



Um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção com gerenciamento da demanda via pedidos e com tempos/custos de preparação dependentes da sequência

Victor Uriel Dutra Teixeira

Departamento de Matemática Aplicada e Estatística, Universidade de São Paulo-USP
Av. Trabalhador São-carlense, 400 - Centro
Caixa Postal: 668 - CEP: 13560-970 - São Carlos - SP

Willy A. Oliveira

Instituto de Matemática, UFMS, Campo Grande, MS
Av. Trabalhador São-carlense, 400 - Centro
Caixa Postal: 668 - CEP: 13560-970 - São Carlos - SP

Maristela Oliveira Santos

Departamento de Matemática Aplicada e Estatística, Universidade de São Paulo-USP
Av. Trabalhador São-carlense, 400 - Centro
Caixa Postal: 668 - CEP: 13560-970 - São Carlos - SP

Resumo

Este trabalho aborda um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes de produção inspirado no sistema produtivo adotado por uma indústria alimentícia brasileira. Nesse ambiente, os clientes realizam pedidos, normalmente, compostos por diversos itens que devem ser entregues dentro de um prazo pré-determinado (janela de tempo). Os pedidos não podem ser entregues de maneira fracionada e a indústria precisa definir com antecedência quais os pedidos que serão atendidos. O ambiente produtivo ainda caracteriza-se pela existência de significantes tempos e custos de preparação para produção dependentes da sequência e pela produção de itens perecíveis. O objetivo é maximizar os lucros obtidos que são traduzidos pela arrecadação com pedidos atendidos descontando-se os custos com estoque e preparação para produção. Um novo modelo matemático de programação matemática inteira mista foi proposto para lidar com o problema estudado, bem como, uma heurística do tipo *Fix-and-Optimize* composta por duas fases, sendo uma determinística e outra estocástica. Testes computacionais realizados com 20 instâncias são apresentados a fim de comparar o desempenho computacional da abordagem de solução proposta com o algoritmo *Branch-and-Cut* de um resolvidor comercial.

PALAVRAS CHAVE. Problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes, gerenciamento de pedidos, programação matemática inteira mista.

Tópicos. PM - Programação Matemática.

Abstract

This paper addresses a lot sizing and scheduling problem in a Brazilian food industry. In this production environment, customers make advance orders composed of various items that need to be met within a predetermined period (time window). Orders can not be delivered in a partial manner and the industry need to decide in advance which orders will be answered. The production environment is characterized by significant sequence dependent setup times and costs and perishable items. The aim of the problem is to maximize the profits obtained with meeting orders discounting the inventory and setup costs. A new mixed integer programming model is proposed to deal with the problem and fix-and-optimize heuristic is developed. Computational experiments using a set of 20 test instances were performed with the aim to compare the heuristic with the Branch-and-Cut algorithm of a commercial solver.

KEYWORDS. Lot sizing and scheduling problem, orders management, mixed integer mathematical programming.

Paper topics. PM - Mathematical Programming.



1. Introdução e revisão da literatura

O problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes (PDSL) tem como objetivo determinar os tamanhos de lotes de produção de cada item juntamente com sequência de produção desses lotes, em cada período de um horizonte de planejamento de modo a obter o maior benefício possível, que tradicionalmente é representado pela minimização dos custos envolvidos. O PDSL surge em diversas aplicações industriais e exemplos podem ser encontrados em Almada-Lobo et al. [2015].

Motivados pelo sistema produtivo utilizado numa indústria alimentícia brasileira localizada no interior de São Paulo, consideramos neste trabalho um PDSL onde as demandas são gerenciadas via pedidos de clientes que podem ser compostos por diversos itens. Nesse ambiente, os clientes não recebem pedidos parciais, de modo que, se não houver capacidade produtiva para produzir todos os itens solicitados num mesmo pedido, o pedido será rejeitado. Além disso, cada pedido deve ser entregue dentro de uma janela de tempo especificada pelo cliente. Os itens produzidos são perecíveis, podendo permanecer estocados por tempo limitado (*shelf-life*).

No contexto das indústrias alimentícias, a consideração da perecibilidade nos modelos para PDSL é de grande importância, uma vez que, grandes produções podem acarretar deterioração de produtos pelo prazo de validade e excessivos custos de estocagem, uma vez que, normalmente, produtos perecíveis necessitam ser armazenados em ambientes com temperatura monitorada. Pahl et al. [2011] expõem a importância dessa característica na produção e apresentam formulações para o PDSL considerando a perecibilidade de produtos. Amorim et al. [2012] definem *shelf-life* como o período de tempo para o produto perder completamente seu valor para o consumidor devido a falta das características iniciais que o produto deveria ter.

Em Copil et al. [2016], uma completa revisão do PDSL é apresentada, bem como, um esquema de classificação de modelos para o PDSL. Dentre os modelos para o PDSL mais abordados na literatura, estão o GLSP (*General lotsizing and scheduling problem*), introduzido em Fleischmann e Meyr [1997] e o CLSD (*Capacited lotsizing problem with sequence-dependent setups*) proposto em Haase [1996].

O modelo GLSP considera, originalmente, apenas custos de preparação que dependem da sequência de produção e caracteriza-se pela subdivisão de cada período (macro-período) do horizonte de planejamento em diversos micro-períodos. Em cada micro-período apenas um único item pode ser produzido e, desta forma, ao determinar os itens que serão produzidos em cada micro-período, obtém-se automaticamente o sequenciamento da produção. Aspectos como controle das demandas, estoque e capacidade são realizados nos macro-períodos. Em Meyr [2000], tempos de preparação para produção dependentes da sequência foram incorporados ao modelo GLSP.

O modelo CLSD difere do modelo GLSP pela forma utilizada na modelagem das decisões de sequenciamento da produção. Nesse modelo, os períodos não são subdivididos, mas variáveis e restrições oriundas do problema do caixeiro viajante (PCV) são utilizadas para capturar os tempos de início e completamento de produção de cada lote.

Comparações entre os modelos GLSP e CLSD considerando o desempenho computacional de algoritmos do tipo *Branch-and-Cut* podem ser encontradas em Menezes et al. [2011] e Guimaraes et al. [2014]. Diversas extensões desses modelos, baseadas em aplicações industriais podem ser encontradas em Almada-Lobo et al. [2015].

Nos modelos tradicionais, como o GLSP e o CLSD, as demandas devem ser completamente atendidas em cada período do horizonte. Algumas extensões desses modelos permitem atrasos no atendimento das demandas (como em Constantino [2000]).

Sereshti e Bijari [2013] adaptaram o CLSD para considerar a decisão de atender ou não as demandas por produtos. Dessa forma, o objetivo do problema passa a ser o de maximizar a soma dos lucros, que são associados ao atendimento da demanda de cada item descontando-se os custos de produção. O modelo apresentado em Sereshti e Bijari [2013] não gerencia as demandas via pedidos, mas sim, item por item. Porém, em algumas indústrias alimentícias, os clientes (que podem ser



restaurantes e/ou supermercados, por exemplo) usualmente realizam pedidos compostos por vários itens e não possuem interesse no atendimento parcial de seu pedido, pois pode ser necessário buscar os produtos não entregues em outros fornecedores, aumentando os custos. Assim, neste trabalho propomos um modelo matemático para o planejamento da produção que considera cada pedido como um todo, permitindo que a indústria decida quais pedidos atender.

Furtado [2012] abordou o PDSL com gerenciamento de pedidos em fundições. Os modelos propostos permitem atrasos no atendimento dos pedidos, que são penalizados na função objetivo. Estes atrasos, se postergados até o fim do horizonte de planejamento, levam ao não atendimento do pedido. O problema foi modelado como um problema de dimensionamento de lotes multiestágio, considerando os pedidos como itens finais e os itens solicitados como os itens componentes, evitando, desse modo, atendimentos parciais antes do final do horizonte de planejamento.

Neste trabalho, apresentamos um novo modelo de programação matemática linear inteira mista, baseado no modelo CLSD, para tratar PDSL com gerenciamento de pedidos que difere dos modelos apresentados na literatura. Além disso, é proposto um procedimento de solução do tipo *Fix-and-Optimize* para encontrar soluções de boa qualidade em tempo computacional aceitável. Na Seção 2, apresenta-se a formulação matemática do problema, enquanto que a Seção 3 apresenta as abordagens de solução e os resultados computacionais são reportados na Seção 4. Conclusões e futuras propostas são apresentadas na Seção 5.

2. Modelagem matemática

Considera-se, para efeitos de modelagem, uma única linha de produção apta a produzir diversos itens. Os custos e tempos de preparação para produção dependem da sequência de produção e considera-se uma demanda determinística que ocorre por meio de pedidos, compostos por diversos itens, previamente realizados pelos clientes. Os pedidos não podem ser parcialmente atendidos e decide-se, no modelo matemático, quais pedidos serão atendidos. Cada pedido é associado a uma janela de tempo composta por alguns períodos consecutivos do horizonte de planejamento e não aceita-se que os pedidos sejam atendidos fora dessa janela.

O modelo apresentado tem como base o modelo CLSD introduzido por Haase [1996]. O objetivo é maximizar os lucros associados aos atendimentos de pedidos, descontando os custos de estoque e preparação para produção dependente da sequência. Os parâmetros e variáveis utilizados na modelagem do problema são descritos a seguir.

Índices e Parâmetros

N	número total de pedidos
J	número total de produtos
T	número total de períodos
$n \in \{1, \dots, N\}$	índice dos pedidos
$i, j \in \{1, \dots, J\}$	índice dos produtos
$t \in \{1, \dots, T\}$	índice dos períodos
P_{nt}	lucro associado ao pedido n no período t
F_n	primeiro período da janela de entrega do pedido n
L_n	último período da janela de entrega do pedido n
q_{jn}	demanda do item j no pedido n
h_j	custo de estoque do item j por unidade
a_j	tempo de produção do item j
sl_j	tempo máximo de estoque do item j
sc_{ij}	custo de troca da produção do item i para o item j
st_{ij}	tempo de troca da produção do item i para o item j
Ct	capacidade (tempo) de produção do período t



Variáveis

γ_{nt}	1 se o pedido n vai ser atendido no período t e 0, caso contrário
x_{jt}	produção do item j no período t
I_{jt}	estoque do item j ao final do período t
y_{jt}	1 se a máquina está preparada para a produção do item j no início do período t e 0, caso contrário
z_{ijt}	1 se ocorre troca da produção do item i para o item j durante o período t e 0, caso contrário
V_{jt}	variável auxiliar que representa a ordem de produção do item j no período t .

$$\max \sum_{n=1}^N \sum_{t=F_n}^{L_n} P_{nt} \cdot \gamma_{nt} - \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J h_j \cdot I_{jt} - \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J sc_{ij} \cdot z_{ijt} \quad (1)$$

$$\text{sujeito a: } I_{j,t-1} + x_{jt} = \sum_{n=1}^N q_{jn} \cdot \gamma_{nt} + I_{jt} \quad \forall j, t; \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^J a_j \cdot x_{jt} + \sum_{i=1}^J \sum_{j=1}^J st_{ij} \cdot z_{ijt} \leq C_t \quad \forall t; \quad (3)$$

$$\sum_{j=1}^J y_{jt} = 1 \quad \forall t; \quad (4)$$

$$y_{jt} + \sum_{i=1}^J z_{ijt} = \sum_{i=1}^J z_{jit} + y_{j,t+1} \quad \forall j, t; \quad (5)$$

$$V_{jt} \geq V_{it} + 1 - J(1 - z_{ijt}) \quad \forall i, j, t; \quad (6)$$

$$I_{jt} \leq \sum_{n=1}^N \sum_{\alpha=t}^{t+sl_j} q_{jn} \cdot \gamma_{n\alpha} \quad \forall j, t; \quad (7)$$

$$x_{jt} \leq \frac{C_t}{a_j} (y_{jt} + \sum_{i=1}^J z_{ijt}) \quad \forall j, t; \quad (8)$$

$$y_{jt} + \sum_{i=1}^J z_{ijt} \leq 1 \quad \forall j, t; \quad (9)$$

$$\sum_{t=F_n}^{L_n} \gamma_{nt} \leq 1 \quad \forall n; \quad (10)$$

$$\gamma_{nt} = 0; \quad t < F_n \text{ e } t > L_n; \quad (11)$$

$$\gamma_{nt} \in \{0, 1\} \quad \forall n, t; \quad (12)$$

$$y_{jt} \in \{0, 1\} \quad \forall j, t; \quad (13)$$

$$z_{ijt} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, t; \quad (14)$$

$$x_{jt}, I_{jt}, V_{jt} \geq 0 \quad \forall j, t. \quad (15)$$

A função objetivo (1) refere-se à soma dos lucros obtidos com o atendimento dos pedidos reduzida pela soma dos custos de estoque e preparação para produção dependente da sequência. As restrições (2) são responsáveis pelo balanceamento de estoque, garantindo a existência de itens em quantidade necessária para compor todos os pedidos que serão atendidos em cada período, enquanto que as restrições (3) referem-se aos limites de capacidade produtiva em cada período. As restrições (4) garantem que um único item será o primeiro a ser produzido em cada período. As restrições (5) são restrições de fluxos, as restrições (6) capturam a ordem de produção de cada item em cada período, evitando subciclos desconexos, enquanto que as restrições (7) garantem que os itens não serão deteriorados pelo prazo de validade. As restrições (8) garantem que um item só pode ser produzido se a linha estiver preparada para a sua produção. As restrições (9) garantem que cada



item será produzido, no máximo, uma vez em cada período e as restrições (10) garantem que cada pedido pode ser atendido, no máximo, uma vez durante o horizonte de planejamento. As restrições (11) introduzem as janelas de tempo para atendimento dos pedidos e, por fim, as restrições (12)-(15) definem os domínios das variáveis de decisão.

3. Uma heurística baseada na formulação matemática do problema

Propomos neste trabalho, uma heurística do tipo *Fix-and-Optimize* - FO composta por duas fases para lidar com o problema estudado. As heurísticas FO foram propostas em Pochet e Wolsey [2006] e são procedimentos de melhoria baseados na formulação matemática do problema, que partem de uma solução factível inicial e tentam, iterativamente, encontrar uma melhor solução por meio da resolução de subproblemas menores. A cada iteração, um subconjunto das variáveis binárias do modelo são reotimizadas, enquanto que as demais variáveis são fixadas no valor incumbente.

A escolha dos subconjuntos de variáveis que serão reotimizadas a cada iteração pode ser realizada de maneira determinística (como em Sel e Bilgen [2014]) ou de maneira aleatória (procedimento estocástico) como em Chen [2015].

Para iniciar o procedimento FO, proposto neste trabalho, partimos da solução factível nula que consiste no não atendimento de todos os pedidos. A primeira fase da heurística FO proposta neste trabalho é determinística e consiste na reotimização, a cada iteração, das variáveis γ_{nt} e z_{ijt} relacionadas a w períodos produtivos consecutivos, enquanto que as variáveis γ_{nt} e z_{ijt} associadas aos demais períodos são fixadas no valor incumbente. Como as restrições (5) relacionam as variáveis y_{jt} de diferentes períodos produtivos, optou-se por liberar todas as variáveis y_{jt} para otimização em todas as iterações do procedimento (tanto na primeira, quanto na segunda fase).

O número w de períodos a terem as variáveis reotimizadas é igual a amplitude da maior janela de tempo para atendimento dos pedidos. A primeira fase inicia-se a partir do último período (T), de modo que, na primeira iteração, são reotimizadas as variáveis relacionadas aos períodos $T, T-1, \dots, T-(w-1)$, já na segunda iteração reotimiza-se as variáveis relacionadas aos períodos $T-1, T-2, \dots, T-(w-1)-1$, e assim sucessivamente, até que na iteração número $T-w+1$ são reotimizadas as variáveis relacionadas aos períodos $w, \dots, 1$.

A segunda fase da heurística FO consiste num procedimento estocástico. A cada iteração i , sorteia-se aleatoriamente um grupo (G_i) formado por w períodos produtivos do horizonte de planejamento e libera-se para reotimização todas as variáveis γ_{nt} e z_{ijt} relacionadas aos períodos do grupo G_i , enquanto que as variáveis γ_{nt} e z_{ijt} relacionadas aos demais períodos (pertencentes ao conjunto $\{1, \dots, T\} \setminus G_i$) são fixadas no valor incumbente.

Os critérios de parada impostos são: i) limite máximo de tempo de execução excedido; e ii) a realização de T iterações consecutivas, na segunda fase do procedimento, sem melhoria no valor da função objetivo.

Dados um tempo máximo de execução T_{max} e número de períodos consecutivos $w > 0$, um pseudo-código para o procedimento desenvolvido consiste nos seguintes passos:

- Inicialização:

1. Faça $\gamma_{nt}^0 \leftarrow 0, \forall n, t, z_{ijt}^0 \leftarrow 0, \forall i, j, t, f \leftarrow 0$, tempo $\leftarrow 0$, iter $\leftarrow 1$;

- Fase I:

2. Enquanto (tempo $\leq T_{max}$ e iter $\leq T-w+1$), faça:

- 2.1. Resolva um subproblema SP^{iter} onde as variáveis $\gamma_{nt'}, \forall n$ e $z_{ijt'}, \forall i, j$ com $t' \in \{T-(iter-1), \dots, T-(w-1)-(iter-1)\}$ e $y_{jt}, x_{jt}, I_{jt}, V_{jt}, \forall j, t$ são reotimizadas e as demais variáveis são fixadas no valor incumbente γ_{nt}^0 e z_{ijt}^0 ;

- 2.2. Obtenha o valor ótimo, f^{iter} , e a solução ótima, γ^{iter} e z^{iter} , do subproblema SP^{iter} ;

- 2.2. Se ($f^{iter} > f$), então:

- 2.2.1. $f \leftarrow f^{iter}, \gamma^0 \leftarrow \gamma^{iter}$ e $z^0 \leftarrow z^{iter}$;

- 2.3. Atualize a variável tempo e faça iter $\leftarrow iter + 1$;

- Fase II:



3. Faça $s \leftarrow 0$;
4. Enquanto (tempo $\leq T_{max}$ e $s < T$), faça:
 - 4.1. Sorteie, aleatoriamente, um conjunto G^{iter} formado por w períodos consecutivos e resolva um subproblema SP^{iter} reotimizando as variáveis γ_{nt} e z_{ijt} onde $t \in G^{iter}$ e as variáveis $y_{jt}, x_{jt}, I_{jt}, V_{jt}, \forall j, t$, enquanto que as demais são fixadas no valor incumbente;
 - 4.2. Obtenha o valor ótimo, f^{iter} , e a solução ótima, γ^{iter} e z^{iter} , do subproblema SP^{iter} ;
 - 4.3. Se ($f^{iter} > f$), então:
 - 4.3.1. $f \leftarrow f^{iter}, \gamma^0 \leftarrow \gamma^{iter}$ e $z^0 \leftarrow z^{iter}$;
 - 4.3.2. $s \leftarrow 0$;
 - 4.4 Senão:
 - 4.4.1. $s \leftarrow s+1$;
 - 4.5. Atualize a variável tempo e faça $iter \leftarrow iter + 1$;
5. Retorne f .

O procedimento inicia da solução nula onde nenhum pedido é atendido e, portanto, o valor da função objetivo é igual a zero. A primeira fase consiste num procedimento determinístico composto de $T-w+1$ iterações onde, em cada iteração, w períodos consecutivos têm suas variáveis reotimizadas iniciando do último até atingir o primeiro período do horizonte. A Fase II difere da Fase I por selecionar de maneira aleatória o grupo de w períodos a terem suas variáveis reotimizadas a cada iteração. O parâmetro s introduzido no passo 3 representa o número de iterações consecutivas realizadas na segunda fase sem que uma melhor solução seja encontrada e o procedimento encerra-se quando $s = T$ ou quando o tempo máximo de execução for atingido.

4. Resultados Computacionais

Nesta Seção, apresenta-se os resultados computacionais obtidos tanto ao utilizar o algoritmo *Branch-and-Cut* do resolvidor Cplex 12.60, como a heurística *fix-and-optimize* proposta (Seção 3), para solucionar o problema em estudo.

4.1. Geração das instâncias de teste

Para os testes computacionais geramos 20 instâncias tomando como base os dados da literatura de (James e Almada-Lobo [2011]). As instâncias foram agrupadas em quatro classes com 5 instâncias cada, de acordo com os valores utilizados para os parâmetros J (número de itens), T (número de períodos), N (número de pedidos), Cut (relação entre a capacidade e a demanda) e Wdw (tamanho da janela de tempo para entrega dos pedidos). Assim como em James e Almada-Lobo [2011], o parâmetro Cut foi introduzido para representar a relação entre a capacidade produtiva e as demandas por itens. Dessa forma, para cada período t , a capacidade produtiva (C_t) foi definida conforme (16), onde S é o conjunto dos pedidos cuja janela de entrega contém t , isto é, $S = \{n \mid F_n \leq t \leq L_n\}$.

$$C_t = \left\lceil \frac{Cut \cdot (\sum_{n \in S} \sum_{j=1}^J a_j \cdot q_{jn})}{Wdw} \right\rceil \quad (16)$$

Os valores adotados para cada parâmetro em cada classe de instâncias são apresentados na Tabela 1). Em cada instância, o número de produtos que compõe um pedido foi escolhido em $\{1, \dots, \lceil \frac{J}{2} \rceil\}$ e a demanda de cada item foi escolhida no conjunto $\{40, \dots, 59\}$. O tempo de preparação (*setup*) foi escolhido no conjunto $\{5, \dots, 10\}$ e os custos de preparação foram calculados como $sc_{ij} = 50 \cdot st_{ij} \forall i, j$. O tempo de produção de cada produto foi fixado em $a_j = 1 \forall j$. Os custos de estoque foram escolhidos no conjunto $\{2, \dots, 9\}$ e os lucros gerados pelos atendimentos dos pedidos foram calculados como $P_{nt} = 500 + 2 \cdot$ (quantidade total de itens do pedido).

4.2. Ambiente de teste

O modelo e a heurística foram implementados em linguagem C++ utilizando a ferramenta *Concert Technology* do *solver* Cplex 12.6 com a parametrização padrão. Foi utilizado um computador equipado com 2 Processadores Intel Xeon E5-2680v2 de 2.8 GHz e com 128 GB DDR3



1866MHz de memória RAM. Fixou-se o tempo máximo de execução em 3600 segundos para cada instância em cada abordagem de solução (algoritmo *Branch-and-Cut* do Cplex e heurística *fix-and-optimize* de duas fases).

4.3. Resultados

O problema descrito neste trabalho, até onde conhecemos, não foi abordado na literatura. Dessa forma, as instâncias foram geradas e os resultados obtidos pela heurística proposta são comparados com os resultados obtidos pelo algoritmo *Branch-and-Cut* do resolvidor Cplex 12.60 ao resolver o modelo proposto. A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos, onde a coluna C representa a classe de instâncias, a coluna P representa a definição de parâmetros, a coluna FO indica o valor obtido para a função objetivo, a coluna LS apresenta o valor do limitante superior (dual) encontrado, a coluna TP indica o tempo de execução (em segundos) e a coluna *GAP* apresenta o desvio médio percentual entre a melhor solução obtida por cada abordagem e o limitante superior obtido pelo Cplex, calculado como $GAP = 100 \cdot \frac{LS-FO}{LS}$. A coluna TP referente à segunda fase da heurística apresenta o tempo total de execução (incluindo o tempo consumido na Fase I). A sigla TM indica que tempo máximo de execução foi atingido.

Tabela 1: Resultados das Abordagens de Solução

C	P	CPLEX				Heur. FO - Fase I			Heur. FO - Fase II		
		FO	LS	TP	GAP(%)	FO	TP	GAP(%)	FO	TP	GAP(%)
1	J = 15	12751	14746.98	TM	13.53	12987	474	11.93	13031	545	<u>11.64</u>
	T = 5	12123	15296.32	TM	20.75	12225	575	20.08	12241	1028	<u>19.97</u>
	N = 30	12052	13568.98	TM	11.18	12193	309	<u>10.14</u>	12193	540	<u>10.14</u>
	Cut = 0.8	13230	16289.25	TM	18.78	13301	674	<u>18.34</u>	13301	1035	<u>18.34</u>
	Wdw = 3	12277	15433.17	TM	20.45	12602	378	18.34	12807	468	<u>17.02</u>
	Média	12487	15067	TM	16.94	12662	482	15.77	12715	723	15.42
2	J = 15	37252	37255.72	178	<u>0.01</u>	34694	3	6.88	36833	77	1.13
	T = 5	37005	37008.70	92	<u>0.01</u>	36106	19	2.44	36873	55	0.37
	N = 70	37433	37633.05	TM	<u>0.53</u>	35390	2	5.96	37386	58	0.66
	Cut = 0.8	39118	39121.91	93	<u>0.01</u>	37637	3	3.80	39118	77	<u>0.01</u>
	Wdw = 1	36463	36466.65	48	<u>0.01</u>	35584	5	2.42	36463	34	<u>0.01</u>
	Média	37454	37497	802	0.11	35882	6	4.30	37335	60	0.44
3	J = 25	3546	12373.44	TM	71.34	4253	1365	65.63	4334	1740	<u>64.97</u>
	T = 10	4249	11010.00	TM	61.41	4662	361	57.66	4719	521	<u>57.14</u>
	N = 30	3184	10005.51	TM	<u>68.18</u>	2960	346	70.42	2960	383	70.42
	Cut = 0.8	3952	11715.75	TM	66.27	5143	476	56.10	5448	728	<u>53.50</u>
	Wdw = 3	3430	11754.61	TM	70.82	4604	603	60.83	4934	747	<u>58.02</u>
	Média	3672	11372	TM	67.60	4324	630	62.13	4479	824	60.81
4	J = 25	21899	45523.99	TM	51.90	25044	2440	44.99	26530	TM	<u>41.72</u>
	T = 10	19612	47304.11	TM	58.54	24813	2438	47.55	26076	TM	<u>44.88</u>
	N = 70	21638	45261.09	TM	52.19	27026	2283	40.29	28642	3434	<u>36.72</u>
	Cut = 0.8	21844	48097.84	TM	54.58	26627	2253	44.64	27254	TM	<u>43.34</u>
	Wdw = 3	25491	50744.96	TM	49.77	28488	2445	43.86	29407	TM	<u>42.05</u>
	Média	22097	47386	TM	53.40	26400	2372	44.26	27582	TM	41.74
	Média Geral	14678	18521	2901	34.51	19817	873	31.61	20528	1314	29.60

Observe que o Cplex atingiu o tempo limite de execução (*TM*) em 16 instâncias, obtendo tempo médio de execução em torno de 2900 segundos, enquanto que a heurística proposta atingiu o limite máximo de tempo em apenas 4 instâncias, obtendo tempo médio total de 1314 segundos.

A heurística proposta obteve, ainda na primeira fase, soluções superiores ao Cplex para 14 instâncias (sendo 5 da classe 1; 4 da classe 3 e 5 da classe 4). O procedimento heurístico proposto obteve melhores soluções em 16 instâncias no total e o GAP médio geral foi de cerca de 34% para o Cplex e de 30% para a heurística proposta.

Considerando apenas as instâncias com janelas de tempo igual a 3 (classes 1, 3 e 4), a heurística proporcionou um GAP médio em torno de 40%, enquanto que o Cplex ofereceu soluções com GAP médio em torno de 46%. Além disso, para essas instâncias, a heurística forneceu



melhores soluções em 14 instâncias, enquanto que o Cplex foi superior numa única instância.

Para as instâncias da classe 2 (janela de tempo unitária), o procedimento heurístico forneceu soluções iguais as do Cplex para 2 exemplares, nas quais os dois procedimentos encontraram a solução ótima, enquanto que o Cplex ofereceu melhor solução para as outras 3 instâncias.

A Figura 1 apresenta o percentual de pedidos atendidos para cada instância e abordagem de solução. O eixo das abscissas representa as instâncias de teste e o das ordenadas, a quantidade de pedidos atendidos (em %). Observamos que, ao aumentar o número de itens, de períodos e a amplitude da janela de tempo, o percentual de pedidos atendidos diminui. Note ainda, que as instâncias com menor número de pedidos (classe 3), oferecem maior dificuldade aos métodos de solução, principalmente para o Cplex.

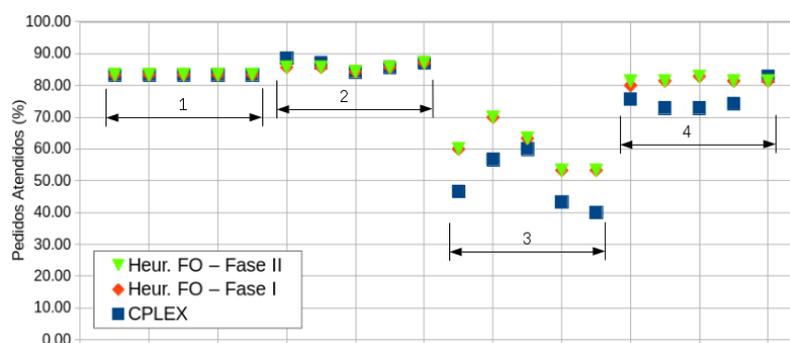


Figura 1: Porcentagem de Pedidos Atendidos

5. Conclusões

Neste trabalho descrevemos um problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes, motivado pelo sistema de produção de uma indústria alimentícia, onde o gerenciamento das demandas é realizado via pedidos que não podem ser atendidos de maneira parcial. A indústria necessita decidir, com antecedência, quais pedidos serão aceitos e produzidos. O objetivo é maximizar os lucros obtidos com o atendimento dos pedidos, descontando-se os custos de preparação para produção dependente da sequência e custos de estocagem. O problema ainda caracteriza-se pela existência de relevantes tempos de preparação (dependentes da sequência) e pela produção de itens perecíveis. Um novo modelo matemático de otimização inteira mista foi proposto e uma heurística do tipo *Fix-and-Optimize* composta por duas fases (sendo uma fase determinística e outra estocástica) foi desenvolvida para solucionar o modelo obtido. Um conjunto composto por 20 instâncias de teste foi gerado a fim de subsidiar testes computacionais e comparar a performance da heurística com a do modelo ao ser solucionado via algoritmo *Branch-and-Cut* de um resolvidor comercial. Os testes mostraram que o problema proposto é bastante desafiador do ponto de vista de encontrar a solução ótima e que a abordagem heurística foi capaz de obter melhores soluções em menor tempo computacional para a maioria das instâncias quando comparada com o resolvidor Cplex 12.6. Trabalhos futuros podem explorar outras estratégias de decomposição das variáveis do problema via heurística, bem como, integrar princípios de meta-heurísticas ao procedimento proposto a fim de escapar de ótimos locais.

Agradecimentos

Agradecemos à Fundação de Apoio a Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP, por intermédio do Centro de Ciências Matemáticas Aplicadas à Indústria - CeMEAI, pela disponibilização dos recursos necessários para realização dos testes computacionais apresentados neste trabalho. Agradecemos também o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq e à Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS pelo apoio a pesquisa.



*Referências Bibliográficas

- Almada-Lobo, B., Clark, A., Guimaraes, L., Figueira, G., e Amorim, P. (2015). Industrial insights into lot sizing and scheduling modeling. *Pesquisa Operacional*, 35:439 – 464. ISSN 0101-7438.
- Amorim, P., Gunther, H.-O., e Almada-Lobo, B. (2012). Multi-objective integrated production and distribution planning of perishable products. *International Journal of Production Economics*, 138(1):89 – 101. ISSN 0925-5273.
- Chen, H. (2015). Fix-and-optimize and variable neighborhood search approaches for multi-level capacitated lot sizing problems. *Omega*, 56:25–36.
- Constantino, M. (2000). A polyhedral approach to a production planning problem. *Annals of Operations Research*, 96(1):75–95. ISSN 1572-9338.
- Copil, K., Wörbelauer, M., Meyr, H., e Tempelmeier, H. (2016). Simultaneous lotsizing and scheduling problems: a classification and review of models. *OR Spectrum*, p. 1–64. ISSN 1436-6304.
- Fleischmann, B. e Meyr, H. (1997). The general lotsizing and scheduling problem. *Operations-Research-Spektrum*, 19(1):11–21. ISSN 1436-6304.
- Furtado, M. G. S. (2012). O planejamento da produção de pedidos em fundições de pequeno porte. Master's thesis, Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - USP.
- Guimaraes, L., Klabjan, D., e Almada-Lobo, B. (2014). Modeling lotsizing and scheduling problems with sequence dependent setups. *European Journal of Operational Research*, 239(3):644 – 662. ISSN 0377-2217.
- Haase, K. (1996). Capacitated lot-sizing with sequence dependent setup costs. *Operations-Research-Spektrum*, 18(1):51–59. ISSN 1436-6304.
- James, R. J. e Almada-Lobo, B. (2011). Single and parallel machine capacitated lotsizing and scheduling: New iterative mip-based neighborhood search heuristics. *Computers & Operations Research*, 38(12):1816–1825.
- Menezes, A. A., Clark, A., e Almada-Lobo, B. (2011). Capacitated lot-sizing and scheduling with sequence-dependent, period-overlapping and non-triangular setups. *Journal of Scheduling*, 14 (2):209–219. ISSN 1099-1425.
- Meyr, H. (2000). Simultaneous lotsizing and scheduling by combining local search with dual reoptimization. *European Journal of Operational Research*, 120(2):311 – 326. ISSN 0377-2217.
- Pahl, J., Voß, S., e Woodruff, D. L. (2011). Discrete lot-sizing and scheduling with sequence-dependent setup times and costs including deterioration and perishability constraints. In *2011 44th Hawaii International Conference on System Sciences*, p. 1–10.
- Pochet, Y. e Wolsey, L. A. (2006). *Production Planning by Mixed Integer Programming (Springer Series in Operations Research and Financial Engineering)*. ISBN 0387299599.
- Sel, Ç. e Bilgen, B. (2014). Hybrid simulation and mip based heuristic algorithm for the production and distribution planning in the soft drink industry. *Journal of Manufacturing Systems*, 33(3): 385–399.
- Sereshti, N. e Bijari, M. (2013). Profit maximization in simultaneous lot-sizing and scheduling problem. *Applied Mathematical Modelling*, 37(23):9516 – 9523. ISSN 0307-904X.