Koç et al. 2015].

Quanto ao atendimento aos clientes, alguns casos de VRP impõem janelas de tempo para atendimento dos mesmos, dando origem aos problemas de roteirização de veículos com janelas de tempo (*Vehicle Routing Problem with Time Windows - VRPTW*). Neste caso, o objetivo é roteirizar veículos considerando restrições de janelas de tempo, podendo estas ocorrer tanto na entrega da carga aos CDs ou no depósito, quanto no horário em que a carga deve estar disponível para carregamento. Uma das principais abordagens do VRPTW foi apresentada por [Solomon 1986] com restrição de janelas de tempo nos clientes. O autor desenvolveu heurísticas construtivas para solução do problema sendo: economias, vizinho mais próximo, inserção, métodos de agrupa-roteiriza, roteiro gigante e heurística de melhoria baseada na troca de arcos, sendo a frota de veículos homogênea.

[Solomon 1987] propõe em seu trabalho sete heurísticas construtivas para resolução do VRPTW. O autor considera a frota homogênea e ilimitada, além de restrições de capacidade. O objetivo é definir rotas de modo que os custos fixos e variáveis sejam minimizados. Considerando que a frota é ilimitada, ao se definir a quantidade de rotas define-se também a quantidade de veículos necessários para a operação.

Alguns autores propuseram a solução do VRPTW utilizando métodos exatos. Entre eles, [Baker 1982] propôs uma solução utilizando a estratégia *branch and bound* para roteirização com um único veículo. Posteriormente, [Kolen et al. 1987] propuseram uma solução também aplicando o *branch and bound* em um VRPTW com frota homogênea, com o objetivo de determinar rotas factíveis, minimizando as distâncias percorridas e ao mesmo tempo atendendo as restrições de janelas de tempo.

Alguns estudos abordaram cenários onde os elementos frota heterogênea e janelas de tempo foram abordados de forma combinada e, em alguns casos, acrescentando outras restrições. [Cunha 1997] abordou o VRP com frota heterogênea fixa e janelas de tempo (HFFVRPTW). Nesse estudo, o autor partiu das heurísticas aplicadas ao VRPTW com frota homogênea, acrescentando a heurística de agrupamento e alocação sequencial, sendo considerada também a capacidade dos veículos e o limite de duração máxima da jornada de trabalho. A técnica de agrupamento sequencial foi aplicada a um caso real com um total de 136 entregas que, segundo o autor, apresentou uma redução da distância total percorrida, custos operacionais e quantidade de veículos utilizados.

[Liu e Shen 1999] abordaram o FSMVRPTW em uma aplicação onde, além da roteirização dos veículos, o problema buscou definir a quantidade e o *mix* de veículos na solução do problema. Os autores partiram da aplicação da heurística de economias (*savings heuristic*) e propuseram uma heurística de inserção sequencial. Para isso, os autores utilizaram uma adaptação do conjunto de instâncias de [Solomon 1987] para frota heterogênea, e definiriam 168 exemplos de problemas onde o método foi aplicado. A heurística também foi aplicada no conjunto de problemas proposto por [Golden et al. 1984] para o FSMVRP.

Um caso semelhante com entregas fracionadas (*Heterogeneous Fleet Vehicle Routing Problem with Time Windows and Split Deliveries - HFVRPTWSD*) foi abordado por [Belfiore 2006], que apresenta um método de solução obtido a partir da aplicação de heurística construtiva em conjunto com a meta-heurística *Scatter Search*. [Belfiore e Yoshizaki 2009] trataram do HFVRPTWSD aplicando o mesmo método de solução, porém, considerando um problema real de uma empresa de grande porte atuante no ramo de varejo. Nesse caso, o problema envolveu o problema de um único depósito que atendia 519 CDs distribuídos em 11 estados do Brasil, em que a frota foi considerada como ilimitada e composta por quatro tipos de veículos.

[Belfiore e Yoshizaki 2013] trataram a aplicação da técnica *Scatter Search* para resolução do *Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem with Time Windows and Split Deliveries - FSMVRPTWSD*, no qual se busca determinar a dimensão e o *mix* da frota considerando também restrições de janelas de tempo e entregas fracionadas. Segundo os autores, a heurística aplicada apresentou resultados equivalentes aos melhores resultados descritos na

literatura.

Considerando que não há quantidade relevante de abordagens exatas para o HFFVRPTW, fica evidenciada a oportunidade de avanço do conhecimento a partir do problema observado na empresa X.

4. Modelagem Matemática

A formulação matemática utilizada para modelar o problema da empresa X foi baseada em formas amplamente utilizadas na literatura, sendo apresentadas também em trabalhos como [Toth e Vigo 2014] e [Golden et al. 2008]. O modelo foi construído considerando o grafo direcionado onde $V = \{1, 2, 3 \dots n\}$ representa o conjunto de vértices do grafo, em que o depósito é representado pelo índice 1. Portanto, o conjunto de clientes a ser atendido é representado por $V' = V \setminus \{1\}$. Conforme mencionado, busca-se uma solução que determine os roteiros que serão replicados diariamente nas operações de segunda à sexta-feira, tendo, portanto, um horizonte de tempo de 24hs. Os índices, parâmetros e variáveis considerados no modelo são descritos a seguir:

<i>Índices:</i>	
$i \in \{1, 2, 3 \dots I\}$	em que I é o total de vértices do grafo;
$k \in \{1, 2, 3 \dots K\}$	em que K é o número de tipos de veículos;

<i>Parâmetros:</i>	
n_k	quantidade de veículos do tipo k ;
a_k	capacidade dos veículos do tipo k ;
q_i	demanda do cliente i ;
$d_{i,j}$	distância entre os vértices i e j ;
f_k	custo fixo do veículo do tipo k ;
g_k	custo de viagem do veículo do tipo k ;
$t_{i,j}$	tempo de percurso entre os vértices i e j ;
e_i	início da janela de tempo de atendimento no cliente i ;
l_i	fim da janela de tempo de atendimento no cliente i ;
s_i	tempo de serviço no cliente i ;

<i>Variáveis:</i>	
x_{ij}^k	indica se o arco (i, j) é percorrido ou não pelo veículo do tipo k ;
b_i^k	indica o instante de início do serviço no cliente i pelo veículo do tipo k ;
q_i^k	quantidade de carga no veículo k após atendimento do cliente i ;

O problema de roteirização de veículos com frota heterogênea fixa e janelas de tempo (HFFVRPTW) pode ser representado por meio de um modelo de programação linear inteira mista como a seguir:

$$\min \sum_k \sum_{j \in V'} f_k \cdot x_{0j}^k + \sum_k \sum_i \sum_{j \neq i} g_k \cdot d_{i,j} \cdot x_{ij}^k \quad (1)$$

$$s. a.: \sum_{j \in V'} x_{1,j}^k \leq n_k \quad \forall \quad (2)$$

$$\sum_k \sum_j x_{i,j}^k = 1 \quad \forall i \in V' \quad (3)$$

$$\sum_j x_{j,i}^k - \sum_j x_{i,j}^k = 0 \quad \forall i \in V', \forall k = 1, \dots, K \quad (4)$$

$$q_j^k \geq q_i^k + q_j - (1 - x_{i,j}^k) \cdot a_k \quad \forall i, j \in V', i \neq j, \forall k = 1, \dots, K \quad (5)$$

$$q_i \leq q_i^k \leq a_k \quad \forall i \in V', \forall k = 1, \dots, K \quad (6)$$

$$b_j^k \geq b_i^k + s_i + t_{i,j} - (1 - x_{i,j}^k) \cdot M_{i,j} \quad \forall i, j \in V, \forall k = 1, \dots, K \quad (7)$$

$$e_i \leq b_i^k \leq l_i \quad \forall i \in V, \forall k = 1, \dots, K \quad (8)$$

$$x_{i,j}^k \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in V, i \neq j, \forall k = 1, \dots, K \quad (9)$$

$$q_i^k, b_i^k \geq 0 \quad \forall i \in V', \forall k = 1, \dots, K \quad (10)$$

Na formulação (1)-(10), a função objetivo (1) visa minimizar o custo total das rotas. As restrições (2) garantem que a quantidade de cada tipo de veículo não será excedida e que cada veículo partirá do depósito. As restrições (3) garantem que cada cliente será visitado exatamente uma vez. As restrições (4) garantem a conservação do fluxo de veículos. As restrições (5) garantem a consistência das variáveis de carga (q_i^k), enquanto as restrições (6) garantem que a capacidade dos veículos não será excedida. As restrições (7) garantem a consistência das variáveis de tempo (b_i^k), enquanto as restrições (8) garantem o cumprimento das janelas de tempo. É importante notar que o parâmetro $M_{i,j}$, apresentado nas restrições (7), deve ser um número suficientemente, p.e., $M_{i,j} = l_i + s_i + t_{i,j} - e_j$ e $M_{i,j} = \max\{M_{i,j}; 0\}$. Note que as formulações (5) e (7) são muito semelhantes às restrições clássicas de Miller-Tucker-Zemlin [Miller et al. 1960] para modelagem do problema do caixeiro viajante (*Traveling Salesman Problem* - TSP), e também garantem a eliminação de subciclos. Finalmente, as restrições (9) e (10) definem o domínio das variáveis $x_{i,j}^k$, q_i^k e b_i^k .

5. Resultados Computacionais

O modelo matemático (1)-(10) apresentado na Seção 4 foi implementado na linguagem de modelagem GAMS (versão 24.02), e o *solver* CPLEX (versão 12) (utilizando parâmetros *default*) foi utilizado para resolvê-lo. Para realização dos experimentos, foi utilizado um microcomputador PC Intel Xeon (3,5GHz, 64GB) e sistema operacional Windows.

Conforme mencionado anteriormente, as informações para realização dos testes com o modelo foram obtidas a partir de dados históricos da empresa. Considerando que o processo de roteirização é baseado exclusivamente na experiência dos programadores, observou-se que

algumas rotas atendem algumas unidades em horários considerados inadequados, pois impõem a chegada da carga em horário tardio para distribuição, o que impacta diretamente no prazo de entrega ao cliente final. Diante disso, embora não seja o cenário praticado atualmente, considera-se como ideal que todas as unidades recebam sua carga até às 08h30min.

Além disso, embora a operação de distribuição de carga seja executada com quatro tipos de veículos, percebeu-se na prática que a localização de alguns CDs desfavorece o atendimento com veículos de grande porte devido à restrições quanto à circulação de veículos pesados nas vias de acesso às unidades. Além disso, algumas unidades não possuem estrutura adequada para recebimento de veículos de grande porte. Para sanar estas dificuldades, há interesse que a operação de encaminhamento seja executada utilizando-se somente veículos de pequeno e médio porte.

Quanto ao volume de carga e à capacidade de carregamento dos veículos, é importante notar que a unidade de medida adotada na empresa X para representar estes parâmetros é descrita em termos de Unitizadores Secundários (US), que nada mais são que gaiolas com dimensões 1,20m x 1,00m x 1,00m usadas para unitizar volumes menores (Unitizadores Primários - UP). Esta medida é adotada em decorrência da característica da carga tratada, pois os objetos possuem peso leve e dimensões médias e grandes, o que torna a unidade de peso uma medida ineficaz para expressar a restrição de carregamento. Sendo assim, o volume de demandas dos clientes e a capacidade dos veículos são obtidos a partir da transformação em unidades de US.

Na Tabela 1 são apresentadas as demandas dos CDs, os tempos de serviço e as janelas de tempo. Na coluna 2 as demandas de cada CD dão dadas em termos de US e suas frações. O tempo de serviço é apresentado na coluna 3 em minutos e representa o tempo necessário para descarregamento (carregamento) da carga nos CDs (no depósito). As colunas 4 à 7 apresentam as janelas de tempo praticadas no atendimento de cada CD e aquelas consideradas ideais. A coluna 8 apresenta a variação entre a janela de tempo ideal em relação à atualmente praticada. Note que na implantação das janelas de tempo consideradas ideais, dos 17 CDs atendidos, apenas 4 teriam redução de suas janelas de tempo (números negativos), o implica que o cenário pretendido tornaria as janelas de tempo menos apertadas.

Tabela 1 – Descrição das demandas dos CDs e janelas de tempo.

CD	Demanda (UP)	Tempo de Serviço (Min)	Janelas de Tempo				Variação (Min)
			Atual		Ideal		
			Início	Fim	Início	Fim	
1	0,00	00:10	07:00	12:00	07:00	12:00	0
2	3,95	00:20	08:00	09:30	07:00	08:30	0
3	1,53	00:20	07:35	09:20	07:00	08:30	-15
4	2,83	00:20	08:10	08:30	07:00	08:30	70
5	1,13	00:20	07:45	08:15	07:00	08:30	60
6	2,35	00:20	08:10	08:30	07:00	08:30	70
7	2,26	00:20	08:10	09:00	07:00	08:30	40
8	1,46	00:20	07:30	08:50	07:00	08:30	10
9	2,00	00:20	08:20	08:35	07:00	08:30	75
10	1,23	00:20	07:30	08:25	07:00	08:30	35
11	2,61	00:20	07:55	09:45	07:00	08:30	-20
12	1,82	00:20	07:00	08:45	07:00	08:30	-15
13	2,79	00:20	08:10	08:25	07:00	08:30	75
14	3,86	00:20	07:55	08:35	07:00	08:30	50
15	3,97	00:20	08:00	08:30	07:00	08:30	60
16	1,25	00:20	07:40	10:20	07:00	08:30	-70
17	2,79	00:20	08:20	09:00	07:00	08:30	50
18	1,72	00:20	08:00	09:30	07:00	08:30	0

A Tabela 2 apresenta os dados dos veículos, suas capacidades (em t), cubagens (em m³) e capacidade de carregamento em termos de US. Os custos fixos e de viagem estão descritos em

termos de unidades monetárias e de unidades monetárias/km, respectivamente.

Tabela 2 – Descrição dos veículos.

Veículo	Capacidade (t)	Cubagem (m ³)	Capacidade (US)	Custo Fixo (\$)	Custo de Viagem (\$/Km)
Van	1,50	10,40	4	28,7	6,3
Caminhão 3/4	3,00	19,00	9	51,3	13,7
Caminhão Toco	8,00	41,00	12	64,1	25,6
Caminhão Trucado	14,00	64,00	20	82,9	33,8

Tomando como base o cenário atualmente praticado e as adequações de janelas de tempo e tipos de veículos pretendidos pela empresa X, foram construídos oito cenários (instâncias) que variaram da seguinte forma:

- (i) Janelas de tempo atualmente praticadas e a janelas de tempo consideradas ideais;
- (ii) Frota composta apenas por veículos vans com capacidade de 1,5t e caminhões de 3,0t (3/4);
- (iii) Frota composta por veículos de 1,5t e caminhões, podendo ser de 3,0t, 8,0t (toco) e 14,0t (trucados);
- (iv) Quantidade de veículos vans (1,5t) disponíveis, em número de cinco ou oito veículos.

A Tabela 3 apresenta as instâncias testadas e os resultados obtidos. Nas colunas 2 e 3 são apresentadas a composição da frota e a quantidade de veículos disponíveis, respectivamente. A coluna 4 identifica o tipo de janela de tempo tratada. A quantidade de veículos utilizados na solução encontrada é apresentada na coluna 5. A coluna 6 apresenta a quilometragem total percorrida, enquanto a coluna 7 apresenta o custo total das rotas. As colunas 8 e 9 apresentam os números de variáveis (binárias) e de restrições obtidas pelo modelo (1)-(10) para cada cenário. O tempo computacional é apresentado na coluna 10.

Tabela 3 – Resultados computacionais obtidos.

Inst.	Qtde. de Veículos Disponíveis	Janelas de Tempo	Qtde. de Veículos Utilizados	Distância (km)	Custo (\$)	Nº de Variáveis	Nº de Restrições	Tempo Comp. (s)
1	Van 1,5t	8	7	206,5	2095,81	612	1312	2,59
	Caminhão 3t	7						
2	Van 1,5t	8	8	247,3	2031,53	612	1312	118,19
	Caminhão 3t	7						
3	Van 1,5t	5	5	195,0	2150,46	612	1312	6,17
	Caminhão 3t	7						
4	Van 1,5t	5	5	225,1	2124,90	612	1312	444,17
	Caminhão 3t	7						
5	Van 1,5t	8	7	206,5	2095,81	1224	2606	7,69
	Caminhão 3t	7						
	Toco 8t	3						
	Truck 14t	2						
6	Van 1,5t	8	8	247,3	2031,53	1224	2606	233,83
	Caminhão 3t	7						
	Toco 8t	3						
	Truck 14t	2						
7	Van 1,5t	5	5	195,0	2150,46	1224	2606	12,77
	Caminhão 3t	7						
	Toco 8t	3						
	Truck 14t	2						
8	Van 1,5t	5	5	225,1	2124,90	1224	2606	885,26
	Caminhão 3t	7						
	Toco 8t	3						
	Truck 14t	2						

Convém observar que todas as soluções encontradas são comprovadamente ótimas (i.e., possuem *gap* de otimalidade igual a zero). Conforme mencionado, os resultados apontaram que a implantação das janelas de tempo ideais configura flexibilização das janelas de tempo atuais. Com isso, houve uma redução do custo total das rotas, em média, em torno de 3%. Por outro lado, os tempos computacionais tiveram um aumento substancial. Quanto ao emprego dos veículos, houve claramente uma predileção pelo uso de veículos de 1,5t. A quantidade utilizada de veículos de 3t não sofreu alteração para o atendimento das janelas de tempo ideais.

Além da variação da quantidade de veículos van, no atendimento das janelas de tempo ideais, observou-se o aumento da quilometragem total e, por outro lado, a redução do custo total das rotas. Isso se explica considerando que, embora tenha havido aumento da quantidade de veículos e da quilometragem, a solução apresentada diminui a quilometragem percorrida pelos veículos caminhão 3/4 (3t), e acrescenta quilometragem percorrida pelos veículos van (1,5t), que têm custos menores. A Tabela 4 apresenta uma comparação entre as instâncias 1 e 2 onde essa situação ocorre. A coluna 3 apresenta a quantidade de veículos por tipo que foram utilizados na solução das instâncias. As colunas 4 e 5 apresentam a distância total percorrida e a distância percorrida por tipo de veículo, respectivamente. Nota-se que, embora a solução da instância 2 tenha apresentado acréscimo de uma van e acréscimo da distância percorrida, os veículos caminhão 3/4 apresentaram redução da quilometragem percorrida em 71% e redução do custo em 64%. Em contrapartida, os veículos van apresentaram acréscimo de quilometragem de 63% e aumento do custo em 54%.

Tabela 4 – Comparação entre quilometragem percorrida e custos.

Inst.	Qtde. de Veículos Utilizados		Distância (km)	Distância por Tipo de Veículo (km)	Custo por Tipo de Veículo (\$)	Custo (\$)
1	Van 1,5t	7	206,7	140,1	1083,53	2095,81
	Caminhão 3t	2		66,4	1012,28	
2	Van 1,5t	8	247,3	228,2	1667,26	2031,53
	Caminhão 3t	2		19,1	364,27	

Em todos os cenários testados os veículos com capacidade superior à 3t não foram utilizados, pois o fato destes veículos estarem disponíveis na frota não alterou as soluções encontradas. Este fato indica que, considerando os dados testados, a disponibilidade destes veículos não se mostrou relevante para alterar a solução ótima, tendo impactado somente nos tempos computacionais registrados. Diante dessa constatação, fica evidenciado que é possível obter roteiros ótimos utilizando-se apenas veículos de pequeno e médio porte, o que viria a solucionar o problema de falta de estrutura e restrição de circulação de veículos pesados para atendimento de alguns CDs.

6. Conclusões

Neste trabalho foi apresentado um modelo de programação linear inteira mista para representar um problema real de roteirização de veículos com frota heterogênea fixa e janelas de tempo. Os resultados computacionais mostraram que o modelo representou adequadamente o problema e se mostrou eficiente para a resolução das instâncias propostas, tanto considerando o atendimento das janelas de tempo praticadas pela empresa onde o caso ocorre, como para janelas de tempo pretendidas como ideais. Os cenários testados mostraram que, embora a frota utilizada pela empresa seja composta por quatro tipos de veículos, as melhores soluções consideraram apenas a utilização de veículos com capacidade não superior à 3t.

Como próximos passos, e ainda buscando representar alguns cenários adicionais que ocorrem na empresa X, pretende-se como pesquisas futuras: (i) estender o modelo para os CDs localizados em outros municípios da região metropolitana de São Paulo; (ii) incorporar a possibilidade de entregas fracionadas; (iii) aplicar as rotas encontradas em módulo teste na

operação da empresa X; e (iv) considerando que na prática ocorrem variações nos parâmetros associados à demanda e aos tempos de serviço e de percurso dos veículos, incorporar incertezas no modelo utilizando técnicas de programação robusta.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o apoio financeiro recebido da FAPESP.

Referências

Baker, E. K. (1982). Vehicle routing with time windows constraints. *Logistics and Transportation Review*, 18:385-401.

Baldacci, R., Batarra, M. e Vigo, D. (2008). Routing a heterogeneous fleet of vehicles. In *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges*. Golden, B. L., Raghavan, S. e Wasil, E. A. eds. *Operation Research/Computer Science Interfaces Series*. Springer.

Belfiore, P. P. B. (2006). Scatter search para problemas de roteirização de veículos com frota heterogênea, janelas de tempo e entregas fracionadas, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Belfiore, P. P. B., e Yoshizaki, H. T. Y. (2009). Scatter search for a real-life heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows and split deliveries in Brazil. *European Journal of Operation Research*, 199:750-758.

Belfiore, P. P. B. e Yoshizaki, H. T. Y. (2013). Heuristic methods for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows and split deliveries. *Computers & Industrial Engineering*, 64:589-601.

Clarke, G. e Wright, J. W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, 12:568-581.

Cunha, C. B. (1997). Uma contribuição para o problema de roteirização de veículos com restrições operacionais, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

Dantzig, G. B. e Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management Science*, 6:80-91.

Ferland, J. A. e Michelon, P. (1988). The vehicle scheduling problem with multiple vehicle types. *Journal of the Operational Research Society*, 39:577-583.

Gendreau, M., Laporte, G., Musaragany, C. e Taillard, E. D. (1999). A tabu search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 26:1153-1173.

Golden, B. L., Assad, A. A. e Dahl, R. (1984). Analysis of a large scale vehicle routing problem with an inventory component. *Large Scale Systems*, 22:181-190.

Golden, B. L., Raghavan, S. e Wasil, E. A. (2008). *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges*. New York: Springer.

Koç, Ç., Bektas, T., Jabali, O. e Laporte, G. (2015). Thirty years of heterogeneous vehicle routing. *European Journal of Operational Research*, 15:9-22.

Kolen, A. W. J., Rinnooy-Kan, A. H. G. e Trienekens, H. W. J. M. (1987). Vehicle routing with time windows. *Operations Research*, 2:266-273.

Liu, F. H. e Shen, S. Y. (1999). The fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. *Journal of Operation Research Society*, 50:721-723.

Miller, C. E., Tucker, A. W. e Zemlin, R. A. (1960). Integer programming formulations of traveling salesman problems. *Journal of the Association for Computing Machinery*, 7:326-329.

Paraskevopoulos, D. C., Repoussis, P. P., Tarantilis, C. D., Ioannou, G. e Prastacos, G. P. (2008). A reactive variable neighbourhood tabu search for the heterogeneous fleet vehicle routing problem with time windows. *Journal of Heuristics*, 14:425-455.

Solomon, M. M. (1986). On the worst-case performance of some heuristics for the vehicle routing and scheduling with time windows constraints. *Networks*, 16:161-174.

Solomon, M. M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time windows constraints. *Operations Research*, 35:254-265.

Taillard, E. D. (1999). A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet VRP. *RAIRO Recherche Opérationnelle*, 33:1-14.

Tarantilis, C. D., Kiranoudis, C. T. e Vassiliadis, V. S. (2004). A threshold accepting metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 152:148-158.

Toth, P. e Vigo, D. (2014). Vehicle routing: problems, methods, and applications. In MOS-SIAM series on optimization. Philadelphia.