



ESTUDO DO SISTEMA DE FILAS DE UMA CASA LOTÉRICA DA CIDADE DE FRANCA

Flávio Molina

Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Avenida Dr. Randolpho Borges Junior, 1250, Bairro Univerdecidade, CEP: 38064-200, Uberaba,
Minas Gerais.
flaviomolinabr@yahoo.com.br

Jefferson Silva Lamarva

Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Avenida Dr. Randolpho Borges Junior, 1250, Bairro Univerdecidade, CEP: 38064-200, Uberaba,
Minas Gerais.
jeffersaum@gmail.com

RESUMO

No dia-a-dia de diversas empresas, é frequente a existência de filas em prestadores de serviço. Para o usuário do serviço é excelente que o atendimento seja imediato. Por outro lado, para o prestador do serviço, eliminar a fila pode implicar em um alto custo. Esse trabalho tem como objetivo o estudo em uma casa lotérica, para verificar a possibilidade de melhoria do sistema, sem o aumento do número de servidores. O objetivo é analisar o modelo do sistema de filas utilizado pela casa lotérica e dentro das possibilidades melhorar o sistema, trazendo assim benefícios para os usuários, sem aumento dos custos para o prestador do serviço. Assim, é apresentado o sistema de fila da casa lotérica escolhida. Após, são feitas sugestões de novas configurações do sistema para o atendimento ao cliente. Deste modo, foi possível observar os impactos no sistema, que ocorrem entre diferentes métodos de atendimento ao cliente.

PALAVRAS CHAVE. Teoria de filas, análise de serviço, configuração do sistema.

Tópicos 1) SE – PO em Serviços, OA – Outras aplicações em PO.

ABSTRACT

In the several companies, there are frequent queues for service providers. For the user of the service it is excellent that the service is immediate. On the other hand, for the company, eliminating the queue can entail a high cost. This work has as objective the study in a lottery house, to verify the possibility of improving the system, without increasing the number of servers. The objective is to analyze the queuing system model used by the lottery house and the possibilities to improve the system, thus bringing benefits to users without increasing costs for the company. Thus, the queue system of the chosen lottery house is displayed. Afterwards, suggestions are made for new system configurations. In this way, it was possible to observe the impacts on the system, which occur between different methods of customer service.

KEYWORDS. Queue Theory. Service analysis. system setup.



1. Introdução

Qualquer pessoa já teve a experiência de aguardar em uma fila, seja ela fila no trânsito, supermercado, banco, lotérica, serviço de atendimento ao cliente SAC, ou algum outro tipo de fila. Infelizmente, aguardar para ser atendido em uma fila faz parte da rotina de qualquer pessoa, porém, seria bem mais interessante não precisar aguardar na fila para receber o serviço, ou, então, se possível, esperar o menor tempo possível. Para o usuário do serviço é excelente que o atendimento seja imediato, ou seja, sem precisar aguardar em algum tipo de fila. Por outro lado, para o fornecedor do serviço não ter fila implica em um alto número de servidores, ou seja, custos.

Nesse trabalho será estudada uma situação de fila em uma casa lotérica, localizada no centro da cidade de Franca/SP. Utilizando conceitos de probabilidade, estatística e de teoria de filas é possível analisar um interessante trade-off entre o nível de serviço a ser oferecido ao cliente e a forma como o sistema funciona.

A motivação de tal trabalho advém da compreensão da relevância de tal temática no nosso cotidiano. Pois na grande parte dos casos em que o cliente aguarda em algum tipo de fila, o tempo de espera para receber o atendimento é um tempo pouco ou nada produtivo. No entanto, para o gestor do sistema, a existência da fila significa que todos os seus servidores que atendem a esta fila estão sendo utilizados no momento, ou seja, nenhum dos servidores está ocioso. Por isso, buscar reduzir o tempo de espera na fila sem a necessidade de um alto nível de ociosidade dos servidores é bastante significativo para todos os que utilizam e os que prestam esse serviço.

O objetivo deste trabalho é analisar através de conceitos de teoria de filas, o sistema da casa lotérica, investigando os processos de chegada (clientes a fila) e serviço (duração do atendimento) dos clientes em certo período. O foco é a redução do tempo médio de espera na fila pelos clientes. A lotérica analisada neste trabalho é composta de uma fila regular que é atendida por 2 caixas regulares enquanto houver 10 pessoas, ou menos, nesta fila, assim que tiver mais de 11 pessoas, ou mais, na fila, há a abertura de um terceiro caixa para servir a esta fila. A lotérica possui também uma fila preferencial que é servida por um único caixa que atende exclusivamente os clientes da mesma, as pessoas que podem utilizar essa fila são: idosos, gestantes, deficientes físicos, pessoas com criança de colo.

O estudo de desempenho de prestadores de serviços pode ser analisado por meio da teoria de filas. Morabito e Lima (2000) analisaram um problema de filas em um supermercado, buscando modelar o tempo médio de espera em fila, eles imaginaram 3 situações. (i) representar o sistema por meio de um modelo M/M/m de fila única, (ii) representar o modelo por meio de m modelos M/M/1 paralelos e independentes e (iii) representar o sistema por meio de um modelo Markoviano mais geral, onde os dois modelos anteriores podem ser vistos como casos particulares. Os resultados deles indicaram que o modelo (iii) foi o que mais se aproximou do modelo observado, além do que o modelo com filas paralelas teve pior desempenho.

Amidani (1975) aplicou a teoria de filas a serviços bancários, o trabalho buscou a escolha de alternativas que visem: “(i) encontrar o número ótimo de pontos de atendimento (caixas). (ii) estabelecer medidas de eficiência e/ou desempenho”. Por fim, ele determinou uma quantidade de caixas funcionando por hora, relacionando a demanda dos clientes com o número de caixas e também estabeleceu algumas medidas que são mais eficientes que outras.

Em [Morabito e Silva, 2007] os autores aplicam os modelos de fila em uma fábrica de metal-mecânica para o auxílio na tomada de decisão em um ambiente *job-shop*. Os autores analisam o desempenho da fábrica e verificam a realocação da capacidade de produção por meio de redes de filas abertas.

O artigo de [Lima et al.,2016] realizou estudo das filas em uma agência bancária mapeando suas atividades cotidianas e fazendo o levantamento de dados referentes aos tipos de filas, no período de três meses. Com base nos resultados, pôde-se prever o comportamento das chegadas dos clientes e propor melhorias nos períodos de maior demanda, como realocação de seus funcionários.

Para [Albana, Frein e Hammami, 2016] a teoria das filas também pode ser aplicada como forma de estabelecer uma política de rejeição de clientes. O estudo teve como objetivo avaliar



quando seria mais benéfico para a empresa adotar essa política de rejeição ou quando estabelecer a aceitação de todos. A ideia central é comprovar se a rejeição de alguns usuários favoreceria o lead-time dos clientes aceitos, aumentando a demanda e o lucro da organização. Para isso, foram analisadas duas situações: sistemas sem custos de estoques e penalidades e sistemas com esses custos incluídos.

Assim, é possível perceber que a teoria de filas é aplicada na literatura para avaliação de desempenho e auxílio na tomada de decisão tanto em sistemas produtivos como prestadores de serviços. Neste trabalho, os conceitos de teoria de filas serão utilizados para uma análise de desempenho do processo de atendimento da casa lotérica e, a partir desta análise, propor tentativas de melhoria para o sistema.

O trabalho é organizado da seguinte forma: na Seção 2, é feita a apresentação do problema e como são tratadas as taxas de chegada, as taxas de serviço e as características da fila. Em seguida, na Seção 3, são apresentados os resultados obtidos, com a comparação do modelo atual utilizado na lotérica, com diferentes simulações apresentadas na literatura da teoria de filas. Por fim, na Seção 4, é feita a conclusão que traz os resultados finais obtidos através da investigação desse caso.

2. Descrição do Sistema e Coleta de Dados.

A casa lotérica estudada neste trabalho se localiza na cidade de Franca/SP, na região central da cidade e atende ao público em geral que deseja pagar contas, fazer apostas na loteria federal ou mesmo receber salário ou aposentadoria. Ao passar perto do estabelecimento é possível observar uma fila que, muitas vezes, não termina dentro da casa lotérica.

Nesse contexto, é interessante para o gestor da empresa conhecer o seu sistema de fila, averiguar se é necessário contratar mais funcionários para realizarem o atendimento ou se o tempo médio de espera pelos clientes está satisfatório. Segundo [Prado, 2006] algumas consequências de esperar muito tempo em uma fila são: o cliente desistir de aguardar pelo serviço, o cliente se irritar tanto com a demora que resolve nunca mais voltar nesse estabelecimento, entre outros. Isso não é muito bom para o dono da lotérica, pois, quanto menos clientes utilizarem o serviço, menor será o lucro. Isso reforça a importância de se fazer uma análise do sistema, buscando melhorá-lo. A ideia é obter uma quantidade ideal para o prestador de serviço (considerando a ociosidade do sistema e o gasto total) e fazer com que os clientes não aguardem muito tempo na fila.

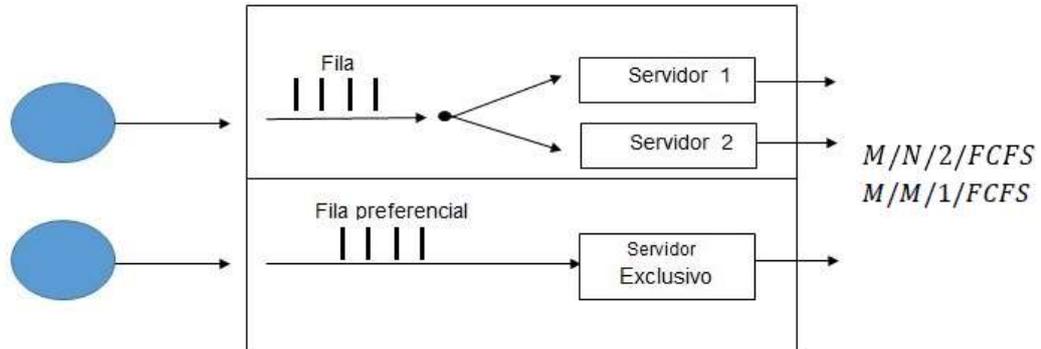
No processo de chegada do sistema estudado será considerado que apenas um usuário pode chegar por vez, então, em casos aonde chega um casal na fila, deve-se considerar que o casal é um único cliente, pois, eles serão servidos por um mesmo atendente e juntos no guichê. Admite-se também que a chegada de usuários não varia de acordo com o tempo e nem de acordo com o número de pessoas na fila. O tempo de serviço é o tempo de duração do atendimento ao cliente. Esse tempo é medido a partir do momento que o usuário sai da fila e parte para o guichê para ser atendido, para esse processo considera-se que todos os funcionários que prestam o serviço trabalham todos a uma mesma velocidade, da mesma forma. Por se tratar de uma casa lotérica cada guichê só atende um cliente por vez, em cada servidor.

O problema em questão é um sistema que possui múltiplas filas, para múltiplos servidores. Primeiramente, tem-se uma fila única com 2 ou 3 servidores em paralelo (dependendo do número de clientes no sistema), para o atendimento aos usuários, que denominaremos como normais (usuários que não podem usar a fila “exclusiva”). A outra fila é para atendimento exclusivo que atende usuários idosos, gestantes, deficientes físicos, ou pessoas com crianças de colo. Essa fila é uma fila única e com um único servidor conforme ilustra a Figura 1. Uma característica muito importante da lotérica é que o atendimento para gestantes, idosos, pessoas com deficiência e pessoas com criança de colo, é de fato exclusivo, ou seja, não se atende a fila regular, diferentemente do prioritário, em que, caso o servidor do atendimento esteja ocioso, este poderá atender os clientes da fila regular. Outra característica importante é que o sistema de fila regular funciona inicialmente com 2 servidores. Caso a fila regular tenha mais de 10 pessoas na fila, um



terceiro servidor é aberto para atender as pessoas da fila regular, ajudando assim a diminuir a fila regular e consequentemente o tempo médio de espera na fila.

Figura 1 - Modelo de fila para 10 ou menos pessoas na fila regular

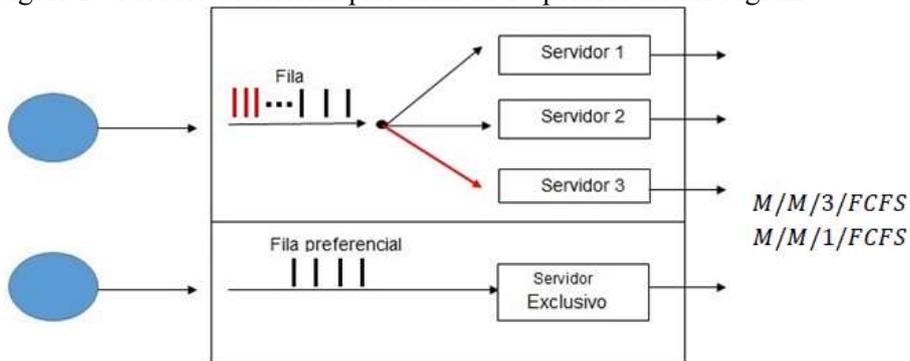


Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Os usuários que estão na fila regular não podem trocar de fila, por outro lado, os usuários da fila exclusiva podem trocar de fila quando quiserem e podem escolher qual das duas filas preferem entrar. A Figura 5 ilustra o modelo de fila do estabelecimento quando se tem menos de 10 pessoas na fila regular.

Quando tiver mais de 10 pessoas aguardando na fila regular, ocorre a abertura do terceiro servidor que atende apenas a fila regular, e o sistema fica como demonstrado na Figura 2. O terceiro servidor (caixa) que abre quando a fila regular está com 10 ou mais clientes, provavelmente só atende em alguns momentos, porque ele presta algum tipo de serviço interno enquanto não está servindo a fila.

Figura 2 - Modelo do sistema para mais de 10 pessoas na fila regular



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

A notação da fila regular é $M/N/2/FCFS$, pois a distribuição de chegada é Exponencial, o processo de serviço é uma distribuição Normal N , o número de servidores idênticos em paralelo para até 10 pessoas na fila é 2. Quando há mais de 10 pessoas na fila regular o número de servidores passa para 3, com isso a notação fica sendo $M/N/3/FCFS$. Sendo a notação da fila exclusiva: $M/M/1/FCFS$.

Para a coleta de dados, foi selecionada a semana que antecede o dia 20. Assim, foram evitados os dias críticos em que a lotérica tem um maior número de clientes devido ao pagamento de contas e recebimento de salários. Também foram evitados dias de grande número de aposta nos jogos de loterias. Acredita-se que com essas considerações os dados coletados possuem um padrão sem grandes oscilações. Os dados foram coletados durante duas tardes, com o observador coletando



os dados manualmente e anotando tempo a tempo das 13h00min às 15h00min. Em seguida, todos os dados foram passados para uma planilha no Excel. O sistema operou com 1 caixa realizando o atendimento exclusivo dos clientes desta fila e outros 2 caixas fazendo o atendimento dos demais clientes, e quando a fila regular chegasse a 10 clientes aguardando havia a abertura de um terceiro caixa. Dos dados coletados em cada fila é possível chegar às taxas apresentadas na Tabela 1.

A Tabela 1 apresenta os intervalos médios entre chegadas e os tempos médios de serviço para cada fila. A amostra utilizada para a média entre as chegadas à fila regular é de 93 elementos e a média entre as chegadas é 0,95 minutos (57 segundos para cada chegada, ou $\lambda=1,05$ chegadas por minuto na fila). No caixa exclusivo, a amostra é de 50 elementos e o tempo médio de chegada é

O tempo médio entre serviço nos caixas normais é de uma amostra de 108 elementos e a média entre serviço é de 2,06 minutos (2 minutos e 3 segundos para cada atendimento, ou $\mu=0,49$ atendimento por minuto em cada caixa). No caixa exclusivo a amostra é de 52 clientes e a média foi de 1,82 minutos (1 minuto e 49 segundos para cada atendimento, ou $\mu=0,55$ atendimento por minuto no caixa exclusivo). A Tabela 1 apresenta os dados com os tempos médios, de chegada e de serviço, além das amplitudes de cada medida referentes às duas filas.

Tabela 1- Taxas de chegada e de serviço

	Caixa	Regular	Exclusivo
	Média dos tempos amostrais		
	Intervalo médio chegadas (min)	0,95	2,05
	Amplitude do tempo da chegada (min)	7,42	8,00
	Tempo médio de serviço (min)	2,03	1,82
	Amplitude do tempo de serviço (min)	3,17	8,50
	Amostra do tempo médio de chegada	93	50
	Taxa de chegada (min)	1,05	0,49
	Amostras do tempo médio de serviço	108	52
	Taxa de atendimento (min)	0,49	0,55

Fonte: Elaborada pelo próprio autor

Os testes de aderência realizados no trabalho utilizam como referência [Costa Neto, 1999] e [Montgomery, Runger; 2012]. Cabe lembrar que, embora ambos os testes Qui-quadrado e Kolmogorov-Smirnov, possam ser utilizados, o teste de Qui-quadrado é de difícil aplicação, pois não há garantia de que fosse considerado uma amplitude diferente para os intervalos, o teste poderia fornecer diferentes resultados ou poderiam nem mesmo ser aplicado. Deste modo foi aplicado o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov é o mais adequado para distribuições contínuas. Em todos os testes foi considerada a significância de 5%.

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos nos testes. Os resultados estão separados em Fila regular e Fila exclusiva. Para cada fila é feito o teste para o tempo de serviço, de espera em fila e intervalo entre as chegadas. Para cada tempo é apresentada a média (e desvio padrão), a destruição testada, o tamanho da amostra, o valor d obtido pelo teste (d calculado a partir da amostra), o valor de referência para rejeição da hipótese (caso d calculado seja superior ao valor de referência para a significância de 5% pré-estabelecida) e a resultado do teste. É possível notar que houve rejeição no tempo de espera da fila regular. Os tempos de chegadas das duas filas apresentou um valor P superior a 10% na distribuição Exponencial.



Tabela 2 – Resultado do teste de aderência

Tempos médios		Média	Desv. Pad.	Distrib.	n	d calculado	d referência	Valor P	Hipótese
Fila regular	Serviço	123	80	Normal	108	0,122	0,131	0,10	Aceita
	Espera na fila	213	156	Normal	94	0,180	0,140	0,01	Rejeita
	Chegada	56	47	Expon	93	0,110	0,141	0,20	Aceita
Fila Exclusiva	Serviço	109	98	Expon	52	0,183	0,188	0,10	Aceita
	Espera na fila	148	78	Normal	51	0,110	0,190	0,25	Aceita
	Chegada	123	98	Expon	50	0,169	0,188	0,15	Aceita

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Para a verificação dos tempos médios, de chegadas, de serviço e dos tempos médios de espera na fila, utilizou-se como hipótese que se adequavam as duas distribuições de probabilidade, a distribuição Normal e a distribuição Exponencial. Aplicou-se o teste de χ^2 e o de Kolmogorov-Smirnov e calculou o valor P para o teste Kolmogorov-Smirnov. Os testes não rejeitaram a hipótese de distribuição Exponencial para o tempo médio de chegada da fila regular e da fila exclusiva. Os testes também não rejeitaram a hipótese de distribuição Exponencial nos tempos de atendimento da fila exclusiva, para a fila regular os testes não rejeitaram a hipótese de distribuição Normal. A hipótese de adequação do tempo médio de espera nas duas filas não foi possível ser aceita pelo teste KS e pelo teste χ^2 , tanto para a distribuição Normal quanto para a distribuição Exponencial.

As medidas de desempenho do sistema foram obtidas a partir dos conceitos e formulas de teoria de filas, que neste caso tem-se como referência o livro de [Arenales, et al. 2007].

Feito o teste de aderência dos tempos coletados, foram calculadas as taxas do sistema. A Tabela 3 apresenta a estimação pontual das taxas de chegada, de serviço e o fator de utilização para cada fila. Já neste momento é possível observar que apenas 2 caixas para atender os clientes da fila Regular não são suficientes, pois o fator de utilização é superior a 1 ($\rho > 1$) o que faz com que a fila não alcance um ponto de equilíbrio, crescendo indefinidamente. Se for considerado que os 3 caixas atendem a fila regular, a todo momento, a taxa de ocupação vai para 0,71. A taxa de chegada λ da fila Exclusiva é 0,49 cliente/min, isso quer dizer que em média precisa de praticamente 2 minutos para chegar um cliente. Observe também que a fila exclusiva possui uma taxa de utilização muito alta também 0,89, mas neste caso a fila ainda converge para um número médio de usuários.

Tabela 3 - Taxa de utilização para cada tipo de fila

Taxas e utilização médias dos caixas regular e exclusivo			
Tipo de caixa	λ (clientes/min)	μ por caixa (clientes/min)	$\rho = \frac{\lambda}{m \cdot \mu}$
Regular (2 caixas)	1,05	0,49	1,07
Regular (3 caixas)	1,05	0,49	0,71
Exclusivo	0,49	0,55	0,89

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Em outras palavras, há de fato a necessidade de trabalho com 3 caixa junto a fila regular. Por outro lado, a utilização calculada na Tabela 3 considera os caixas sempre funcionando, independente do número de clientes no sistema. Assim, é necessário verificar as medidas de desempenho do sistema da empresa. Calculando, a partir das taxas e distribuições já definidas, foram obtidos os valores apresentados, na Tabela 4, para as medidas de desempenho do sistema atual. A tabela contém a taxa de chegada (λ) a taxa de atendimento μ de um servidor, a probabilidade do sistema estar vazio (P_0), número médio de pessoas na fila, em atendimento e total do sistema ($E(L_q)$, $E(L_s)$ e $E(L)$), taxa de utilização do sistema (ρ) e tempo médio de espera em fila e no sistema ($E(W_q)$ e $E(W)$).



Tabela 4 – Dados da Simulação 4 para as duas filas, utilizando teoria de filas e as leis de Little.

Fila	λ	μ	P_0	$E(L_q)$	$E(L_s)$	$E(L)$	ρ	$E(W_q)$	$E(W)$
Regular	1,05	0,5	0,02	6,43	2,15	8,58	0,89	6,12	8,17
Exclusiva	0,49	0,55	0,11	6,95	0,89	7,84	0,88	14,26	16,09

Fonte : Elaborado pelo próprio autor

Observe que, embora haja 11% de esperança de pegar a fila exclusiva vazia, o tempo de espera médio é muito alto (12,85 e 14,26 minutos). A fila exclusiva está com uma média de tempo de espera bem maior que a fila regular ($6,12 < 14,26$). Embora o número de pessoas nas duas filas seja aproximadamente o mesmo, o tempo de espera é desproporcional, pois, o tempo médio de espera na fila exclusiva é mais que o dobro do tempo de espera da fila regular. Ou seja, mesmo que o caixa exclusivo fique ocioso em média 11,25% do tempo e a probabilidade da fila regular não ter ninguém esperando ser de apenas 2,33%, ainda assim o tempo médio de espera na fila regular é 8 minutos a menos que na fila exclusiva. Um dos motivos é que a fila regular é atendida por 2 caixas todo o tempo e ainda um terceiro caixa ajuda no atendimento apenas da fila regular, fazendo com que a fila não cresça demais. Isso mostra que essa Simulação não está tendo um bom desempenho, principalmente na fila exclusiva.

Neste momento, é possível ver duas medidas que podem melhorar o desempenho do sistema. A primeira delas é fazer o caixa exclusivo atender de forma preferencial, pois durante o tempo que ele estiver vazio ele pode fazer o atendimento na outra fila, diminuindo assim a ociosidade do funcionário e também o tempo médio de espera na fila regular. Claramente essa mudança implicará num melhor desempenho da fila regular e pode piorar o desempenho da fila exclusiva. A segunda medida é os outros caixas atenderem também a fila exclusiva em alguns momentos, tendo em vista que a fila exclusiva possui uma média de tempo de espera pior do que a fila regular, tornando um sistema de atendimento com prioridade sem interrupção. A segunda medida por sua vez é mais ampla, pois ao invés de todos os outros caixas auxiliarem na fila exclusiva, pode-se pensar em apenas o caixa extra, que abre de acordo com o tamanho da fila regular, auxiliar primeiramente a fila exclusiva de acordo com o tamanho da mesma. Para essa segunda medida muitas possibilidades podem ser analisadas.

Com a validação dos dados coletados e verificação do desempenho do sistema é possível fazer um estudo do comportamento do sistema, considerando os 4 funcionários disponíveis na lotérica. Assim, na próxima seção, é feita uma análise para diferentes configurações de atendimento no sistema, para os impactos no número médio de pessoas no sistema e para o tempo médio gasto por usuário no sistema.

3. Reformulações propostas para o sistema.

Após os cálculos das medidas de desempenho do sistema atual da lotérica, serão propostas duas modificações no sistema com o objetivo de tentar diminuir um funcionário no atendimento e uma modificação utilizando o quarto funcionário. Cabe lembrar que os valores obtidos na Tabela 3 já garantem que o sistema com 2 atendentes para a fila regular e 1 para a fila exclusiva é inviável, pois a fila regular possui fator de utilização $\rho = 1,07$ o que faz com que o sistema não alcance um ponto de equilíbrio. Logo, sempre que $\rho > 1$ quando o tempo tende para infinito a fila cresce indefinidamente. Deste modo, pode-se tentar mudar algumas propriedades do sistema tentando

Caso 1: 3 caixas servindo as 2 filas com prioridade para a fila preferencial.

O Caso 1, visando utilizar como tempo trabalhado o tempo ocioso do caixa exclusivo, considera os 3 caixas em caixas preferenciais e nenhum exclusivo. Com isso, os 3 caixas priorizam a fila “preferencial”, porém, os 3 caixas atendem a fila regular assim que a fila preferencial estiver vazia. Neste caso, o sistema possui uma taxa de chegada a fila regular $\lambda = 1,05$ e a fila preferencial $\lambda = 0,49$, no entanto, uma mudança é que todos os atendentes servem primeiro os clientes



preferenciais. Isso faz com que a fila preferencial esteja sempre muito pequena e a fila regular cresça rapidamente. Nessa Simulação considera-se que os 3 atendentes trabalham a uma taxa de serviço de $\mu = 0,5 \text{ min}$. O fator de utilização (ρ) para essa simulação é de 1,03, o que mostra que a fila regular crescerá indefinidamente nesse caso, devido aos atendentes servirem primeiro todos os clientes preferenciais. Logo, esse caso também não é adequado.

Caso 2: 2 caixas para a fila regular e 1 caixa preferencial.

Este caso é mais uma tentativa de criar um sistema com apenas 3 caixas atendendo as duas filas. Nele o caixa exclusivo se torna um caixa preferencial. O que implica dizer que quando a fila “exclusiva” não tiver clientes aguardando, o atendente da fila exclusiva irá servir a clientes da fila regular. Esse caso é interessante por não fazer os 3 caixas priorizarem a fila preferencial, isso logicamente torna o sistema um pouco mais equilibrado. Neste caso, a probabilidade de haver 0 pessoas na fila preferencial é de 10,91%. Com isso é possível calcular a média de pessoas na fila preferencial que é de $E(L_q) = 7,28$.

O mesmo pode ser feito para a fila regular, primeiramente, calcula-se a probabilidade de haver 0 pessoas na fila regular e em seguida, realizar o cálculo do número médio de pessoas no sistema. Ao calcular a probabilidade de ter 0 pessoas na fila regular obtemos um valor praticamente nulo (próximo de zero). O que com que o número médio de pessoas na fila tenda ao infinito. Isso ocorre, pois, o fator de utilização do sistema da fila regular está próximo 1.

Caso 3: 2 caixas atendendo a fila comum, 1 caixa preferencial e 1 caixa extra atendendo as duas filas.

O Caso 3 visa aperfeiçoar o que ocorre atualmente na lotérica, com o foco na melhoria do tempo de espera, principalmente na fila exclusiva. Neste caso pretende-se apenas mudar a característica que faz o caixa exclusivo atender apenas a fila exclusiva. Este caso busca atender a dois critérios que podem melhorar o sistema. O primeiro critério é a troca do servidor exclusivo por um servidor preferencial, essa medida foi levantada anteriormente e melhora o desempenho da fila regular.

O segundo critério utilizado nesta simulação é fazer o 4º caixa auxiliar a fila regular e também a fila preferencial, priorizando o atendimento da fila preferencial. Logo é uma simulação com 2 caixas servindo a fila regular com taxas $\lambda = 1,05$ e $\mu = 0,50$, 1 caixa preferencial servindo a fila preferencial, que possui taxas $\lambda = 0,49$ e $\mu = 0,55$. O 4º caixa, neste caso, atende primeiramente a fila preferencial, buscando diminuir o tempo médio de espera em fila no sistema atual. Desta forma esse caixa 4 irá atender a fila preferencial sempre que a mesma tiver 6 ou mais pessoas na fila, caso a fila preferencial tiver menos de 6 pessoas em fila, o caixa 4 pode atender a fila regular caso ela tenha mais de 10 pessoas aguardando na fila.

Primeiramente calcula-se a probabilidade de haver 0 pessoas na fila preferencial (P_0^p), a fila preferencial possui $\lambda = 0,49$, $\mu_p = 0,55$ e o caixa 4 possui taxa de $\mu = 0,50$. Com isso o P_0^p (probabilidade de ter 0 pessoas na fila preferencial) é 0,1835, ou seja, a probabilidade da fila preferencial estar vazia é de 18,35%. É possível observar um aumento considerável de probabilidade de a fila ficar vazia em relação ao que ocorre atualmente na lotérica, isso se deve ao caixa extra estar atendendo a fila preferencial quando esta tem 6 ou mais pessoas aguardando. Logo, como o caixa da fila preferencial é um caixa preferencial ele irá atender a outra fila sempre que esta estiver vazia, o que acontece com mais frequência neste caso. Com o P_0 da fila preferencial é possível calcular o número médio de pessoas na fila, que é de $E(L_q) = 1,8920$.

Com os dados da fila preferencial é possível calcular os dados da fila regular, lembrando que o caixa extra priorizará primeiramente a fila preferencial, caso na mesma houver mais de 5 pessoas em fila, do contrário ele pode auxiliar a fila regular. Portanto, o caixa extra realizará o atendimento na fila regular apenas se na fila regular houver mais de 10 pessoas aguardando e a fila preferencial menos de 6. Para a fila regular, a probabilidade dessa estar vazia é de $P_0 = 0,0391$. Calculando o número médio de pessoas na fila, obtém-se $E(L_q) = 5,74$.

Assim, a média de pessoas na fila é de 5,74. A redução da média de pessoas na fila regular em relação ao valor atual foi de 5,89 para 5,74. Porém os resultados obtidos quanto ao tempo de



espera na fila preferencial foram mais interessantes, pois, a média de pessoas na fila preferencial passou de 6,95 para 2,78. A Tabela 5 permite a análise dos dados calculados neste caso.

Tabela 5 – Tabela com os dados da Simulação 5, duas filas e 4 caixas atendendo desde o começo do expediente, utilizando teoria de filas e as leis de Little

Fila	λ	μ	P_0	$E(L_q)$	$E(L_s)$	$E(L)$	ρ	$E(W_q)$	$E(W)$
Regular	1,05	0,5	0,04	5,74	2,15	7,88	0,88	5,46	7,51
Exclusiva	0,49	0,55	0,18	1,89	0,89	2,78	0,73	3,87	5,70

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

Este estudo mostra que é possível realizar melhorias no sistema observado. Uma observação bastante interessante é que o caixa extra ainda continua realizando algum tipo de serviço interno enquanto não está servindo as filas. A Tabela 6 mostra a probabilidade da fila regular e da fila preferencial possuir um determinado número de pessoas aguardando em fila, que faz com que seja necessário a abertura do caixa 4.

Tabela 6 – Comparação entre o número de pessoas na fila das Simulações 4 e 5

	Sistema atual		Caso 3	
	Caixa Regular	Caixa Exclusivo	Caixa Regular	Caixa Preferencial
P_0	0,032	0,11	0,04	0,18
P_{0a6}	0,36	0,57	0,51	0,92
P_{0a12}	0,80	0,79	0,88	0,99
$E(W_q)$	6,12	14,26	5,46	3,87

Fonte: Elaborado pelo próprio autor.

A Tabela 6 apresenta uma comparação entre os resultados do sistema atual e do caso 3 para ambas as filas, em que P_{0a6} é a probabilidade de ter até 6 pessoas no sistema e P_{0a12} é a probabilidade de ter até 12 pessoas no sistema. O caixa extra atende a fila preferencial apenas quando há 6 ou mais pessoas na fila, no entanto, é possível observar na Tabela 6 que, como em 92,24% há 6 pessoas no sistema, uma sendo servida e as outras 5 aguardando, é possível concluir que a probabilidade do caixa extra servir a fila preferencial é de apenas 7,76% do tempo. Com o mesmo raciocínio na fila regular do Caso 3, é possível ver que a probabilidade de haver 10 pessoas na fila regular é de 87,92%, logo a probabilidade do caixa extra estar servindo a fila regular é de 12,08% do tempo, aproximadamente. Uma mudança que faz com que isso aconteça é o fato de o caixa preferencial do Caso 3 servir a fila regular durante o tempo em que tem-se 0 pessoas na fila preferencial. Pois, a probabilidade de no caixa preferencial haver 0 pessoas é de 18,35%, aproximadamente, durante todo esse tempo o caixa preferencial pode servir a fila regular.

O fato de atualmente a fila para atendimento especial ser exclusiva possuir uma média de tempo de espera maior que a fila regular, indica que o sistema precisa de uma revisão para a melhoria deste tipo de atendimento. A Tabela 6 permite fazer algumas comparações sobre a probabilidade de haver 0 pessoas na fila, a probabilidade de haver até 6 pessoas no sistema de fila preferencial e a probabilidade de haver até 12 pessoas no sistema de atendimento regular. Com essas probabilidades é possível fazer algumas análises.

Observe que a probabilidade de haver até 6 pessoas no sistema da fila exclusiva do sistema atual é de 56,83%, já na Simulação 5 é de 92,24%. Quanto maior for essa probabilidade, melhor, pois menos pessoas esperam no sistema. Outra análise interessante é o tempo de espera na fila $E(W_q)$ da fila preferencial: antes, no sistema atual, a média desse tempo era 14,26 minutos, já para o Caso 3 está com uma média de 3,87 min.



4. Conclusão

Neste trabalho, observou-se que as taxas de chegadas e de atendimento do sistema seguem determinada distribuição de probabilidade, para isso realizou-se verificações dos tempos coletados. Utilizou-se os testes de aderência de Kolmogorov-Smirnov, com 5% de significância, para os testes de aderência das taxas de chegada e de serviço. Realizou-se ainda o cálculo do valor p , para o teste para garantir a aderências das distribuições.

Após a validação dos dados coletados, foram exploradas, primeiramente, 2 simulações utilizando apenas 3 caixas para o atendimento de 2 filas, onde foi verificado que 3 caixas no total para o atendimento não são suficientes para uma boa fluidez do sistema. As 2 filas são divididas entre 1 fila regular e uma outra fila que atende apenas clientes “idosos, gestantes, deficientes físicos, com crianças de colo e etc.”. Essa segunda fila, em algumas simulações (assim como na simulação observado do sistema) é uma fila exclusiva e em outras simulações é uma fila preferencial. Foram verificadas as medidas de desempenho da casa lotérica, em que os resultados apresentaram um tempo médio de espera na fila regular menor do que o da fila preferencial, o que naturalmente não é o ideal. Observou-se que a taxa de utilização do sistema está próxima de 90% isso mostra que a taxa de ociosidade é de 10% para dias com fluxo “normal”. Em dias de fluxo mais intenso, onde a taxas de chegada às filas tende a ser maior, é bem provável que ambas as filas tenham um tempo de espera bem mais elevado, principalmente a fila exclusiva. É bastante provável que as pessoas evitem os dias de maior fluxo de serviço nessa lotérica.

Essas análises permitiram a criação de uma nova proposta de funcionamento que buscou melhorar a média dos tempos de espera de ambas as filas, mas, principalmente da fila exclusiva, pois foi a que apresentou valores bem superiores. O que foi criada a partir dos resultados da do modelo observado, propôs duas mudanças. Primeira: o caixa exclusivo trabalhar de forma preferencial, atendendo também os clientes da fila regular. Segunda: o caixa extra que auxiliava apenas a fila regular, deve auxiliar primeiramente a fila preferencial sempre que ela tiver mais de 5 pessoas aguardando em fila. Essas mudanças apresentaram resultados satisfatórios, principalmente para os tempos de espera em fila da fila preferencial.

Novas análises podem ser feitas comparando os resultados obtidos entre o sistema atual e a proposta feita, pode-se também, criar uma nova proposta que busque melhorar ainda mais esse sistema. Uma perspectiva interessante para futuras pesquisas é investigar um número (de pessoas na fila regular e um número na fila preferencial) mais adequado para a abertura do 4º caixa. Outra perspectiva pode ser a de fixar o tempo médio de permanência no sistema tanto para a fila regular quanto para a fila preferencial e identificar o momento em que o caixa extra deve iniciar o atendimento nas duas filas.

Um detalhe observado neste trabalho é que quando se visa diminuir o tempo médio de espera na fila pelos clientes em geral, não é interessante trabalhar com caixas exclusivos pelo fato de ele não servir os clientes em momentos que não tem pessoas aguardando na fila regular, ou seja, há um recurso ocioso enquanto o sistema possui clientes que precisam ser atendidos.

Uma perspectiva futura é simular um sistema em função do fluxo da lotérica, em função da hora. Para isso é necessário a coleta de dados em horários diversos durante o dia, onde o número de caixas em funcionamento em cada fila é calculado a partir da demanda no horário. Esse estudo faz bastante sentido, por ser natural, em algumas horas do dia, haver maior movimento do que em outras horas, assim a empresa poderá fazer planejamentos mais elaborados como, por exemplo, revezamento para horário de almoço dos funcionários, buscando momentos em que o sistema não necessite do servidor extra.

Por fim, foi observado que o sistema desta casa lotérica precisa de ajustes, esses ajustes podem otimizar o atendimento e o funcionamento da mesma. Isto reforça a ideia de que é importante análises periódicas do sistema de funcionamento de empresas que prestam atendimento a clientes e que possuem filas. Pode ser que não haja a necessidade de aumentar o quadro de funcionários, apenas, precisa haver uma melhor distribuição das funções. Uma análise do sistema de filas pode auxiliar muito nesta tomada de decisão.



Referências

- AMIDANI, L. R.. A teoria das filas aplicada aos serviços bancários. Rev. adm. empres. São Paulo, v.15, n.5, p. 26-38. 1975.
- ARENALES, M. et al. **Pesquisa operacional: para cursos de engenharia**. Elsevier Brasil, 2015.
- COSTA NETO, P. L. O.; **Estatística**. São Paulo: Edgard Blücher, 1977.
- ALBANA, A. D.; FREIN, Y.; HAMMAMI, R.. **Study of Client Reject Policies under Lead-Time and Price Dependent Demand**. [Technical Report] G-SCOP - Laboratoire des sciences pour la conception, l'optimisation et la production. 17. Fev. 2016.
- LIMA, V. C., et al. **APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS EM SERVIÇOS BANCÁRIOS**. Revista Produção Online: Revista Científica Eletrônica De Engenharia De Produção, Florianópolis, v. 16, n. 1, p.210-241
- MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C., **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. 5º edição. Tradução e revisão técnica Verônica Calado. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
- MORABITO, R.; LIMA, F. C. R. de. **Um modelo para analisar o problema de filas em caixas de supermercados: um estudo de caso**. Pesquisa-Operacional. Rio de Janeiro. V.20, n.1. p.59-71. 2000.
- SILVA, C. R. N.; MORABITO, R. **Aplicação de modelos de redes de filas abertas no planejamento do sistema job-shop de uma planta metal-mecânica**. **Gestão & Produção**, v. 14, n. 2, p. 393-410, 2007.
- PRADO, D. S.. **Usando o Arena em simulação**. Belo Horizonte (MG): INDG Tecnologia e Serviços Ltda. – 2004.