



MODELO MATEMÁTICO ROBUSTO PARA O PLANEJAMENTO DA CIRCULAÇÃO DE TRENS EM FERROVIAS DE LINHA SINGELA

Leidimara Scheffer Favero

Universidade Federal do Espírito Santo – Departamento de Engenharia de Produção
Av. Fernando Ferrari, 514, Goiabeiras, Vitória, ES, CEP 29.075-910, Brasil
leidischeffer@gmail.com

Luiza Gagno Azolin

Universidade Federal do Espírito Santo – Departamento de Engenharia de Produção
Av. Fernando Ferrari, 514, Goiabeiras, Vitória, ES, CEP 29.075-910, Brasil
luiza.azolin@gmail.com

Rodrigo de Alvarenga Rosa

Universidade Federal do Espírito Santo – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
Av. Fernando Ferrari, 514, Goiabeiras, Vitória, ES, CEP 29.075-910, Brasil
rodrigo.a.rosa@ufes.br

Rodrigo Pirola Pestana

Vale S/A
Av. Dante Michelini, 5500 - Tubarão, Vitória - ES, 29090-900
rodrigo.pirola@vale.com

RESUMO

O transporte ferroviário vem crescendo no Brasil sem um aumento da extensão da malha ferroviária levando a uma maior densidade de tráfego. Isto leva as ferrovias a buscarem ferramentas de otimização para o planejamento da circulação dos trens. Porém, sabe-se que o tempo de viagem, entre trechos da ferrovia, não possui um valor constante, variando em função de diversas incertezas como qualidade da via, operação do maquinista entre outros. Assim, este artigo propõe três modos para tratar a incerteza no tempo de viagem dos trens e um modelo matemático robusto para uma ferrovia de linha singela. O modelo foi resolvido utilizando o *solver* CPLEX 12.6 e testes foram realizados com dados reais da Ferrovia Centro Atlântica (FCA). Os resultados do modelo foram comparados com os resultados do caso real e as análises mostraram que o modelo alcançou resultados satisfatórios. Apresentam-se também as vantagens e desvantagens de cada modo proposto.

PALAVRAS CHAVE. *Robust Train Timetabling Problem*. Operação Ferroviária. Incerteza. Tópicos. L & T – Logística e Transportes.

ABSTRACT

Rail transport has been growing in Brazil without an increase in the extension of its railway network, leading to a higher density of traffic. This leads the railways to seek optimization tools for planning the movement of trains. However, it is known that the travel time, between segments of the railroad, does not have a constant value, varying due to several uncertainties such as track quality, driver operation among others. Thus, this paper proposes three modes to treat uncertainty in the travel time of the trains and a robust mathematical model for a single line railway. The model was solved using CPLEX 12.6 and tests were performed with real data from Ferrovia Centro Atlântica (FCA). The results of the model were compared with the results of the real case and the analyzes showed that the model achieved satisfactory results. It is also presented the advantages and disadvantages of each mode.

Keywords. *Robust Train Timetabling Problem*. Railroad Operation. Uncertainty. Paper topics. L & T – Logistics and Transport.



1. Introdução

No período de 1997 a 2012 a extensão das ferrovias brasileiras aumentou 1,29%, enquanto a quantidade de toneladas quilômetros útil (TKU) aumentou 233% [CNT, 2013]. No Brasil, 96,7% das ferrovias são em linha singela. Uma ferrovia de linha singela é aquela que possui somente uma linha para circular trens em ambas as direções. Estas ferrovias demandam um planejamento criterioso visando definir qual trem usará cada trecho da ferrovia ao longo do período de planejamento visando o melhor uso da malha ferroviária.

Para resolver este problema, é proposto na literatura o problema *Train Timetabling Problem* (TTP) [Cacchiani et al., 2014]. O estudo considerado como pioneiro da área é o trabalho de Szpigel [1972]. Destacam-se na área os artigos de: Lusby et al. [2011], Harrod [2012] e Cacchiani et al. [2014]. Cacchiani e Toth [2012] apresentaram uma revisão sobre o TTP padrão e sobre a abordagem robusta. Na Seção 2, é realizada uma revisão dos artigos sobre o TTP.

A maior parte dos artigos propostos considera os tempos de viagens dos trens como tempos constantes e fixos. Sabe-se, pela prática das ferrovias que os tempos de viagem não são constantes e fixos e, variam de viagem para viagem. Diversos motivos levam a esta variabilidade no tempo de viagem dos trens. Dentre eles, citam-se: o estado de conservação da via permanente, a operação do maquinista, condições climáticas como chuva, atrasos em função de outros trens. Modelos matemáticos que tratam das incertezas em relação a algum parâmetro do modelo são conhecidos como modelo matemático robusto ou *robust mathematical model*.

Desta forma, este artigo propõe três modos para tratar a incerteza no tempo de viagem dos trens e apresenta um modelo matemático robusto para o TTP para planejar a circulação de trens em uma ferrovia de linha singela. O modelo foi proposto com base no modelo de Pereira et al. [2017]. A diferença do modelo matemático proposto neste artigo e o de Pereira et al. [2017] é que o modelo proposto neste artigo considera as incertezas no tempo de viagem, enquanto o modelo de Pereira et al. [2017] não as considera. O modelo matemático tem por objetivo reduzir o tempo total de viagem de todos os trens. A origem e o destino de cada trem que irá circular na ferrovia são conhecidos e informados para o modelo como parâmetros do mesmo.

Para avaliar o modelo matemático proposto, o mesmo foi aplicado à Ferrovia Centro Atlântica (FCA), que possui linha singela, no corredor entre Arcos e Barra Mansa, conhecido como corredor de transporte do calcário. Os dados foram coletados nos meses de janeiro a junho de 2016. Escolheu-se aleatoriamente um dia de circulação nesse período que serviu de cenário base, denominado caso real. Os testes foram divididos em três modos de geração da incerteza: *convex hull*, *box* e *elipsoid*. Baseado no cenário base, foram elaborados mais 30 cenários. Sendo que 10 cenários foram usados para avaliar a incerteza pelo modo *convex hull*, 10 cenários para tratar a incerteza com o modo *box* e 10 cenários para tratar a incerteza com o modo *elipsoid*. A elaboração e o detalhamento desses cenários serão apresentados na Seção 4. O modelo foi resolvido usando o *solver* CPLEX 12.6. Análises quanto ao impacto da incerteza e do modo utilizado para tratá-la são apresentadas na Seção 5.

O artigo está estruturado em seis seções, incluindo esta introdução. Na Seção 2 descreve-se o problema de planejamento da circulação de trens e também é realizada uma revisão da literatura sobre o tema. A Seção 3 apresenta o modelo matemático robusto proposto. Na Seção 4 é aprestado o estudo de caso da FCA e como os cenários de teste foram elaborados. Também é explicado como foi feito o levantamento de dados. Na Seção 5 são apresentados os resultados obtidos e as análises. Na Seção 6 são apresentadas as conclusões e por fim as referências.

2. Problema de planejamento de circulação de trens (TTP)

A maioria das ferrovias brasileiras é em linha singela, ou seja, é aquela que possui uma única linha para circulação dos trens em ambos os sentidos da ferrovia. Estas ferrovias possuem pátios de cruzamento que permitem os trens circular em sentidos opostos. Para isto, um trem deve estacionar no pátio de cruzamento, enquanto o outro trem passa por ele (Figura 1), evitando assim



colisões entre trens. Na ferrovia de linha singela, em condições normais, somente um trem ocupa cada trecho da ferrovia, bem como somente um trem ocupa cada trecho do pátio de cruzamento. O percurso realizado por um trem é o conjunto ordenado de trechos que o trem deve percorrer entre a estação de partida e a estação de destino.

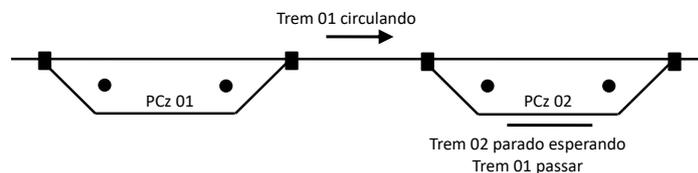


Figura 1: Circulação de trens em linha singela com pátio de cruzamento

Para planejar circulação de trens, definindo que trem irá parar para dar passagem ao outro com o objetivo de reduzir o tempo de circulação de todos os trens, foi proposto na literatura o problema *Train Timetabling Problem* (TTP) [Cacchiani et al., 2014].

Na literatura, o TTP com incerteza é tratado por meio de quatro abordagens: 1) *Buffer times*; 2) *Stochastic*; 3) *Light Robustness*; 4) Recuperação [Cacchiani e Toth, 2012]. Na primeira abordagem, o planejador introduz tempos adicionais para, em caso de falha, serem usados para absorver os atrasos decorrentes da falha [Cacchiani e Toth, 2012]. Na segunda abordagem, as técnicas de programação estocástica são usadas, no entanto, elas geram modelos razoavelmente complexos e maiores que os modelos que não consideram a incerteza, sendo pouco práticos para uso comercial [Kroon et al. 2008]. A terceira abordagem, conhecida também como *light robustness*, utiliza os princípios da programação estocástica, no entanto, ele flexibiliza algumas restrições e impõe um limite superior baseado no problema sem incerteza para a função objetivo [Liebchen et al., 2009]. Na quarta abordagem, estuda estratégias de recuperação dos atrasos ocorridos após falha [Fischetti and Monaci, 2009]. Nossa abordagem e modelo matemático robusto propostos diferem de todas as quatro abordagens anteriormente citadas, sem aumentar a complexidade do modelo, preservando a possibilidade de uso das meta-heurísticas já propostas.

Um dos primeiros trabalhos proposto aplicando uma abordagem para o planejamento da circulação de trens por meio do problema *Job Shop Scheduling* solucionado com um algoritmo *branch-and-bound* foi o de Szpigel [1972]. Caprara et al. [2002] foram um dos primeiros autores a denominar o problema do planejamento da circulação de trens como *Train Timetabling Problem* (TTP). Os autores estudaram um dos principais corredores de uma ferrovia italiana, modelando o problema usando multigrafo acíclico direcionado para instâncias com 73 estações e 500 trens com intervalos de 1 minuto. Em um novo estudo posterior, Caprara et al. [2006] estenderam sua formulação de 2002 para incluir restrições práticas como a capacidade das estações e programação fixa para alguns trens. Resolveram instâncias com 49 estações e 221 trens.

Törnquist [2006] apresentou uma visão geral sobre planejamento da circulação de trens e são examinadas 48 abordagens publicadas entre 1973 e 2005, classificando-as quanto ao tipo de problema, o mecanismo de solução e o tipo de avaliação. Törnquist e Persson [2007] consideraram o reagendamento de trens de uma ferrovia Sueca por causa de eventos que interferem no planejamento e circulação de trens. Os autores utilizaram uma formulação matemática baseada em PLIM, A rede testada continha 169 estações interligadas num agendamento diário que considerava 92 trens de carga e 466 trens de passageiros. Cacchiani et al. [2008] descreveram um procedimento para geração de um gráfico de trens num corredor. Utilizaram Programação Linear Inteira, uma variante da proposta por Caprara et al. [2002, 2006] e empregaram um algoritmo *branch-and-cut-and-price* bem como duas aproximações heurísticas resolvendo instâncias de 11 casos reais de uma ferrovia italiana, com 102 estações e 221 trens.

Dall’Orto et al. [2006] mostraram uma concepção estocástica que busca otimizar o problema de serviços de envios em um terminal e propuseram uma solução com programação dinâmica e duas meta-heurísticas Tabu Search com um mecanismo de aprendizagem. Cacchiani et al. [2010] generalizaram as abordagens anteriores de Cacchiani et al. [2008] e Caprara et al. [2002, 2006] para o caso de uma rede ferroviária geral, onde já existe a programação fixa para trens de



passageiros e o objetivo é introduzir o maior número de trens de carga possível. Os autores apresentaram uma formulação de Programação Linear Inteira e propuseram uma heurística Lagrangiana. Resultados em instâncias reais foram apresentados.

Liu e Kozan [2011] propuseram um algoritmo para solução de problemas de planejamento em uma mesma rede ferroviária de trens prioritários, como trens de passageiros que não podem ter interrupções, e não prioritários, como trens de cargas que podem aguardar a liberação da linha. Experimentos computacionais extensos demonstram que o método proposto é promissor. Lusby et al. [2011] apresentaram uma revisão sobre o planejamento da circulação de trem. Cacchiani et al. [2014] deram uma visão geral dos dois sistemas fundamentais de otimização de um sistema ferroviário: O TTP que é o agendamento de trens ou o planejamento da circulação de trens e o *Train Platforming Problem* (TPP) que é a programação de trens nas estações. Os autores apresentaram uma abordagem heurística para solução do problema e o modelo permite estimativas de tempos de intervalo e de conflitos nas linhas e estações.

Reimann e Leal [2013] propuseram uma meta-heurística Colônia de Formigas para o problema de programação da circulação de trem. Törnquist [2012] complementou a abordagem de Törnquist e Persson [2007] e apresentou um algoritmo para problemas de reagendamento de trens. Harrod [2012] apresentou uma revisão bibliográfica sobre planejamento de trens. Cacchiani e Toth [2012] apresentaram uma revisão sobre os principais estudos que lidam com TTP, mostrando as diferenças entre os modelos e destacando a diferença entre modelos tradicionais e modelos robustos.

3. Modelo matemático proposto

O modelo matemático proposto foi elaborado com base no modelo de Pereira et al. [2017]. No modelo de Pereira et al. [2017] a ferrovia é dividida em dois tipos de trechos, conforme Figura 2, que representa a linha singela nos trechos 1, 4 e 7 e que representa o pátio de cruzamento, sendo que o pátio de cruzamento PC01 é representado pelos trechos 2 e 3. Para cada pátio de cruzamento sempre tem dois trechos.

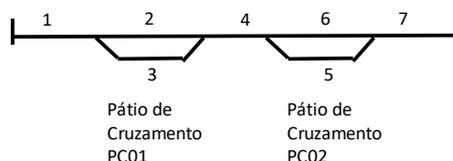


Figura 2: Definição de trechos sob a ótica do modelo matemático proposto
Fonte: Pereira et al. [2017]

Pode-se avaliar a qualidade do planejamento da circulação de trens por meio da soma do tempo de término de viagem de todos os trens. Como no modelo *Job Shop*, uma tarefa, que é o trem, não pode ocupar uma máquina no mesmo tempo, que é o trecho, e, assim, garante-se que somente um trem poderá ocupar um trecho e que um trem deverá aguardar em um trecho, uma linha do pátio de cruzamento, até que seja liberado o trecho que ele pretende viajar.

Para que seja possível inserir a incerteza nos dados a serem avaliados pelo modelo matemático é necessário que se seja realizado um pré-processamento dos dados históricos dos tempos de viagem em cada trecho. A partir destes dados históricos, referentes ao tempo de viagem, é possível definir uma distribuição contínua de probabilidade que melhor os represente.

Com base nesta distribuição contínua de probabilidade é possível gerar s cenários. Assim, para cada trecho da ferrovia tem-se um conjunto de cenários, S , variando de $1, \dots, s$, que representa os prováveis intervalos de tempo que o trem levará para percorrer o trecho.

Para cada cenário $s \in S$ é associada uma variável de ponderação e de delimitação do conjunto da incerteza, y_s . Essas variáveis de ponderação são geradas a partir de um dos três modos listados a seguir: 1) *convex hull*, Y_1 , Equação (1), 2) *box*, Y_2 , Equação (2), e 3) *ellipsoid*, Y_3 , Equação (3) [Sungur, 2007].



$$Y_1 = \left\{ y_s \mid y_s \geq 0, \sum_{m \in S} y_m \leq 1 \right\} \quad \forall s \in S \quad (1)$$

$$Y_2 = \{ y_s \mid -1 \leq y_s \leq 1 \} \quad \forall s \in S \quad (2)$$

$$Y_3 = \left\{ y_s \mid \sum_{m \in S} y_m^2 \leq 1 \right\} \quad \forall s \in S \quad (3)$$

Considerando que: K é o conjunto de todos os trechos da ferrovia; t_k é o tempo de viagem que será considerado como entrada para cada cenário a ser utilizado pelo modelo matemático; t_{0k} corresponde ao tempo médio de viagem no trecho, calculado como a média ponderada dos tempos de viagem no trecho $k \in K$.

O valor de dt_{km} corresponde à diferença entre o valor do tempo de viagem no trecho $k \in K$ no cenário $s \in S$, t_{ks} , calculado como sendo o valor encontrado pela distribuição contínua de probabilidade, e o valor de t_{0k} . Ou seja, $dt_{ks} = t_{ks} - t_{0k}$. Assim, gera-se o conjunto de incerteza do tempo de viagem, U , que corresponde ao conjunto dos valores de intervalo de tempo com base nas incertezas e que virá a ser considerado no modelo matemático, Equação (4). O conjunto Y considerado pode ser um dos três conjuntos Y_1, Y_2 e Y_3 apresentados nas Equações (1), (2) e (3), respectivamente.

$$U = \left\{ t_k \mid t_{0k} + \sum_{m \in S \mid y_m \in Y} y_m dt_{km} \right\} \quad \forall k \in K \quad (4)$$

Com a abordagem da incerteza explicada anteriormente, apresenta-se a seguir a formulação do modelo matemático em cinco partes: conjuntos, parâmetros, variáveis de decisão, função objetivo e restrições.

Os conjuntos considerados são: N - Conjunto de todos os trens que circularão na ferrovia; K^i - Conjunto dos trechos percorridos pelo trem $i \in N$ para realizar sua viagem, $K^i \subseteq K$; e KA^i - Conjunto auxiliar para lógica do modelo que equivale ao conjunto K^i , porém o número de trechos é igual ao número de trechos de K^i menos 1.

Os parâmetros do modelo são: n_i - Número de trechos percorridos pelo trem $i \in N$; α_i - Momento limite permitido de adiantamento do horário da partida do trem $i \in N$; β_i - Momento limite permitido de atraso do horário da partida do trem $i \in N$; δ_i - Momento limite permitido de adiantamento do horário de chegada do trem $i \in N$; e φ_i - Momento limite permitido de atraso do horário de chegada do trem $i \in N$.

As variáveis de decisão são: $w_{i,k}$ - Momento em que o trem $i \in N$ termina de percorrer o trecho $k \in K^i$; e $x_{i,j,k}$ - Variável binária que define a precedência do trem $i \in N$ em relação ao trem $j \in N$ em um trecho $k \in K$. Assume o valor 1 se o trem $i \in N$ precede o trem $j \in N$ no trecho $k \in K^i$ e 0, caso contrário.



Função Objetivo

Minimizar

$$\sum_{i \in N} w_{i,n_i} \quad (5)$$

Sujeito a:

$$w_{i,(k+1)} \geq w_{i,k} + t_{(k+1)} \quad \forall i \in N, k \in KA^i \quad (6)$$

$$w_{j,k} \geq w_{i,k} + t_k - M(1 - x_{i,j,k}) \quad \forall i, j \in N, i \neq j, k \in K^i \quad (7)$$

$$w_{i,k} \geq w_{j,k} + t_k - M x_{i,j,k} \quad \forall i, j \in N, i \neq j, k \in K^i \quad (8)$$

$$w_{i,1} - t_1 \geq \alpha_i \quad \forall i \in N \quad (9)$$

$$w_{i,1} - t_1 \leq \beta_i \quad \forall i \in N \quad (10)$$

$$w_{i,n_i} \geq \delta_i \quad \forall i \in N \quad (11)$$

$$w_{i,n_i} \leq \varphi_i \quad \forall i \in N \quad (12)$$

$$w_{i,k} > 0 \quad \forall i \in N, k \in K^i \quad (13)$$

$$w_{i,k} = 0 \quad \forall i \in N, k \notin K^i \quad (14)$$

$$x_{i,j,k} = 0 \quad \forall i, j \in N, i = j, k \in K \quad (15)$$

$$x_{i,j,k} = 0 \quad \forall i, j \in N, i \neq j, k \notin \{K^i \cap K^j\} \quad (16)$$

$$x_{i,j,k} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N, k \in K \quad (17)$$

A função objetivo, Equação (5), representa a soma do momento de término do último trecho da viagem, w_{i,n_i} , de todos os trens. A função objetivo deve ser minimizada. As Restrições (6) garantem que o momento em que o trem $i \in N$ termina de percorrer o trecho $k \in KA^i$ seja maior ou igual ao momento em que o mesmo trem termina de percorrer trecho $k \in KA^i$. As Restrições (7) e (8) estabelecem a precedência de um trem em relação ao outro.

As Restrições (9) e (10) garantem que cada trem inicie sua viagem dentro do intervalo compreendido entre o momento limite permitido de adiantamento do horário de partida do trem e o momento limite permitido de atraso do horário de partida do trem. As Restrições (11) e (12) garantem que cada trem termine sua viagem dentro do intervalo compreendido entre o momento limite permitido de adiantamento do horário de chegada do trem e o momento limite permitido de atraso do horário de chegada do trem.

As Restrições (13) garantem que caso um trem $i \in N$ percorra um trecho da ferrovia $k \in K^i$, então o momento de término deste trem para percorrer este trecho da ferrovia deve ser maior que zero. As Restrições (14) garantem que caso um trem $i \in N$ não percorra um trecho da ferrovia $k \notin K^i$, então o momento de término deste trem para percorrer este trecho da ferrovia será igual a zero.

As Restrições (15) garantem que a variável $x_{i,j,k}$, que define a precedência entre dois trens, seja igual 0 se o trem i for o mesmo trem j , i.e., $i = j$. As Restrições (16) garantem que a variável $x_{i,j,k}$ assumirá o valor 0 se o trecho S não pertencer ao conjunto interseção dos trechos do trem i e do trem j , $k \notin \{K^i \cap K^j\}$. As Restrições (17) definem que a variável $x_{i,j,k}$ é uma variável binária.

4. Estudo de caso e levantamento de dados

A ferrovia estudada neste artigo foi a Ferrovia Centro Atlântica (FCA) que possui a segunda maior malha em extensão do Brasil, aproximadamente 7.200km, passando por 316 municípios em sete estados brasileiros (Minas Gerais, Espírito Santo, Rio de Janeiro, Sergipe, Goiás, Bahia, São Paulo) e no Distrito Federal. Foi escolhido para os testes o corredor Arcos – Barra Mansa, conhecido como corredor do calcário. Este trecho foi escolhido por três motivos: 1) o trecho da ferrovia tem problemas de manutenções com constantes restrições de velocidade no trecho gerando incertezas quanto ao tempo de viagem; 2) possui dados históricos de circulação e 3) possui um tamanho que permite uma análise mais completa da análise do impacto da incerteza.



Os dados foram coletados via acesso ao banco de dados do sistema UNILog que é utilizado para o planejamento e registro das informações operacionais da ferrovia. Os dados utilizados para os testes foram fornecidos pela ferrovia FCA e são referentes aos meses de janeiro a junho de 2016. Foram desenvolvidas diversas *queries* SQL onde foram selecionados os trens que circularam na ferrovia no dia definido para estudo.

O corredor estudado possui 19 trechos e 18 pátios de cruzamento. Considerando que o modelo matemático proposto considera cada pátio de cruzamento como dois trechos, tem-se, então, um total de 55 trechos considerados pelo modelo matemático. Foi escolhido um dia de forma aleatória no período estudado para elaborar a instância base, chamado de caso real. Observou-se que neste trecho, neste dia, circularam um total de 9 trens, considerando ambos os sentidos de circulação.

Com base nos dados extraídos de janeiro a julho de 2016, calculou-se a média ponderada dos tempos de viagens em cada trecho adotando que os meses de maio e junho tinha peso 0,6, fevereiro e março e abril, peso 0,3, e janeiro, peso, 0,1. Utilizado o software Minitab 17, identificou-se qual tipo de distribuição contínua de probabilidade que melhor representava os tempos de viagem em cada trecho. Como resultado, foi obtida uma curva normal de probabilidade com índice de confiança de 95%, média de 24,98 h e desvio padrão de 5,316%.

Com base nesta distribuição normal, gerou-se 10 cenários com diferentes tempos de viagem para cada um dos 55 trechos. Depois, procedeu-se, para cada cenário, a subtração do valor do tempo de viagem de cada trecho calculado pela curva normal do valor da média ponderada, ambas explicadas anteriormente.

Dando prosseguimento aos cálculos, para cada um dos modos de geração da variável de ponderação (*box*, *convex hull* e *elipsoid*), Equações (1), (2) e (3), gerou-se um valor de forma randômica para cada cenário.

Assim, para cada cenário e para cada trecho, multiplicou-se o valor da variável de ponderação gerado pelo valor da diferença da curva normal menos a média ponderada (explicada anteriormente) e chegou-se ao tempo de viagem para cada trecho.

Após o procedimento descrito anteriormente, tem-se uma instância de incerteza. Como são três tipos de variável de ponderação, tem-se ao fim do procedimento três instâncias de incerteza. Adotou-se neste artigo, que deveriam ser geradas para cada variável de ponderação, 10 instâncias de incerteza e, portanto, foram geradas 30 instâncias de incerteza, sendo 10 para cada tipo de variável de ponderação.

Por fim, considerou-se a média da função objetivo das dez instâncias de incerteza, geradas a partir da incerteza histórica e do modo de geração das variáveis de ponderação descritos anteriormente, como resultado da função objetivo do modelo robusto de planejamento da circulação de trens proposto neste artigo. As 31 instâncias de incerteza foram testadas utilizando-se o *solver* CPLEX 12.6 para resolver o modelo matemático proposto usando um computador com processador Intel *i7*, com 8GB de memória RAM. A partir deste ponto do artigo, as instâncias de incerteza serão referenciadas somente como sendo instâncias para simplificação da escrita do texto.

5. Apresentação e análise de resultados

O CPLEX encontrou a solução ótima para as 31 instâncias testados com um tempo máximo de execução de 74 segundos na Instância 18, sendo que o tempo mínimo de execução foi na Instância 21, 51 segundos. As análises a seguir são focadas em avaliar o impacto de cada modo de geração da variável de ponderação adotado para tratar a incerteza. Os gráficos das Figuras 4, 6 e 8 foram gerados por meio do teste de normalidade de Anderson-Darling no software Minitab v.17.

A Figura 3 apresenta o valor da função objetivo da instância real e o valor da função objetivo das dez instâncias geradas a partir do modo *convex hull*. Pode-se notar que a média dos valores da função objetivo deu sempre superior ao valor do caso real. Isto se deveu ao fato que o modo *convex hull* considera sempre valores maiores que zero para a variável de ponderação, y_s , Equação (1). Quando analisados as 10 instâncias, percebe-se um desvio padrão pequeno, 3,54%,



Figura 4. No entanto, para a aplicação prática da ferrovia, como este modo só considera valores para a variável de ponderação maiores que zero, ele eleva demais o valor da função objetivo, que representa o tempo total de viagem de todos os trens, o que acaba sendo um planejamento muito conservador levando a um planejamento com capacidade de circulação de trens mais baixa. Portanto, esse modo não se apresenta como o mais adequado para a aplicação prática do planejamento de circulação de trens.

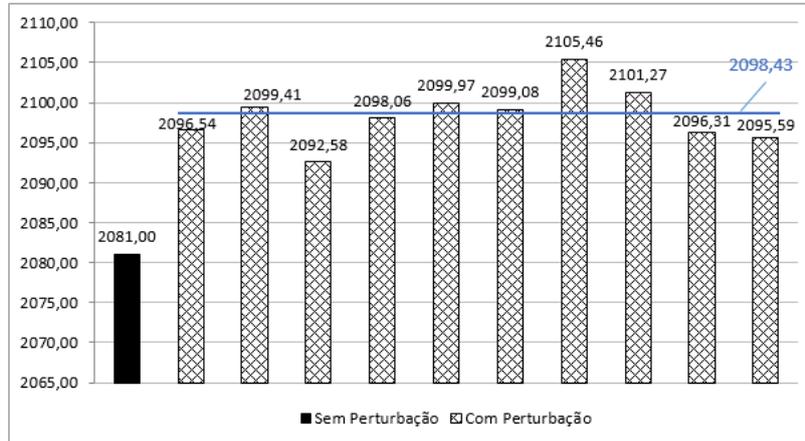


Figura 3: Função objetivo do Instância real e das 10 instâncias com incerteza (Modo *convex hull*)

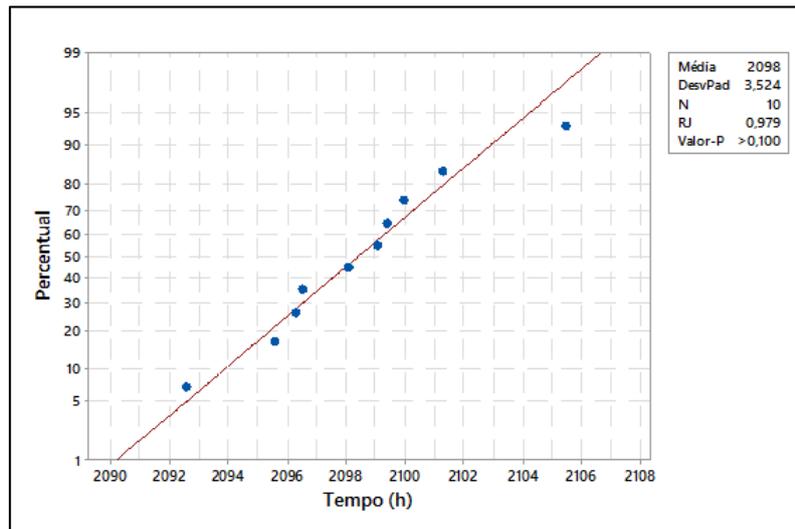


Figura 4: Desvio padrão do valor da função objetivo (Modo *convex hull*)

A Figura 5 apresenta o valor da função objetivo da instância real e o valor da função objetivo das dez instâncias geradas a partir do modo *box*. Pode-se notar que a média dos valores da função objetivo deu muito próxima ao valor do caso real, provavelmente porque este modo gera valores positivos e negativos para a variável de ponderação, y_s , Equação (2), o que leva as instâncias terem valores acima e abaixo do valor do caso real, levando a média a um valor próximo do caso real. Quando analisadas as 10 instâncias de teste, percebe-se um desvio padrão aceitável, 6,77%, Figura 6. Assim, este modo de geração da variável de ponderação, *box*, pode ser visto como um modo interessante para a aplicação prática de planejamento de circulação de trens.

A Figura 7 apresenta o valor da função objetivo da instância real e o valor da função objetivo das dez instâncias geradas a partir do modo *ellipsoid*. Pode-se notar que a média dos valores da função objetivo deu próxima ao valor do caso real, provavelmente pela mesma razão explicada no modo *box*. No entanto, a média não ficou tão próxima quanto ao modo *box*. Quando analisadas



as 10 instâncias, percebe-se um desvio padrão alto, 24,45%, Figura 8, o que pode ser um indicativo de um conjunto de instâncias com soluções longe do valor do caso real e que podem, eventualmente, não representar tão bem as oscilações causadas pela incerteza em torno do valor da função objetivo do caso real, que usualmente não são tão grandes. Pode-se notar que no modo *box* o menor valor da FO foi 2.071,52 e o maior foi 2.092,22 enquanto no modo *elipsoid* o menor valor da FO foi 2.057,70 e o maior valor da FO foi 2.129,85. Assim, este modo de geração da variável de ponderação, *elipsoid*, pode ser visto como um modo interessante para a aplicação prática de planejamento de circulação de trens, porém com a ressalva de gerar um desvio padrão alto.

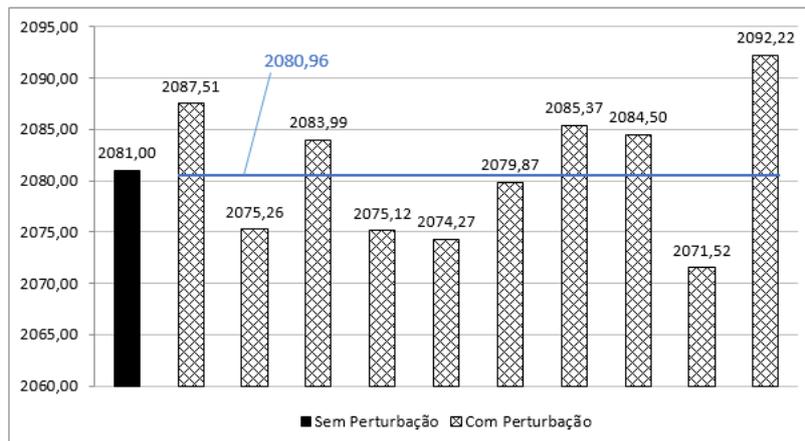


Figura 5: Função objetivo do Instância real e das 10 instâncias com incerteza (Modo *box*)

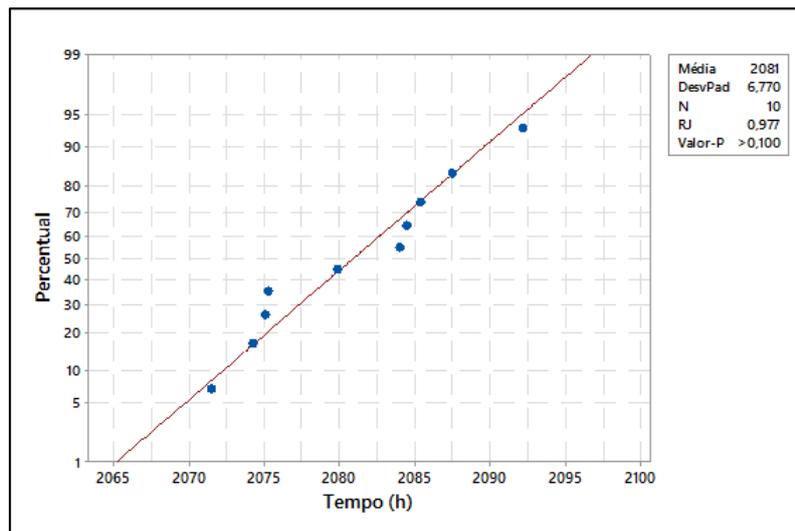


Figura 6: Desvio padrão do valor da função objetivo (Modo *box*)

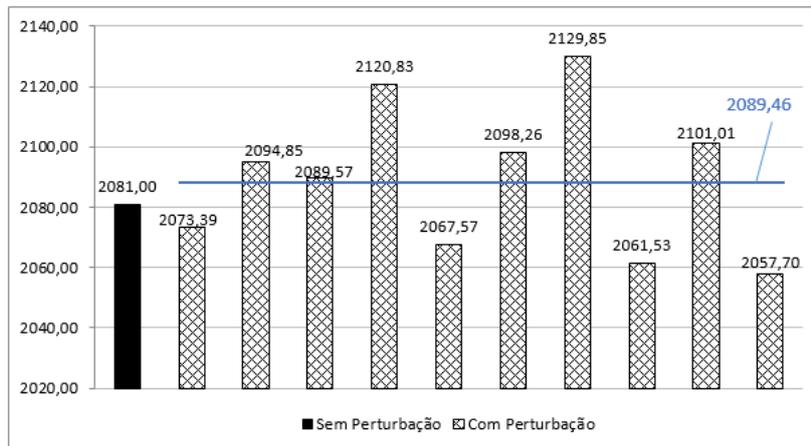


Figura 7: Função objetivo do Instância real e das 10 instâncias com incerteza (Modo *elipsoid*)

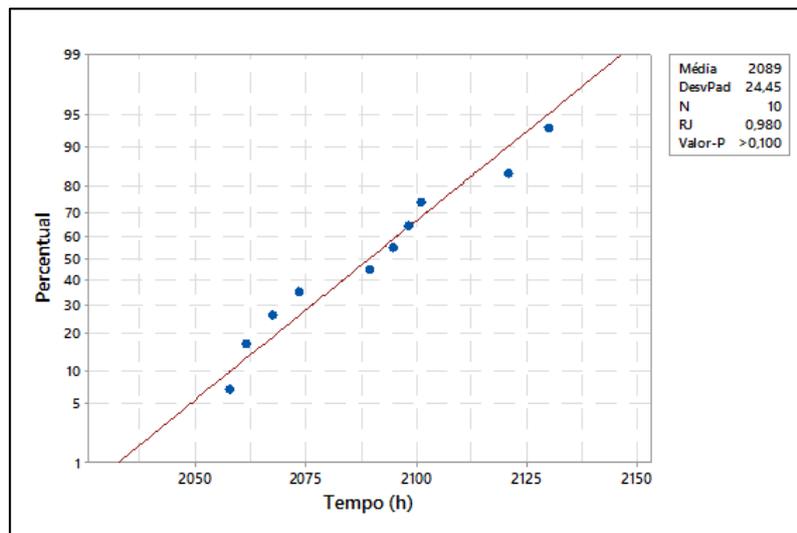


Figura 8: Desvio padrão do valor da função objetivo (Modo *elipsoid*)

Com base nos dados apresentados anteriormente, pode-se perceber que o modelo matemático robusto proposto pode ser uma abordagem interessante para o problema de planejamento de circulação de trens, no entanto, a escolha do modo de geração da variável de ponderação pode ter efeitos não tão desejados no resultado final. Os resultados indicaram que o modo *box* se mostrou o melhor em qualidade da solução, bem como em desvio padrão. O modo *elipsoid* também se mostrou interessante, porém com um desvio padrão maior. A estratégia de se rodar 10 instâncias com diferentes perturbações e gerar a solução do modelo robusto como a média das 10 soluções se mostrou compatível com os resultados alcançados no caso real, apresentando soluções com perturbações pequenas em relação ao caso real o que é compatível com a realidade das ferrovias.

Por fim, é interessante destacar que a abordagem adotada para tratar a incerteza apresentada neste artigo pode ser aplicada a diversos outros problemas reais e ainda preservar todas as heurísticas e meta-heurísticas já desenvolvidas para os problemas.

6. Conclusões

Esse artigo estudou o problema de planejamento de circulação de uma ferrovia de linha singela considerando que os tempos de viagem não são constantes devido a diversas incertezas que podem ocorrer na circulação dos trens. Para resolver tal problema, foram propostos três modos para tratar a incerteza no tempo de viagem dos trens e foi apresentado um modelo matemático



robusto para o TTP para planejar a circulação de trens em uma ferrovia de linha singela. O modelo matemático tem por objetivo reduzir o tempo total de viagem de todos os trens.

O modelo matemático proposto foi avaliado com base nos dados do corredor Arcos a Barra Mansa, conhecido como corredor de transporte do calcário, na Ferrovia Centro Atlântica (FCA). Os dados foram coletados nos meses de janeiro a junho de 2016 e foi escolhido aleatoriamente um dia de circulação nesse período que serviu de cenário base, denominado caso real. Os testes foram divididos em três modos de geração da incerteza: *convex hull*, *box* e *elipsoid*. Baseado nessa instância base, foram elaboradas mais 30 instâncias. Sendo que 10 instâncias foram usadas para avaliar a incerteza pelo modo *convex hull*, 10 instâncias para tratar a incerteza com o modo *box* e 10 instâncias para tratar a incerteza com o modo *elipsoid*.

O modelo foi resolvido usando o *solver* CPLEX 12.6 e concluiu-se que o modelo matemático robusto proposto pode ser uma abordagem interessante para o problema de planejamento de circulação de trens, TTP. No entanto, a escolha do modo de geração da variável de ponderação pode ter efeitos não tão desejados no resultado final. Os resultados indicaram que o modo *box* se mostrou o melhor em qualidade da solução, bem como em desvio padrão. O modo *elipsoid* também se mostrou interessante, porém com um desvio padrão maior. A estratégia de se rodar 10 instâncias com diferentes perturbações e gerar a solução do modelo robusto como a média das 10 soluções se mostrou compatível com os resultados alcançados no caso real, apresentando soluções com perturbações pequenas em relação ao caso real o que é compatível com a realidade das ferrovias.

É interessante destacar que a abordagem adotada para tratar a incerteza apresentada neste artigo pode ser aplicada a diversos outros problemas reais e ainda preservar todas as heurísticas e meta-heurísticas já desenvolvidas para os problemas.

O modelo matemático robusto proposto e os três modos de geração da incerteza podem servir de referência para outras ferrovias do Brasil e de outros países, desde que se tenha uma base de dados histórica dos tempos de viagens dos trens. Para corredores pequenos e médios, como o estudado com 55 trechos, o CPLEX consegue resolver de forma rápida, menos de 1 minuto e meio, e ótima o planejamento da circulação da ferrovia. Sugere-se como trabalhos futuros, para ferrovias de grande porte e/ou por facilidade de uso, o desenvolvimento de meta-heurísticas como *Ant Colony Optimizaton*, *Simulated Annealing* dentre outras.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPES (75528452/2016) e ao CNPq (307439/2016-0) pelo apoio financeiro.

Referências

Cacchiani, V., Caprara, A., & Toth, P. (2008). A column generation approach to train timetabling on a corridor. *4OR: A Quarterly Journal of Operations Research*, 6(2), 125-142.

Cacchiani, V., Caprara, A., & Toth, P. (2010). Scheduling extra freight trains on railway networks. *Transportation Research Part B: Methodological*, 44(2), 215-231.

Cacchiani, V., & Toth, P. (2012). Nominal and robust train timetabling problems. *European Journal of Operational Research*, 219(3), 727-737.

Cacchiani, V., Galli, L., & Toth, P. (2015). A tutorial on non-periodic train timetabling and platforming problems. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 4(3), 285-320.

Caprara, A., Fischetti, M., & Toth, P. (2002). Modeling and solving the train timetabling problem. *Operations research*, 50(5), 851-861.

Caprara, A., Monaci, M., Toth, P., & Guida, P. L. (2006). A Lagrangian heuristic algorithm for a



real-world train timetabling problem. *Discrete applied mathematics*, 154(5), 738-753.

CNT (CONFEDERAÇÃO NACIONAL DO TRANSPORTE). *Transporte e Economia – O Sistema Ferroviário Brasileiro*. Brasília: CNT, 2013.

Fischetti, M., Salvagnin, D., & Zanette, A. (2009). Fast approaches to improve the robustness of a railway timetable. *Transportation Science*, 43(3), 321-335.

Harrod, S. S. (2012). A tutorial on fundamental model structures for railway timetable optimization. *Surveys in Operations Research and Management Science*, 17(2), 85-96.

Kroon, L., Maróti, G., Helmrich, M. R., Vromans, M., & Dekker, R. (2008). Stochastic improvement of cyclic railway timetables. *Transportation Research Part B: Methodological*, 42(6), 553-570.

Liebchen, C., Lübbecke, M., Möhring, R., & Stiller, S. (2009). The concept of recoverable robustness, linear programming recovery, and railway applications. In *Robust and online large-scale optimization* (pp. 1-27). Springer Berlin Heidelberg.

Liu, S. Q., & Kozan, E. (2011). Scheduling trains with priorities: a no-wait blocking parallel-machine job-shop scheduling model. *Transportation Science*, 45(2), 175-198.

Lusby, R. M., Larsen, J., Ehrgott, M., & Ryan, D. (2011). Railway track allocation: models and methods. *OR spectrum*, 33(4), 843-883.

Jaillet, P., Qi, J., & Sim, M. (2016). Routing optimization under uncertainty. *Operations research*, 64(1), 186-200.

Pereira, E.P.; Rosa, R.A.; Berger, P.P.; Carvalho, J.T.; Ribeiro, G.M. Modelo matemático para o planejamento da circulação de trens em ferrovias de linha singela. *Transportes*. v. 25, n. 1 (2017), p. 12-20.

Reimann, M., Leal, J. E. Single line train scheduling with ACO. In *Proceeding EvoCOP'13 Proceedings of the 13th European conference on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*. p. 226-237 Springer-Verlag Berlin, Heidelberg 2013.

Sungur, I. (2007). *The robust vehicle routing problem*. University of Southern California.

Szpigel, B. (1972). *Sequenciamento de trens* (Doctoral dissertation, Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro: Rio de Janeiro).

Törnquist, J. (2006). Computer-based decision support for railway traffic scheduling and dispatching: A review of models and algorithms. In *OASICS-OpenAccess Series in Informatics* (Vol. 2). Schloss Dagstuhl-Leibniz-Zentrum für Informatik.

Törnquist, J., & Persson, J. A. (2007). N-tracked railway traffic re-scheduling during disturbances. *Transportation Research Part B: Methodological*, 41(3), 342-362.

Törnquist, J. (2012). Design of an effective algorithm for fast response to the re-scheduling of railway traffic during disturbances. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 20(1), 62-78.