

UM MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR ESTOCÁSTICO PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DOS SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Nataly Bañol Arias, Alejandra Tabares Pozos

Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica – LaPSEE
Departamento de Engenharia Elétrica – UNESP – Ilha Solteira
Av. Brasil, 56, Centro, 15385-000, Ilha Solteira - SP, Brasil
natycanta@gmail.com, tabares.1989@gmail.com

Marina Lavorato, Cristiano Torezzan

Faculdade de Ciências Aplicadas - Unicamp
Rua Pedro Zaccaria, 1300 Jd. Sta Luiza Limeira, SP CEP 13484-350
mlavorato@gmail.com, torezzan@gmail.com

RESUMO

Neste trabalho apresenta-se uma nova metodologia, baseada em um modelo estocástico de programação linear inteira mista, para resolver o problema de planejamento estático da expansão dos sistemas de distribuição de energia elétrica considerando a incerteza da demanda. O modelo matemático considera a construção de novas subestações e circuitos, a repotenciação de subestações e o recondutoramento de circuitos já existentes no sistema. O modelo visa minimizar os custos integrados de investimento na expansão do sistema e de operação. Além disso considera-se o custo do valor esperado da energia não suprida como uma penalização, visando tratar o comportamento incerto das demandas convencionais. A eficiência e robustez da metodologia proposta são avaliadas usando um sistema teste de 24 nós e os resultados obtidos são comparados com um modelo estocástico de dois estágios com recurso baseado em um modelo existente na literatura.

PALAVRAS CHAVE. Planejamento da expansão dos sistemas de distribuição. Programação estocástica linear inteira mista . Energia não suprida.

Área principal: EN - PO na Área de Energia

ABSTRACT

In this work, a new methodology based on a mixed integer linear programming model is presented in order to solve the static planning for electrical distribution system expansion problem, considering demand uncertainty. The formulation takes into account new substations and circuits constructions, existing substations repowering and existing circuits reconductoring. The approach aims to minimize the expansion investment cost and the system operational cost. In addition, the model also considers the cost due to the expected energy not supplied, aiming to deal with the conventional demands uncertain behavior. The efficiency and robustness of the proposed methodology was tested on a 24-node distribution system; the results were compared with those obtained from a two-stage stochastic model with recourse based on an existing model found in the specialized literature.

KEYWORDS. Electrical distribution expansion planning. Stochastic mixed integer linear programming. Energy not supplied.

Main area: EN - OR Area of Energy.

1. Introdução

O problema do planejamento da expansão dos sistemas de distribuição de energia elétrica (SDEE) consiste em determinar o plano de expansão ótimo para o SDEE visando atender as demandas de energia futuras respeitando as restrições operacionais do sistema [Gonen, 1986]. O crescimento contínuo da demanda de energia elétrica obriga as empresas de distribuição de energia elétrica (EDs) a expandirem seus sistemas a partir da construção e/ou repotenciação de subestações assim como a construção e/ou recondução dos circuitos necessários para suprir as demandas de energia de forma eficiente e confiável. Neste contexto, diversos modelos matemáticos tem sido propostos, onde os diferentes tipos de investimento e/ou instalação de subestações e circuitos com diferentes características cada um são, usualmente, representados por variáveis binárias dentro do modelo matemático elevando seu custo computacional de solução. Este tipo de problema representado por um modelo matemático de natureza combinatória é reconhecido na literatura como um problema *NP-hard*.

O problema de planejamento da expansão dos SDEE (PESDEE) pode ser, numa primeira abordagem, modelado como um problema estático, no qual o planejamento é feito considerando a demanda de energia que existirá no final do período do horizonte de planejamento, ou como um problema multi-período ou dinâmico onde as decisões de investimentos são executadas nos diferentes períodos do horizonte de planejamento de acordo com a demanda de energia em cada um dos períodos [Fletcher e Strunz, 2007]. O problema de PESDEE tem sido amplamente estudado na literatura e métodos de solução tais como técnicas clássicas de otimização como *branch and bound*, modelos de programação linear inteira mista (PLIM), algoritmos heurísticos e metaheurísticas, vem sendo utilizados para resolver tal problema. Um resumo completo e detalhado dos trabalhos desenvolvidos para resolver o problema de PESDEE pode ser encontrado em [Tabares et al., 2015].

Por outro lado, em situações práticas, o problema de PESDEE está sujeito ao comportamento estocástico das demandas futuras do sistema durante o horizonte de planejamento. Assim, a taxa de crescimento da demanda é de natureza incerta e influencia fortemente nas decisões de expansão do SDEE. Portanto, se as incertezas associadas às demandas de energia não são consideradas na solução do problema do PESDEE pode acontecer do sistema ser sobrestimado, deixando custos desnecessários para as EDs ou pelo contrário, que o plano de investimento não seja suficientemente flexível (robusto) para atender todas as demandas deixando energia não suprida (ENS) no sistema e incorrendo em custos de multas para as EDs pelo não atendimento das demandas.

Diferentes metodologias têm sido desenvolvidas dentro da literatura para lidar com a natureza incerta das demandas de energia elétrica. Em [Gorenstin et al., 1993], [Carrion et al., 2007], [Jirutitijaroen e Singh, 2008] e [Montoya-Bueno et al., 2015] são estudadas metodologias baseadas em programação estocástica. Modelos de programação robusta são apresentados em [Dehghan et al., 2016], [Franco et al., 2015]. Metodologias de otimização avessa ao risco são apresentadas em [López et al., 2015], [Cano et al., 2016], e [Bruno et al., 2016].

Em [Dehghan et al., 2016], os autores apresentam um modelo de decomposição de três níveis para o problema de planejamento da expansão dos sistemas de potência considerando a incerteza correlacionada entre a demanda de energia, a geração eólica que são modeladas através de intervalos limitados e a disponibilidade de equipamentos do sistema é modelada através de distribuições de probabilidade. Como resultado, obtem-se um modelo híbrido de programação estocástica e robusta visando satisfazer uma restrição probabilística de confiabilidade relacionada é apresentado.

Em [Montoya-Bueno et al., 2015] é proposto um modelo estocástico de dois estágios para alocação ótima de fontes de geração renováveis como parte do problema de PESDEE multi-período. É proposto um modelo de PLIM visando minimizar os custos de investimento e operação e um custo de penalização pela ENS no sistema. As incertezas estão relacionadas com as demandas e na produção de energia das fontes renováveis que são representadas como uma distribuição de probabilidade a partir de dados históricos do sistema.

No trabalho de [Franco et al., 2015] é proposto um modelo de programação cônica de segunda ordem inteira mista para resolver o problema de planejamento da expansão de subestações multi-período. A incerteza na demanda é considerada através de um modelo robusto que usa restrições probabilísticas garantindo que os limites na capacidade das subestações sejam satisfeitos com um dado nível de confiança. O modelo visa minimizar o custo total esperado do plano de expansão definido pelos custos fixos de investimentos, custos variáveis de operação e perdas de potência e pelo custo esperado da ENS relacionado com um custo de penalização pela energia não suprida devido a falhas nas subestações e nos circuitos.

Um modelo de otimização avessa ao risco baseado em *conditional value at risk* (CVaR) é apresentado em [López et al., 2015]. Os autores desenvolveram um modelo estocástico inteiro misto convexo, multi-período para resolver o problema de planejamento de reativos. A função objetivo minimiza todos os custos de investimento no primeiro estágio, e no segundo estágio minimiza o custo esperado dos novos investimentos e o custo esperado da desconexão de carga reativa. As demandas de potência ativa e reativa são modeladas por funções de distribuição de probabilidade usando a técnica de Amostragem por hipercubo latino. Uma metodologia similar a anterior é apresentada em [Cano et al., 2016].

Em [Bruno et al., 2016] um modelo de programação estocástica multi-estágio é apresentado para resolver o problema de planejamento de fontes de energia renovável orientado aos mercados de energia. O modelo proposto é resolvido através de um método de programação dinâmica dual estocástica considerando parâmetros aleatórios. CVaR foi incluído dentro da metodologia visando considerar o risco. Nos trabalhos anteriormente apresentados foram usadas metodologias clássicas de programação estocástica [Birge e Louveaux, 2011], programação robusta [Ben-Tal et al., 2009] e aversão ao risco [Krokhmal et al., 2011] para lidar com a natureza incerta de algumas variáveis pertencentes ao problema de PESDEE.

Neste trabalho, desenvolve-se uma nova metodologia para resolver o problema de PES-DEE baseada em um modelo estocástico de PLIM que considera aspectos estocásticos da demanda. O modelo proposto foi implementado na linguagem de programação matemática AMPL e é resolvido através do solver comercial CPLEX. Os resultados foram avaliados usando um sistema teste de 24 nós e considerando 3, 10 e 50 cenários de demanda e comparados com um modelo clássico usado na literatura.

2. Modelo Determinístico de Programação Não Linear Inteiro Misto

A forma mais realista de representar matematicamente o planejamento da expansão de um SDEE é através de um modelo de PNLIM [Ganguly et al., 2011]. O modelo matemático apresentado nesta seção é baseado nos trabalhos apresentados em [Franco et al., 2014] e [Tabares et al., 2014] com a preocupação de reduzir a complexidade do problema. A equações do modelo são apresentadas a seguir:

2.1. Função Objetivo

A função objetivo (1) considera os custos de investimento e operação dos SDEE. A função de $f(\tau, \lambda) = (1 - (1 + \tau)^{-\lambda})/\tau$ é usada para calcular o valor presente líquido do custo anualizado:

$$\text{Custo total:} \\ \min \left(\sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} c_{ij,a}^f x_{ij,a}^l + \sum_{i \in \Omega_s} \sum_{c \in \Omega_c} c_c^s x_{i,c}^s + \sum_{i \in \Omega_s} \alpha \phi_l c^e P_i^S + \sum_{i \in \Omega_s} \alpha \phi_s c_i^v S g_i^{sqr} \right) f(\tau, \lambda) \quad (1)$$

2.2. Estado de operação

O conjunto de equações (2) - (5) representam a primeira e a segunda leis de Kirchhoff. Como os fluxos de potência ativa e reativa e a magnitude de corrente estão associados a cada tipo de condutor ($P_{ij,a}$, $Q_{ij,a}$ e $I_{ij,a}^{sqr}$), se faz necessário escrever as restrições em termos das somas totais dos fluxos de corrente, potência ativa e reativa do circuito ij , usando as equações (6), (7) e (8).

$$\sum_{ki \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} P_{ki,a} - \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} (P_{ij,a} + R_a l_{ij} I_{ij,a}^{sqr}) + P_i^S = P_i^A \quad \forall i \in \Omega_b \quad (2)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} Q_{ki,a} - \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} (Q_{ij,a} + X_a l_{ij} I_{ij,a}^{sqr}) + Q_i^S = \tan(\cos^{-1}(F_d)) P_i^A \quad \forall i \in \Omega_b \quad (3)$$

$$V_i^{sqr} - V_j^{sqr} = \sum_{a \in \Omega_a} [2(R_a P_{ij,a} + X_a Q_{ij,a}) l_{ij} + Z_a^2 l_{ij}^2 I_{ij,a}^{sqr}] + b_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (4)$$

$$V_j^{sqr} \hat{I}_{ij}^{sqr} = \hat{P}_{ij}^2 + \hat{Q}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (5)$$

$$\hat{I}_{ij}^{sqr} = \sum_{a \in \Omega_a} I_{ij,a}^{sqr} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (6)$$

$$\hat{P}_{ij} = \sum_{a \in \Omega_a} P_{ij,a} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (7)$$

$$\hat{Q}_{ij} = \sum_{a \in \Omega_a} Q_{ij,a} \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (8)$$

2.3. Limites nos Investimentos

O quadrado da potência aparente fornecida por cada subestação é calculado usando (9) e é limitado por (10). A restrição (11) permite a seleção de um e somente um tipo de subestação para o nó i . Para os circuitos, (12) permite a seleção de somente um tipo de condutor para o circuito ij , enquanto (13) permite apenas uma direção do fluxo em um circuito ij se este for construído.

$$Sg_i^{sqr} \geq (P_i^S)^2 + (Q_i^S)^2 \quad \forall i \in \Omega_s \quad (9)$$

$$Sg_i^{sqr} = (Sg_o + \sum_{c \in \Omega_c} \bar{S}c x_{i,c}^s)^2 \quad \forall i \in \Omega_s \quad (10)$$

$$\sum_{c \in \Omega_c} x_{i,c}^s \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_s \quad (11)$$

$$\sum_{a \in \Omega_a} x_{ij,a}^l \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (12)$$

$$z_{ij}^+ + z_{ij}^- \leq \sum_{a \in \Omega_a} x_{ij,a}^l \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (13)$$

2.4. Limites Operacionais do Sistema

Os limites para a magnitude da tensão nas barras são estabelecidos em (14). A restrição (15) estabelece os limites para a magnitude do fluxo de corrente do circuito ij relacionada a cada tipo de condutor a e seu estado de operação (ligado ou desligado). A restrição (16) limita a variável b_{ij} em termos do estado operacional do circuito ij . As restrições (17), (18) e (19) limitam o fluxo de potência ativa e reativa no circuito ij dependendo do seu estado de operação. As restrições (20), (21) e (22) definem os limites para a magnitude do fluxo de corrente, de potência ativa e reativa do circuito ij relacionada com cada tipo de condutor a .

$$\underline{V} \leq V_i^{sqr} \leq \bar{V} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (14)$$

$$0 \leq I_{ij,a}^{sqr} \leq \bar{I}_a^2 (z_{ij}^+ + z_{ij}^-) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall a \in \Omega_a \quad (15)$$

$$|b_{ij}| \leq \bar{b}(1 - z_{ij}^+ - z_{ij}^-) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (16)$$

$$P_{ij,a} \leq \bar{VI} (z_{ij}^+) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall a \in \Omega_a \quad (17)$$

$$P_{ij,a} \geq \bar{VI} (z_{ij}^-) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall a \in \Omega_a \quad (18)$$

$$|Q_{ij,a}| \leq \overline{VI} (z_{ij}^+ + z_{ij}^-) \quad \forall ij \in \Omega_l, \forall a \in \Omega_a \quad (19)$$

$$0 \leq I_{ij,a}^{sqr} \leq \overline{I}_a^2 x_{ij,a}^l \quad \forall ij \in \Omega_l, \quad \forall a \in \Omega_a \quad (20)$$

$$|P_{ij,a}| \leq \overline{VI} x_{ij,a}^l \quad \forall ij \in \Omega_l, \quad \forall a \in \Omega_a \quad (21)$$

$$|Q_{ij,a}| \leq \overline{VI} x_{ij,a}^l \quad \forall ij \in \Omega_l, \quad \forall a \in \Omega_a \quad (22)$$

2.5. Condição de Radialidade

A topologia radial é garantida pelo conjunto de restrições (2) - (3) e (23). Em que a equação (23) é uma adaptação da restrição de radialidade apresentada em [Lavorato et al., 2012].

$$\sum_{ij \in \Omega_l} (z_{ij}^+ + z_{ij}^-) = |\Omega_b| - |\Omega_s| \quad (23)$$

3. Modelo Estocástico de Programação Linear Inteiro Misto

Nesta seção será apresentado o modelo matemático proposto neste trabalho com aspectos estocásticos da demanda. O modelo proposto considera o cálculo do valor esperado da energia que o sistema deixaria de suprir caso decida atender a uma demanda menor que a demanda máxima que pode ocorrer no sistema. Desta forma a energia não suprida é penalizada e representa uma multa que a ED pagaria por não atender a demanda. Por outro lado quando o dimensionamento do sistema é feito de forma que no futuro a demanda seja menor que a estimada, então é considerada uma bonificação pela energia excedida, o que representa uma bonificação para a ED caso esta sobredimensione o sistema.

A característica estocástica da demanda é representada aqui por cenários de demanda. Os cenários de demanda devem ser gerados através de dados históricos, os quais representem o comportamento da demanda durante todo o ano, estes cenários se mantêm inalterados ano a ano, ficando a incerteza diretamente associada à taxa de aumento anual da demanda [López et al., 2015] e [Dehghan et al., 2016]. Levando em conta que sistemas testes não possuem dados históricos da demanda, os cenários de demanda foram obtidos através da técnica de *Amostragem Latin Hypercube* (ALH), onde a demanda é representada por uma distribuição normal como mostrado na seção 4.

3.1. Característica Estocástica da Demanda

A característica estocástica da demanda é modelada pelas restrições (24) - (29) e penalizada na função objetivo. O lado direito da equação (24) representa a diferença entre a potência demandada do cenário w e a potência que será atendida pelo sistema, quando a potência atendida é menor que a potência demandada então $P_{i,w}^{ens}$ é igual a esta diferença, caso contrário, será igual a $P_{i,w}^{esob}$, isto é garantido pelas restrições (25) e (26) que garantem também que esses valores sejam positivos. A restrição (27) representa os limites da potência atendida pelo sistema. As restrições (28) e (29) representam a discretização da potência atendida pelo sistema.

$$P_{i,w}^{ens} - P_{i,w}^{esob} = P_{i,w}^D - P_i^A \quad \forall i \in \Omega_b, w \in \Omega_w \quad (24)$$

$$0 \leq P_{i,w}^{ens} \leq P_{i,w}^D x_{i,w}^{esto} \quad \forall i \in \Omega_b, w \in \Omega_w \quad (25)$$

$$0 \leq P_{i,w}^{esob} \leq P_{i,w}^D (1 - x_{i,w}^{esto}) \quad \forall i \in \Omega_b, w \in \Omega_w \quad (26)$$

$$\underline{P}^{\min} \leq P_i^A \leq \overline{P}^{\max} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (27)$$

$$P_i^A = \sum_{w \in \Omega_w} P_{i,w}^D x_{i,w}^{dis} \quad \forall i \in \Omega_b \quad (28)$$

$$\sum_{w \in \Omega_w} x_{i,w}^{dis} \leq 1 \quad \forall i \in \Omega_b \quad (29)$$

3.2. Função Objetivo

A função objetivo representada pela equação (1) recebe agora duas novas parcelas referentes ao custo esperado da energia elétrica não suprida e o custo esperado da capacidade instalada excedente dados pelas equações (30) e (31).

Custo esperado da energia elétrica não suprida (CENS)

$$\alpha \phi_l c^{ens} \sum_{i \in \Omega_b} \sum_{w \in \Omega_W} P_{i,w}^{ens} \rho_{i,w} \quad (30)$$

Custo esperado da capacidade instalada excedente (CEE)

$$\alpha \phi_l c^{esob} \sum_{i \in \Omega_b} \sum_{w \in \Omega_W} P_{i,w}^{esob} \rho_{i,w} \quad (31)$$

Logo o custo total será dado por: Custo total:

$$\min((1) + CNS - CEE) f(\tau, \lambda) \quad (32)$$

Neste caso foi atribuído um custo pela energia que o operador do sistema deixou de atender quando $P_{i,w}^D - P_i^A$ é positivo. Quando $P_{i,w}^D - P_i^A$ é negativo então o operador do sistema recebe um bonus por ter sobrestimado a demanda do sistema.

3.3. Linearizações do Modelo Matemático Determinístico

Note que as restrições (5), a restrição (9) e a restrição (10) são expressões não lineares. Nesta seção será apresentada a linearização dessas restrições com o objetivo de obter um modelo de PLIM para o problema de planejamento dos SDEE. O método é o mesmo proposto em [Tabares et al., 2014] e pode ser resumido da seguinte forma:

A linearização do produto $V_j^{sqr} \widehat{I}_{ij}^{sqr}$ pode ser realizada utilizando uma tensão constante como é apresentado em (33):

$$V_j^{sqr} \widehat{I}_{ij}^{sqr} \approx V_j^{nom} \widehat{I}_{ij}^{sqr} \quad (33)$$

Esta simplificação é uma aproximação que possui um erro pequeno, o que foi verificado experimentalmente após a realização de diversas simulações, devido à gama limitada de variação da magnitude de tensão $[\underline{V}, \overline{V}]$. Adicionalmente, para obter um valor adequado para V_j^{nom} , uma versão do modelo em que as variáveis binárias são relaxadas é resolvido e os valores de tensão para cada nó na solução encontrada são utilizados para V_j^{nom} .

Aproveitando as variáveis binárias em (10) e considerando que é permitido apenas um tipo de investimento (uma condição de planejamento modelado em (11)), o limite operacional das subestações pode ser substituído por (34):

$$(Sg_o + \sum_{c \in \Omega_c} \overline{S}_c x_{i,c}^s)^2 = (Sg_o)^2 + 2Sg_o \sum_{c \in \Omega_c} \overline{S}_c x_{i,c}^s + \sum_{c \in \Omega_c} (\overline{S}_c)^2 x_{i,c}^s \quad \forall i \in \Omega_s \quad (34)$$

Os termos (5) e (9) podem ser aproximados usando uma função linear por partes

$$(P_i^S)^2 + (Q_i^S)^2 \approx f(P_i^S, \max\{c \in \Omega_c\} \overline{S}_c, \Gamma) + f(Q_i^S, \max\{c \in \Omega_c\} \overline{S}_c, \Gamma) \quad \forall i \in \Omega_s \quad (35)$$

$$(\widehat{P}_{ij})^2 + (\widehat{Q}_{ij})^2 \approx f(\widehat{P}_{ij}, \max\{a \in \Omega_a\} \overline{I}_a, \Gamma) + f(\widehat{Q}_{ij}, \max\{a \in \Omega_a\} \overline{I}_a, \Gamma) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (36)$$

A função linear por partes $f(y, \overline{y}, \Gamma)$ usada em (35) e (36) é definida como segue:

$$f(y, \bar{y}, \Gamma) = \sum_{\gamma=1}^{\Gamma} \sigma_{y,\gamma} \delta_{y,\gamma} \quad (37)$$

$$y = y^+ + y^- \quad (38)$$

$$y^+ + y^- = \sum_{\gamma=1}^{\Gamma} \delta_{y,\gamma} \quad (39)$$

$$0 \leq \delta_{y,\gamma} \leq \bar{y}/\Gamma \forall \gamma = 1, \dots, \Gamma \quad (40)$$

$$\sigma_{y,\gamma} = (2\gamma - 1)/\Gamma \forall \gamma = 1, \dots, \Gamma \quad (41)$$

As expressões não-lineares (5), (9) e (10) são substituídas pelas seguintes expressões lineares:

$$V_j^{nom} \widehat{I}_{ij}^{sqr} = f(\widehat{P}_{ij}, \max\{a \in \Omega_a\} \bar{I}_a, \Gamma) + f(\widehat{Q}_{ij}, \max\{a \in \Omega_a\} \bar{I}_a, \Gamma) \quad \forall ij \in \Omega_l \quad (42)$$

$$Sg_i^{sqr} = f(P_i^S, \max\{c \in \Omega_c\} \bar{S}_c, \Gamma) + f(Q_i^S, \max\{c \in \Omega_c\} \bar{S}_c, \Gamma) \quad \forall i \in \Omega_s \quad (43)$$

$$Sg_i^{sqr} = f(P_i^S, \max\{c \in \Omega_c\} \bar{S}_c, \Gamma) + f(Q_i^S, \max\{c \in \Omega_c\} \bar{S}_c, \Gamma) \quad \forall i \in \Omega_s \quad (44)$$

$$Sg_i^{sqr} = (Sg_o)^2 + 2Sg_o \sum_{c \in \Omega_c} \bar{S}_c x_{i,c}^s + \sum_{c \in \Omega_c} (\bar{S}_c)^2 x_{i,c}^s \quad \forall i \in \Omega_s \quad (45)$$

Assim, o modelo PLIM para o problema de PESDEE é dado por:

Min (32)

Subjeito a: (2) - (4), (6) - (29), (11)- (23) and (42) - (45).

A vantagem de um modelo PLIM é ser resolvido usando técnicas de otimização clássicas que garantem encontrar a solução ótima, que é mais robusta em comparação com a solução de formulações não lineares.

4. Geração dos cenários de demanda

Segundo o apresentado em [Montoya-Bueno et al., 2015], [Franco et al., 2015] o comportamento das demandas de energia seguem uma curva de distribuição normal, $N(\mu_i, \sigma_i^2)$. Seguindo esse suposto, os cenários de demanda de potência ativa e reativa durante o horizonte de planejamento são gerados através da técnica de ALH [Olsson et al., 2003] considerando o valor da média (μ_i) igual às demandas nominais de cada nó e o desvio padrão (σ_i^2) igual á 15% como apresentado em [Franco et al., 2015]. A técnica de ALH permite gerar números aleatórios de forma tal que seja explorada toda a curva de distribuição, evitando amostras repetidas no processo de geração.

5. Testes e Resultados

O modelo proposto foi implementado em AMPL [Fourer et al., 2003] e resolvido utilizando o solver comercial CPLEX [ILO, 2008] usando um computador com processador Intel Core i5-4570 de 3,2 GHz e com 4 GB de memória RAM. Para validar a metodologia proposta, foram realizados testes em um sistema teste de 24 barras, apresentado a seguir.

5.1. Sistema Teste

O sistema utilizado possui 24 nós como se observa na figura 1. O sistema é composto por 4 subestações, 2 existentes (1021 e 1022) que podem ser repotenciadas a 15 e 17 (MVA), com um custo de 120 e 135 (kUS) respectivamente e duas propostas (1023 e 1024) que podem ser instaladas com 50 e 15 (MVA) com um custo de 380.31 e 280.26(kUS), 20 nós de carga e 33 linhas, sendo 4 existentes e 29 propostas. A. Os dados das potências nominais e dos condutores usados são apresentados na tabela 1.

dos planos de investimento obtidos para os casos B e C, onde é considerada incerteza na demanda.

Um outro aspecto importante é a comparação entre os modelos estocásticos casos B e C, onde é possível observar que existem algumas diferenças nos resultados obtidos. Note que o plano de investimento para ambos os casos é o mesmo; ou seja, custos de investimentos em subestações e circuitos. No entanto, existe um custo de energia não suprida de \$183 para o Caso B e também existe um valor de bonificação pela energia não comprada de \$356,43. Além disso, o custo da energia comprada do sistema de transmissão no caso B foi maior do que o obtido no caso C (\$54980,24 e \$54513,27, respectivamente). Essas diferenças são devido à natureza discreta da variável P_i^A , pois de acordo com as equações (24) e (11) o modelo proposto somente pode atender um valor de demanda pertencente ao conjunto de cenários, enquanto que no modelo apresentado em [Montoya-Bueno et al., 2015] a variável P_i^A pode tomar valores entre o cenário de mínima e máxima demanda. Outra diferença importante entre os modelos é que no modelo proposto o custo da energia não suprida representa uma escolha entre investir para atender uma possível demanda alta com a possibilidade de não pagar uma multa por isso ou investir menos no sistema e atender uma carga menor e correr o risco de pagar uma multa por isso mas que por outro lado ganha no valor do investimento e nos custos de operação. No modelo baseado em [Montoya-Bueno et al., 2015] o custo da energia não suprida é o custo baseado na potência fictícia injetada no sistema caso o plano de investimento não seja suficiente para atender todos os cenários. Desta forma podemos dizer que os dois modelos são comparáveis pois ambos constroem sistemas similares. Os custos computacionais para o modelo proposto neste trabalho e o modelo estocástico proposto em [Montoya-Bueno et al., 2015] foram de 46,45 e 1289,78 segundos respectivamente e o erro percentual entre os dois modelos foi de 0,53%. Os resultados mostraram que a metodologia proposta consegue resultados de boa qualidade na solução do problema de PESDEE considerando incerteza na demanda de energia com um custo computacional muito menor, e os resultados são comparáveis com os resultados obtidos usando metodologias clássicas usadas para resolver o mesmo problema.

Tabela 2: Custos do plano de expansão (kUS): 3 Cenários de demanda

Custos	Caso A	Caso B	Caso C
Custo total	57194,68	56336,36	56042,81
Investimento em subestações	780,57	780,57	780,57
Investimento em circuitos	758,99	748,97	748,97
Energia comprada pela subestação	55655,12	54980,24	54513,27
Bonificação energia não comprada	0	356,43	0
Esperado energia não suprida	0	183	0
Operação subestações	0	0	0

Com o objetivo de verificar o alcance do modelo proposto neste trabalho, foram realizados três novos testes, variando a quantidade de cenários de demanda de energia. A tabela 3 mostra um resumo dos custos dos planos de expansão obtidos para cada um dos testes. Na tabela 3 é possível observar que os custos dos investimentos em subestações e circuitos é o mesmo, independentemente da quantidade de cenários usados para representar o comportamento estocástico da demanda de energia elétrica. Além disso, os custos totais do plano de expansão são muito parecidos um do outro; existem pequenas diferenças dadas pelo custo da energia comprada pela subestação, bonificação pela energia não comprada e o custo de energia não suprida devido à variação própria das demandas. Esses resultados permitem concluir que a quantidade de cenários considerados para resolver o problema de PESDEE, não influencia muito na solução. Assim, um número reduzido de cenários poderia ser usado para resolver este tipo de problema considerando variáveis incertas, melhorando substancialmente o desempenho do modelo proposto em relação ao custo computacional. Foram registrados tempos computacionais de 46,45; 54,02; e 71,38 segundos para os casos com 3, 10 e 50 cenários de demanda, respectivamente. Pode-se notar que os tempos computacionais para resolver os cenários maiores aumentaram ligeiramente mas ainda continuaram totalmente aceitáveis.

Por outro lado, como foi mencionado na Seção 3.3 o modelo proposto é um modelo

linearizado através da técnica de linearização por partes como apresentado em [Tabares et al., 2015]. Os erros de aproximação registrados em cada um dos testes realizados para os diferentes números de cenários foram de 1,13%, 1,09% e 1,09% usando 10 blocos na linearização. Note que estes valores são desprezíveis demonstrando a precisão do modelo proposto.

Tabela 3: Custos do plano de expansão (kUS): Diferentes cenários de demanda

Custos	3 cenários	10 cenários	50 cenários
Custo total	56336,36	56269,55	56271,15
Investimento em subestações	780,57	780,57	780,57
Investimento em circuitos	748,97	748,97	748,97
Energia comprada pela subestação	54980,24	55007,99	55051,23
Bonificação energia não comprada	356,43	360,11	387,03
Esperado energia não suprida	183	92,12	77,4
Operação subestações	0	0	0

6. Conclusões

Neste trabalho apresentou-se uma nova metodologia, baseada em um modelo estocástico de programação linear inteira mista, para resolver o problema de planejamento estático da expansão dos sistemas de distribuição de energia elétrica considerando a incerteza da demanda. Conforme descrito na Seção 3, o modelo admite a possibilidade de não se instalar a demanda máxima que pode ocorrer no sistema, impondo uma penalização pela demanda eventualmente não suprida. Por outro lado, se o dimensionamento feito exceder a demanda, é previsto uma bonificação nos custos de operação.

Após a realização de uma série de linearizações, o modelo é formalmente escrito como um problema de programação linear inteira mista, o qual foi implementado em AMPL e resolvido utilizando o solver comercial CPLEX para um sistema teste de 24 barras. Os testes computacionais mostraram que o modelo proposto obtém resultados similares a modelos clássicos da literatura, com a vantagem de ter custo computacional substancialmente inferior, permitindo, assim, um ganho de escala na magnitude dos problemas considerados. Outro aspecto testado foi o aumento no número de cenários de previsão de demanda, algo desejável na prática. Novamente o modelo proposto mostrou-se consistente e resolveu os casos propostos com tempo inferior a 72 segundos.

Os resultados obtidos corroboram para afirmar que o modelo proposto neste trabalho representa uma contribuição relevante para a área de Planejamento da expansão dos sistemas de distribuição, uma vez que permite atingir resultados similares a modelos clássicos da literatura com custo computacional significativamente menor.

Nomenclatura

$P_i^A, P_{i,c}^S, Q_{i,c}^S$ Potência ativa atendida no nó i , Potência ativa e reativa fornecida pela subestação no nó i

α, λ Numero de horas no ano (8760 h), Numero de anos no horizonte de planejamento

P^{\max}, P^{\min} Magnitude máxima e mínima da demanda de potência ativa no conjunto de cenários

$\Gamma, \sigma_{y,s}$ Numero de discretizações usadas na função f , Inclinação do bloco γ th na discretização de y

$\Omega_a, \Omega_c, \Omega_w$ Conjunto de condutores, Conjunto de alternativas de investimento para subestações, Conjunto de cenários

$\Omega_b, \Omega_l, \Omega_s$ Conjunto de nós, Conjunto de circuitos, Conjunto de subestações

\bar{S}_{g_o}, \bar{S}_c Magnitude máxima de potência aparente da subestação existente no nó i , Magnitude máxima de potência aparente para el tipo de subestação c

$\bar{y}, \delta_{y,\gamma}$ Valor máximo de y , Valor da γ th variável auxiliar usada na discretização de y

\bar{I}_a, R_a, X_a, Z_a Magnitude máxima de fluxo de corrente, Resistência, Reatância e Impedância do contutor tipo a

ϕ_l, ϕ_s, F_d Fator de carga, Fator de perda, Fator de demanda

τ, \bar{b}, l_{ij} Taxa de juros, Limite para a variável b_{ij} , Comprimento do circuito ij

c^e, c_i^v Custo da energia das subestações, Custo de operação da subestação no nó i

$c_c^s, c_{ij,a}^f$ Custo de investimento para cada tipo de subestação, Custo de investimento do circuit ij usando o tipo de condutor a

$I_{ij,a}^{sqr}, \hat{I}_{ij}^{sqr}$ Quadrado da magnitude do fluxo de corrente no circuito ij associado com o tipo de condutor a , Quadrado da magnitude do fluxo de corrente no circuito ij

$P_{i,w}^D, P_{i,w}^{ens}, P_{i,w}^{sob}$ Potência ativa demandada, não suprida, adicional no nó i , no cenário w

$Sgt_i^{sqr}, V_i^{sqr}, b_{ij}$ Quadrado da potência aparente fornecida pela subestação no nó i , Quadrado da magnitude da tensão no nó i , Magnitude da queda de tensão

$x_{i,c}^s, x_{ij,a}^c$ Investimento na subestação i de tipo c , Investimento no circuito ij usando o condutor tipo a

$x_{i,w}^{esto}, x_{i,w}^{dis}$ Variável auxiliar que indica a presença de potência adicional ou não suprida, Variável auxiliar no calculo da demanda atendida no nó i , no cenário w

z_{ij}^+, z_{ij}^- Direção de subida e de descida no fluxo do circuito ij

\bar{V}, \underline{V} Magnitude máxima e mínima da Tensão

$P_{ij,a}, \hat{P}_{ij}$ Fluxo de potência ativa no circuito ij associado com o tipo de condutor a , Fluxo de potência ativa no circuito ij

$Q_{ij,a}, \hat{Q}_{ij}$ Fluxo de potência reativa no circuito ij associado com o tipo de condutor a , Fluxo de potência reativa no circuito ij

Referências

- Ben-Tal, A., Ghaoui, L. E., e Nemirovski, A. (2009). *Robust Optimization*. Princeton Univ. Press. Princeton, NJ, USA:.
- Birge, J. R. e Louveaux, F. (2011). *Introduction to Stochastic Programming*. Springer New York.
- Bruno, S., Ahmed, S., Shapiro, A., e Street, A. (2016). Risk neutral and risk averse approaches to multistage renewable investment planning under uncertainty. *European Journal of Operational Research*, 250(3):979 – 989.
- Cano, E. L., Moguerza, J., e Alonso-Ayuso, A. (2016). A multi-stage stochastic optimization model for energy systems planning and risk management. *Energy and Buildings*, 110:49 – 56.
- Carrion, M., Philpott, A. B., Conejo, A. J., e Arroyo, J. M. (2007). A stochastic programming approach to electric energy procurement for large consumers. *IEEE Transactions on Power Systems*, 22(2):744–754.
- Dehghan, S., Amjady, N., e Conejo, A. J. (2016). Reliability-constrained robust power system expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, 31(3):2383–2392.

- Fletcher, R. H. e Strunz, K. (2007). Optimal distribution system horizon planning ndash;part i: Formulation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 22(2):791–799.
- Fourer, R., Gay, D. M., e Kernighan, B. W. (2003). *AMPL: a modeling language for mathematical programming*. Brooks/Cole-Thomson Learning, Pacific Grove, CA, 2 edition. ISBN 978-0534388096.
- Franco, J., Rider, M., e Romero, R. (2015). Robust multi-stage substation expansion planning considering stochastic demand. *IEEE Trans. Power Syst.*, PP(99):1–10.
- Franco, J. F., Rider, M. J., e Romero, R. (2014). A mixed-integer quadratically-constrained programming model for the distribution system expansion planning. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 62:265 – 272.
- Ganguly, S., Sahoo, N., e Das, D. (2011). Mono- and multi-objective planning of electrical distribution networks using particle swarm optimization. *Applied Soft Computing*, 11(2):2391 – 2405. The Impact of Soft Computing for the Progress of Artificial Intelligence.
- Gonen, T. (1986). *Electric Power Distribution Systems Engineering*. McGraw-Hill.
- Gorenstin, B. G., Campodonico, N. M., Costa, J. P., e Pereira, M. V. F. (1993). Power system expansion planning under uncertainty. *IEEE Transactions on Power Systems*, 8(1):129–136.
- CPLEX Optimization Subroutine Library Guide and Reference*. ILOG Inc., Incline Village, NV, CPLEX division edition, 2008.
- Jirutitijaroen, P. e Singh, C. (2008). Reliability constrained multi-area adequacy planning using stochastic programming with sample-average approximations. *IEEE Transactions on Power Systems*, 23(2):504–513.
- Krokhmal, P., Zabaranin, M., e Uryasev, S. (2011). Modeling and optimization of risk. *Surveys in Operations Research and Management Science*, 16(2):49 – 66.
- Lavorato, M., Franco, J., Rider, M., e Romero, R. (2012). Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems. *Power Systems, IEEE Transactions on*, 27(1):172–180. ISSN 0885-8950.
- López, J., Contreras, J., e Mantovani, J. R. S. (2015). Reactive power planning under conditional-value-at-risk assessment using chance-constrained optimisation. *IET Generation, Transmission Distribution*, 9(3):231–240.
- Montoya-Bueno, S., Muñoz, J. I., e Contreras, J. (2015). A stochastic investment model for renewable generation in distribution systems. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 6(4): 1466–1474.
- Olsson, A., Sandberg, G., e Dahlblom, O. (2003). On latin hypercube sampling for structural reliability analysis. *Structural Safety*, 25(1):47 – 68.
- Tabares, A., Franco, J., Lavorato, M., e Rider, M. (2015). Multistage long-term expansion planning of electrical distribution systems considering multiple alternatives. *IEEE Transactions on Power Systems*, PP(99):1–15.
- Tabares, A., Lavorato, M., Franco, J., e Rider, M. (2014). A mixed-binary linear formulation for the distribution system expansion planning problem. In *Transmission Distribution Conference and Exposition - Latin America (PES T D-LA), 2014 IEEE PES*, p. 1–6.