



## **MODELO MATEMÁTICO PARA O SEQUENCIAMENTO DE PRODUÇÃO EM MÁQUINAS HETEROGÊNEAS DE USINAGEM DE BARRAS COM TEMPOS DE SETUP DEPENDENTES DA SEQUÊNCIA**

**Carlos Eduardo Nogueira Bastos**

Instituto Federal do Espírito Santo  
Rod ES-010, Km-6,5 - Manguinhos, Serra - ES, CEP 29173-087  
cadu.nbastos@gmail.com

**Leandro Colombi Resendo**

Instituto Federal do Espírito Santo  
Rod ES-010, Km-6,5 - Manguinhos, Serra - ES, CEP 29173-087  
lcresendo@gmail.com

### **RESUMO**

Nesse trabalho foi investigado o problema do sequenciamento de produção de peças usinadas em um parque de máquinas de usinagem de barras multipropósito e heterogêneas cujo tempo de setup é dependente do sequenciamento de produção definido. Para a otimização do problema foi proposto um modelo de programação linear inteira mista. Porém, para melhor inteligibilidade do modelo, as restrições foram escritas como sentenças lógicas. Fazendo uso do Cplex, que possui a capacidade de linearizar as restrições automaticamente, os resultados apresentam duas conclusões básicas: para volumes equivalentes, peças complexas são preferencialmente sequenciadas em máquinas com mais fusos enquanto peças simples são preferencialmente sequenciadas em máquinas com menos fusos; peças com pequenos volumes de produção são preferencialmente sequenciadas em máquinas com menos fusos, enquanto peças com maiores volumes de produção são preferencialmente sequenciadas em máquinas com maior produtividade. Adicionalmente, a caracterização das soluções obtidas neste trabalho pode ajudar no desenvolvimento de heurísticas.

**PALAVRAS-CHAVE.** Sequenciamento de produção, Modelo de Programação Linear Inteira Mista, Máquinas multipropósito e heterogêneas.

**Tópicos (PO na Administração & Gestão da Produção, Otimização Combinatória, Programação Matemática)**

### **ABSTRACT**

The problem of production scheduling was investigated for machined parts in a park of multipurpose and heterogeneous turning machines which setup is dependent on the production schedule defined. An integer linear programming model was proposed for optimizing the problem. However, the constraints were written as logical sentences for the better intelligibility of the model. Using Cplex, which already has the ability to linearize the constraints automatically, the results delivered two basic conclusions: for equivalent demands, complex parts are preferably scheduled on machines with more spindles while simple parts are preferably scheduled on machines with fewer spindles; parts with small production demands are preferably scheduled on machines with fewer spindles, while parts with higher production demands are preferably sequenced on machines with higher productivity. Additionally, the characterization of the solutions obtained from this work can help in the development of heuristics to obtain optimized results with less time processing.



**KEYWORDS. Production Scheduling, Integer linear programming model, Multipurpose and heterogeneous machines.**

**Paper topics (OR in Administration & Production Management, Combinatorial Optimization, Mathematical Programming)**

## 1. Introdução

Na indústria metalúrgica a produção de componentes/peças de montagem (parafusos, hastes, porcas, prolongadores, entre outros) é normalmente realizada com máquinas de usinagem de barras, sendo comum o emprego de parque de máquinas heterogêneas, composto por máquinas com características bastante diversas em termos de ferramentas e produtividade. Essa característica de diversidade de maquinário abre campo para diversas abordagens de estudos de otimização que são normalmente aplicados em duas esferas, sendo a primeira a otimização do processo de usinagem de cada máquina individualmente em relação ao método de produção de cada componente, e a segunda em relação à otimização do conjunto de máquinas operando em simultaneidade. Na primeira esfera de otimização são estudadas maneiras distintas de cada máquina produzir um componente específico (através do uso de diferentes ferramentas de corte, ou diferentes parâmetros de configuração e/ou programação dos movimentos das ferramentas) - como exemplo, [Sardiñas et al. 2005] propôs algoritmo genético multiobjetivo para determinar os parâmetros de programação das máquinas de usinagem para obter menores tempos de produção e maior vida útil das ferramentas de corte.

Já na segunda esfera, considera-se que o processo de produção de cada componente em cada máquina já fora otimizado, restando avaliar o resultado da definição do sequenciamento de produção, considerando as possibilidades de máquinas multipropósito. Nesse caso, no campo do sequenciamento de produção do parque de máquinas, sendo estas tratadas máquinas multipropósito, podem ser considerados os conceitos e estratégias semelhantes aos de otimização de Sistemas Flexíveis de Manufatura (FMS) – sistemas compostos por máquinas/ferramentas que podem ser organizados de maneiras distintas para processar produtos diferentes, com as diferentes estratégias de organização resultando em diferentes tempos de produção ou diferentes consumos de matéria prima e/ou energia ou demanda de mão-de-obra/supervisão, e por consequência diferentes custos operacionais [Ruiz et al. 2009].

O tema FMS tornou-se mais relevante nos últimos anos em virtude da competitividade da indústria de transformação/montagem associada à necessidade de se atender mais rapidamente às demandas de clientes, e à redução do ciclo de vida dos produtos de maneira geral [Ruiz et al. 2009]. [Allahverdi et al. 2008] apresentaram uma classificação para diferentes tipos de problemas de sequenciamento de produção de sistemas FMS, dentre eles: *Flow shop* – quando todos os produtos seguem o mesmo fluxo de processamento nas máquinas disponíveis; e *Job shop* - quando os produtos têm ordem de processamento em máquinas específicas. No caso do sequenciamento de produção em um parque de máquinas multipropósito de usinagem de barras tem-se o caso *job shop com múltiplas máquinas paralelas*, uma vez que já é sabido de princípio quais peças podem ser processadas em cada máquina.

Otimizações de sequenciamento para sistemas FMS do tipo *flow shop* foram propostos por [Ferreira et al. 2008] e [Simões et al. 2015], que aplicaram métodos de otimização por programação linear e heurísticas para o sequenciamento de produtos em linha de produção multipropósito – sendo que no primeiro caso foi considerada uma linha de produção e envase de refrigerantes, enquanto no segundo caso foi considerada uma linha de montagem equipamentos eletrônicos. Em ambos os estudos os autores consideraram o tempo de setup das máquinas sendo influenciado pelo sequenciamento de produção – característica comum com cenários de máquinas de usinagem de barras, foram considerados porém todos os produtos seguindo o mesmo fluxo através das máquinas.

Para o caso de otimização de sequenciamento para sistemas do tipo *job shop* os estudos mais recentes se diversificam nos métodos de otimização propostos, porém não consideraram a



influência do sequenciamento no tempo de setup das máquinas. A Tabela 1 resume os métodos e considerações utilizados por alguns autores em publicações recentes para *flow shop* e *job shop*.

Os cenários possíveis de parques de máquinas de usinagem de barras são diversos. Alguns motivos comuns levam o gestor de uma fábrica de componentes por usinagem de barras a investir em um parque máquinas heterogêneo ao longo do tempo, dentre eles: o aumento da demanda de produção induzindo à necessidade de otimização dos processos através do aumento da produtividade por máquina; a necessidade de fabricação de peças mais complexas que exigem das máquinas e ferramentas de corte, recursos tecnológicos mais avançados; e as políticas de maximização de ativos, através das quais busca-se manter as máquinas antigas em operação quando a economicidade do investimento em novas máquinas não é viável. De maneira geral as máquinas de usinagem de barras são equipamentos de muito alto valor agregado, de forma que antes de qualquer investimento o gestor precisa validar a viabilidade econômica por meio de simulações e modelos de otimização que retratem o conjunto de maquinário e demanda de sua fábrica.

**Tabela 01: Compilação de estudos recentes de otimização à cerca do tema Sequenciamento de Produção em Sistemas Flexíveis de Manufatura**

Autor / Ano	Tipo FMS	Considerações	Método
[Simões et al. 2015]	Flow shop	Sequenciamento de N produtos em 1 linha de máquinas – todos os produtos passam por todas as máquinas.  Cada produto com um tempo de operação e com ferramentas específicos para cada máquina.  Produtos semelhantes repetem ferramentas nas máquinas.	Modelo de programação linear inteira mista
[Ferreira et al. 2008]			Modelo de otimização inteira mista e heurísticas <i>relax and fix</i>
[Sankar et al. 2003]			Job shop
[Jerald et al. 2004]	Job shop	Cada produto é processado em uma sequência específica de máquinas pré-determinada.  Há recurso limitado pré-definido de possíveis máquinas alternativas para execução de algumas operações.  Não considera o tempo de setup das máquinas sendo influenciado pelo sequenciamento de produção.	Algoritmo genético multiobjetivo
[Burnwal e Deb 2012]			Algoritmo genético
[Xu et al. 2014]			Enxame de partículas ( <i>Particle Swarm</i> )  Arrefecimento simulado ( <i>Simulated Annealing</i> )  Algoritmo Mimético ( <i>Memetic Algorithm</i> )
[Xu et al. 2014]			Heurística <i>Cuckoo-Search</i>  Método de Ensino-Aprendizado com tempo de processamento <i>fuzzy</i>

Uma vez conhecido o parque de máquinas, a produção horária de cada peça em cada máquina, e o tempo de setup de cada peça em cada equipamento, o desafio principal reside em



definir o sequenciamento de produção que irá garantir o atendimento à demanda de produção exigindo o menor tempo de operação de cada máquina. O sequenciamento, nesse caso, consiste na definição de quais peças serão produzidas em quais máquinas, e seguindo qual ordem. Para uma dada máquina, cada peça a ser produzida exige um conjunto de ferramentas a serem montadas no setup, porém uma ou mais ferramentas desse conjunto pode também ser utilizada para a produção de outra peça na mesma máquina.

No setup é necessário desmontar as ferramentas da peça que acabou de ser produzida, para então serem montadas as ferramentas da peça que será produzida em sequência. Se houver ferramentas em comum entre as duas peças, estas podem permanecer montadas de forma que o tempo de setup se reduz. Ao final tem-se que o tempo de setup de uma dada peça em uma máquina pode variar dependendo da peça que tenha sido produzida imediatamente antes. Dessa forma é comum haver uma classificação das peças por famílias (que são produzidas com ferramentas de usinagem em comum) e priorizar no sequenciamento a produção de peças das mesmas famílias nas mesmas máquinas.

Nesse trabalho é proposto um modelo de programação linear inteira mista (*mixed integer linear programming* - MILP) para o problema de sequenciamento de produção com um parque multipropósito de máquinas heterogêneas para usinagem de barras, minimizando o tempo de produção. Uma das principais características do modelo é utilizar restrições escritas como expressões lógicas, diferente dos modelos de programação linear inteira comumente encontrados na literatura. Esta apresentação do modelo se justifica por três fatos: i) *software* atuais usados para resolver modelos MILP já aceitem expressões lógicas; ii) o aumento da inteligibilidade do modelo; iii) o processo de linearização já é bastante consolidado na literatura [Arenales et Al. 2007]. Além da proposta de uma nova formulação MILP, que pode ser usado para a programação de trabalho de uma empresa, os resultados numéricos foram elaborados de forma a orientar o investimento em maquinário considerando o parque atual e as demandas da empresa. Adicionalmente, a caracterização das soluções encontradas indica uma estratégia para construção de algoritmos heurísticos. Não é escopo desse trabalho a otimização da produção individual de cada componente em cada máquina (o que poderia ser feito através do uso de diferentes ferramentas de corte, ou diferentes parâmetros de configuração e/ou programação dos movimentos das ferramentas para cada peça usinada, por exemplo) – parte-se da premissa que o processo de produção de cada peça em cada máquina já está suficientemente otimizado, restando apenas otimizar o sequenciamento de produção.

O restante do artigo está dividido da seguinte forma: na Seção 2 são apresentadas as definições do problema e o modelo matemático proposto; na Seção 3 temos a caracterização do experimento e resultados numéricos; e na Seção 4 são apresentadas algumas conclusões e considerações finais.

## 2. Modelo Matemático

### Descrição do problema

Em usinagem de barras normalmente as máquinas são classificadas pelo número de barras (número de fusos) que podem ser usinadas em simultaneidade pelo cabeçote de ferramentas da máquina. Uma máquina do modelo mais simples, de um fuso (ou monofuso), executa operações de usinagem em uma única barra de vergalhão por vez. Já uma máquina com dois fusos, por exemplo, normalmente duplica a produção horária para um mesmo produto, uma vez que duas barras de vergalhão são processadas simultaneamente pelo mesmo equipamento. Por outro lado a complexidade do setup em máquinas multifusos é naturalmente maior, sendo necessário maior tempo para o ajuste das ferramentas na máquina resultando em maior tempo de máquina parada.

Para simulação foi considerada uma fábrica fictícia composta de um conjunto de  $m$  máquinas de usinagem multipropósito, e uma demanda de produção de  $n$  tipos de componentes (produtos/peças). O modelo considerou ainda a condição inicial de cada máquina, isto é, quais ferramentas estavam montadas na máquina no instante zero do tempo. Foi considerado também



um limite do ferramental de produção, ou seja, o número máximo de máquinas que podem produzir um mesmo produto simultaneamente. A seguir são apresentadas a notação e variáveis e parâmetros do modelo.

### Notação e Parâmetros

$N$ : Conjunto de tipos de componentes (produtos) a serem produzidos, onde  $i, j \in N$  e  $|N| = n$ .

$D[i]$ : Quantidades de peça de cada tipo de produto  $i$ .

$K$ : Conjunto de máquinas disponíveis, onde  $k \in K$  e  $|K| = m$ .

$PH[i][k]$ : Tempo de produção de uma peça do tipo  $i$  na máquina  $k$ ;

$MS[i][j][k]$ : Tempos de setup do produto  $i$  para o produto  $j$  na máquina  $k$ ;

$RF[i]$ : Número de jogos de ferramentas disponíveis para cada componente  $i$ . Ou seja, número de máquinas que podem produzir o mesmo componente  $i$  simultaneamente.

### Variáveis:

$xb_{ik}$ : Variável binária, que assume 1 se o produto do tipo  $i$  é produzido na máquina  $k$  e 0 caso contrário;

$x_{ik}$ : Número de peças do tipo  $i$  que serão produzidas na máquina  $k$ ;

$y_{ij,k}$ : Variável binária, que assume 1 se o produto do tipo  $i$  é produzido na máquina  $k$  imediatamente antes do produto do tipo  $j$  e 0 caso contrário;

$ci_k$ : indica a condição inicial da máquina  $k$ , isto é, o primeiro produto a ser produzido em cada máquina;  $ci_k \in N$ .

$cf_k$ : indica a condição final da máquina  $k$ , isto é, o último produto a ser produzido em cada máquina;  $cf_k \in N$ .

$T$ : Tempo total de produção.

### Função Objetivo:

A função objetivo minimiza o tempo de ocupação das máquinas, sendo esse calculado para cada máquina individualmente como o somatório dos tempos para produzir os volumes programados para cada máquina, mais os tempos de setup conforme o sequenciamento das peças em cada máquina.

$$\text{Min: } T \quad (1)$$

### Restrições:

$$\sum_{k \in K} x_{ik} = D[i] \quad \forall i \in N \quad (2)$$

$$\text{Se } x_{ik} > 0 \text{ então } xb_{ik} = 1 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (3)$$

$$\text{Se } x_{ik} = 0 \text{ então } xb_{ik} = 0 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (4)$$

$$\text{Se } xb_{ik} = 0 \text{ então } y_{ij,k} = 0 \text{ e } y_{ji,k} = 0 \quad \forall i, j \in N; k \in K \quad (5)$$

$$\text{Se } xb_{ik} = 1 \text{ então } \sum_{j \in N} y_{ij,k} = 1 \text{ ou } \sum_{j \in N} y_{ji,k} = 1 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (6)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} y_{ij,k} + 1 = \sum_{i \in N} xb_{i,k} \quad \forall k \in K \quad (7)$$

$$\sum_{j \in N} y_{ij,k} \leq 1 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (8)$$

$$\sum_{j \in N} y_{ji,k} \leq 1 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (9)$$



$$\text{Se } y_{ij,k} = 1 \text{ então } y_{jk} = 0 \quad \forall i, j \in N; k \in K \quad (10)$$

$$\text{Se } ci_k = i \text{ então } \sum_{j \in N} y_{ij,k} = 1 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (11)$$

$$\text{Se } ci_k = i \text{ então } \sum_{j \in N} y_{ji,k} = 0 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (12)$$

$$\text{Se } cf_k = i \text{ então } \sum_{j \in N} y_{ij,k} = 0 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (13)$$

$$\text{Se } cf_k = i \text{ então } \sum_{j \in N} y_{ji,k} = 1 \quad \forall i \in N; k \in K \quad (14)$$

$$1 \leq ci_k \leq n \quad \forall k \in K \quad (15)$$

$$1 \leq cf_k \leq n \quad \forall k \in K \quad (16)$$

$$\sum_{i \in N} PH[i][k] \times x_{ik} + \sum_{j \in N} \sum_{i \in N} MS[i][j][k] \times y_{ij,k} \leq T \quad \forall k \in K \quad (17)$$

$$\sum_{k \in K} xb_{ik} \leq RF[i] \quad \forall i \in N \quad (18)$$

### Descrição do Modelo:

A Restrição (2) indica que o somatório dos volumes produzidos do produto  $i$  em todas as máquinas deve ser igual à demanda.

As Restrições (3) e (4) criam a relação entre as variáveis  $xb_{ik}$  e  $x_{ik}$ . Isto é, estas restrições garantem que, se a máquina  $k$  não processar o produto  $i$  ( $xb_{ik} = 0$ ), não deve haver programação de nenhum produto do  $i$  na referida máquina ( $x_{ik} = 0$ ).

A Restrição (5) garante que, se a máquina  $k$  não processará o produto do tipo  $i$  não deve haver nenhum *setup* de  $i$  para  $j$  e nem de  $j$  para  $i$  na máquina  $k$ .

A Restrição (6) assegura que, se o produto  $i$  for processado na máquina  $k$ , então nessa máquina deverá ser realizado o *setup* de  $i$  para  $j$  ou de  $j$  para  $i$ .

A Restrição (7) garante que o número de *setups* de cada máquina deve ser menor em uma unidade em relação ao número de tipos de peças produzidas nessa máquina.

As Restrições (8), (9) e (10) asseguram que cada tipo de produto pode ser produzido somente uma vez em cada máquina.

Toda máquina deve ter uma condição inicial. A Restrição (11) indica que, se o produto  $i$  é o primeiro produto para uma máquina  $k$ , deverá ocorrer o *setup* de  $i$  para algum produto  $j$ . Enquanto a Restrição (12) indica que não deve haver *setup* de qualquer outro produto  $j$  para  $i$  nessa máquina. Analogamente, a Restrição (13) indica que sendo  $i$  a condição final de uma máquina  $k$ , não deve haver *setup* de  $i$  para qualquer outro produto  $j$  nessa máquina. Enquanto a Restrição (14) garante que o *setup* de algum produto  $j$  para  $i$  deve ocorrer somente uma vez.

As restrições (15) e (16) garantem que toda máquina terá um produto inicial e um produto final. Além disso, justo com as restrições (7)-(14), as restrições (15) e (16) mantêm o fluxo de peças nas máquinas sem a construção de subciclos de atividades.

A Restrição (17) atribui um limite superior para a atividade das máquinas, com o tempo total de produção mais o *setup* programado para a máquina  $k$ . Adicionalmente, temos que este limite superior deverá ser minimizado para otimização da produção.

A Restrição (18) garante que o número de máquinas usadas para a produção da peça  $i$  deve ser menor ou igual que o número de ferramentas disponíveis para a produção dessa peça.

Cabe destacar que todas as restrições são linearizáveis, sendo essa a estratégia usada pelo *software* usado para resolver os estudos de caso. Contudo, com o objetivo de facilitar o entendimento do modelo, optou-se por manter as expressões lógicas.



### 3. Experimentos Numéricos

#### Planejamento dos Experimentos

Os cenários analisados foram organizados em termos da complexidade dos produtos usinados e da produtividade média das máquinas. Foram adotados os seguintes critérios: i) uma vez conhecida a produtividade de um produto  $i$  em uma máquina tipo monofuso  $k$ , a produtividade do mesmo produto em outras máquinas multifuso foi estimado como o produto da produtividade na máquina monofuso pela quantidade de fusos da máquina multifuso; ii) conhecido o tempo de *setup*  $MS[i][j][k]$  de um produto  $i$  para um produto  $j$  em uma máquina  $k$  do tipo monofuso, o tempo de *setup* para o mesmo par  $i \rightarrow j$  em outras máquinas foi estimado como  $f \times MS[i][j][k]$ , sendo  $f$  o número de fusos das outras máquinas.

Os produtos então foram divididos em três classes: i) produtos simples, com tempo de usinagem (tempo de produção de uma peça) entre 10 e 30 segundos para máquinas monofuso, e tempo padrão de *setup* variando de 30 a 60 minutos por fuso; ii) produtos intermediários, com tempo de usinagem entre 30 e 60 segundos para máquinas monofuso, e tempo de *setup* variando de 60 a 90 minutos por fuso; iii) produtos complexos, com tempo de usinagem entre 60 e 90 segundos para máquinas monofuso, e tempo de *setup* variando de 90 a 150 minutos por fuso. Para composição da matriz de tempos de *setup* foi adotado que o tempo de *setup* da peça  $i$  para  $j$  em uma máquina  $k$  seria a soma de 1/3 do tempo de *setup* da peça  $i$  na máquina  $k$  (tempo para desmontar) mais 2/3 do tempo de *setup* da peça  $j$  na máquina  $k$  (tempo de montagem das ferramentas).

Com o objetivo de relacionar a complexidade das peças demandadas e as máquinas disponíveis, a fim de guiar futuros investimentos em maquinário, foram gerados 9 cenários de teste com variações significativas de composição do parque de máquinas e da complexidade dos produtos, seguindo o planejamento experimental apresentada na Tabela 2. Nessa tabela é indicada a porcentagem de cada tipo (complexidade) de produto demandado e a porcentagem tipo de máquina usada. Adicionalmente, temos que em todos os cenários foram fixados os seguintes parâmetros: 32 tipos de peças ( $N$ ), com tempos de usinagem distintos; 8 máquinas, com 1, 3 e 6 fusos (distribuídas conforme as probabilidades de Tabela 2); uma demanda total de produção de aproximadamente 48.000 unidades; e 5 jogos de ferramentas disponíveis para cada peça (determina quantas máquinas podem produzir o mesmo componente ao mesmo tempo).

**Tabela 02: Planejamento dos cenários experimentais**

Cenários	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	3.1	3.2	3.3
Peças Simples	20%	20%	20%	60%	60%	60%	20%	20%	20%
Peças Intermediárias	60%	60%	60%	20%	20%	20%	20%	20%	20%
Peças complexas	20%	20%	20%	20%	20%	20%	60%	60%	60%
Máquinas Monofuso	25%	50%	25%	25%	50%	25%	25%	50%	25%
Máquinas de 3 fusos	50%	25%	25%	50%	25%	25%	50%	25%	25%
Máquinas de 6 fusos	25%	25%	50%	25%	25%	50%	25%	25%	50%

#### Resultados

A Tabela 3 apresenta os dados de entrada das demandas de produção dos nove cenários produzidos, incluindo a quantidade de peças de cada demanda e o tipo de peça (tp), classificada como simples (s), intermediária (i) ou complexa (c). As instâncias foram resolvidas no CPLEX 12.6 (Cplex 2013), utilizando um computador com processador i7 de 3,4GHz e 16 GB de memória RAM.

Na Tabela 04 é apresentada uma compilação geral dos resultados obtidos pela otimização dos nove cenários. Nas duas primeiras colunas dela tabela são indicados as instâncias e os três tipos de máquinas consideradas, com as quantidades de cada tipo especificadas na Tabela 2. A Coluna “Peça Simples” indica a porcentagem da demanda de peças simples que



foram produzidas em máquinas de 1, 3 ou 6 fusos. Por exemplo, o valor 26,2% na segunda linha e terceira coluna, indica que 26,2% das demandas de peças simples foram produzidas em máquinas monofuso. Analogamente, temos as colunas “Peças Intermediárias” e “Peças Complexas”. Na coluna “Processamento” são indicados o tempo de processamento considerado, o GAP para a solução ótima após atingir o tempo de processamento permitido e o valor da função objetivo obtida. Para o GAP igual a 0 temos que a solução encontrada foi ótima (instância 3.2). O tempo de processamento foi limitado em 10 minutos, por considerarmos esta espera factível para a realização de uma programação.

**Tabela 3: Demanda de produção de cada cenário.**

1.1		1.2		1.3		2.1		2.2		2.3		3.1		3.2		3.3	
<i>D[i]</i>	tp	<i>D[i]</i>	tp	<i>D[i]</i>	tp	<i>D[i]</i>	tp	<i>D[i]</i>	tp	<i>D[i]</i>	tp	<i>D[i]</i>	tp	<i>D[i]</i>	tp	<i>D[i]</i>	tp
13822	s	13555	s	23390	s	20345	s	20345	s	10535	s	10938	s	10938	s	18394	s
14573	s	16734	s	9714	s	21625	s	21625	s	11108	s	19426	s	19426	s	16555	s
26456	s	13162	s	10887	s	17775	s	17775	s	20166	s	13366	s	13366	s	25019	s
13954	s	18487	s	14569	s	18967	s	18967	s	10636	s	16682	s	16682	s	11028	s
13011	s	20380	s	22069	s	18747	s	18747	s	9918	s	14869	s	14869	s	12273	s
14183	s	13681	s	15371	s	13454	s	13454	s	10811	s	20720	s	20720	s	12731	s
14634	i	11323	i	8028	i	17425	s	17425	s	17033	s	10691	i	10691	i	22204	s
10353	i	12027	s	17324	i	10122	s	10122	s	12050	s	11043	i	11043	i	9363	i
17635	i	19664	i	15910	i	18187	s	18187	s	20526	s	15989	i	15989	i	8383	i
20992	i	15152	i	10057	s	8019	s	8019	s	24433	s	17496	i	17496	i	17792	i
12337	s	7656	i	15249	i	11715	s	11715	s	14359	s	6696	s	6696	s	18519	s
20531	i	21976	i	21493	i	8235	s	8235	s	23896	s	17311	i	17311	i	8766	i
20407	i	9453	i	21519	i	9004	s	9004	s	23751	s	16774	i	16774	i	10973	i
8866	i	17720	i	8823	i	19958	s	19958	s	10319	s	17940	c	17940	c	19228	c
14594	i	7782	i	18848	i	18018	s	18018	s	16986	s	16064	c	16064	c	13410	c
7584	i	21237	i	13739	i	12321	s	12321	s	8827	s	18966	c	18966	c	12003	c
14427	i	16064	i	13145	i	21870	s	21870	s	16792	s	14366	c	14366	c	19395	c
14589	i	14474	i	21043	s	8059	s	8059	s	16980	s	21988	c	21988	c	18251	i
7623	i	14429	i	15281	i	14156	s	14156	s	8873	s	10265	c	10265	c	12299	c
9157	i	15280	i	10654	i	11737	i	11737	i	8499	i	16377	c	16377	c	11945	c
21927	i	11246	i	11650	i	16849	i	16849	i	20352	i	21710	c	21710	c	18748	c
16480	i	13700	i	11564	i	17243	i	17243	i	15296	i	19369	c	19369	c	10671	c
8488	i	12054	i	8891	i	9145	i	9145	i	7879	i	8627	c	8627	c	15691	c
19060	i	15106	i	12997	i	13177	i	13177	i	17691	i	8897	c	8897	c	18639	c
16140	i	9673	i	18246	i	12589	i	12589	i	14981	i	16461	i	16461	i	21693	c
12176	i	21984	i	13540	i	15261	i	15261	i	11302	i	12413	i	12413	i	7935	c
10309	c	20027	c	13433	c	18613	c	18613	c	10309	c	14991	i	14991	i	13727	c
19061	c	14604	c	19149	c	19311	c	19311	c	19061	c	16192	i	16192	i	12641	c
12274	c	15690	c	10197	c	11943	c	11943	c	12274	c	9645	c	9645	c	20191	c
19579	c	18330	c	11003	i	18156	c	18156	c	19579	c	14864	c	14864	c	9705	i
23292	c	19518	i	15883	c	17778	c	17778	c	23292	c	15084	c	15084	c	10023	c
11485	c	7830	c	26334	c	10197	c	10197	c	11485	c	13784	c	13784	c	21803	c





**Tabela 4: Caracterização das Soluções Obtidas**

Cenário	Parque de Máquinas	Peças Simples	Peças Intermediárias	Peças Complexas	Processamento
1.1	Monofuso	26,2%	9,1%	0,0%	Tempo: 600 s
	3 fusos	49,3%	62,7%	30,6%	GAP: 2,00%
	6 fusos	24,5%	28,2%	69,4%	F.O.: 232,4
1.2	Monofuso	40,2%	26,1%	0,0%	Tempo: 600 s
	3 fusos	40,9%	21,3%	43,1%	GAP: 0,65%
	6 fusos	18,9%	52,7%	56,9%	F.O.: 296,3
1.3	Monofuso	16,2%	8,1%	0,0%	Tempo: 600 s
	3 fusos	37,8%	28,4%	0,0%	GAP: 0,77%
	6 fusos	46,0%	63,4%	100,0%	F.O.: 197,6
2.1	Monofuso	31,0%	0,0%	0,0%	Tempo: 600 s
	3 fusos	50,5%	66,6%	42,0%	GAP: 1,95%
	6 fusos	18,5%	33,4%	58,0%	F.O.: 200,4
2.2	Monofuso	41,1%	27,5%	0,0%	Tempo: 600 s
	3 fusos	32,2%	41,2%	18,5%	GAP: 0,53%
	6 fusos	26,7%	31,3%	81,5%	F.O.: 237,6
2.3	Monofuso	23,7%	0,0%	0,0%	Tempo: 600 s
	3 fusos	19,9%	15,6%	22,7%	GAP: 1,52%
	6 fusos	56,4%	84,4%	77,3%	F.O.: 152,09
3.1	Monofuso	36,1%	18,6%	0,0%	Tempo: 600 s
	3 fusos	13,0%	52,6%	50,9%	GAP: 0,03%
	6 fusos	50,9%	28,8%	49,1%	F.O.: 319,92
3.2	Monofuso	56,3%	26,3%	12,2%	Tempo: 486 s
	3 fusos	13,0%	41,4%	24,5%	GAP: 0
	6 fusos	30,7%	32,3%	63,3%	F.O.: 388,55
3.3	Monofuso	25,6%	31,9%	0,0%	Tempo: 600 s
	3 fusos	8,1%	0,0%	25,6%	GAP: 0,9%
	6 fusos	66,4%	68,1%	74,4%	F.O.: 268,11

Como primeiro resultado, destacamos que nenhuma demanda foi dividida para ser executada em máquinas diferentes. Além disso, da forma como foi proposto, os cenários enfatizaram dois importantes resultados, apresentados a seguir:

i) Para volumes equivalentes, peças complexas são preferencialmente sequenciadas em máquinas com mais fusos enquanto peças simples são preferencialmente sequenciadas em máquinas com menos fusos. Conforme pode-se observar comparando as Tabela 2 e 3, excluindo a instância 3.2, em todos os demais cenários não houve programação de peças complexas em máquinas monofuso. Para o cenário 3.2, essa programação se justifica por ter 60% de peças complexas e 50% de máquinas monofuso. Adicionalmente, as peças caracterizadas como simples foram direcionadas preferencialmente para as máquinas monofuso ou de até três fusos.



ii) Peças com pequenos volumes de produção são preferencialmente sequenciadas em máquinas com menos fusos, enquanto peças com maiores volumes de produção são preferencialmente sequenciadas em máquinas com maior produtividade (maior número de fusos). Esta afirmação foi observada em todos os cenários, exceto para 2.1, 2.2 e 2.3 (os quais foram compostos com até 60% de demanda em peças simples). De maneira geral as soluções sequenciaram os 25% das demandas com maiores volumes em máquinas multifusos, devido à produtividade dessas máquinas. Enquanto que, os 25 % menores volumes foram sequenciados em máquinas monofuso.

Tais resultados, além de guiar o gestor na programação das atividades, ainda ajuda a entender o comportamento das melhores configurações de acordo com as características da demanda e máquinas disponíveis. Esta análise também orienta o gestor a direcionar os investimentos em máquinas, conforme a demanda.

Do ponto de vista computacional, a caracterização das soluções aqui apresentada pode ajudar na confecção de métodos computacionais heurísticos, para obter soluções de boa qualidade em um tempo computacional menor, o que é importante se considerado que na aplicação industrial é essencial que o tempo de processamento seja o menor possível, para que o responsável pelo planejamento foque seu empenho em analisar os resultados.

#### 4. Conclusão

Este artigo trata do problema de sequenciamento de produção de peças usinadas em um parque de máquinas multipropósito e heterogêneas. Duas características se destacam nesse tipo de problema, que são a diferença na produtividade das máquinas e o tempo de setup. O setup consiste na troca de ferramentas da máquina para realizar a produção de peças diferentes. Assim, o tempo de setup é específico para cada máquina e para cada mudança de peças a serem produzidas.

Nesse contexto este artigo propõe um novo modelo de programação linear inteira mista, bem como a análise de um conjunto de cenários usados para caracterizar soluções de boa qualidade e orientar investimentos em parque de máquina similares ao problema tratado. Diferente dos modelos geralmente propostos na literatura, na formulação apresentada neste trabalho as restrições são escritas com expressões lógicas, porém todas facilmente linearizáveis. Assim, a linearização do modelo é deixada à cargo do *software* usado para resolução dos estudos de caso. Esta estratégia de apresentação da formulação foi adotada com o intuito de facilitar a leitura e entendimento do modelo.

Para os experimentos numéricos foram criados 9 cenários, variando as quantidades demandadas para cada tipo de peça (entre simples, intermediária e complexa) e as quantidades de cada tipo de máquina considerada (monofuso, 3 fusos e 6 fusos). Após análise dos resultados obtidos destacamos dois resultados: primeiramente foi observado que para volumes equivalentes, peças complexas são preferencialmente sequenciadas em máquinas com mais fusos enquanto peças simples são preferencialmente sequenciadas em máquinas com menos fusos; além disso temos que peças com pequenos volumes de produção são preferencialmente sequenciadas em máquinas com menos fusos, enquanto peças com maiores volumes de produção são preferencialmente sequenciadas em máquinas com maior produtividade. Assim, com base em um parque de máquinas e nas previsões de demandas, tais conclusões podem auxiliar na tomada de decisão para o investimento em maquinário.

Adicionalmente, as conclusões obtidas sobre o comportamento das soluções ainda podem ser usadas com indicativo de soluções de boa qualidade para uma heurística. Para estudos futuros propõe-se o desenvolvimento de uma heurística baseada nas conclusões obtidas neste trabalho, com foco em reduzir o tempo de processamento ao mínimo factível para aplicação industrial, considerando-se cenários com números significativamente grandes de máquinas e peças a serem produzidas.



## Referências

- Allahverdi, A., Gupta, J. N. D. e Aldowaisan, T. (1999). A review of scheduling research involving setup considerations. *Omega – The International Journal of Science*, 27, n2: 219-239.
- Allahverdi, A., NG, C. T., Cheng, T. C. E. e Kovalyov, M. Y. (2008). A survey of scheduling problems with setup times or costs. *European Journal of Operations Research*, 187, n3: 985-1032.
- Arenales, M., et. al. Pesquisa Operacional, Rio de Janeiro, Ed. Elsevier., 2007.
- Burnwal, S. e Deb, S. (2013). Scheduling optimization of flexible manufacturing systems using cuckoo search-based approach. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 64, n5: 951-959.
- Cplex (2013), Web page. <http://www-03.ibm.com/software/products/en/ibmilogcpleoptistud>. Acesado em 11/04/2017
- Ferreira, D., Morabito, R. e Rangel, S. (2008). Um modelo de otimização inteira mista e heurísticas relax and fix para a programação da produção de fábricas de refrigerantes de pequeno porte. *Produção*, 18 n1: 076-088.
- Jerald, J., Asokan, P., Prabaharan, G. e Saravanan R. (2005). Scheduling optimization of flexible manufacturing systems using particle swarm optimization algorithm. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 25, n9: 964-971.
- Pach, C., Berger, T., Bonte, T. e Trentesaux, D. (2014). ORCA-FMS a dynamic architecture for the optimized and reactive control of flexible manufacturing scheduling. *Computers and Industry, Elsevier*, 65: 706-720.
- Ruiz, M. C., Cazorla, D., Cuartero, F. e Macia, H. (2009). Improving performance in flexible manufacturing systems. *The Journal of Logic and Algebraic Programming*, 78, n4: 260-273.
- Sankar, S. S., Ponnambalam, S. G. e Rajendran, C. (2003). A multiobjective genetic algorithm for scheduling a flexible manufacturing system. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 22, n3: 229-236.
- Sardiñas, R. Q., Santana, M. R. e Brindis, E. A. (2006). Genetic algorithm-based multi-objective optimization of cutting parameters in turning processes. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 19, n2: 127-133.
- Shah, N.K. (2012). Integrated production planning and scheduling optimization of multisite, multiproduct process industry. *Computers and Chemical Engineering, Elsevier*, 37: 214-226.
- Simões, W. L., Vecchia, R. D. e DaSilva, M. G. (2015). Proposição de um modelo de otimização para programação da produção em Sistema Flexível de Manufatura (FMS) com tempos de setup dependentes da sequência: a combinação de esforços em sequenciamento e tempos de preparação na indústria eletrônica. *Produto & Produção*, 16 n1: 81-99.
- Xu, Y., Wang, L., Wang, S. e Liu, M. (2015). An effective teaching-learning-based optimization algorithm for the flexible job-shop scheduling problem with fuzzy processing time. *Neurocomputing*, 148, 260-268.