

## Experimentos computacionais para analisar o efeito da remoção de um vértice na conectividade algébrica de um grafo

**Victhor Simões Sartório**

Escola Nacional de Ciências Estatísticas  
 Rua André Cavalcânti, 106 - Centro, Rio de Janeiro - RJ, 20231-050, Brazil  
 vichtorssartorio@gmail.com

**Carla Oliveira**

Escola Nacional de Ciências Estatísticas  
 Rua André Cavalcânti, 106 - Centro, Rio de Janeiro - RJ, 20231-050, Brazil  
 carla.oliveira@ibge.gov.br

**Elaine Machtyngier**

Escola Nacional de Ciências Estatísticas  
 Rua André Cavalcânti, 106 - Centro, Rio de Janeiro - RJ, 20231-050, Brazil  
 elaine.machtyngier@ibge.gov.br

### RESUMO

Sejam  $G$  um grafo simples de ordem  $n$  e  $A(G)$  sua matriz de adjacência. A partir da sequência de graus de  $G$ , define-se uma matriz diagonal  $D(G)$ , cujas entradas da diagonal principal são os graus de seus vértices. A matriz Laplaciana de  $G$ , denotada por  $L(G)$ , é definida por  $L(G) = D(G) - A(G)$ . As raízes do polinômio característico associado a esta matriz são os autovalores de  $L(G)$  os quais denotamos por  $\mu_i, \forall i, 1 \leq i \leq n$  tal que  $\mu_1 \geq \dots \geq \mu_{n-1} \geq \mu_n$ . O segundo menor autovalor de  $L(G)$ ,  $\mu_{n-1}$ , denotado por  $a(G)$ , é denominado de conectividade algébrica de  $G$  e o autovetor associado a este autovalor é denominado de autovetor de Fiedler. Kirkland em 2010, definiu a função  $\Phi_G(v) = a(G) - a(G \setminus v)$ , onde  $v$  é um vértice de  $G$  e  $G \setminus v$  é o subgrafo obtido de  $G$  pela remoção de  $v$  e também caracterizou o vetor de Fiedler quando  $\Phi_G(v) = 1$ . Neste mesmo trabalho, foi demonstrado que se  $G$  tem um vértice  $v$  de grau  $n - 1$  então  $\Phi_G(v) = 1$  e a seguinte questão foi levantada: o que acontece com a função  $\Phi_G(v)$  quando o vértice  $v$  removido tem grau  $n - 2$ ? Em 2012, Albuquerque em sua tese de mestrado definiu a família  $\mathfrak{S}_{n,\Delta}$  constituída por todos os grafos conexos com  $n$  vértices e grau máximo  $\Delta$ , obteve alguns resultados parciais com relação a esta questão e propôs duas conjecturas. Neste trabalho, realizamos alguns testes computacionais com o objetivo de fortalecer ou refutar as conjecturas geradas por Albuquerque e também através desses testes tentamos encontrar outros padrões para o comportamento da função  $\Phi_G(v)$  dentro da família  $\mathfrak{S}_{n,n-2}$  quando  $v$  tem grau  $n - 2$ . Para isto, geramos uma base de dados contendo aproximadamente 12 milhões de grafos utilizando o Nauty, programa este que gera grafos não isomorfos em arquivos no formato *graph6*. Para obtermos o valor da função  $\Phi_G(v)$  na família  $\mathfrak{S}_{n,n-2}$  quando  $v$  tem grau  $n - 2$  e para realizarmos as filtragens e análises desses grafos, desenvolvemos algumas rotinas em *Python* que rodam dentro do software *SageMath*. Este software possui uma extensa combinação de bibliotecas, incluindo diversas que lidam com grafos, na linguagem de programação *Python*.

**PALAVRAS CHAVE.** Remoção de vértice, Conectividade algébrica, Matriz Laplaciana.