

Um estudo sobre estratégias de perturbação para metaheurística VNS aplicada ao problema RSA em Redes Ópticas Elásticas

Carlos M.¹, René P. Gusmão², Iguatemi E. Fonseca¹, Lucidio A. F. Cabral¹

¹Centro de Informática

Universidade Federal da Paraíba

²Departamento de Computação

Universidade Federal de Sergipe

ca.magno00@gmail.com, rene@dcomp.ufs.br,

{iguatemi, lucidio}@ci.ufpb.br

RESUMO

O RSA (*Routing and Spectrum Allocation*) é um problema de otimização na alocação de rota e espectro em redes ópticas elásticas que objetiva atender demandas de tráfego na rede sobre algum critério de eficiência. Nesse estudo utilizamos a versão *offline*, ou estática, desse problema para avaliar estratégias de perturbação de solução em uma metaheurística VNS, tendo como objetivo minimizar a quantidade de tráfego não atendido. Os testes mostram que existe uma relação de *trade off* entre as perturbações estudadas devido à diferentes vantagens de eficiência entre si.

PALAVRAS CHAVE. Problema RSA. Redes Ópticas Elásticas, Metaheurística.

Tópicos: TEL&SI, MH

ABSTRACT

The RSA (Routing and Spectrum Allocation) is an optimization problem for elastic optical networks that aims to attend traffic demands in the network on a performance criterion. In this study we used the offline version of this problem as a way to measure the efficiency of solution perturbation strategies in a VNS heuristic for minimize the total no accepted traffic. The tests reveal a trade off relation between the analysed perturbation strategies caused by different benefits

KEYWORDS. RSA Problem. Elastic Optical Networks, Metaheuristic.

Paper Topics: TEL&SI, MH

1. Introdução

Redes elásticas têm ganhado espaço como consequência da eficiência no uso do espectro óptico e elasticidade de granularidade comparada às tradicionais redes WDM de espectro estático [Christodoulopoulos et al., 2011]. Versões *offline* de problemas de alocação de rota e espectro ganham destaque durante o *design* e planejamento de redes ópticas. Para isso torna-se necessário o uso de métodos capazes de solucionar instâncias realistas em tempo hábil.

Os autores em Wang et al. [2013] desenvolveram um algoritmo baseado em Otimização por Colônia de Formiga (Ant Colony Optimization - ACO) para solucionar a versão *online* do problema RSA. Os resultados desse trabalho comparam a probabilidade de bloqueio de cinco algoritmos e, através dos experimentos, conseguiram demonstrar que o algoritmo proposto alcançou baixas taxas de probabilidade de bloqueio, baixa complexidade e alta adaptação.

Em Gusmao et al. [2014b], os autores propõem um algoritmo baseado na metaheurística ILS para resolver a versão *off-line* do problema RSA. No algoritmo proposto, quatro estratégias de perturbação são utilizadas. Além disso, um modelo matemático é usado na fase de busca local. Os resultados desse trabalho demonstraram que o algoritmo proposto conseguiu tempos aceitáveis e soluções de boa qualidade. Em Gusmao et al. [2014a], a metaheurística ILS também é utilizada, mas nesse trabalho dois modelos matemáticos são usados na fase de busca local.

No contexto de metaheurísticas, a eficiência das estratégias de perturbação usadas está diretamente relacionada à eficiência da própria heurística. Nesse estudo usamos uma metaheurística VNS [Hansen et al., 2001] com busca local exata (*Matheuristic*) para avaliar a eficiência de estratégias de perturbação de soluções no problema RSA. A etapa de perturbação de solução apresenta três estratégias distintas com a mesma probabilidade de chamada.

O artigo está organizado da seguinte forma, a saber, a Seção 2 apresenta alguns conceitos sobre redes elásticas, a Seção 3 apresenta os modelos utilizados na fase de busca local, a seção 4 apresenta as estratégias de perturbação estudadas nesse trabalho, a seção 5 apresenta detalhes de implementação e as métricas de avaliação das estratégias de perturbação, a seção 6 apresenta o cenário de testes juntamente com os resultados obtidos. As conclusões sobre o estudo estão na seção 7.

2. Redes Ópticas Elásticas

Ao contrário da divisão de espectro por WDM, as redes ópticas elásticas baseadas em modulação OFDM [Lowery e Armstrong, 2007] não possuem tamanho de comprimento de onda predefinido. Para cada nova demanda é alocado na rede um canal óptico, ou *lighpath*, contínuo ao longo da rota com a largura ajustada para atendê-la. O passo de variação das larguras que podem ser alocadas numa rede elástica é definido pelo grau de granularidade estabelecido.

Na alocação elástica, as demandas recebem um intervalo do espectro ajustado ao volume do tráfego exigido, enquanto na alocação estática, como é o caso das redes ópticas WDM, as demandas são alocadas dentro de intervalos do espectro de tamanho fixo, não importando o volume de tráfego solicitado.

No contexto de redes ópticas elásticas o problema RSA é definido como se segue.

2.1. Descrição do RSA Off-line

A versão *off-line* do problema RSA tem como dados de entrada, de acordo com Velasco et al. [2012], os seguintes parâmetros:

- Uma rede óptica representada por um grafo $G(V, E)$, V sendo o conjunto de nós ópticos e E o conjunto de enlaces de fibra conectando dois nós em V ;
- Um conjunto ordenado S de *slots* de frequência em cada enlace em E ; $S = \{s_1, s_2, \dots, s_{|S|}\}$. Uma banda de proteção B (número de *slots*) é necessária entre duas alocações de espectro contíguas;

- Um conjunto D de demandas a serem transportadas. Cada demanda d é representada por uma tupla (s_d, t_d, b_d, n_d) , em que s_d e t_d são os nós de origem e destino, respectivamente, b_d é a banda requerida, e n_d é o número de *slots* requeridos.

O objetivo é minimizar a quantidade de banda rejeitada de forma que o número de conexões alocadas seja o máximo possível. Além disso, cada conexão alocada deve ter uma rota associada. A solução do problema é representada pelas rotas através da rede e a alocação de espectro para cada conexão transportada através da fibra óptica representada por um vetor de *slots*.

2.2. Modelos ILP

Neste trabalho, foram utilizados dois modelos na fase de busca local da metaheurística proposta. O primeiro é o modelo SSA (Starting Slot Assignment). O segundo é o modelo LP-CA (Link-Path Channel Assignment), ambos propostos por Velasco et al. [2012].

3. Formulação Matemática

3.1. Modelo SSA

A formulação SSA (Starting Slot Assignment) consiste em definir o slot inicial de cada demanda a ser transportada, evitando a superposição de slots para duas demandas cujos caminhos compartilham pelo menos um enlace. Slots intermediários não são explicitamente definidos nesta formulação [Velasco et al., 2012].

Sejam:

- S : corresponde ao conjunto de *slots* ópticos;
- D : corresponde ao conjunto de demandas;
- $P(d)$: representa o conjunto de possíveis caminhos para a demanda d ;
- B : banda de proteção em número de *slots*;
- b_d : corresponde a largura de banda da demanda d em Gbps;
- n_d : número de *slots* para transportar a largura de banda da demanda d ;
- f_d : corresponde a um número positivo contendo o *slot* inicial da demanda d ;
- $f_{d_1 d_2}$: variável binária. Igual a 1 se $f_{d_1} < f_{d_2}$, 0 do contrário;
- y_p : variável de decisão binária. Igual a 1 se o caminho p for escolhido, 0 do contrário;
- x_d : variável de decisão binária. Igual a 0 se a demanda d for atendida, 1 do contrário.

O modelo SSA do problema é:

$$\text{Minimizar } \varphi = \sum_{d \in D} x_d \times b_d \quad (1)$$

sujeito a

$$\sum_{p \in P(d)} y_p + x_d = 1 \quad \forall d \in D \quad (2)$$

$$f_d + n_d \times (1 - x_d) \leq |S| \quad \forall d \in D \quad (3)$$

$$f_{d_1 d_2} + f_{d_2 d_1} = 1 \quad \forall d_1, d_2 \in D \\ : \exists p_1 \in P(d_1) \cap \exists p_2 \in P(d_2) \cap (p_1 \cap p_2 \neq \emptyset) \quad (4)$$

$$f_{d_2} - f_{d_1} < |S| \cdot f_{d_1 d_2} \quad \forall d_1, d_2 \in D \\ : \exists p_1 \in P(d_1) \cap \exists p_2 \in P(d_2) \cap (p_1 \cap p_2 \neq \emptyset) \quad (5)$$

$$f_{d_1} - f_{d_2} < |S| \cdot f_{d_2 d_1} \quad \forall d_1, d_2 \in D \\ : \exists p_1 \in P(d_1) \cap \exists p_2 \in P(d_2) \cap (p_1 \cap p_2 \neq \emptyset) \quad (6)$$

$$f_{d_1} + n_{d_1} \cdot y_{p_1} + B - f_{d_2} \leq (|S| + B) \cdot (1 - f_{d_1 d_2} + 2 - y_{p_1} - y_{p_2}) \quad (7)$$

$$\forall d_1, d_2 \in D : \forall p_1 \in P(d_1) \cap \forall p_2 \in P(d_2) \cap (p_1 \cap p_2 \neq \emptyset)$$

$$f_{d_2} + n_{d_2} \cdot y_{p_2} + B - f_{d_1} \leq (|S| + B) \cdot (1 - f_{d_2 d_1} + 2 - y_{p_1} - y_{p_2}) \quad (8)$$

$$\forall d_1, d_2 \in D : \forall p_1 \in P(d_1) \cap \forall p_2 \in P(d_2) \cap (p_1 \cap p_2 \neq \emptyset)$$

A restrição 2 garante a exclusão mútua entre os estados de rejeição e admissão de demandas. A restrição 3 garante que uma demanda seja alocada no intervalo de espectro disponível na rede, em outras palavras, garante que a disposição de alocação dos *slots* requeridos na demanda esteja contida na capacidade dos enlaces da rede. A restrição 4 garante que os *slots* iniciais de demandas que compartilham algum enlace sejam alocados em posições diferentes. As restrições 5 e 6 garantem que a distância entre os *slots* iniciais de duas demandas que compartilhem algum enlace seja menor do que a capacidade total do enlace. As restrições 7 e 8 garantem a não sobreposição na alocação de *slots* para duas demandas quaisquer que compartilhem algum enlace.

3.2. Modelo LP-CA

A formulação LP-CA (Link-Path Channel Assignment) faz uso do conceito de canais contíguos pre-computados, como ilustrado na Figura 1, retirando do modelo matemático a complexidade associada à restrição de contiguidade Velasco et al. [2012].

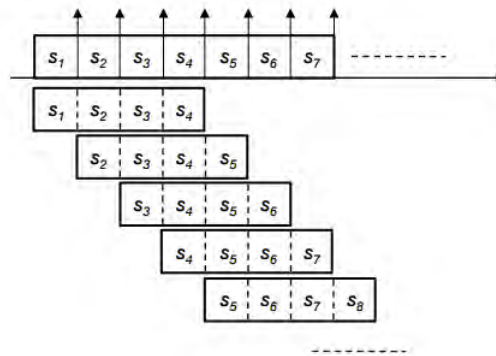


Figura 1: Conjunto de canais

Além das variáveis definidas anteriormente, sejam:

- $C(d)$: representa o conjunto de canais para a demanda d ;
- y_{pc} : variável de decisão binária. Igual a 1 se o canal c é atribuído ao caminho p , 0 do contrário;
- δ_{pe} : variável binária. Igual a 1 se o caminho p utiliza o enlace e , 0 do contrário;
- γ_{cs} : variável binária. Igual a 1 se o canal c contém o *slots* s , 0 do contrário.

O modelo LP-CA do problema é:

$$\text{Minimizar } \varphi = \sum_{d \in D} x_d \times b_d \quad (9)$$

s.a.:

$$\sum_{p \in P(d)} \sum_{c \in C(d)} y_{pc} + x_d = 1 \quad \forall d \in D \quad (10)$$

$$\sum_{d \in D} \sum_{p \in P(d)} \sum_{c \in C(d)} \gamma_{cs} \cdot y_{pc} \cdot \delta_{pe} = 1 \quad \forall e \in E, s \in S \quad (11)$$

A restrição (10) garante a exclusão mútua entre alocação e rejeição de uma. A restrição (11) garante que cada *slots* em um enlace só pode ser atribuído a uma demanda. A figura abaixo ilustra um conjunto de canais para o espectro óptico.

4. Estratégias de Perturbação

As perturbações são movimentos que modificam a solução atual objetivando mandá-la para outra região do espaço de busca. Estratégias de perturbação podem ter caráter aleatório ou tendencioso, ou seja, adaptado ao contexto do problema a fim de direcionar eficientemente o salto. A Figura 2 ilustra um movimento de perturbação. Este mecanismo é usado para escapar de soluções que representam ótimos locais. Neste trabalho, dois mecanismos de perturbação propostos por Gusmao et al. [2014b] foram avaliados.

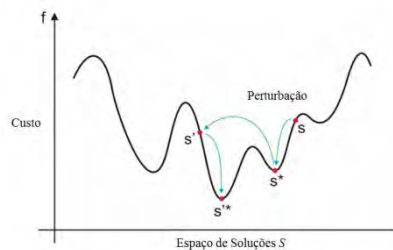


Figura 2: Exemplo perturbação

Os modelos apresentados na seção 3 foram utilizados na fase de busca local, onde uma nova restrição foi adicionada aos modelos. De acordo com a taxa de perturbação α escolhida, um subconjunto de demandas R será previamente rejeitado. Como resultado obtemos um problema de tamanho menor, com montante combinatório de soluções possíveis e, conseqüentemente, espaço de busca reduzidos. Esta restrição é expressa da seguinte forma:

$$x_d = 1 \quad \forall d \in R \quad (12)$$

Algorithm 1 Perturbação Balanceamento de Carga

- 1: $Rejeitadas \leftarrow |D| * \alpha$;
 - 2: $C \leftarrow 0$; ▷ Contador
 - 3: **while** $C \leq Rejeitadas$ **do**
 - 4: Selecione uma conexão que possua rota em um enlace congestionado
 - 5: Adicione essa conexão ao conjunto R
 - 6: $C \leftarrow C + 1$
 - 7: **end while**
-

Algorithm 2 Perturbação Menor Caminho

- 1: $Rejeitadas \leftarrow |D| * \alpha$;
 - 2: $C \leftarrow 0$; ▷ Contador
 - 3: **while** $C \leq Rejeitadas$ **do**
 - 4: Selecione uma conexão que possua rota de menor tamanho
 - 5: Adicione essa conexão ao conjunto R
 - 6: $C \leftarrow C + 1$
 - 7: **end while**
-

4.1. Balanceamento de Carga

O primeiro mecanismo de perturbação baseia-se em rejeitar as $\alpha\%$ conexões que estão com rotas alocadas nos enlaces mais congestionados da rede. O pseudocódigo dessa perturbação está representado no algoritmo 1.

4.2. Menor Caminho

O segundo mecanismo de perturbação baseia-se em rejeitar as $\alpha\%$ conexões que possuem as rotas mais curtas. O pseudocódigo dessa perturbação está representado no algoritmo 2.

5. Metodologia de Avaliação

Nesta seção apresentamos detalhes da implementação da heurística e as métricas de avaliação usadas para comparar a eficiência das estratégias de perturbação estudadas para o problema.

5.1. Implementação da Metaheurística VNS

A metaheurística VNS aqui estudada possui busca local exata. Para isso foram usados os modelos LP-CA e SSA, descritos na seção 3, tendo como *solver* o IBM ILOG CPLEX (disponível em [ibm]). Os modelos e a metaheurística VNS foram implementadas nas linguagens OPL e IBM ILOG Script para controle de fluxo, respectivamente.

Nesse contexto, uma solução é definida como um conjunto de demandas alocadas de acordo com as restrições do problema e da instância, como definido em 2.1. A busca local exata gera uma solução viável, minimizando a função objetivo, a partir de um escopo de busca formado por um conjunto inicial de demandas correspondente a uma vizinhança. Uma vizinhança de busca é gerada através da rejeição prévia de parte do conjunto original da demandas da instância. A rejeição do conjunto de demandas é feita conforme uma estratégia de escolha definida.

Foram usadas três variações de tamanho de vizinhança para a busca local exata. Os tamanhos das vizinhanças correspondem à 65%, 80% e 95% da quantidade de demandas da instância. Dessa forma, em uma dada instância composta por 20 demandas, teremos no primeiro espaço de busca uma solução limitada à 13 demandas.

Algorithm 3 Variable Neighborhood Search

```

1:  $V \leftarrow V_0 \leftarrow$  Tamanho de vizinhança inicial;
2:  $S' \leftarrow S \leftarrow$  SOLUÇÃO_INICIAL( $V_0$ );
3:  $C \leftarrow 0$ ; ▷ Contador de insucessos
4: while  $C \leq$  Quantidade máxima de insucessos do
5:    $S'' \leftarrow$  SOLVE( $S'$ );
6:   if  $S''$  melhora a função objetivo then
7:      $S \leftarrow S''$ ;
8:      $S' \leftarrow$  PERTURBAÇÃO( $S''$ ,  $V_0$ );
9:      $V \leftarrow V_0$ ;
10:  else
11:    if  $V =$  Maior tamanho de vizinhança then
12:       $S' \leftarrow$  PERTURBAÇÃO( $S''$ ,  $V_0$ );
13:       $V \leftarrow V_0$ ;
14:       $C \leftarrow C + 1$ ;
15:    else
16:       $V \leftarrow$  Próximo tamanho de vizinhança;
17:       $S' \leftarrow$  DEFINE_VIZINHANÇA_DE_BUSCA( $S'$ ,  $V$ );
18:    end if
19:  end if
20: end while
21: return  $S$ ;

```

No pseudocódigo 3 descrevemos o funcionamento da metaheurística VNS implementado nesse estudo. O método de construção de solução inicial (linha 2) seleciona randomicamente um conjunto de demandas de tamanho definido pela limitação da vizinhança inicial de busca.

As estratégias de perturbação estudadas foram usadas como métodos de escape de mínimos locais do espaço de busca. Cada estratégia de perturbação recebeu a mesma probabilidade de chamada (linhas 8 e 12). De acordo com suas estratégias específicas, as perturbações geram, assim como o método de solução inicial, um conjunto de demandas de tamanho definido pelo valor da vizinhança de busca inicial.

A condição de parada foi definida como quantidade máxima três vezes a de insucessos. Um insucesso é definido por uma busca exata sob o espaço de busca máximo sem melhora do valor da função objetivo.

5.2. Métricas de Desempenho

Foram usadas duas métricas de desempenho para avaliação para as perturbações estudadas. Dadas as condições de randomicidade na chamada da perturbações, dois dados mostraram-se plausíveis como indicadores de eficiência: taxa de sucesso e taxa de melhora relativa de solução. Ambas as taxas são dadas em porcentagem.

A taxa de sucesso refere-se a relação entre a quantidade de chamadas de uma perturbação durante a execução da heurística e a quantidade de vezes em que essas chamadas resultaram melhora na solução, independente do tamanho de vizinhança. A taxa de melhora relativa de solução refere-se a relação entre a solução gerada pela perturbação e a última melhor solução obtida, quando houve melhora. Usando a notação do pseudocódigo 3, a taxa de melhora relativa de solução é dada por:

$$((S' - S'')/S'') * 100 \tag{13}$$

Sendo assim uma melhora relativa de 100% representa uma diminuição do valor da função objetivo pela metade.

6. Resultados

Os desempenhos das perturbações foram analisados para as topologias mostradas na Figura 3. Os k caminhos de cada demanda foram encontrados de acordo com o algoritmo proposto por Yen [1971].

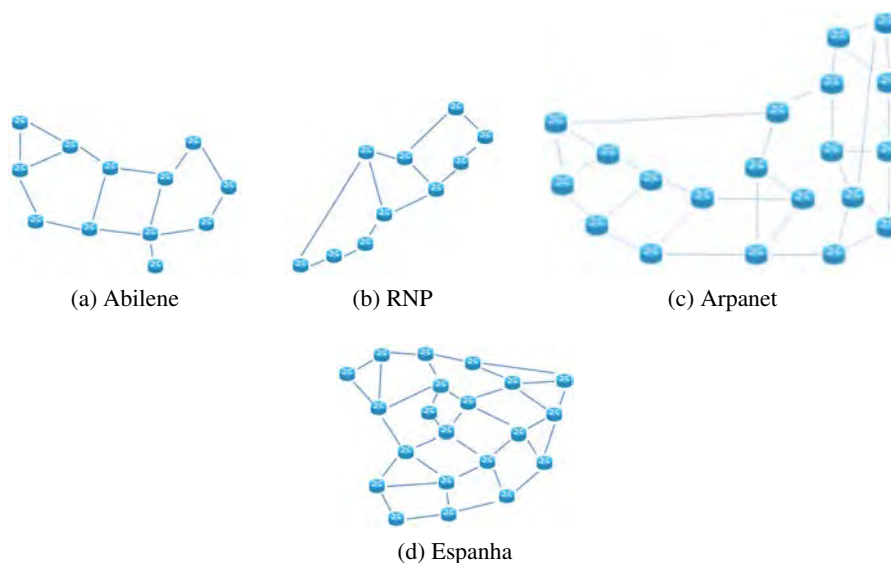


Figura 3: Topologias de rede utilizadas

Modelo LP-CA							
Nós	Topologia	Perturbações					
		Randômica		Balanceamento de Carga		Menor Caminho	
		Taxa de Sucesso	Taxa de Melhora	Taxa de Sucesso	Taxa de Melhora	Taxa de Sucesso	Taxa de Melhora
36	ABILENE	29.6%	156.5%	48%	63.8%	53.9%	125.8%
	RNP	27.6%	90.0%	42.9%	80.4%	54.1%	138.7%
50	ARPANET	52.0%	122.7%	55.0%	307.4%	50.0%	68.9%
100	ARPANET	52.4%	28.5%	45.0%	39.8%	46.9%	54.5%
	Espanha	45.8%	44.3%	38.0%	16.5%	52.4%	37.8%
Médias Totais		41.5%	88.4%	45.8%	101.6%	51.5%	85.1%

Tabela 1: Resultados de desempenhos das perturbações para o modelo LP-CA

Modelo SSA							
Nós	Topologia	Perturbações					
		Randômica		Balanceamento de Carga		Menor Caminho	
		Taxa de Sucesso	Taxa de Melhora	Taxa de Sucesso	Taxa de Melhora	Taxa de Sucesso	Taxa de Melhora
36	ABILENE	40.9%	104.6%	34.8%	86.2%	62.5%	76.5%
	RNP	27.8%	48.6%	50.0%	80.2%	47.8%	72.1%
50	ARPANET	30.8%	25.3%	38.9%	183.2%	53.6%	156.1%
100	ARPANET	43.5%	37.3%	56.5%	185.1%	40.9%	29.6%
	Espanha	56.0%	67.1%	42.3%	28.7%	54.5%	72.9%
Médias Totais		39.8%	56.6%	44.5%	112.7%	51.9%	81.5%

Tabela 2: Resultados de desempenhos das perturbações para o modelo SSA

Três cenários foram utilizados combinados à quatro diferentes topologias. O primeiro cenário consistindo de cinco matrizes (para cada topologia) contendo 36 demandas geradas aleatoriamente foi testado utilizando um conjunto de slots por enlace igual a 30, este cenário foi testado para as topologias ABILENE e RNP. O segundo cenário consistiu de cinco matrizes contendo 50 demandas aleatórias e com $|S| = 30$, este cenário foi testado para a topologia ARPANET. O terceiro cenário foi constituído de três matrizes contendo um conjunto de 100 demandas aleatórias para $|S| = 40$, este último cenário foi testado para a topologia ESPANHA. Definiu-se $K = 3$ para os cenários de 36 e 50 demandas, e $K = 1$ para os cenários de 100 demandas.

Em todos os cenários, as larguras de banda das demandas foram distribuídas uniformemente variando entre 10, 40 e 100 Gbps (1, 2 e 4 slots). Para as simulações, definiu-se o tempo limite para o CPLEX na fase de busca local em 0,5 segundo para todos os cenários. Foram realizadas 2 iterações para cada instância.

Como podemos observar nos resultados apresentados nas tabelas 1 e 2, há uma relação de *trade off* entre as estratégias de perturbação de balanceamento de carga e caminho mais curto. A estratégia de balanceamento de carga apresenta uma taxa de melhora mais eficiente em contra partida à sua taxa de sucesso. Por outro lado, a estratégia de perturbação de menor caminho apresentou uma taxa de sucesso maior em contraste com uma taxa de melhora não muito boa que, nos testes com o modelo LP-CA (tabela 1), se mostrou menos eficiente do que a taxa de melhora do método randômico de perturbação.

Apesar de apresentar uma taxa de melhora superior à da perturbação por menor caminho, a perturbação por balanceamento de carga se mostra apenas ligeiramente eficiente, uma vez que sua taxa de sucesso corresponde, em média, à 87,3% da taxa de sucesso da perturbação por menor caminho, e a taxa de melhora da perturbação por menor caminho corresponde, em média, à apenas 78,8% da taxa média da taxa de melhora da perturbação por balanceamento de carga.

7. Conclusões e Trabalhos Futuros

Este artigo apresentou um estudo sobre a eficiência de duas estratégias de perturbação aplicadas a uma metaheurística VNS para o problema RSA. Os resultados demonstraram que a estratégia de perturbação por balanceamento de carga apresenta uma eficiência ligeiramente melhor, sendo necessário, entretanto, um estudo sobre o custo computacional das perturbações para se estabelecer uma relação de custo-benefício.

Esse estudo proporciona um indicativo inicial para a necessidade de se avaliar estratégias de perturbação no contexto do problema RSA para futuras implementações de heurísticas. É possível com isso melhorar o desempenho de heurísticas ILS e ainda a implementação de uma heurística de VNS que com probabilidades de chamada ponderadas baseadas nas eficiências das estratégias de perturbação usadas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a CAPES e CNPQ pelo apoio financeiro.

Referências

- Ibm ilog cplex optimization studion. <http://www-01.ibm.com/software/websphere/products/optimization/cplex-studio-community-edition/>. Accessed: 2016-05-15.
- Christodouloupoulos, K., Tomkos, I., e Varvarigos, E. A. (2011). Elastic bandwidth allocation in flexible ofdm based optical networks. 29(9):1354–1366.
- Gusmao, R. P., Cabral, L. A. F., e Fonseca, I. E. (2014a). Metaheurística ils aplicada ao problema de alocação de rota e espectro em redes Ópticas elásticas. In *MOMAG 2014: 16º SBMO - Simpósio Brasileiro de Micro-ondas e Optoeletrônica e 11º CBMag - Congresso Brasileiro de Eletromagnetismo*, p. 18–24.
- Gusmao, R. P., Cabral, L. A. F., e Fonseca, I. E. (2014b). Um algoritmo baseado em iterated local search para problema de alocação de rota e espectro. In *XLVI Simposio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, p. 2097–2108.
- Hansen, P., Mladenović, N., e Perez-Britos, D. (2001). *Journal of Heuristics*, 7(4):335–350. URL <http://dx.doi.org/10.1023/A:1011336210885>.
- Lowery, A. J. e Armstrong, J. (2007). Orthogonal-frequency-division multiplexing for optical dispersion compensation. URL <http://dx.doi.org/10.1109/OFC.2007.4348761>.
- Velasco, L., Klinkowski, M., Ruiz, M., e Comellas, J. (2012). Modeling the routing and spectrum allocation problem for flexgrid optical networks. *Photonic Network Communications*, 24(3): 177–186. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s11107-012-0378-7>.
- Wang, Y., Zhang, J., Zhao, Y., Wang, J., e Gu, W. (2013). Aco-based routing and spectrum allocation in flexible bandwidth networks. 25:135–143.
- Yen, J. Y. (1971). Finding the k shortest loopless paths in a network. *Management Science*, 17(11): 712–716. URL <http://dx.doi.org/10.1287/mnsc.17.11.712>.