COMPARAÇÃO DA EFICIÊNCIA DOS JOGOS OLÍMPICOS RIO 2016 PARA DOIS CONJUNTOS DIFERENTES DE OUTPUTS ATRAVÉS DA UTILIZAÇÃO DE UM MODELO NETWORK DEA BCC ADITIVO

Karina Thiebaut Sacramento
Doutorado em Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria, 156, São Domingos, 24210-240, Niterói, RJ
karinathiebaut@yahoo.com.br

Gustado Freitas Mendes Callado
Mestrado em Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria, 156, São Domingos, 24210-240, Niterói, RJ
gustavocallado@id.uff.br

João Carlos Correia Baptista Soares de Mello
Departamento de Engenharia de Produção – Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria, 156, São Domingos, 24210-240, Niterói, RJ
jccbsmello@id.uff.br

RESUMO

O objetivo deste estudo é avaliar a eficiência dos países participantes dos Jogos Olímpicos Rio 2016 e comparar como o *ranking* das eficiências se altera quando são utilizados diferentes *outputs*. Um modelo *network* DEA BCC aditivo com restrições aos pesos foi utilizado para ambos os conjuntos de dados de saída, a fim de comparação dos resultados dos modelos. O Modelo 1 considera o quadro de medalhas tradicional, sendo o total de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas por cada país os *outputs* utilizados no último estágio, enquanto o Modelo 2 considera como saída final o número total de atletas que ganhou cada tipo de medalha. Os resultados mostraram uma grande variação nas eficiências e, consequentemente, no *ranking* final. Conforme esperado, o modelo 2 beneficiou os países que tem bom desempenho em esportes coletivos, indicando que o modelo tem uma boa aderência à realidade.

PALAVRAS CHAVE. Análise Envoltória de Dados, *Network*-DEA, Jogos Olímpicos.

Tópico. DEA - Análise Envoltória de Dados

ABSTRACT

The aim of this study is to evaluate the efficiency of countries at the Olympic Games considering two different outputs, and then analyze the changes in ranking. An additive network BCC-DEA model with weight restrictions was used and the different outputs were the total of gold, silver and bronze medals won per sport and, alternatively, the amount of medalist athletes from each nation. The results showed a significant change in the rankings as expected, with a delta of as much as 27 positions. The study proved that, if it’s considered medals by athlete, the efficiencies’ scores would benefit nations that perform well in collective sports.

KEYWORDS. Data Envelopment Analysis. Network-DEA. Olympic Games.

Topic. DEA - Data Envelopment Analysis

1. INTRODUÇÃO

Ter um bom desempenho nos Jogos Olímpicos é algo muito importante para um país, pois gera uma visibilidade internacional, além de poder ser considerado um símbolo do desenvolvimento econômico e social da nação. Atualmente, o Comitê Olímpico Internacional (COI) divulga uma tabela com os dados das medalhas, sugerindo um *ranking* para classificar os países participantes das olimpíadas. Entretanto, este "*ranking*" dá maior importância aos países que ganharam medalhas de ouro, prejudicando a classificação daqueles que ganharam mais medalhas de prata e bronze, pois utiliza o chamado Método Lexicográfico Multicritério (Lins et al., 2003). Além disso, este método beneficia as nações que tem bom desempenho em competições individuais quando comparadas àquelas com bom desempenho em esportes coletivos.

Visando diminuir a grande importância dada às medalhas de ouro pelo quadro de medalhas divulgado tradicionalmente, a utilização de Análise de Envoltória de Dados – DEA (Charnes et al. 1978) para medir o desempenho dos Jogos Olímpicos cresceu exponencialmente nos últimos anos. Neste sentido, também foram realizados alguns estudos sugerindo que seria mais justo se esportes diferentes tivessem premiações diferentes, como proposto por Soares de Mello et al. (2008), com aplicação de DEA, e Gomes Júnior et al. (2014), que utilizam um modelo multicritério para este problema.

O objetivo deste artigo é comparar a eficiência obtida através da aplicação de um modelo *network*-DEA BCC no quadro de medalhas publicado pelo COI (modelo 1) com o *ranking* gerado através da aplicação do mesmo modelo, porém utilizando como *output* final o número de atletas medalhistas por tipo de medalha (modelo 2). O BCC foi escolhido porque não há evidências de retorno constante em escala nos estudos sobre Jogos Olímpicos, e o modelo aditivo foi utilizado para que fosse possível gerar um problema de programação linear, o que não ocorre no modelo relacional. Finalmente, foram aplicadas restrições de peso na última etapa para evitar que as medalhas de prata ou bronze fossem mais valorizadas que uma medalha de ouro, permitindo um excesso de DMUs na fronteira eficiente.

O restante do artigo se divide da seguinte forma: A seção 2 faz uma revisão de literatura da aplicação de DEA em Jogos Olímpicos, e o modelo DEA utilizado é apresentado na seção 3. A seção 4 define o problema em estudo e a formulação do mesmo. Na seção 5 são apresentados os resultados e discussões, e a seção 6 finaliza trazendo as conclusões do trabalho.

2. REVISÃO DE LITERATURA

O primeiro modelo DEA aplicado a Jogos Olímpicos foi proposto por Lozano et al. (2002). Nesse artigo, as medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas por cada país foram utilizadas como *outputs*, e os *inputs* utilizados para avaliação do desempenho foram população e o Produto Nacional Bruto (PNB). O artigo comparou a eficiência em 5 diferentes olimpíadas de verão (1984–2000). É importante ressaltar que grande parte da literatura sobre aplicação de DEA em Jogos Olímpicos utiliza este mesmo par *input/output* apresentado por Lozano et. al. (2002), sendo que normalmente é utilizado o PIB no lugar do PNB.

Lins et al. (2003) desenvolveram um modelo levando em conta uma restrição a mais: a quantidade total de medalhas a ser distribuída entre os países é constante. Isto resultou em um novo modelo, o chamado modelo DEA de ganhos de soma zero (Zero Sum Gains DEA model – ZSG-DEA). Li et al. (2008) acreditavam que países diferentes deveriam se encaixar em diferentes regiões de segurança (Assurance Regions – ARs), e aplicaram o modelo *Context-dependent Assurance Region* DEA (CAR-DEA), desenvolvido por Cook e Zhu (2008), para medir o nível dos esportes das nações dos Jogos Olímpicos. Um modelo DEA com avaliação cruzada modificado com restrições aos pesos para cada esporte e *input* unitário constante foi apresentado por Soares de Mello et al. (2008b).

Wu et al. (2009a) modificaram um modelo DEA de eficiência cruzada com base no pressuposto de retorno variável de escala para classificar o desempenho dos países em seis Jogos Olímpicos, e Wu et al. (2009b) utilizaram também um modelo de eficiência cruzada, porém com análise de *clusters* para determinar os alvos das fronteiras das DMUs ineficientes. Soares de Mello et al. (2009) desenvolveram uma classificação geral para os Jogos Olímpicos novamente através da utilização de *input* unitário constante para todos os países participantes, e Wu et al. (2010) utilizaram um modelo *integer-valued* DEA para discutir o desempenho das nações dos Jogos de Pequim 2008. Um método de separação para localizar um conjunto comum de pesos em DEA foi proposto por Chiang et al. (2011) e o método proposto foi utilizado para medir a eficiência das nações participantes nos Jogos Olímpicos de Pequim. Soares de Mello et al. (2012) apresentaram um modelo DEA não-radial para avaliar também os Jogos de Pequim, onde o *input* “população” foi considerado uma variável não discricionária.

Benicio (2013) considerou em seus estudos um *input* (número de atletas) e três *outputs* (medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas) para medir o desempenho das nações nos Jogos de Inverno de 2010 através de um mode DEA não-convexo orientado a *input*. Para superar a deficiência de DEA em determinar um intervalo de eficiência para cada DMU que possui um valor zero para um *output*, Aziz e Wang (2013) propuseram um modelo com limites melhorados e mediram o desempenho dos Jogos Olímpicos 2004. Lei et. Al (2015) estudaram os jogos de inverno 2010 e os jogos de verão 2012 como sistemas paralelos onde cada subsistema correspondia a um jogo de verão ou inverno, e estenderam a abordagem para avaliar a eficiência dos participantes destes jogos. Finalmente, Li et al. (2015) compararam o desempenho dos países nos jogos de Londres 2012 através do uso de um modelo DEA dois-estágios.

Apesar dos diferentes modelos DEA aplicados nos Jogos Olímpicos nos artigos referenciados, foi possível notar que os mesmos possuem algumas similaridades. O total de medalhas de ouro, prata e bronze ganhos pelos países são tradicionalmente considerados os *outputs* dos modelos nos casos estudados. Além disso, os estudos possuem o mesmo objetivo: maximizar uma combinação das medalhas conquistadas pelas nações. Entretanto, não foi identificado, na literatura conhecida, a aplicação de um modelo *network*-DEA que considere como *output* o número de atletas medalhistas por tipo de medalha. Pode-se ressaltar também que não foi identificado, pelos autores, o uso de um modelo dois estágios DEA-BCC aditivo orientado a *output* aplicado aos Jogos Olímpicos, que é o objetivo deste estudo. Desta forma, o estudo em questão apresenta uma inovação em relação à literatura pesquisada.

3. MODELOS DEA

3.1 DEA com Restrições aos Pesos

Nos estudos sobre Jogos Olímpicos, é importante atribuir pesos diferentes às medalhas de outro, prata e bronze. Como os modelos tradicionais de DEA não restringem a importância dos diferentes *outputs*, uma restrição aos pesos é necessária para evitar, por exemplo, que seja dado um valor maior à medalha de bronze que a uma de ouro. Sendo assim, é adotado tradicionalmente na literatura, como premissa nesse tipo de modelo, que o peso da medalha de ouro deve ser maior ou igual ao da medalha de prata, que por sua vez tem peso maior ou igual que uma medalha de bronze. Além disso, a diferença de peso de uma ouro para uma prata deve ser maior ou igual à diferença entre uma prata e uma bronze.

Há duas possíveis abordagens disponíveis: O método *cone ratio* Ratio e o método que considera restrição na importância de cada variável (*inputs* e *outputs* virtuais) como afirmado por Soares de Mello et al. (2008b). O último pode requerer uma abordagem multicritério para uma atribuição viável dos pesos, o que foi realizado por Soares de Mello et al. (2002). A técnica *cone ratio* considera o conceito de regiões de segurança e permite especificar restrições (relação entre os pesos) dos *outputs* e/ou *inputs*, e, portanto, é a melhor opção para ser usada para os Jogos Olímpicos.

Utilizando a técnica de *cone ratio* e as relações entre os *outputs* já informadas, chegamos às restrições (1), que deverá ser considerado na formulação. Considere u_1 sendo o peso do *output* medalha de ouro, u_2 o peso da prata e u_3 o da bronze.

$$\begin{aligned} &u_1 - u_2 \geq 0 \\ &u_2 - u_3 \geq 0 \\ &u_1 - 2u_2 + u_3 \geq 0 \end{aligned} \tag{1}$$

3.2 *Network* DEA

Network DEA (NDEA) foi desenvolvido por Fare and Grosskopf (2000), que propuseram um método onde a "caixa preta", normalmente usada nos modelos DEA tradicionais, pudesse ser aberta pelos pesquisadores, de modo que as eficiências pudessem ser calculadas através de diversas etapas. A relação entre estas etapas também é objeto de estudo, porém não será considerada neste trabalho.

Chen and Zhu (2004) sugeriram um retorno constante de escala, que foi o primeiro passo no sentido de parar de considerar as eficiências dos estágios como sendo independentes. Alguns anos depois, Kao (2009) considerou a relação entre os estágios enquanto Chen et al. (2009) propuseram um NDEA considerando a continuidade do produto intermediário. Seguindo estes estudos, Tone e Tsutsui (2009) adaptaram o modelo SBM (*Slack-Based Measure*) a um NDEA, permitindo a identificação de ineficiências não-radiais. Uma aplicação do modelo pode ser encontrada em Moreno and Lozano (2014).

A premissa principal do modelo NDEA é que dentro das DMUs existem processos internos, cada um com um conjunto de entradas e saídas relacionados entre si (Gomes Júnior et al., 2014).

3.2.1 *Network* DEA Aditivo

Chen et al. (2009) desenvolveram uma decomposição aditiva das eficiências de um modelo DEA com dois estágios. Esta metodologia divide a eficiência global como sendo uma soma ponderada das eficiências dos diferentes estágios e permite que sejam encontrados pesos únicos nessas duas etapas. Neste estudo, são apresentados os modelos orientados a *input* e a *output*, sendo o modelo orientado a *output* o modelo utilizado no estudo de caso.

O modelo DEA BCC aditivo com orientação a *input* apresentado por Chen et al. (2009) é apresentado abaixo:

$$E_{j_0}^0 = Max \left(\sum_{r=1}^{s} \pi_d z_{dj_0} + \eta^1 + \sum_{d=1}^{D} u_r y_{rj_0} + \eta^2 \right)$$

Sujeito a

$$\begin{aligned} &\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj} + \eta^2 \leq 0 \\ &\sum_{r=1}^{s} \pi_d z_{dj} - \sum_{d=1}^{D} v_i x_{ij} + \eta^1 \leq 0 \\ &\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0} + \sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj_0} = 1 \\ &u_r, \pi_d, v_i \geq 0 \\ &\eta^1, \eta^2 \text{ free in sign} \end{aligned} \tag{2}$$

Onde $E_{j_0}^0$ é a eficiência global do país em análise; v_i são os pesos associados aos *inputs* x_{ij}, (i = 1,...,K), π_d é o peso do *output* intermediário z_{dj}, (d = 1,...,D), e u_r são os pesos atribuídos aos *outputs* finais y_{rj}, (r = 1,...,S). As variáveis η^1 e η^2 são os fatores de escala utilizados nos modelos BCCs.

Para calcular a eficiência de cada estágio, primeiro é necessário calcular o "tamanho" de cada um deles, definido como:

$$w_1 = \frac{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0} + \sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj_0}} \ e; \ w_2 = \frac{\sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj_0}}{\sum_{i=1}^{m} v_i x_{ij_0} + \sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj_0}}$$

A eficiência no primeiro estágio ($E_{j_0}^1$) e no segundo ($E_{j_0}^2$) são então calculadas, sendo este valor sujeito à definição de para qual estágio será dada prioridade. O estágio com prioridade é calculado a partir do modelo, e a eficiência do estágio restante é calculada com base na eficiência do estágio prioritário. Para o caso de ser dada prioridade para o primeiro estágio, o modelo a seguir determina a eficiência $E_{j_0}^{1*}$:

$$E_{j_0}^{1*} = Max\left(\sum_{r=1}^{S} \pi_d z_{dj_0} + \eta^1\right)$$

Sujeito a

$$\begin{aligned}
&\sum_{r=1}^{S} u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj} + \eta^2 \leq 0 \\
&\sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj} - \sum_{i=1}^{K} v_i x_{ij} + \eta^1 \leq 0 \\
&\left(1 - E_{j_0}^0\right) \sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj_0} + \sum_{r=1}^{S} u_r y_{rj_0} + \eta^1 + \eta^2 = E_{j_0}^0 \\
&\sum_{i=1}^{K} v_i x_{ij_0} = 1 \\
&u_r, \pi_d, v_i \geq 0 \\
&\eta^1, \eta^2 \text{ livre}
\end{aligned} \qquad (3)$$

A eficiência no Segundo estágio é então calculada como $E_{j_0}^2 = \frac{E_{j0} - w_1^* \times E_{j0}^{1*}}{w_2^*}$, onde w_1^* e w_2^* representam o conjunto ótimo de pesos obtidos a partir do modelo (2).

Sendo a prioridade o segundo estágio, a eficiência $E_{j_0}^{2*}$ é calculada da seguinte forma:

$$E_{j_0}^{2*} = Max\left(\sum_{r=1}^{s} u_r y_{rj_0} + \eta^2\right)$$

Sujeito a

$$\begin{aligned}
&\sum_{r=1}^{S} u_r y_{rj} - \sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj} + \eta^2 \leq 0 \\
&\sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj} - \sum_{i=1}^{K} v_i x_{ij} + \eta^1 \leq 0 \\
&\sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj_0} + \sum_{r=1}^{S} u_r y_{rj_0} - E_{j_0}^0 \sum_{i=1}^{K} v_i x_{ij_0} + \eta^1 + \eta^2 = E_{j_0}^0 \\
&\sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj_0} = 1 \\
&u_r, \pi_d, v_i \geq 0 \\
&\eta^1, \eta^2 \text{ livre}
\end{aligned} \qquad (4)$$

Neste caso, a eficiência no primeiro estágio é dada por $E_{j_0}^1 = \frac{E_{j0} - w_2^* \times E_{j0}^{2*}}{w_1^*}$, onde w_1^* e w_2^* representam o conjunto ótimo de pesos obtidos a partir do modelo (2).

O modelo orientado a *output* foi utilizado por Yang et al. (2014), e é apresentado a seguir:

$$\theta_{j_0}^0 = Min\left(\sum_{i=1}^{K} v_i x_{ij_0} + \eta^A + \sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj_0} + \eta^B\right)$$

Sujeito a

$$\begin{aligned}
&\sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj} + \eta^B - \sum_{r=1}^{S} u_r y_{rj} \geq 0 \\
&\sum_{i=1}^{K} v_i x_{ij} + \eta^A - \sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj} \geq 0
\end{aligned} \qquad (5)$$

$$
\begin{aligned}
&\textstyle\sum_{r=1}^{S} u_r y_{rj_0} + \sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj_0} = 1 \\
&u_r, \pi_d, v_i \geq 0 \\
&\eta^A, \eta^B \text{ livre}
\end{aligned}
$$

Onde $\theta_{j_0}^0$ é a eficiência global do país em análise; v_i são os pesos associados aos *inputs* x_{ij}, (i = 1,...,K), π_d é o peso do *output* intermediário z_{dj}, (d = 1,...,D), e u_r são os pesos atribuídos aos *outputs* finais y_{rj}, (r = 1,...,S). As variáveis η^1 e η^2 são os fatores de escala utilizados nos modelos BCCs.

Da mesma forma que a formulação orientada a *input*, as eficiências de primeiro ($\theta_{j_0}^1$) e segundo ($\theta_{j_0}^2$) estágios dependem de uma definição de prioridade. Para um primeiro estágio prioritário, o modelo a seguir determina a eficiência $\theta_{j_0}^{1*}$:

$$
\begin{aligned}
&\theta_{j_0}^{1*} = Min\left(\textstyle\sum_{i=1}^{K} v_i x_{ij_0} + \eta^A\right) \\
&\text{Sujeito a} \\
&\qquad \textstyle\sum_{i=1}^{K} v_i x_{ij} - \sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj} + \eta^A \geq 0 \\
&\qquad \textstyle\sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj} - \sum_{r=1}^{S} u_r y_{rj} + \eta^B \geq 0 \\
&\qquad \textstyle\sum_{i=1}^{K} v_i x_{ij_0} + \sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj_0} - \theta_{j_0}^0 \sum_{r=1}^{S} u_r y_{rj_0} + \eta^A + \eta^B = \theta_{j_0}^0 \\
&\qquad \textstyle\sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj_0} = 1 \\
&\qquad u_r, \pi_d, v_i \geq 0 \\
&\qquad \eta^A, \eta^B \text{ livre}
\end{aligned}
\tag{6}
$$

A eficiência do segundo estágio é calculada como $\theta_{j_0}^2 = \frac{\theta_{j0} - w_1^* \times \theta_{j0}^{1*}}{w_2^*}$, onde w_1^* and w_2^* representam os pesos ótimos obtidos do modelo (5).

Estando a prioridade no segundo estágio, a eficiência $\theta_{j_0}^{2*}$é dada por:

$$
\begin{aligned}
&\theta_{j_0}^{2*} = Min\left(\textstyle\sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj_0} + \eta^B\right) \\
&\text{Sujeito a} \\
&\qquad \textstyle\sum_{i=1}^{K} v_i x_{ij} - \sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj} + \eta^A \geq 0 \\
&\qquad \textstyle\sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj} - \sum_{r=1}^{S} u_r y_{rj} + \eta^B \geq 0 \\
&\qquad \textstyle\sum_{i=1}^{K} v_i x_{ij_0} + (1 - \theta_{j_0}^0) \sum_{d=1}^{D} \pi_d z_{dj_0} + \eta^A + \eta^B = \theta_{j_0}^0 \\
&\qquad \textstyle\sum_{r=1}^{S} u_r y_{rj_0} = 1 \\
&\qquad u_r, \pi_d, v_i \geq 0 \\
&\qquad \eta^A, \eta^B \text{ livre}
\end{aligned}
\tag{7}
$$

No primeiro estágio temos então a eficiência $\theta_{j_0}^1 = \frac{\theta_{j0} - w_2^* \times \theta_{j0}^{2*}}{w_1^*}$, onde w_1^* and w_2^* representam os pesos ótimos obtidos do modelo (5).

Yang et al. (2014) esclarecem que, como o modelo adotado é um BCC orientado a *output*, isso implica que a eficiência da DMU deve ser calculada como o inverso do valor ótimo de eficiência calculada em (5). Em outras palavras, a eficiência global é igual a $\frac{1}{\theta_{j0}}$.

Para o cálculo das eficiências dos estágios o mesmo método deve ser seguido. A eficiência do estágio 1 pode ser calculada como $\frac{1}{\theta_{j_0}^{1*}}$, e paea i estágio 2 é dada por $\frac{1}{\theta_{j_0}^2}$.

4. MODELAGEM

Como mencionado previamente, o principal objetivo do estudo é avaliar o desempenho das nações nos jogos olímpicos de 2016, e comparar com os resultados das duas análises que este estudo apresentará.

A formulação proposta é um *network*-DEA, utilizando o modelo BCC aditivo, o qual pode-se transformar em um problema de programação linear. A orientação a *output* foi escolhida já que o principal objetivo das nações é aumentar o número de medalhas, e não diminuir os *inputs*.

Os *inputs* utilizados no primeiro estágio foram o PIB e população do país, e como *output* desse estágio foi utilizado o número total de atletas participantes das Olimpíadas por nação. Este *output* foi então utilizado como *input* para duas análises distintas no Estágio 2: primeiro, foi utilizado como *output* final o número de de medalhas de ouro, prata e bronze conquistadas por cada país, da forma como é ferquentemente utilizada na literatura de Jogos Olímpicos (quadro de medalhas tradicional – Modelo 1). A segunda análise considerou como *output* final o número de atletas medalhistas em cada país por tipo de medalha (Modelo 2).

Corolário do Modelo 2, se um mesmo atleta ganhou três medalhas, será contabilizado apenas uma vez, e será considerada a medalha com o maior valor. Ao passo que, se um país ganhar medalha em um esporte coletivo, todos os atletas medalhistas serão contabilizados no *output* final, aumentando o número de medalhas conquistadas pelo país. As figuras 1 e 2 abaixo apresentam um fluxo esquemático dos modelos propostos.

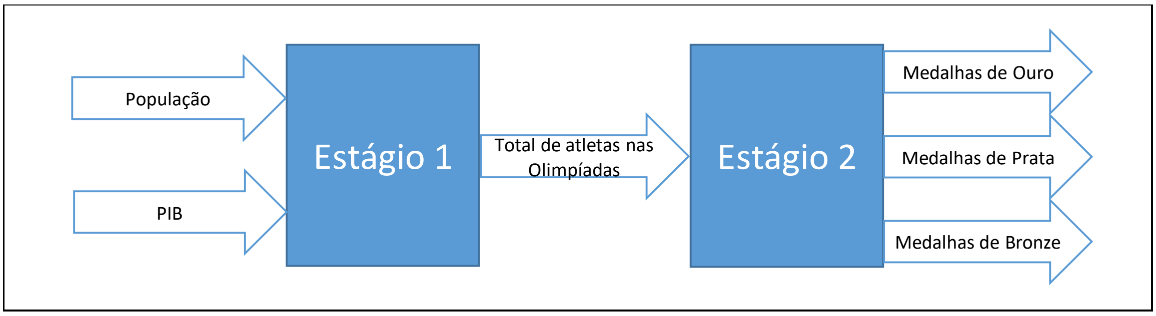

Figura 1: Modelo Proposto 1

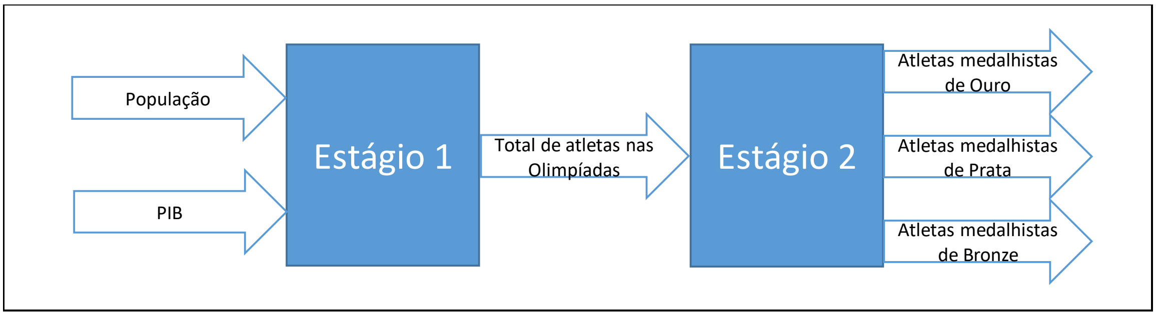

Figura 2: Modelo Proposto 2

No modelo orientado a *output*, a eficiência global é calculada como o inverso da eficiência gerada pelo modelo, já que são originados valores maiores do que 1. A mesma lógica foi utilizada para calcular a eficiência do estágio 2, já que o principal objetivo de todos os países é maximizar o número de medalhas conquistadas. A eficiência do outro estágio (nesse caso o Estágio 1), pode ser calculada utilizando a seguinte fórmula:

$$\theta_{j_0}^{1*} = \frac{w_1}{\theta_{j_0}^{0} - w_1 * \theta_{j_0}^{2*}} \quad (8)$$

O modelo proposto também prevê restrição aos pesos de cada medalha, em ambas as análises, como apresentado em Soares de Mello et al. (2008, 2009), *i.e.*, o peso atribuído à medalha de ouro não pode ser menor que o peso da medalha de prata, que por sua vez não pode ser menor que o peso da medalha de bronze. Adicionalmente, a diferença entre os pesos das medalhas de ouro e prata não pode ser menor que a diferença entre os pesos das medalhas de prata e bronze.

A restrição ao PPL para ponderação dos pesos em um determinado país foi a mesma utilizada por Yang et al. (2014). A formulação final dos modelos propostos é composta pelas equações 1, 4, 5 e 6 apresentadas na seção 3 deste artigo com a adição das restrições aos pesos conforme detalhado abaixo:

5. RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados da aplicação do modelo DEA proposto ao conjunto de dados oriundos dos Jogos Olímpicos Rio 2016. Os conjunto de dados consiste em 86 países participantes que ganharam pelo menos uma medalha durante a competição. Os *inputs* do modelo DEA foram coletados do site oficial do Banco Mundial (http://databank.worldbank.org/ddp/home.do). Com exceção de Cuba e Coreia do Norte, cujos dados não estavam disponíveis, e foram estimados com base em pesquisas na internet. Os *outputs* intermediários e os *outputs* finais foram obtidos do site oficial dos Jogos Olímpicos Rio 2016 (https://www.rio2016.com/olimpicos). Os dados obtidos dos *inputs* variam consideravelmente, corroborando com a premissa de retornos variáveis de escala do modelo proposto.

Com os dados obtidos, a formulação descrita na seção 3 foi aplicada para medir os níveis de eficiência. Os resultados das eficiências por estágio e global estão apresentados na Tabela 1, assim como o *ranking* de ambas as análises (modelo 1 – quadro de medalhas tradicional, e modelo 2 – quadro de medalhas por atletas). A última coluna da tabela apresenta com a diferença entre das classificações dos países entre os dois modelos propostos (Δ = #1 – #2).

Tabela 1: eficiências e *ranking* dos dois modelos estudados.

País	Modelo 1 (#1)			Modelo 2 (#2)			Classificação		
	Estágio 1	Estágio 2	Global	Estágio 1	Estágio 2	Global	#1	#2	Δ
Estados Unidos	100%	100%	100%	100%	100%	100%	1	1	0
Jamaica	83%	100%	92%	83%	100%	90%	2	5	-3
Granada	79%	82%	92%	80%	71%	90%	2	5	-3
Grã-Bretanha	72%	90%	86%	83%	100%	90%	4	5	-1
China	60%	80%	78%	50%	65%	70%	5	10	-5
Rússia	55%	87%	74%	55%	88%	80%	6	8	-2
Hungria	53%	59%	73%	48%	23%	60%	7	17	-10
Croácia	53%	59%	73%	52%	62%	70%	8	10	-2
Alemanha	54%	47%	72%	97%	100%	100%	9	1	8
França	52%	48%	70%	59%	72%	80%	10	8	2
. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .	. . .
Brasil	**51%**	**18%**	**59%**	**54%**	**40%**	**70%**	**25**	**10**	**15**
. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .	. .

.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
Costa do Marfim	12%	89%	20%	11%	54%	20%	77	65	12
Malásia	12%	63%	20%	12%	64%	20%	77	65	12
Israel	17%	13%	19%	17%	8%	20%	79	65	14
Níger	10%	100%	17%	10%	100%	10%	80	80	0
Jordânia	6%	46%	16%	8%	80%	10%	81	80	1
Singapura	10%	29%	14%	10%	18%	10%	82	80	2
Vietnã	9%	43%	14%	9%	20%	10%	83	80	3
Indonésia	7%	51%	12%	7%	30%	10%	84	80	4
Filipinas	5%	32%	7%	5%	26%	10%	85	80	5
Emirados Árabes Unidos	5%	29%	6%	5%	19%	10%	86	80	6

O *ranking* é a posição do país utilizando como parâmetro a eficiência global obtida em ordem decrescente. A última coluna apresenta quantas posições um país ganhou ou perdeu utilizando o Modelo 2.

As Tabelas 2 e 3 apresentam os 10 países que mais perderam posições e os 10 que mais ganharam.

Tabela 2: Top 10 menos

#	País	Posições Perdidas
1	Azerbaijão	-18
2	Coreia do Norte	-13
2	Quênia	-13
4	Hungria	-10
5	Armênia	-9
6	Geórgia	-8
7	Uzbequistão	-7
8	Tadjiquistão	-6
8	Cazaquistão	-6
10	Irã	-5
10	China	-5

Tabela 3: Top 10 mais

#	País	Posições Conquistadas
1	Noruega	27
2	Fiji	26
3	Argentina	23
4	Suécia	20
5	Nigéria	18
6	Espanha	17
7	Itália	16
7	Dinamarca	16
9	Brasil	15
9	Estônia	15
9	Bélgica	15
9	México	15

Como era esperado, o *output* proposto no modelo 2 beneficiou, de fato, os países com bom desempenho em esportes coletivos. A Noruega, país que mais melhorou sua eficiência, ganhou medalha de bronze em handball, que é composto por 14 atletas, e no remo, composto por 4 atletas. Quando comparado aos outros países, a Noruega levou poucos atletas aos Jogos Olímpicos (62), e somou 22 medalhas no total.

Fiji por sua vez ganhou apenas uma medalha, no rugby masculino. Composto por 7 atletas titulares mais os substitutos, são ao todo 13 medalhas de ouro. É importante ressaltar que países com bom desempenho no modelo 1, como Fiji, 27º colocado, não está apto a subir mais de 26 posições no modelo 2. Este país obteve 100% de eficiência no segundo modelo, subindo assim o máximo de posições possíveis.

No *ranking* clássico, a Argentina ganhou 3 medalhas de ouro e uma de prata. Uma de suas medalhas de ouro foi no Hockey na grama, esporte que premia 18 atletas. A Nigéria aumentou seu número de medalha de 1 para 22, com sua premiação no futebol. Já a Bélgica teve suas 6 medalhas transformadas em 23 ao todo, no modelo 2.

O Brasil também ganhou posições; um país conhecido pelo bom desempenho em esportes coletivos. As medalhas de ouro no futebol e vôlei ajudaram na posição do *ranking*. Porém, como o desempenho em geral foi bom, ocupando a posição de 25º no modelo 1, o aumento de colocações no modelo 2 não foi tão marcante quanto o da Argentina por exemplo. Como país anfitrião, o Brasil teve o direito de levar atletas em todos os esportes, mesmo se o atleta não conseguiu resultado bom o suficiente para levá-lo aos Jogos Olímpicos. Desse modo, o Brasil compôs sua comissão com muitos atletas nesta competição, aumentando o *output* intermediário e consequentemente reduzindo a eficiência global, já que diversos desses atletas não tinham chances reais de conseguir ganhar uma medalha.

Com relação aos pesos dos *outputs*, como o peso das medalhas varia entre os dois modelos – dependendo do tipo de medalha que cada país ganhou em esportes coletivos – o conjunto dos pesos também varia. A Itália, por exemplo, obteve 12 medalhas de prata na premiação por esporte e 40 na premiação por atleta. O conjunto dos pesos mudou de 0,72 para medalhas de ouro e 0,43 em medalhas de prata no modelo 1 pra 0,41 e 0,41 no modelo 2. Desse modo, a Itália não piorou sua eficiência, mesmo com a redução no número de medalhas de ouro de 7 para 6, já que um mesmo competidor ganhou duas das sete medalhas de ouro.

Entre os que pioraram seu desempenho, podemos destacar o Quênia, com um total de 13 medalhas e nenhuma em esportes coletivos, além do fato de um de seus atletas ter ganhado uma medalha de ouro e uma de prata, reduzindo o número total de medalhas do país no modelo 2. A Hungria também reduziu o número de medalhas de ouro e prata no modelo 2, em uma unidade, por outro lado aumentou em duas unidades o número de medalhas de bronze, mantendo assim o número total de medalhas em ambos os modelos.

Enquanto a maioria dos países bem posicionados no quadro tradicional de medalhas aumentou o número de medalhas de ouro na ordem de grandeza de 3X, a China não conseguiu nem duplicar suas medalhas de ouro. Como consequência, o país perdeu posições na classificação do modelo 2. O mesmo aconteceu com o Reino Unido, Rússia e Jamaica.

Apesar dos Estados Unidos ter tido um desempenho melhor em esportes individuais, o país em questão aumentou seu número de medalhas de ouro de 46 para 121. O Brasil por sua vez quintuplicou seu número de medalhas de ouro. Porém, considerando o desempenho superior dos EUA em Jogos Olímpicos, e o fato de que, em ambos os modelos os EUA são eficientes por *defaut*, o mesmo manteve sua posição como primeiro colocado em ambos os *rankings*.

6. CONCLUSÕES

Foi apresentado neste artigo um modelo *Network* DEA BCC aditivo, para avaliar o desempenho dos países nos Jogos Olímpicos Rio 2016 considerando dois *outputs* diferentes. O principal objetivo foi analisar se a colocação no quadro de medalhas mudaria substancialmente, beneficiando os países cujos investimentos são voltados aos esportes coletivos.

O modelo BCC se ajustou bem à análise, já que a propriedade de retornos constantes de escala não é observada nos Jogos Olímpicos, e os resultados obtidos demonstarm consistência com os dados utilizados nos modelos.

O estudo provou que, se consideradas as medalhas por atleta, as eficiências medidas beneficiariam as nações que desempenham melhor em esportes coletivos.

Como nos esportes coletivos os times usualmente realizam diversas partidas antes de obter a medalha, é razoável recompensá-los, considerando um número maior de medalhas. Em contrapartida, considerar 18 medalhas para a equipe medalhista no hóquei na grama e apenas uma medalha para o jogador de tênis que atinge o pódio não pode ser considerado justo, já que para obter a medalha esse jogador teve que disputar diversas partidas.

Adicionalmente, permitir dois conjuntos diferentes de pesos para o mesmo país nos dois modelos estudados pode distorcer a análise, dado que um país com desempenho pior em medalhas de ouro mas com desempenho aprimorado em medalhas de bronze pode aumentar sua eficiência alocando um peso maior para as medalhas de prata no modelo 2.

Como sugestão para estudos futuros, pode ser considerado quantas partidas cada jogador ou time deve disputar antes de obter medalha, ao invés de puramente a quantidade de atletas em cada time. Outra sugestão de continuação deste trabalho é determinar que o conjunto de pesos deve ser o mesmo em ambos os modelos apresentados.

Referências

Azizi, H., & Wang, Y. M. (2013). Improved DEA models for measuring interval efficiencies of decision-making units. *Measurement*, 46(3):1325–1332.

Benicio, J. D. C. T., Bergiante, N. C. R., & Soares de Mello, J. C. C. B. (2013). A FDH study of the Vancouver 2010 Winter Olympic games. *WSEAS Transactions on Systems*, 12(3):179–188.

Charnes, A., Cooper, W.W. & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, v. 2, 6:429-444.

Chen, Y. & Zhu, J. (2004). Measuring Information Technology's Indirect Impact on Firm Performance. *Information Technology and Management* 5(1-2): 9-22.

Chen, Y., Cook, W. D., Li, N., & Zhu, J. (2009). Additive efficiency decomposition in two-stage DEA. *European Journal of Operational Research*, 196(3):1170–1176.

Chiang, C. I., Hwang, M. J., & Liu, Y. H. (2011). Determining a common set of weights in a DEA problem using a separation vector. *Mathematical and Computer Modelling*, 54(9):2464–2470.

Cook WD, Zhu J. (2008). CAR-DEA: context-dependent assurance regions in DEA. *Operations Research*, 56:69–78.

Fare, R., & Grosskopf, S. (2000). Network DEA. *Socio-Economic Planning Sciences*, 34(1):35–49.

Gomes Júnior, S. F., Soares de Mello, J. C. C. B., & Angulo-Meza, L. (2014). Sequential use of ordinal multicriteria methods to obtain a ranking for the 2012 Summer Olympic Games. *WSEAS Transactions on Systems*, 13:223-230.

Kao, C. (2009). Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: A relational model. *European Journal of Operational Research*, 192(3):949-962.

Kao, C. & Hwang, S. N. (2008). Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan. *European Journal of Operational Research*, 185(1):418-429.

Lei, X., Li, Y., Xie, Q. & Liang, L. (2015). Measuring Olympics achievements based on a parallel DEA approach. *Annals of Operations Research*, 226:379-396.

Li, Y., Liang, L., Chen, Y., & Morita, H. (2008). Models for measuring and benchmarking olympics achievements. *Omega*, 36(6):933–940.

Li, Y., Lei, X., Dai, Q. & Liang, L. (2015). Performance evaluation of participating nations at 2012 London Summer Olympic Games by a two stage data envelopment analysis. *European Journal of Operations Research*, 243:964-973.

Lins, M. P. E., Gomes, E. G., Soares de Mello, J. C. C. B., & Soares de Mello, A. J. R. (2003). Olympic ranking based on a zero sum gains dea model. *European Journal of Operational Research*, 148:312-322.

Lozano, S., Villa, G., Guerrero, F., & Cortés, P. (2002). Measuring the performance of nations at the Summer Olympics using data envelopment analysis. *Journal of the Operational Research Society*, 53(5):501–511.

Moreno, P. & Lozano, S. (2014). A network DEA assessment of team efficiency in the NBA. *Annals of Operations Research*, 214(1):99-124.

Soares de Mello, J. C. C. B., Lins, M. P. E., Soares de Mello, M. H. C., & Gomes, E. G. (2002). Evaluating the performance of Calculus classes using operational research tools. *European Journal of Engineering Education*, 27:209-218.

Soares de Mello, J. C. C. B., Angulo-Meza, L., & Da Silva, B. P. B. (2009). A ranking for the Olympic Games with unitary input DEA models. *IMA Journal of Management Mathematics*, 20(2):201–211.

Soares de Mello, J. C. C. B., Gomes, E. G., Meza, L. A., & Neto, L. B. (2008a). Cross evaluation using weight restrictions in unitary input DEA models: Theoretical aspects and application to Olympic Games ranking. *WSEAS Transactions on Systems*, 7(1):31–39.

Soares de Mello, J. C. C. B., Angulo-Meza, L., & Lacerda, F. G. (2012). A dea model with a non discretionary variable for olympic evaluation. *Pesquisa Operacional*, 32(1):21–30.

Tone, K. & Tsutsui, M. (2009). Network DEA: A slacks-based measure approach. *European Journal of Operational Research*, 197(1):243-252.

Wu, J., Liang, L., & Chen, Y. (2009b). DEA game cross-efficiency approach to Olympic rankings. *Omega*, 37(4):909–918.

Wu, J., Liang, L., & Yang, F. (2009a). Achievement and benchmarking of countries at the Summer Olympics using cross efficiency evaluation method. *European Journal of Operational Research*, 197(2):722–730.

Wu, J., Zhou, Z. X., & Liang, L. (2010). Measuring the performance of nations at Beijing Summer Olympics using integer-valued DEA model. *Journal of Sports Economics*, 11(5):549–566.

Yang, C.H., Lin, H.Y & Chen, C.P. (2014). Measuring the efficiency of NBA teams: additive efficiency decomposition in two-stage DEA. *Annals of Operations Research*, 217:565-589.