UM MODELO EM PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA PARA ALOCAÇÃO DE DISCIPLINAS: UM ESTUDO DE CASO NO CURSO DE CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO DA UNIVERSIDADE DE FORTALEZA

Daniel Lopes de Queiroz, Napoleão Vieira Nepomuceno
Universidade de Fortaleza, Programa de Pós-Graduação em Informática Aplicada
Av. Washigton Soares 1321, CEP: 60811-905, Fortaleza, Ceará, Brasil
daniel.lopes@edu.unifor.br, napoleaovn@unifor.br

RESUMO

Neste trabalho, investigamos um problema de otimização conhecido como Problema de Programação de Horários (PPH) para cursos universitários, que consiste na criação de um quadro de horários semanal para as disciplinas ofertadas de um determinado curso e a devida alocação dos professores a estas disciplinas, de acordo com suas disponibilidades e suas competências. Uma série de restrições técnicas, pedagógicas e legais devem ser consideradas na programação. Um modelo em Programação Linear Inteira (PLI) é proposto para o problema e um estudo de caso é realizado no curso de Ciência da Computação da Universidade de Fortaleza (UNIFOR). Embora o problema seja conhecidamente NP-Difícil, testes computacionais realizados com o *solver* comercial *CPLEX* mostram que instâncias práticas do problema podem ser resolvidas rapidamente através de PLI. Uma análise de performance indica que o número de variáveis e de restrições cresce de forma quase linear em função da quantidade de semestres/disciplinas do curso. Também foi possível melhorar a solução atualmente empregada pela Universidade, aumentando a satisfação dos professores quanto à alocação e ocupando um número reduzido de salas e de laboratórios.

PALAVRAS CHAVE. Problema de Programação de Horários, Alocação de Professores, Alocação de Disciplinas, Programação Linear Inteira.

Tópicos (PM - Programação Matemática; OC - Otimização Combinatória; EDU - PO na Educação)

ABSTRACT

In this work, we study an optimization problem known as the Curriculum-based Course Timetabling, which consists in determining the weekly assignment of disciplines in timeslots and the allocation of disciplines to lecturers, according to their availability and competences. A number of technical, pedagogical, and legal constraints must be considered in the timetable. We propose an Integer Linear Programming model for this problem and we present a case study for the course of Computer Science of the University of Fortaleza. Despite the problem being known to be NP-Hard, computational results using the commercial solver CPLEX attest that practical instances of the problem can be solved to optimality in reasonable time. An analysis of performance suggests that the number of variables and constraints increases quasi-linearly as a function of the number of periods/disciplines of the course. Moreover, it was possible to improve the current solution used by the University, increasing the lecturers' satisfaction with respect to the allocation and occupying a reduced number of regular rooms and laboratories per timeslots.

KEYWORDS. Curriculum-based Course Timetabling, Allocation of Lecturers, Allocation of Disciplines, Integer Linear Programming.

Paper topics (PM - Mathematical Programming; OC - Combinatorial Optimization; EDU - OR in Education)

1. Introdução

Um problema recorrente nas universidades no início de cada semestre é a geração de um quadro de horários para os cursos. O problema pode ser classificado como um Problema de Programação de Horários (PPH) para cursos universitários, também conhecido na literatura como *University Course Timetabling* [Babaei et al., 2015] e, mais especificamente, como *Curriculum-based Course Timetabling* [Bettinelli et al., 2015]. Determinar uma solução satisfatória para a programação de horários é uma tarefa extremamente complicada devido à grande combinatória envolvida e por ter que respeitar uma série de restrições interdependentes. Devido à sua complexidade computacional, a aplicação de modelos matemáticos exatos não é muito usual na literatura. Normalmente são usados métodos heurísticos que retornam uma solução viável em tempo hábil, embora não garantam a obtenção de uma solução ótima.

Neste trabalho, desenvolvemos um modelo em PLI para o problema e realizamos um estudo computacional no curso de Ciência da Computação da Universidade de Fortaleza com o intuito de investigar sua efetiva aplicação. A principal motivação do estudo é que, de fato, constatou-se que a resolução do problema é atualmente realizada de forma empírica pela coordenação do curso. Em geral, este é um processo demorado e desgastante de negociação junto aos professores, especialmente porque não é possível atender todas as suas preferências quanto a disciplinas e horários.

A principal contribuição deste trabalho é a apresentação de um modelo genérico e detalhado de Programação de Horários que considera as mais diversas restrições práticas vivenciadas pelas instituições de ensino superior, especialmente instituições privadas. Além disso, o resultado esperado é que nosso modelo possa auxiliar os responsáveis pela criação do quadro de horários do curso, melhorando a satisfação dos professores quanto à alocação de suas disciplinas.

O restante do artigo está organizado nas seguintes seções: na Seção 2, abordamos alguns dos principais trabalhos relacionados com o problema investigado; na Seção 3, apresentamos uma definição detalhada do problema, explicitando as principais particularidades da aplicação estudada; na Seção 4, propomos um modelo em PLI genérico para o problema; na Seção 5, resultados computacionais são apresentados e discutidos; e as conclusões são realizadas na Seção 6.

2. Trabalhos Relacionados

O Problema de Programação de Horários é um problema pertencente à classe NP-Difícil, já que ele foi provado ser pelo menos tão difícil quanto o problema de coloração de grafos [Welsh e Powell, 1967]. O PPH pode ser classificado como um problema de *scheduling*, o qual tem sido investigado por muitos pesquisadores ao longo dos anos.

No contexto educacional, encontramos muitas variantes deste problema [Sousa et al., 2008], dependendo das características da instituição: (i) grade de horários para escola de ensino fundamental e médio - programação das aulas na semana com o horário completamente preenchido, evitando que um professor lecione mais de uma aula no mesmo horário. Cada professor tem que dar um número determinado de aulas, alocadas nos horários que o professor possui disponibilidade; (ii) grade de horários para cursos universitários - programação das aulas na semana de um curso universitário, evitando que disciplinas com os mesmos alunos sejam ministradas no mesmo horário; e (iii) grade de horários para exames - programação dos exames de um conjunto de cursos ou disciplinas, mantendo uma distribuição adequada das datas destes exames.

Dentre as variantes para determinação da grade de horários para cursos universitários, aquela que se assemelha mais à aplicação abordada neste trabalho é conhecida como *Curriculum-based Course Timetabling*, a qual vem recebendo destacada atenção da comunidade científica recentemente [Bonutti et al., 2012; Cacchiani et al., 2013; Asín Achá e Nieuwenhuis, 2014; Bettinelli et al., 2015; Bellio et al., 2016]. Esta variante pode ser descrita como segue. Considere um conjunto de disciplinas que devem ser ministradas em um dado semestre. Cada disciplina consiste em um conjunto de aulas a serem ministradas pelo professor da disciplina e um conjunto de estudantes que assistem a estas aulas. Um currículo é definido como um conjunto de disciplinas dos alunos de um mesmo semestre. São dados ainda um conjunto de salas, um conjunto de dias letivos e um conjunto de períodos nos quais cada dia letivo é dividido. Cada par dia/período forma um horário. O objetivo é encontrar a melhor atribuição de disciplinas a horários e salas, respeitando-se um conjunto de restrições.

Algumas restrições, que em geral devem ser sempre cumpridas, são definidas como *hard constraints* [Cacchiani et al., 2013]:

- Todas as disciplinas devem ser ofertadas;
- Disciplinas de um mesmo currículo devem ser ofertadas em horários distintos;
- Cada professor só pode lecionar no máximo uma disciplina em um dado horário;
- Cada sala só pode estar alocada a no máximo uma disciplina em um dado horário;
- Etc ...

Outras restrições, entretanto, são tratadas através de penalizações na função objetivo, e definidas como *soft constraints* [Cacchiani et al., 2013]:

- O número de assentos da sala deve comportar todos os alunos;
- As disciplinas de um currículo devem ser bem distribuídas ao longo da semana;
- Não deve haver horários ociosos entre disciplinas de um mesmo currículo;
- Etc ...

Uma compilação de formulações para o problema para uma variedade de *hard* e *soft constraints* é apresentada em [Bonutti et al., 2012], com o intuito de representar situações práticas. Por ser considerado um problema de difícil resolução computacional e de grande interesse prático, encontramos na literatura diversas abordagens de resolução, dentre técnicas de Programação Linear Inteira, heurísticas e metaheurísticas.

Dentre os trabalhos que abordam o problema através de métodos exatos, Lach e Lübbecke [2012] propuseram um método de PLI que decompõe o problema em dois estágios: no primeiro, busca-se atribuir as disciplinas aos horários, focando basicamente na satisfação das restrições fortes; no segundo, é realizada a atribuição de disciplinas às salas objetivando-se o melhoramento da solução de acordo com as restrições fracas.

Hao e Benlic [2011] apresentaram uma abordagem de particionamento para computar limites inferiores para o problema. Para tanto, as instâncias originais eram divididas em sub-instâncias através de uma Busca Tabu iterativa. Cada sub-instância, então, era resolvida por meio de um solver comercial de modelos em PLI. Finalmente, um limite inferior era computado a partir da resolução de cada sub-instância.

Dentre as abordagens heurísticas, talvez a mais bem sucedida seja a proposta de Müller [2009], que resolve o problema em três fases através da aplicação de diversos algoritmos de busca local: uma fase de construção que utiliza um algoritmo denominado como *Iterative Forward Search* para encontrar uma solução viável; uma fase de busca que aplica um algoritmo de *Hill Climbing*; e uma fase que emprega uma estratégia de *Simulated Annealing* para fugir de ótimos locais. A abordagem foi a vencedora em diversas competições realizadas pela ITC [McCollum et al., 2010].

3. Definição do Problema

Nesta seção, apresentamos em detalhe a definição do problema investigado neste trabalho. É importante salientar que, embora sejam bastante relacionados, o problema que retrata a nossa aplicação possui algumas diferenças comparado ao problema de *Curriculum-based Course Timetabling*. A principal diferença a ser destacada é que as formulações para *Curriculum-based Course Timetabling* consideram que a alocação dos professores de cada disciplina já é conhecida a priori, Dias da semana

Períodos	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª
MAB					
MCD					
MEF					
TEF					
NAB					
NCD					

Figura 1: Possíveis horários para alocação de disciplinas.

enquanto que aqui estamos também interessados em determinar esta alocação. Por outro lado, não consideramos explicitamente a alocação das salas às disciplinas.

A motivação é que usualmente no Brasil, sobretudo em instituições privadas, a definição da alocação de professores é reavaliada a cada semestre em acordo com os professores. A definição dos horários das disciplinas, como também da alocação dos professores, é feita por cada coordenação de curso. Entretanto, o ensalamento – processo de definição da sala de cada disciplina – é uma atividade realizada a posteriori por outro setor comum da Universidade.

Na UNIFOR, cada curso possui uma grade curricular com o nome das disciplinas, a ementa, a quantidade de créditos e o respectivo semestre. Dependendo da demanda de alunos, podem ser ofertadas mais de uma instância de uma mesma disciplina (cada uma atendendo a um conjunto distinto de alunos). A primeira instância gerada de cada disciplina é chamada de instância principal, enquanto que as demais são nomeadas de instâncias secundárias.

As disciplinas podem ser do tipo teórica, prática ou ainda teórica com prática associada. No caso de uma instância de disciplina teórica com prática associada, a coordenação associa um código de turma para as aulas teóricas e um código de turma distinto para as aulas práticas. Isto porque a turma teórica e a turma prática têm requisitos de espaço e equipamentos diferentes. Além disso, quando a capacidade do laboratório é inferior à capacidade da sala das aulas teóricas, é comum que os alunos de uma mesma instância de disciplina sejam divididos em dois laboratórios. Neste caso, a instância de disciplina possui uma turma teórica associada a duas turmas práticas (uma turma prática é chamada de base e a outra de adicional). Uma instância de disciplina, em geral, deve ser lecionada apenas por um professor. Entretanto, quando uma instância de disciplina é dividida em duas turmas práticas, é necessária a alocação de dois professores: um para a turma base e outro para a turma adicional. Neste caso, o professor da turma teórica deve também ministrar a turma prática base.

A Figura 1 ilustra os possíveis horários para alocação das disciplinas, onde cada par dia/período define um horário. Os períodos MAB, MCD e MEF são definidos como do turno da manhã e os períodos TEF, NAB e NCD são definidos como do turno da noite. As aulas de uma instância de disciplina devem ser distribuídas entre os dias da semana de acordo com a quantidade de créditos da disciplina. Cada horário equivale a 2 créditos (por exemplo, uma instância de disciplina ordinária com 6 créditos consome 3 horários de uma sala). Ressalta-se que, embora não estejamos tratando diretamente o problema de ensalamento das disciplinas, a quantidade de salas ordinárias e de laboratórios destinados ao curso é limitada e, portanto, devemos respeitar o limite de turmas que podem ser ministradas em cada horário.

Além disso, a coordenação do curso de Ciência da Computação tenta organizar o quadro de horários seguindo uma série de regras: (i) não deve existir choque de horário entre as instâncias principais das disciplinas de um mesmo semestre; (ii) uma mesma instância de disciplina não pode ser ministrada em dois horários do mesmo dia; (iii) uma mesma instância de disciplina não pode ser ministrada em dias consecutivos; e (iv) as aulas de cada instância de disciplina devem ser ministradas sempre no mesmo período.

A alocação dos professores às turmas de disciplinas é feita de acordo com os interesses dos professores em lecionar cada disciplina e com suas disponibilidades de horário. Evidentemente, um professor pode lecionar apenas uma turma em cada período do dia. Além disso, por questões legais, um professor não poderá ser alocado para o primeiro horário (MAB) do dia caso ele tenha sido alocado para o último período (NCD) do dia anterior. As cargas horárias máxima e mínima de cada professor também devem ser respeitadas. Ainda, não deve existir janelas (horários livres) entre aulas de um mesmo professor que acontecem no mesmo dia e no mesmo turno, para evitar que o professor fique na universidade mesmo sem estar alocado.

4. Descrição do Modelo em PLI

Nesta seção, introduziremos um modelo em PLI para o problema. Este modelo foi concebido de forma a contemplar todos os cursos de graduação da UNIFOR, mas também pode servir de base para atender a maioria das instituições de ensino superior do País.

4.1. Parâmetros e Conjuntos

Estabelecemos primeiramente a notação, incluindo atributos, parâmetros e conjuntos, empregada para representar os conceitos apresentados na definição do problema. Uma turma possui os atributos *disciplina*, *instancia* (com valor 1 para a instância principal e sequencial para as demais), *tipo* (conforme explicitado na listagem abaixo), *creditos* e *turno*. A cada disciplina, associamos um atributo *semestre*. Um professor possui os atributos *minCred* e *maxCred* (carga mínima e máxima de créditos respectivamente). A notação restante é descrita a seguir:

QS : Quantidade de semestres do curso.
FH : Primeiro período do dia (MAB nesta aplicação).
LH : Último período do dia (NCD nesta aplicação).
$T1$: Valor atribuído ao tipo das turmas teóricas.
$P1$: Valor atribuído ao tipo das turmas práticas base.
$P2$: Valor atribuído ao tipo das turmas práticas adicional.
$MAXT$: Quantidade máxima de turmas teóricas por horário.
$MAXP$: Quantidade máxima de turmas práticas por horário.
$MANHA$: Turno da manhã.
$NOITE$: Turno da noite.
MH : Período intermediário do turno da manhã (MCD nesta aplicação).
NH : Período intermediário do turno da noite (NAB nesta aplicação).
$\mathcal{D}$: Conjunto de todas as disciplinas do curso.
$\mathcal{TP}$: Conjunto de todas as turmas práticas que serão lecionadas no semestre.
$\mathcal{TT}$: Conjunto de todas as turmas teóricas que serão lecionadas no semestre.
$\mathcal{T}$: Conjunto de todas as turmas do semestre: $\mathcal{TP} \cup \mathcal{TT}$.
$\mathcal{ID}$: Conjunto de todas as instâncias de disciplinas, representadas por tuplas $<$*teorica*, *pratica*$>$, onde as turmas *teorica* e *pratica* são da mesma instância de disciplina. Na implementação, toda instância de disciplina é do tipo teórica com prática associada. Assim, associamos uma turma prática com 0 crédito a disciplinas teóricas e, analogamente, associamos uma turma teórica com 0 créditos a disciplinas práticas.
$\mathcal{DS}$: Conjunto formado pelos dias da semana.
$\mathcal{PS}$: Conjunto formado pelos períodos do dia.
$\mathcal{H}$: Conjunto de horários para alocação de disciplinas, representados por tuplas $<$*dia*, *periodo*$>$.
$\mathcal{P}$: Conjunto de todos os professores do curso.
$\mathcal{PD}$: Conjunto cujos elementos são tuplas $<$*professor*, *disciplina*$>$, indicando que o *professor* tem competência para ministrar a *disciplina*.
$\mathcal{PT}$: Conjunto cujos elementos são tuplas $<$*professor*, *turma*, *satisfacao*$>$, indicando que o *professor* tem competência para ministrar a *turma*. O atributo satisfação refere-se ao nível de interesse do professor em lecionar a *disciplina* da *turma*.

$\mathcal{PH}$: Conjunto cujos elementos são tuplas $<$*professor*, *horario*$>$, indicando que o *professor* tem disponibilidade para ministrar aula no *horario*.
$\mathcal{PTH}$: Conjunto cujos elementos são tuplas $<$*professor*, *turma*, *horario*$>$, relacionando os conjuntos $\mathcal{PT}$ e $\mathcal{PH}$. O *professor* deve ter competência e disponibilidade para ministrar a *turma* no *horário*.

4.2. Variáveis de Decisão

Utilizamos três tipos de variáveis de decisão:

- $x_{[pt]}$: variável binária com valor 1 se o professor $pt.professor$ leciona a turma $pt.turma$ e 0 caso contrário, onde $pt \in \mathcal{PT}$.
- $y_{[pth]}$: variável binária com valor 1 se o professor $pth.professor$ leciona a turma $pth.turma$ no horário $pth.horario$ e 0 caso contrário, onde $pth \in \mathcal{PTH}$
- $z_{[id][ps]}$: variável binária com valor 1 se a instância de disciplina id é alocada no período ps e 0 caso contrário, com $id \in \mathcal{ID}$ e $ps \in \mathcal{PS}$.

A quantidade de variáveis é, portanto, O $(|\mathcal{P}|\times|\mathcal{T}|\times|\mathcal{H}|+|\mathcal{ID}|\times|\mathcal{PS}|)$. Note, entretanto, que $|\mathcal{PTH}|$ é consideravelmente menor do que $|\mathcal{P}| \times |\mathcal{T}| \times |\mathcal{H}|$ na prática.

4.3. Modelo em PLI

A função objetivo do problema visa aumentar a satistação dos professores.

$$\sum_{pt\in\mathcal{PT}} x_{[pt]} \times pt.satisfacao \tag{1}$$

A cada turma deve ser alocado apenas um professor.

$$\sum_{pt\in\mathcal{PT}\,|\,pt.turma=t} x_{[pt]} = 1 \qquad \forall\, t \in \mathcal{T} \tag{2}$$

Um professor não pode lecionar duas ou mais turmas no mesmo horário.

$$\sum_{\substack{pth\in\mathcal{PTH}\,|\\ pth.professor=p\,\wedge\\ pth.horario=h}} y_{[pth]} \leq 1 \qquad \forall p \in \mathcal{P},\ h \in \mathcal{H} \tag{3}$$

A quantidade de horários de cada turma deve estar de acordo com a quantidade de créditos.

$$\sum_{pth\in\mathcal{PTH}\,|\,pth.turma=t} y_{[pth]} = t.creditos \div 2 \qquad \forall\, t \in \mathcal{T} \tag{4}$$

Restrição que exprime a relação lógica entre as variáveis x e y.

$$y_{[pth]} \leq x_{[pt]} \qquad \forall\, pth \in \mathcal{PTH},\ pt \in \mathcal{PT} \mid pt.professor = pth.professor \wedge pt.turma = pth.turma \tag{5}$$

Uma instância de disciplina que é efetivamente teórica com prática associada deve ter sua turma prática base ministrada pelo mesmo professor da turma teórica. Modelos em PLI não permitem restrições de desigualdade, logo esta restrição é uma disjunção onde o somatório é menor ou igual a zero ou o somatório é maior ou igual a dois.

$$\sum_{\substack{pt \in \mathcal{PT} | \\ pt.professor = pd.professor \wedge \\ (pt.turma = id.teorica \vee \\ pt.turma = id.pratica)}} x_{[pt]} \neq 1 \tag{6}$$

$$\forall\, id \in \mathcal{ID},\ pd \in \mathcal{PD}\ \mid\ pd.disciplina = id.teorica.disciplina \wedge id.pratica.tipo = P1 \wedge id.teorica.creditos \neq 0 \wedge id.pratica.creditos \neq 0$$

As turmas de uma mesma instância de disciplina são dadas no mesmo período.

$$\sum_{\substack{pth \in \mathcal{PTH} | \\ (pth.turma = id.teorica \vee \\ pth.turma = id.pratica) \wedge \\ pth.horario.periodo = ps}} y_{[pth]} = ((id.teorica.creditos + id.pratica.creditos) \div 2) \times z_{[id][ps]} \tag{7}$$

$$\forall id \in ID, ps \in PS$$

As turmas práticas de uma instância de disciplina devem ser alocadas no mesmo horário.

$$\sum_{\substack{pth \in \mathcal{PTH} | \\ pth.horario = h \wedge \\ pth.turma = t1}} y_{[pth]} = \sum_{\substack{pth \in \mathcal{PTH} | \\ pth.horario = h \wedge \\ pth.turma = t2}} y_{[pth]} \tag{8}$$

$$\forall h \in \mathcal{H},\ t1 \in \mathcal{T},\ t2 \in \mathcal{T}\ \mid\ t1.disciplina = t2.disciplina \wedge t1.instancia = t2.instancia \wedge t1.tipo = P1 \wedge t2.tipo = P2$$

Turmas de instâncias principais de disciplinas do mesmo semestre não podem ocorrer no mesmo horário. Turmas práticas adicionais, todavia, podem ocorrer no horário da turma base.

$$\sum_{\substack{pth \in \mathcal{PTH} | \\ pth.turma.disciplina.semestre = s \wedge \\ pth.turma.instancia = 1 \wedge \\ pth.horario = h \wedge \\ pth.turma.tipo \neq P2}} y_{[pth]} \leq 1 \tag{9}$$

$$\forall s = 1..QS,\ h \in \mathcal{H}$$

Aulas de uma instância de disciplina não podem ser ministradas em dias consecutivos.

$$\sum_{\substack{pth \in \mathcal{PTH} | \\ (pth.turma = id.teorica \vee \\ pth.turma = id.pratica) \wedge \\ (pth.horario.dia = ds \vee \\ pth.horario.dia = ds+1)}} y_{[pth]} \leq 1 \tag{10}$$

$$\forall\, ds \in \mathcal{DS},\ id \in \mathcal{ID}\ \mid\ ds + 1 \leq 6$$

Aulas de uma mesma instância de disciplina não podem ter intervalo maior do que dois dias, com exceção de instâncias de 4 créditos que admitem o padrão segunda-feira e sexta-feira.

$$\sum_{\substack{pth \in \mathcal{PTH} | \\ (pth.turma = id.teorica \vee \\ pth.turma = id.pratica) \wedge \\ (pth.horario.dia = ds \vee \\ pth.horario.dia = ds+3)}} y_{[pth]} \leq 1 \tag{11}$$

$$\forall\, ds \in \mathcal{DS},\ id \in \mathcal{ID}\ \mid\ ds + 3 \leq 6$$

A quantidade de turmas teóricas por horário deve ser menor ou igual à capacidade máxima.

$$\sum_{\substack{pth \in \mathcal{PTH}\,| \\ pth.horario = h\,\wedge \\ pth.turma \in \mathcal{TT}}} y_{[pth]} \leq MAXT \qquad \forall h \in \mathcal{H} \tag{12}$$

A quantidade de turmas práticas por horário deve ser menor ou igual à capacidade máxima.

$$\sum_{\substack{pth \in \mathcal{PTH}\,| \\ pth.horario = h\,\wedge \\ pth.turma \in \mathcal{TP}}} y_{[pth]} \leq MAXP \qquad \forall h \in \mathcal{H} \tag{13}$$

A carga horária mínima de um professor deve ser respeitada.

$$\sum_{pt \in \mathcal{PT}\,|\,pt.professor = p} pt.turma.creditos \times x_{[pt]} \geq p.minCred \qquad \forall\, p \in \mathcal{P} \tag{14}$$

A carga horária máxima de um professor deve ser respeitada.

$$\sum_{pt \in \mathcal{PT}\,|\,pt.professor = p} pt.turma.creditos \times x_{[pt]} \leq p.maxCred \qquad \forall\, p \in \mathcal{P} \tag{15}$$

Não deve existir janelas nos horários dos professores, essa restrição não permite janelas no turno da manhã.

$$\sum_{\substack{pth \in \mathcal{PTH}| \\ pth.professor = p \wedge \\ pth.turma.turno = MANHA \wedge \\ pth.horario.dia = ds \wedge \\ pth.horario.periodo \neq MH}} y_{[pth]} - \sum_{\substack{pth \in \mathcal{PTH}| \\ pth.professor = p \wedge \\ pth.turma.turno = MANHA \wedge \\ pth.horario.dia = ds \wedge \\ pth.horario.periodo = MH}} y_{[pth]} \leq 1 \qquad \forall\, p \in \mathcal{P},\; ds \in \mathcal{DS} \tag{16}$$

Já essa restrição não permite janelas no turno da noite.

$$\sum_{\substack{pth \in \mathcal{PTH}| \\ pth.professor = p \wedge \\ pth.turma.turno = NOITE \wedge \\ pth.horario.dia = ds \wedge \\ pth.horario.periodo \neq NH}} y_{[pth]} - \sum_{\substack{pth \in \mathcal{PTH}| \\ pth.professor = p \wedge \\ pth.turma.turno = NOITE \wedge \\ pth.horario.dia = ds \wedge \\ pth.horario.periodo = NH}} y_{[pth]} \leq 1 \qquad \forall\, p \in \mathcal{P},\; ds \in \mathcal{DS} \tag{17}$$

Um professor não pode ser alocado para uma disciplina no último período do dia se no dia seguinte ele está alocado no primeiro período e vice e versa.

$$\sum_{\substack{pth \in \mathcal{PTH}| \\ pth.horario.dia = ds \wedge \\ pth.horario.periodo = LH \wedge \\ pth.professor = p}} y_{[pth]} + \sum_{\substack{pth \in \mathcal{PTH}| \\ pth.horario.dia = ds+1 \wedge \\ pth.horario.periodo = FH \wedge \\ pth.professor = p}} y_{[pth]} \leq 1 \qquad \forall\, p \in \mathcal{P},\; ds \in \mathcal{DS} \;|\; ds + 1 \leq 6 \tag{18}$$

5. Experimentação e Discussão dos Resultados

5.1. Pesquisa de Campo

Para o estudo de caso, foi necessário realizar uma pesquisa junto à coordenação do curso e aos professores. A coordenação ficou responsável por disponibilizar a oferta das disciplinas para o período de 2016.2, informando o respectivo professor de cada instância de disciplina/turma e o horário. Utilizamos esta solução para efeito de comparação dos resultados.

Foi elaborado ainda um formulário para que os professores pudessem elencar as disciplinas que eles tinham competência para ministrar e indicar seu nível de interesse em ministrar estas disciplinas, além da sua disponibilidade de horários. No formulário, o professor deveria atribuir uma satisfação entre 0 e 10 para cada disciplina que ele tinha interesse em ministrar, onde 0 indica que o professor não tem interesse e/ou formação para ministrar a disciplina. Além disso, o professor deveria informar a quantidade mínima e máxima de créditos que ele tinha interesse em lecionar. Essas quantidades devem estar de acordo com a carga horária prevista pela coordenação.

A pesquisa foi realizada com 30 dos 44 professores que estão atualmente alocados nas disciplinas obrigatórias do curso. Para os demais professores, considerou-se que eles tinham nível de interesse com valor 10 para as disciplinas que eles estavam alocados e 0 para as demais disciplinas, e os horários disponíveis eram exatamente os mesmos da alocação atual.

5.2. Estudo de caso

Os testes foram executados em uma máquina com processador *Intel(R) Core(TM) i7* CPU 3.5GH$_Z$ e com 16GB de memória principal. O modelo matemático gerado para o PPH do curso de Ciência da Computação possui 8838 variáveis e 11005 restrições. A execução do modelo obteve a solução provadamente ótima em 6.63 segundos, realizando 3430 iterações do *solver CPLEX*.

O valor de função objetivo obtido, que representa a satisfação dos professores com a alocação, foi de 1294. Este valor é ligeiramente melhor que o valor da solução atual utilizada pela universidade, que possui valor de 1286. Apesar da pequena diferença entre as duas soluções, o tempo computacional foi extraordinariamente baixo, o que sugere que o modelo possa ser empregado para auxiliar a tarefa de geração do quadro de horários.

Além disso, a solução corrente não respeitava algumas restrições de padrões de horários e de janelas nos horários dos professores, o que não acontece na solução proposta. Ainda, a alocação das disciplinas por período ocupa no máximo quatro salas teóricas e três salas práticas. Uma limitação do modelo é que ele ainda não trata as janelas entre as disciplinas de um mesmo semestre.

Na Tabela 1, apresentamos de forma comparativa a alocação corrente empregada pela coordenação do curso e a alocação proposta encontrada com auxílio do modelo em PLI. Nesta tabela, representamos as turmas práticas adicionais pela marcação com um asterisco (*).

5.3. Análise de Performance

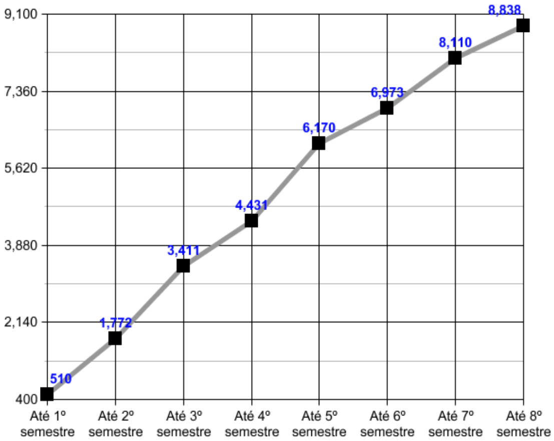
Com o intuito de verificar a escalabilidade do modelo, realizamos uma análise de performance para verificar o crescimento do tamanho do problema em função da quantidade de semestres. Os testes foram realizados de forma incremental, onde inicialmente só havia as disciplinas do primeiro semestre (manhã e noite) e iterativamente eram adicionadas as disciplinas do próximo semestre, de forma que ao final a instância representasse a alocação de todas as disciplinas do curso. Foram, entretando, desconsideradas as restrições de carga horária mínima dos professores pois, do contrário, com uma quantidade inferior de disciplinas não seria possível atender a carga horária mínima de todos os professores, gerando uma solução inviável.

Tabela 1: Solução Atual e Solução Encontrada.

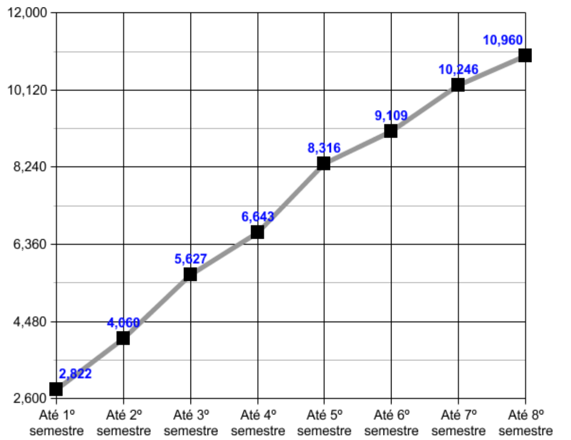
Turma	**Prof. Atual**	**Horário Atual**	**Prof. Sugerido**	**Horário Sugerido**
Informática e Sociedade	01	5MCD	01	5MEF
Introdução a Computação	02	3MCD	02	3MEF
Lógica de Programação	03	246MCD	03	246MEF
Matemática Discreta	04	35MAB	04	35MAB

Turma	Prof. Atual	Horário Atual	Prof. Sugerido	Horário Sugerido
Álgebra Linear e Geometria Analítica	05	246MAB	05	246MAB
Cálculo 2	06	35MCD	06	24MCD
Programação Orientada a Objetos	07	24MAB	07	24MAB
Programação Orientada a Objetos	08	24MCD	03	35MAB
Projeto de Interface	09	24MEF	09	24MEF
Sistemas Lógicos e Digitais	10	35MAB	10	35MCD
Sistemas Lógicos e Digitais	11	35MAB	11	35MAB
Sistemas Lógicos e Digitais	11	24MAB	11	24MAB
Administração, Empreendedorismo e Inovação	12	35MAB	12	35MAB
Arquitetura e Organização de Computadores	10	246MEF	10	246MEF
Arquitetura e Organização de Computadores	13	345MEF	13	246MEF
Estrutura de Dados	14	24MCD	18	24MCD
Lógica Matemática	15	35MCD	17	35MCD
Tecnicas de Programação	16	246MAB	16	246MAB
Cálculo Numérico	17	24MAB	17	35MEF
Fundamentos de BD	18	24MCD	18	24MAB
Fundamentos de BD*	18	4ª MEF	33	2MAB
Tecnologias Internet 1	16	35MAB	16	35MAB
Teoria dos Grafos	19	35MCD	19	26MCD
Engenharia de Requisitos e Teste de Software	20	24MCD	20	24MCD
Gestão da Tecnologia da Informação	21	35MAB	21	35MAB
Produção de Trabalho Científico	01	5MEF	01	5MCD
Projeto e Análise de Algoritmos	17	35MCD	08	46MAB
Sistemas Operacionais	18	24MAB	18	24MEF
Tecnicas de Implementação de Sistemas de BD	18	35MEF	18	35MEF
Álgebra Linear e Geometria Analítica	22	246TEF	22	246TEF
Programação Orientada a Objetos	23	24NAB	03	35TEF
Sistemas Lógicos e Digitais	24	35NAB	24	35NAB
Arquitetura e Organização de Computadores	25	246TEF	25	246NAB
Estrutura de Dados	08	35NAB	14	24TEF
Estrutura de Dados	23	24NCD	23	26NAB
Lógica Matemática	26	35NAB	26	35NAB
Tecnicas de Programação	27	246NAB	27	246NCD
Fundamentos de Banco de Dados	28	24NAB	28	24NAB
Probabilidade e Estatística	29	24TEF	29	24TEF
Tecnologias Internet 1	30	35NAB	30	35NAB
Teoria dos Grafos	31	35NCD	31	35NCD
Engenharia de Requisitos e Teste de Software	27	24NCD	18	35NAB
Gestão da Tecnologia da Informação	21	35NCD	21	35NCD
Projeto e Análise de Algoritmos	08	35TEF	15	35TEF
Sistemas Operacionais	25	24NAB	25	46TEF
Tecnicas de Implementação de Sistemas de BD	32	35NAB	32	35NCD
Tecnicas de Implementação de Sistemas de BD	28	24TEF	28	24NCD
Análise e Projeto de Sistemas 2	20	35NAB	20	35NAB
Paradigmas de Linguagens de Programação	33	246TEF	23	246TEF
Pesquisa Operacional	34	246NAB	34	246NAB
Redes de Computadores 1	35	24NCD	35	24NCD
Teoria dos Autômatos e Linguagens Formais	33	35NCD	33	35NCD
Teoria dos Autômatos e Linguagens Formais	33	35TEF	33	35NAB
Computabilidade	36	35NCD	36	35TEF
Computação Gráfica	37	35NAB	37	35NAB
Engenharia de Software	03	245TEF	27	246NAB
Engenharia de Software*	38	6TEF	38	2NAB
Inteligência Artificial	26	24NAB	26	24NAB
Inteligência Artificial	15	24TEF	15	24TEF
Redes de Computadores 2	39	24NCD	39	24NCD
Compiladores 1	33	35NAB	33	46NCD
Gerencia de Projetos	40	35TEF	40	35TEF
Gerencia de Projetos	41	24NAB	41	26TEF
Gerencia de Projetos	42	35NAB	42	24TEF
Processamento de Imagens	43	35NCD	43	35NCD
Sistemas Distribuídos	44	246NAB	44	246NAB

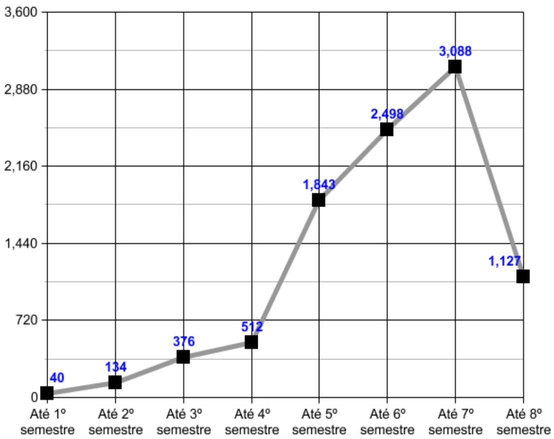
Nas Figuras 2(b) e 2(a), podemos notar que o crescimento do número de variáveis e de restrições é quase linear, embora haja uma inflexão a partir do 5º semestre. Isto se deve ao fato de que a quantidade de alunos no início do curso é maior do que a quantidade de alunos no final do curso, o que faz com que existam mais turmas nos primeiros semestres. Ainda, o curso oferta



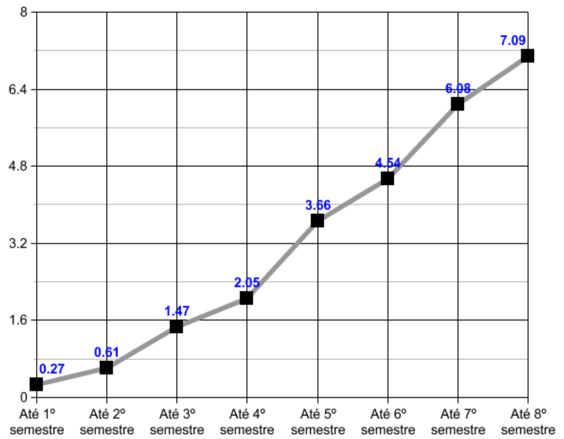
(a) Quantidade de variáveis em função das disciplinas até um determinado semestre.



(b) Quantidade de restrições em função das disciplinas até um determinado semestre.



(c) Quantidade de iterações para resolução do problema em função das disciplinas até um determinado semestre.



(d) Tempo pra resolução do problema em função das disciplinas até um determinado semestre.

Figura 2: Crescimento do problema de acordo com o tamanho da instância.

disciplinas nos dois turnos (manhã e noite) até o quinto semestre e, a partir do sexto semestre, todas as disciplinas são no turno da noite. Para uma análise mais fina, note que a quantidade de instâncias de disciplinas ao longo dos 8 semestres é de, respectivamente, 4, 15, 26, 34, 46, 52, 59 e 65.

A Figura 2(c) mostra que o crescimento do número de iterações do *solver* é superlinear, embora haja um comportamento errático que não soubemos explicar quando foram adicionadas as disciplinas do último semestre. Ressalta-se que, quando a restrição de carga horária mínima é novamente adicionada para esta última instância, o número de iterações aumenta para 3430, conforme apresentado no estudo de caso. Mesmo considerando essa queda no número de iterações no último semestre, pela Figura 2(d), podemos concluir que o tempo de execução cresce de forma superlinear.

6. Conclusão

O trabalho tinha como propósito conceber um modelo em PLI que pudesse auxiliar, na prática, a determinação do quadro de horários das disciplinas do curso de Ciência da Computação da Universidade de Fortaleza. Testes computacionais comprovaram a possibilidade não só de se obter um quadro de horários viável em tempo hábil, como também a determinação do quadro ótimo. Foi ainda realizada uma análise de performance do modelo para investigar sua complexidade de acordo com o tamanho da instância.

Acreditamos fortemente que o modelo seja genérico o suficiente para que possa servir de referência para tratar o Problema de Programação de Horários vivenciado por diversas instituições de ensino superior, particularmente no caso de instituições privadas, onde a alocação de disciplinas é rotineiramente afetada por mudanças no quadro de professores ou por alterações de suas disponibilidades em virtude de atividades profissionais paralelas.

Referências

Asín Achá, R. e Nieuwenhuis, R. (2014). Curriculum-based course timetabling with sat and maxsat. *Annals of Operations Research*, 218(1):71–91.

Babaei, H., Karimpour, J., e Hadidi, A. (2015). A survey of approaches for university course timetabling problem. *Computers & Industrial Engineering*, 86:43–59.

Bellio, R., Ceschia, S., Gaspero, L. D., Schaerf, A., e Urli, T. (2016). Feature-based tuning of simulated annealing applied to the curriculum-based course timetabling problem. *Computers & Operations Research*, 65:83 – 92. ISSN 0305-0548.

Bettinelli, A., Cacchiani, V., Roberti, R., e Toth, P. (2015). An overview of curriculum-based course timetabling. *Top*, 23(2):313–349.

Bonutti, A., De Cesco, F., Di Gaspero, L., e Schaerf, A. (2012). Benchmarking curriculum-based course timetabling: formulations, data formats, instances, validation, visualization, and results. *Annals of Operations Research*, 194(1):59–70.

Cacchiani, V., Caprara, A., Roberti, R., e Toth, P. (2013). A new lower bound for curriculum-based course timetabling. *Computers & Operations Research*, 40(10):2466 – 2477. ISSN 0305-0548.

Hao, J.-K. e Benlic, U. (2011). Lower bounds for the itc-2007 curriculum-based course timetabling problem. *European Journal of Operational Research*, 212(3):464 – 472. ISSN 0377-2217.

Lach, G. e Lübbecke, M. E. (2012). Curriculum based course timetabling: new solutions to udine benchmark instances. *Annals of Operations Research*, 194(1):255–272.

McCollum, B., Schaerf, A., Paechter, B., McMullan, P., Lewis, R., Parkes, A. J., Gaspero, L. D., Qu, R., e Burke, E. K. (2010). Setting the research agenda in automated timetabling: The second international timetabling competition. *INFORMS Journal on Computing*, 22(1):120–130.

Müller, T. (2009). Itc2007 solver description: a hybrid approach. *Annals of Operations Research*, 172(1):429.

Sousa, V. N. d., Moretti, A. C., e Podestá, V. A. d. (2008). Programação da grade de horário em escolas de ensino fundamental e médio. *Pesquisa Operacional*, 28(3):399–421.

Welsh, D. J. e Powell, M. B. (1967). An upper bound for the chromatic number of a graph and its application to timetabling problems. *The Computer Journal*, 10:85–86.