



ANÁLISE DA EFICIÊNCIA DE TRENS METROPOLITANOS ATRAVÉS DE UM MODELO DEA NÃO RADIAL

Renata dos Santos Constant

Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, São Domingos, 24210-240, Niterói, RJ
renata.constant@hotmail.com

Luciana Gonçalves Machado

Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, São Domingos, 24210-240, Niterói, RJ
lucianagoncalves@id.uff.br

João Carlos Correia Baptista Soares De Mello

Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, São Domingos, 24210-240, Niterói, RJ
jcsmello@producao.uff.br

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma metodologia que visa não somente avaliar a eficiência de 119 trens metropolitanos internacionais, como também identificar seus principais alvos. A metodologia aplicada é baseada na Análise Envoltória de Dados (DEA) e utiliza o método de eficiência não radial desenvolvido por [Gomes Junior et al. 2013] e [Gomes Junior et al. 2016]. Os modelos clássicos de DEA propõem o índice de eficiência baseado em média aritmética ou ponderada, tratando a eficiência como um escalar, de maneira que os *inputs* e *outputs* variam proporcionalmente, já os modelos não radiais trabalham com variações não proporcionais, tratando a eficiência como um vetor. Além disso, os alvos calculados automaticamente nos modelos DEA tradicionais para as unidades ineficientes podem, por questões operacionais ou estratégicas, não ser os mais interessantes. Nesse sentido, um modelo não radial permite a identificação de alvos mais adequados, considerando as características vetoriais da eficiência.

PALAVRAS CHAVE. Eficiência não radial, Índice vetorial, Análise Envoltória de Dados.

Tópicos: DEA – Análise Envoltória de Dados, OA – Outras aplicações em PO, L&T – Logística e Transportes

ABSTRACT

This study presents a methodology to evaluate the efficiency of 119 international subways and too identify them main targets. The methodology used is based on data envelopment analysis (DEA) and uses the non-radial efficiency method developed by [Gomes Junior et al. 2013] and [Gomes Junior et al. 2016]. Classic DEA models propose an efficiency index based on arithmetic or weighted average, treating efficiency as a scalar, so that inputs and outputs vary proportionately while non radial models works with non-proportional variations, considering efficiency as a vector. Besides that, the target automatically calculated on traditional DEA models for inefficient units may not be, for operational or strategic issues, the more indicated target. On that way, a non radial model enables the identification of more suitable targets, considering the efficiency vector characteristics.

KEYWORDS. Non radial efficiency, Vectorial index, Data Envelopment Analysis.



Paper topics: DEA – Data Envelopment Analysis, OA – Other applications in OR, L&T – Logistics and Transport



1. Introdução

Os trens metropolitanos representam uma parte relevante do sistema de transporte da maioria das cidades do mundo. Normalmente, situam-se em grandes áreas metropolitanas e transportam elevado número de pessoas. A extensão das redes de trens metropolitanos depende da cidade e também da infraestrutura associada a ela. Em grandes cidades a rede pode ultrapassar os limites da cidade, estendendo-se a municípios ou regiões vizinhas. É comum este sistema de transporte estar associado a outros meios de locomoção. E por isso existem muitas estratégias para gerir os diversos tipos de transportes de uma cidade e, em muitos casos os diferentes meios de transporte estão coordenados de forma que não façam os mesmos trajetos.

Devido a importância do metrô no sistema de transporte de uma cidade, este artigo se propõe a analisar a eficiência de 119 sistemas de trens metropolitanos de diversas cidades pelo mundo. Na literatura é possível encontrar alguns tipos de abordagem do uso da metodologia DEA para a análise de eficiência deste sistema.

Em um primeiro momento, pode-se destacar os estudos que usam a metodologia DEA para auxiliar na definição de uma rede de transporte mais eficiente. Em [Swami e Parida 2015] é analisada a eficiência do sistema de transporte urbano de Deli, na Índia, usando DEA. O estudo utiliza as respostas de questionários sobre demografia, tempo de viagem e parâmetros de percepção de qualidade como variáveis para a geração do *ranking* de eficiência entre as estações de duas linhas de metrô.

Em [Caufield et al. 2013] a metodologia DEA é utilizada para identificar a solução mais eficiente de transporte, incluindo os trens metropolitanos, para a rota Centro-Aeroporto na cidade de Dublin, Irlanda. Já [Gu e Bordoloi 2012] analisam a performance do sistema de metrô de Xangai, China, por meio da aplicação de DEA em um conjunto selecionado de estações.

Também é possível encontrar na literatura estudos que fazem a comparação das eficiências do sistema de trens metropolitanos como um todo. Esse é o caso de [Novaes 2001], em que é utilizada a metodologia DEA para analisar a eficiência e ganhos de escala de 21 sistemas de metrô, fazendo uma análise prévia dos *inputs* e *outputs* que são utilizados. Nesse estudo também é realizada a determinação de *benchmarks* para os metrôs não eficientes, com enfoque no metrô de São Paulo.

Outros estudos analisam a eficiência do sistema de trens urbanos, como em [Jain et al. 2008] em que são analisados 15 sistemas de trens urbanos e que revela que, entre diferentes tipos de modelos de desenvolvimento disponíveis, a privatização tem uma direta e positiva relação com a melhora das eficiências destes sistemas. Cabe ressaltar que este estudo tem como objetivo analisar apenas o sistema de trens metropolitanos, no entanto, é possível afirmar que este sistema possui características similares ao sistema de trens urbanos para a análise de eficiência que será realizada neste trabalho.

Este artigo tem como proposta calcular a eficiência de 119 sistemas de trens metropolitanos, por meio do índice de eficiência não radial baseado em propriedades vetoriais, chamado de índice IV. O índice IV permite o cálculo da eficiência de uma DMU uma vez que o seu alvo for previamente definido pelo decisor. Esta é elencada como a grande vantagem do índice, visto que possibilita a projeção da DMU em um alvo real e com significado prático para o decisor. No entanto, uma desvantagem do índice é a possibilidade de surgir valores negativos de eficiência, que deverão ser tratados posteriormente por meio de métodos alternativos.

Dessa forma, serão calculadas as eficiências dos sistemas de trens metropolitanos utilizando o modelo DEA-BCC combinado com o índice IV. Por fim, serão determinados os alvos mais apropriados para cada DMU ineficiente e destacados os sistemas de metrô que mais vezes foram escolhidos como alvo.

O presente artigo está estruturado em cinco seções. A primeira introduz o tema abordado e na seção dois são aprofundados os principais conceitos das técnicas utilizadas no modelo proposto. Na terceira seção é detalhada a proposta de cálculo da eficiência não radial dos sistemas de trens metropolitanos e a quarta seção consiste na aplicação da metodologia proposta no conjunto



de DMUs selecionadas. Por fim, na seção cinco são apresentadas as principais conclusões obtidas no estudo desenvolvido.

2. Análise Envoltória de Dados

A partir das interpretações de [Debreu 1951] e [Farrell 1957] foi definida a primeira medida de eficiência como sendo a máxima redução proporcional de todas as entradas enquanto os produtos são mantidos constantes, ou o máximo aumento dos produtos enquanto os insumos são mantidos constantes. Esta medida é chamada de Análise Envoltória de Dados (DEA).

DEA é uma modelo de programação linear que avalia a eficiência relativa das Unidades Tomadoras de Decisão (DMUs) pela análise comparativa entre a utilização dos seus insumos (*inputs*) e seus produtos (*outputs*). De acordo com [Lins e Angulo Meza 2000] as DMUs podem ser qualquer tipo de organização, como empresas, escolas, ou mesmo máquinas, alunos. No entanto é importante que as DMUs em análise sejam homogêneas, atuando sobre as mesmas condições, mesma utilização de *inputs* e *outputs* e com autonomia em relação à tomada de decisão.

A utilização da técnica de DEA permite identificar as DMUs eficientes e as ineficientes, permitindo o cálculo automático dos alvos (*benchmarks*) para as DMUs ineficientes. Em DEA os alvos podem ser virtuais (combinação linear de mais de uma DMU) ou reais (escolha de uma DMU eficiente).

Na literatura existem três formas de tornar uma DMU ineficiente em uma eficiente. A primeira é a utilização de modelos orientados para a minimização de recursos, neste caso reduz-se os *inputs* mantendo-se constantes os *outputs*, até que a DMU analisada atinja a fronteira de eficiência. A segunda é a utilização de modelos orientados para a maximização dos produtos, neste caso maximizam-se os *outputs* e o que se mantém constante são os *inputs*. A terceira é a utilização de métodos não radiais que alteram o *input* ou o *output* de maneira não equiproporcional ou simultaneamente.

2.1. Modelos Clássicos

DEA possui dois modelos clássicos para o cálculo da eficiência o Modelo CCR e o Modelo BCC. O modelo CCR ou CRS (*Constant Returns to Scale*) foi desenvolvido por [Charnes et al. 1978] e é caracterizado pela variação proporcional entre os *inputs* e os *outputs*, ou seja, uma variação nos *inputs* gera uma variação proporcional nos *outputs*. Já o modelo BCC ou VRS (*Variable Returns to Scale*) foi desenvolvido por [Banker et al. 1984] e é caracterizado por uma variação na relação de ganhos ou perdas dos *inputs* e *outputs*.

Ambos os modelos, CCR e BCC, possuem duas formulações, a saber: o Modelo dos Multiplicadores e o Modelo do Envelope, que apresentarão o mesmo valor para a função objetivo em concordância com o teorema da dualidade forte [Bregalda e Bornstein 1981]. Como neste estudo será aplicado o modelo DEA BCC, a seguir é detalhada a formulação matemática do BCC para o Modelo dos Multiplicadores orientado a *input* (1):

$$\begin{aligned} \text{Max } Eff_0 &= \sum_{j=1}^s u_j y_{j0} + u_* \\ \text{Sujeito a} & \\ \sum_{i=1}^r v_i x_{i0} &= 1 \\ - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} + \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} + u_* &\leq 0, \forall k \\ v_i, u_j &\geq 0, u_* \in \Re \end{aligned} \tag{1}$$



Nesta formulação a eficiência da DMU₀ (DMU em análise) é dada por Eff_0 ; v_i e u_j são os pesos dos *inputs* i , $i=1, \dots, r$, e *outputs* j , $j=1, \dots, s$ respectivamente; x_{ik} e y_{jk} são os *inputs* i e *outputs* j da DMU _{k} , $k=1, \dots, n$; x_{i0} e y_{j0} são os *inputs* i e *outputs* j da DMU₀; u_* é uma variável dual associada à condição de convexidade da fronteira e é interpretada como fator de escala.

A seguir é apresentada a formulação BCC para o Modelo dos Multiplicadores orientado a *output* (2):

$$\begin{aligned} \text{Min } Eff_0 &= \sum_{i=1}^r v_i x_{i0} + v_* \\ \text{Sujeito a} & \\ \sum_{j=1}^s u_j y_{j0} &= 1 \\ - \sum_{i=1}^r v_i x_{ik} + \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - v_* &\leq 0, \forall k \\ v_i, u_j &\geq 0, v_* \in \Re \end{aligned} \tag{2}$$

A única diferença entre as duas formulações é que na orientação a *outputs* a eficiência Eff_0 sempre assumiria valores maiores que a unidade, sendo assim a eficiência nesta orientação é dada por $\frac{1}{Eff_0}$.

2.2. Modelo Não Radial

Em um determinado contexto pode ser interessante para o decisor que seja escolhido estrategicamente o alvo da DMU ineficiente. Estes modelos são chamados de não radiais. De acordo com [Gomes Junior et al. 2013] existem duas maneiras de determinar os alvos para as DMUs ineficientes nos modelos não radiais:

- Considerando a projeção radial da DMU, no entanto se esta projeção ocorrer em uma região não pareto eficiente, a projeção é deslocada para o ponto pareto eficiente mais próximo;
- O alvo é um ponto pareto eficiente definido pelo decisor;

2.2.1. Índice IV

Os modelos não radiais existentes na literatura que determinam alvos para as DMUs ineficientes, não calculam a sua eficiência, não permitindo o ordenamento das DMUs. Em contrapartida os modelos que calculam a eficiência utilizam de médias aritméticas ou ponderadas, sem levar em consideração a direção da projeção da DMU na fronteira de eficiência.

Desta maneira, foi desenvolvido por [Gomes Junior et al. 2013] e [Gomes Junior et al. 2016] o índice IV, índice de eficiência vetorial baseado no estudo desenvolvido por [Soares de Mello et al. 2005]. A formulação geral do índice IV para o caso multidimensional, considerando um problema com m *inputs* e s *outputs*, pode ser observado na equação (3):

$$h = 1 - \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\frac{x_i - x_{E_i}}{x_i} \right)^2 + \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \left(\frac{y_{E_i} - y_i}{y_{E_i}} \right)^2}$$

(3)



Na Equação (3) h é a eficiência, x e y são respectivamente os *inputs* e *outputs* da DMU em análise e x_E e y_E são os *inputs* e *outputs* da DMU alvo.

Um inconveniente do índice IV é o surgimento de valores de eficiência negativos, conforme pode ser verificado em [Gomes Junior et al. 2013] e [Gomes Junior et al. 2016]. No entanto essa é uma característica inerente aos modelos avançados de DEA BCC orientados a *input*. [Soares de Mello et al. 2002][Appa et al. 2006][Wu et al. 2009][Soares de Mello et al. 2013][Gomes Junior et al. 2013][Gomes Junior et al. 2016].

2.2.2. Aplicações do Índice IV

O índice IV é aplicado em [Gomes Junior et al. 2013] no cálculo da eficiência não radial dos polos de educação à distância do CEDERJ (Centro de Educação à Distância do Rio de Janeiro). Neste estudo foram analisados 13 polos, onde os seus alvos foram definidos pelo modelo multiobjetivo MORO-D-R, obtendo cinco DMUs eficientes. O índice IV foi calculado para cada DMU ineficiente com relação às cinco eficientes, sendo escolhido ao final como alvo aquela que apresentou o maior índice. Apesar de surgirem eficiências negativas ao longo do modelo, na seleção dos maiores índices elas foram descartadas.

Em [Gomes Junior et al. 2016] são avaliadas as eficiências das companhias aéreas brasileiras a partir de uma combinação entre DEA e o índice IV. A partir de um modelo DEA-BCC orientado a *input* foram encontradas dez DMUs eficientes contra 63 ineficientes. Nesse artigo pôde-se observar um grande número de eficiências negativas que mesmo após a seleção dos maiores índices, ainda permaneceram.

Em [Constant 2016] são definidos os alvos para as distribuidoras de energia elétrica brasileiras ineficientes para cada *cluster*, utilizando como dados o modelo de clusterização proposto por [Naciff de Andrade et al. 2014]. Os alvos a serem escolhidos pelo decisor foram definidos como as distribuidoras eficientes a partir de um modelo DEA-BCC, onde todas as distribuidoras foram avaliadas em conjunto. Identificadas as DMUs eficientes, utilizando os *clusters* propostos por [Naciff de Andrade et al. 2014], foi calculado o índice IV para cada DMU ineficiente com relação às DMUs eficientes do seu próprio *cluster*.

No setor de energia elétrica a eficiência das distribuidoras é utilizada para o cálculo das tarifas que são repassadas para o consumidor, nesse contexto, não faz sentido valores de eficiência negativos. Desta maneira, diferente dos trabalhos realizados em [Gomes Junior et al. 2013] e [Gomes Junior et al. 2016], foi necessário transformar os índices negativos em positivos, a partir de uma transformação pela escala.

3. Metodologia

A metodologia desenvolvida para o cálculo da eficiência de trens metropolitanos é composta de quatro etapas, conforme pode ser visto na Figura 1. Primeiro são calculadas as eficiências de todas as DMUs por meio de um modelo DEA BCC tradicional orientado a *input*. Conforme já citado, a escolha do Modelo BCC se dá pelo fato de que é o modelo mais benevolente. Identificadas as DMUs eficientes, estas são estabelecidas como possíveis alvos para o modelo não radial.

O índice IV é calculado para todas as DMUs com relação às eficientes. Após o cálculo do índice IV são escolhidos os maiores índices, que serão as eficiências finais das DMUs. Caso o maior índice seja um número negativo, é realizada uma etapa de transformação de escala do índice, transformando-o em positivo. Neste estudo de caso a transformação de escala segue o mesmo método utilizado em [Constant 2016], a equação da reta $y = ax + b$, onde y será a nova eficiência sem valores negativos e x são os valores de eficiência originais.

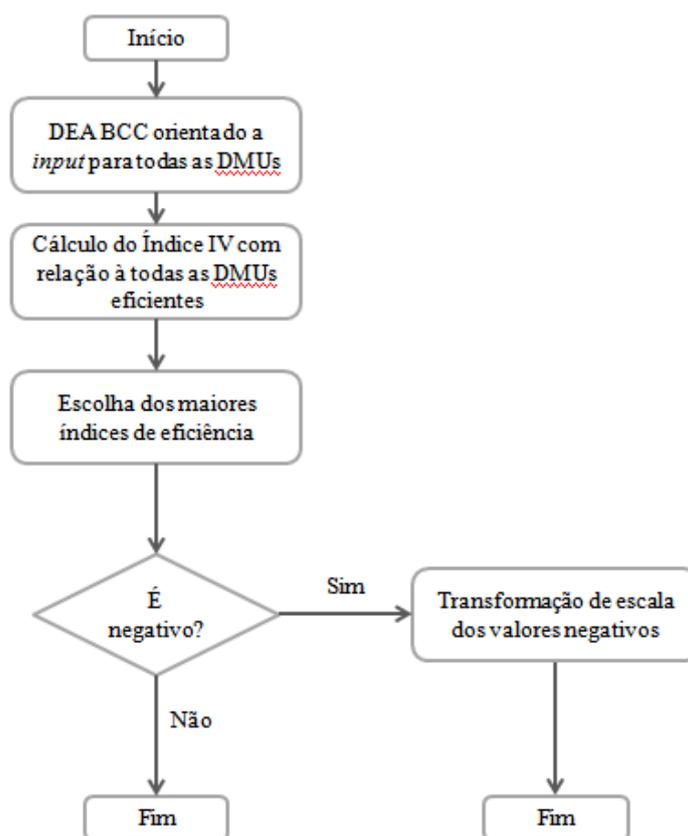


Figura 1: Metodologia para o índice de eficiência não radial

4. Cálculo da Eficiência Não Radial de Metropolitanos

O modelo desenvolvido foi aplicado no sistema de trens metropolitanos internacionais. Foram coletados dados de 119 metrô pelo mundo, que representam as 119 DMUs analisadas neste artigo. Os dados utilizados para este estudo foram retirados de [Metrobits 2016], que também é usado como base de dados para os estudos de [Zhao e Siu 2015] e [Yannis et al. 2012].

Os alvos onde serão projetadas as DMUs, conforme apresentado no capítulo 3, serão as DMUs eficientes após a aplicação de um modelo DEA-BCC orientado a *input*. Foram escolhidos como *inputs* o tamanho da rede em quilômetros e a quantidade de estações; e como *output* a quantidade de passageiros transportada anualmente em milhões. Neste trabalho entende-se que o número de passageiros atendidos pelo modal já é satisfatório para as cidades aqui analisadas, desta maneira, o objetivo do artigo é verificar a eficiência operacional do metrô para atender a este número de passageiros, por isso foi utilizada a orientação a *input*.

A partir do Modelo DEA-BCC orientado a *input* foram encontradas 8 DMUs eficientes, são elas: Moscou, Tóquio, Hong Kong, São Paulo, Cairo, Rennes, Valencia e Dnepropetrovsk. É importante citar que Tóquio e Dnepropetrovsk são eficientes por *default*; Tóquio por possuir o maior valor de *output* e Dnepropetrovsk por sua vez os menores valores de *input*. Além disso, as cidades eficientes representam sistemas altamente congestionados de usuários. As eficiências foram calculadas por meio do *software* SIAD (Angulo Meza et al., 2005a; Angulo Meza et al., 2005b).

Identificadas as DMUs eficientes, foi calculado o índice IV, conforme Equação (3), para todas as DMUs ineficientes com relação a todas as 8 DMUs eficientes. Conforme esperado, foram encontrados valores de eficiência negativos que foram transformados em positivos conforme metodologia detalhada na seção 3.



No estudo de caso em questão o maior e menor valor de eficiência são respectivamente 1 e -0,826. Desta maneira podem ser formados dois pares ordenados a serem substituídos na equação da reta. O par ordenado (1,1) considera que a maior eficiência do índice IV também será a maior eficiência no índice transformado, ambas iguais a unidade, já que é o maior valor de eficiência possível. O segundo par ordenado é dado pelos menores valores de eficiência. Neste estudo o menor valor da eficiência transformada foi definido como 0,001, gerando o par (-0,826;0,001).

Substituindo os dois pares ordenados na equação da reta, os parâmetros a e b são calculados da seguinte forma:

$$\begin{cases} 1 = 1a + b \\ 0,001 = -0,826a + b \end{cases}$$

Resolvendo-se o sistema, temos que:

$$a = 0,547 \quad e \quad b = 0,453$$

Dado os valores encontrados dos parâmetros a e b , a Tabela 1 apresenta os valores finais de eficiência (o índice IV), além dos alvos preferenciais escolhidos para cada DMU.

Tabela 1: Variáveis utilizadas e resultados gerados

País	Cidade	Comprimento da Rede (km)	Estações	Passageiros anual (milhões)	BCC - Input	Índice IV Final	Alvo Preferencial
China	Xangai	588,0	364	2276	0,518	0,757	Moscou
China	Pequim	554,0	334	2460	0,626	0,786	Tóquio
Inglaterra	Londres	402,0	270	1171	0,318	0,696	Moscou
EUA	Nova York	370,4	469	1655	0,425	0,719	Moscou
Rússia	Moscou	333,6	200	2389	1,000	1,000	Moscou
Coréia do Sul	Seul	326,5	302	2518	0,761	0,893	Tóquio
Japão	Tóquio	304,5	290	3102	1,000	1,000	Tóquio
Espanha	Madri	293,0	292	635	0,199	0,577	Moscou
China	Guangzhou	263,5	171	1825	0,822	0,822	Moscou
China	Shenzhen	230,3	149	132	0,093	0,478	Hong Kong
França	Paris	219,9	383	1524	0,656	0,700	Hong Kong
Índia	Déli	214,9	163	606	0,289	0,640	Hong Kong
EUA	Washington	189,9	95	218	0,203	0,535	Hong Kong
México	Cidade do México	180,0	195	1609	0,849	0,796	Hong Kong
China	Hong Kong	178,0	97	1444	1,000	1,000	Hong Kong
Singapura	Singapura	167,4	118	794	0,501	0,743	Hong Kong
EUA	São Francisco	166,9	44	111	0,283	0,454	Cairo
EUA	Chicago	166,0	153	222	0,147	0,515	Hong Kong
Irã	Teerã	150,6	96	480	0,385	0,675	São Paulo
Alemanha	Berlim	147,4	195	505	0,321	0,616	São Paulo
China	Nanquim	142,3	97	344	0,292	0,611	São Paulo
China	Dalian	141,0	56	44	0,147	0,539	Rennes
Espanha	Barcelona	139,4	178	389	0,270	0,581	São Paulo
Japão	Osaka	137,8	133	836	0,544	0,753	São Paulo
China	Tianjin	136,5	87	64	0,109	0,478	Rennes
Coréia do Sul	Busan	133,4	128	320	0,242	0,581	São Paulo
Taiwan	Taipé	131,3	117	652	0,459	0,741	São Paulo
China	Wuhan	128,3	106	73	0,099	0,461	São Paulo
Rússia	São Petesburgo	113,5	67	786	0,838	0,873	Cairo
Suécia	Estocolmo	105,7	104	309	0,296	0,612	São Paulo
Alemanha	Hamburgo	104,7	99	199	0,215	0,553	São Paulo
Chile	Santiago	102,4	108	640	0,572	0,782	São Paulo
Malásia	Kuala Lumpur	100,1	84	109	0,156	0,510	São Paulo
Itália	Milão	96,9	113	328	0,335	0,621	São Paulo



País	Cidade	Comprimento da Rede (km)	Estações	Passageiros anual (milhões)	BCC - Input	Índice IV Final	Alvo Preferencial
Alemanha	Munique	94,2	102	360	0,373	0,651	São Paulo
Japão	Nagoia	93,1	97	427	0,438	0,695	Cairo
Turquia	Istambul	90,0	70	78	0,153	0,500	Cairo
China	Chengdu	88,2	70	103	0,178	0,517	Cairo
Tailândia	Bangucoque	86,4	61	245	0,358	0,611	Cairo
Coréia do Sul	Daegu	81,2	89	127	0,200	0,526	São Paulo
EUA	Atlanta	79,2	39	34	0,194	0,556	Rennes
Áustria	Viena	79,0	104	534	0,629	0,753	São Paulo
Brasil	São Paulo	78,4	71	877	1,000	1,000	São Paulo
Egito	Cairo	77,9	64	837	1,000	1,000	Cairo
Inglaterra	Newcastle	76,5	61	38	0,130	0,539	Rennes
Canadá	Toronto	71,3	74	278	0,400	0,629	Cairo
Emirados Árabes	Dubai	69,7	47	109	0,265	0,502	Cairo
Canadá	Vancouver	69,5	49	120	0,272	0,514	Cairo
Romênia	Bucareste	69,3	50	171	0,337	0,549	Cairo
Canadá	Montreal	69,2	73	219	0,342	0,590	Cairo
Ucrânia	Kiev	67,6	52	519	0,792	0,766	Cairo
Venezuela	Caracas	66,5	54	485	0,727	0,750	Cairo
República Tcheca	Praga	65,1	61	530	0,762	0,785	Cairo
Noruega	Oslo	62,0	77	76	0,191	0,489	São Paulo
EUA	Filadélfia	62,0	66	107	0,237	0,513	Cairo
Itália	Roma	61,0	74	331	0,537	0,648	Cairo
EUA	Boston	60,5	66	147	0,295	0,535	Cairo
Grécia	Atenas	60,3	65	342	0,558	0,657	Cairo
EUA	Los Angeles	59,3	30	46	0,278	0,619	Rennes
Japão	Yokohama	57,6	48	198	0,403	0,542	Cairo
Turquia	Ancara	55,1	45	113	0,294	0,474	Cairo
Argentina	Buenos Aires	53,9	85	308	0,572	0,602	Cairo
China	Xian	51,9	40	59	0,234	0,576	Rennes
Filipinas	Manila	51,5	44	346	0,688	0,584	Cairo
Japão	Sapporo	48,0	49	209	0,480	0,510	Cairo
Holanda	Roterdão	47,0	38	87	0,300	0,392	Rennes
França	Lille	45,5	62	96	0,289	0,443	Cairo
Taiwan	Kaohsiung	45,0	38	52	0,239	0,608	Rennes
Portugal	Lisboa	44,3	56	183	0,460	0,479	Cairo
Espanha	Bilbau	43,4	41	90	0,313	0,384	Cairo
Brasil	Brasília	42,0	24	55	0,372	0,651	Rennes
Brasil	Rio de Janeiro	42,0	36	212	0,575	0,394	Cairo
EUA	Miami	39,8	23	18	0,286	0,601	Valencia
Ucrânia	Carcóvia	37,4	29	250	0,779	0,265	Cairo
Bielorrússia	Minsk	37,2	29	281	0,854	0,273	Cairo
Azerbaijão	Baku	36,6	25	183	0,699	0,141	Cairo
Bulgária	Sofia	36,2	34	29	0,238	0,582	Rennes
Uzbequistão	Tashkent	36,2	29	65	0,339	0,596	Rennes
Alemanha	Nuremberga	36,0	48	118	0,415	0,337	Cairo
Itália	Nápoles	34,8	33	35	0,262	0,618	Rennes
Hungria	Budapeste	33,0	42	302	0,919	0,336	Cairo
Holanda	Amsterdã	32,7	33	85	0,399	0,435	Rennes
Bélgica	Bruxelas	32,2	61	133	0,503	0,283	Cairo
França	Lyon	31,8	44	257	0,835	0,301	Cairo
México	Monterrei	31,5	32	138	0,550	0,174	Cairo
Japão	Quioto	31,3	32	126	0,522	0,165	Cairo
EUA	Cleveland	31,0	18	6	0,333	0,566	Dnepropetrovsk
Japão	Kobe	30,6	26	121	0,540	0,082	Rennes
Japão	Fukuoka	29,8	35	124	0,529	0,158	Cairo
Índia	Calcutá	29,7	24	173	0,725	0,001	Cairo



País	Cidade	Comprimento da Rede (km)	Estações	Passageiros anual (milhões)	BCC - Input	Índice IV Final	Alvo Preferencial
Coréia do Sul	Incheon	29,5	29	89	0,455	0,412	Rennes
Colômbia	Medellín	28,8	26	170	0,704	0,028	Cairo
Japão	Sendai	28,7	30	58	0,376	0,647	Rennes
Polônia	Varsóvia	28,7	28	140	0,613	0,054	Cairo
França	Toulouse	27,5	38	103	0,498	0,260	Rennes
Georgia	Tbilisi	26,3	22	88	0,526	0,445	Rennes
República Dominicana	Santo Domingo	24,8	30	29	0,333	0,623	Rennes
EUA	Baltimore	24,5	14	18	0,469	0,691	Valencia
Coréia do Sul	Daejeon	22,6	22	38	0,412	0,717	Rennes
Coréia do Norte	Pyongyang	22,5	16	36	0,482	0,734	Rennes
França	Marselha	21,8	30	75	0,529	0,558	Rennes
Dinamarca	Copenhague	21,0	22	54	0,499	0,734	Rennes
Finlândia	Helsinquia	21,0	17	62	0,568	0,715	Rennes
Coréia do Sul	Gwangju	20,1	20	18	0,381	0,671	Valencia
Turquia	Esmirna	20,1	17	63	0,580	0,713	Rennes
Rússia	Nijni Novgorod	18,9	15	27	0,479	0,691	Rennes
Japão	Hiroshima	18,4	22	18	0,410	0,670	Valencia
Porto Rico	SanJuan	17,2	16	11	0,419	0,647	Dnepropetrovsk
Rússia	Novosibirsk	16,4	13	76	0,815	0,615	Rennes
Rússia	Cazã	15,8	10	27	0,714	0,745	Valencia
Itália	Turim	13,4	21	33	0,619	0,766	Rennes
Rússia	Ecaterimburgo	12,7	9	38	0,871	0,700	Rennes
Armênia	Erevan	12,1	10	17	0,654	0,821	Valencia
Rússia	Samara	11,6	10	16	0,660	0,812	Valencia
Escócia	Glasgow	10,4	15	13	0,702	0,722	Valencia
Cazaquistão	Almaty	10,3	9	7	0,689	0,786	Dnepropetrovsk
França	Rennes	9,0	15	47	1,000	1,000	Rennes
Venezuela	Valencia	7,7	9	21	1,000	1,000	Valencia
Ucrânia	Dnepropetrovsk	7,1	6	9	1,000	1,000	Dnepropetrovsk

A Tabela 2 apresenta um resumo das cidades que mais foram escolhidas como alvo preferencial. É possível verificar que três cidades se destacam: Cairo, Rennes e São Paulo.

Tabela 2: Quantidade de vezes como alvos preferenciais

Cidade	Número de Vezes
Cairo	41
Rennes	30
São Paulo	18
Valencia	9
Hong Kong	8
Moscou	6
Dnepropetrovsk	4
Tóquio	3

Dentre as cidades que foram definidas como alvo preferencial, faz-se necessário destacar algumas características. A cidade mais escolhida como alvo foi a cidade do Cairo, no Egito, onde o metrô foi o primeiro sistema de trânsito rápido da região e o primeiro dos dois únicos sistemas de metrô no continente africano. Desde 2014 este sistema de trens metropolitanos tem 64 estações



com uma extensão total de 77,9 quilômetros. O sistema consiste em três linhas operacionais e no ano de 2013 já transportava cerca de 4 milhões de passageiros por dia. No entanto, é importante destacar que Cairo é a maior e mais populosa cidade da África e do mundo árabe, com cerca de 24 milhões de habitantes em sua região metropolitana, o que faz com que o serviço de metrô seja algo fundamental no transporte da cidade.

Como segundo alvo preferencial mais escolhido tem-se o sistema de metrô da cidade de Rennes, França. Este sistema conta com uma única linha, com 15 estações e extensão total de 9 quilômetros. Com um pouco mais de 205.000 habitantes, Rennes foi a menor cidade do mundo a ter um metrô até 2008. No entanto este sistema não é utilizado apenas pelos habitantes da própria cidade mais também pelos moradores de outros 43 municípios ao seu redor. Em 2013, mais de 425.000 pessoas foram transportadas diariamente por este serviço de metrô. Nota-se que a maioria das cidades que escolheram Rennes como alvo preferencial também são cidades com sistemas de trens metropolitanos de pequeno porte.

Por fim, o último sistema de metrô, que será destacado neste trabalho e que foi alvo preferencial para 18 DMUs, é o da cidade de São Paulo, Brasil. O metrô de São Paulo possui 78,4 quilômetros de extensão em seis linhas e 71 estações, sendo o metrô mais extenso do Brasil e o terceiro mais extenso da América Latina, atrás apenas da Cidade do México e de Santiago. Com uma região metropolitana com mais de 20 milhões de habitantes, o metrô está integrado ao sistema de trens urbanos e a terminais rodoviários. Diariamente o metrô de São Paulo transporta mais de quatro milhões de passageiros em média e ocupa a 12ª posição em número de passageiros transportados por ano, com 877 milhões.

5. Conclusão

Este trabalho propõe uma metodologia DEA, baseada no índice de eficiência não radial com propriedades vetoriais para o cálculo da eficiência de sistema de trens metropolitanos mundiais.

Para o cálculo das eficiências foi utilizada uma combinação de dois métodos, o Modelo DEA BBC orientado a *input* e o índice IV. Este último permite o *ranking* das DMUs por meio do estabelecimento de uma eficiência vetorial, fazendo com que os *inputs* e *outputs* variem de forma independente. Por fim, foram definidos os alvos preferenciais para cada DMU e contabilizados quais os sistemas de metrô que mais vezes foram selecionados como alvos preferenciais.

Através dos resultados obtidos foi possível encontrar oito DMUs eficientes, sendo apenas duas delas eficientes por *default*, Tóquio e Dnepropetrovsk. Estes dois sistemas de metrô foram pouco escolhidos como alvo pois as características destas DMUs são muito particulares, difíceis de serem reproduzidas pelo conjunto de DMUs. Foi possível verificar uma preferência na escolha dos alvos preferenciais, sendo Cairo o sistema de metrô definido como alvo para 35% das DMUs, Rennes para 25% e São Paulo para 15%.

Em termos de trabalhos futuros, uma possibilidade de continuidade do presente estudo seria incluir alguma variável que represente a qualidade do serviço prestado. Sabe-se que no caso dos sistemas de trens metropolitanos de Cairo e São Paulo, mesmo sendo considerados eficientes neste estudo, ambos possuem reclamações em relação ao serviço prestado, principalmente, no que se refere a superlotação. Por isso, a inclusão da perspectiva da qualidade do serviço prestado pode alterar as DMUs eficientes e os alvos preferenciais das DMUs estudadas.

Referências

Angulo Meza, L.; Biondi Neto, L.; Soares de Mello, J. C. C. B.; Gomes, E. G. (2005a). ISYDS - Integrated System for Decision Support (SIAD - Sistema Integrado de Apoio à Decisão): a software package for data envelopment analysis model. Pesquisa Operacional, v. 25, n. 3, p. 493-503.



Angulo Meza, L.; Biondi Neto, L.; Soares de Mello, J. C. C. B.; Gomes, E. G.; Coelho, P. H. G. (2005b). Free software for decision analysis: a software package for data envelopment models. In: 7th International Conference on Enterprise Information Systems - ICEIS 2005, v. 2, p. 207-212.

Appa, G.; Argyris, N.; Williams, H. P. (2006). A Methodology for Cross-Evaluation in DEA, p. 06-81. Working Paper LSEOR -, London School of Economics and Political Science, London.

Banker, R. D.; Charnes, A.; Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, v. 30, n. 9, p. 1078-1092.

Bregalda, P.A.O.; Bornstein, C. (1981). *Introdução a Programação Linear*. Rio de Janeiro, Editora Campus.

Caulfield, B.; Bailey, D.; Mullarkey, S. (2013) Using data envelopment analysis as a public transport project appraisal tool. *Transport Policy*, v. 29, p. 74-85.

Charnes, A.; Cooper, W. W.; Rhodes, E. (1978) Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, v. 2, p. 429-444.

Constant, R. C. (2016) *Eficiência não radial das Distribuidoras de Energia Elétrica Brasileiras*. Rio de Janeiro Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção), Universidade Federal Fluminense.

Debreu, G. (1951) The Coefficient of Resource Utilization. *Econometrica*, v. 19, n. 3, p. 273-292.

Farrell, M. J. (1957) The Measurement of Productive Efficiency. *Journal of Royal Statistical Society Series A*, v. 120, n. 3, p. 253-281.

Gomes Junior, S. F.; Rubem, A. P. S.; Soares de Mello, J. C. C. B.; Angulo Meza, L. (2016) Evaluation of Brazilian airlines nonradial efficiencies and targets using an alternative DEA approach, *International Transactions in Operational Research*, v. 23, n. 4, p. 669-689.

Gomes Junior, S. F.; Soares de Mello, J. C. C. B.; Angulo Meza, L. (2013) DEA nonradial efficiency based on vector properties, *International Transactions in Operational Research*, v. 20, n. 3, p. 341-364.

Gu, W.; Bordoloi, S. (2012) Performance evaluation of metro stations in Shanghai: a service contact perspective. *International Journal of Services and Operations Management*, v. 11, n. 2, p. 151-169.

Jain, P.; Cullinane, S.; Cullinane, K. (2008) The impact of governance development models on urban rail efficiency. *Transportation Research Part A*, v. 42, p. 1238-1250.

Lins, M. P. E.; Angulo Meza, L. (2000) *Análise Envoltória de Dados e perspectivas de integração no ambiente de Apoio à Decisão*. Rio de Janeiro: Editora da COPPE/UFRJ.

Metrobits (2016) World Metro Database. Disponível em: <<http://mic-ro.com/metro/table.html>>.

Naciff de Andrade, G.; Alves, L. A.; Silva, C.E.R.F.; Soares de Mello, J.C.C.B. (2014) Evaluating Electricity Distributors Efficiency Using Self-Organizing Map and Data Envelopment Analysis. *IEEE Latin America Transactions*, v.12, n. 8, p. 1456-1464.

Novaes, A. G. N. (2001) Rapid-Transit Efficiency Analysis with the Assurance-Region DEA Method. *Pesquisa Operacional*, v. 21, n. 2, p. 179-197.



Soares de Mello, J. C. C. B.; Angulo Meza, L.; Gomes, E. G.; Biondi Neto, L. (2005) Limites para eficiências não radiais em DEA: uma abordagem vectorial. *Investigação Operacional* v. 25, n. 2, p. 243-252.

Soares de Mello, J. C. C. B.; Angulo Meza, L.; Silveira, J. Q.; Gomes, E. G. (2013) About negative efficiencies in Cross Evaluation BCC input oriented models. *European Journal of Operational Research*, v. 229, n. 3, p. 732-737.

Soares de Mello, J. C. C. B.; Lins, M. P. E.; Gomes, E. G. (2002) Construction of a smoothed DEA frontier *Pesquisa Operacional*, v. 28, n. 2, p. 183-201.

Swami, M.; Parida, M. (2015) Comparative Appraisal of Metro Stations in Delhi Using Data Envelopment Analysis in a Multimodal Context. *Journal of Public Transportation*, v. 18, n. 3, p. 29-51.

Wu, J.; Liang, L.; Chen, Y. (2009) DEA game cross-efficiency approach to Olympic rankings, *Omega*, v. 37, n. 4, p. 909-918.

Yannis, G.; Kopsacheili, A.; Klimis, P. (2012) Estimating the adequacy of a metro network. *Journal of Urban Planning and Development*, v. 138, n. 4, p. 286-292.

Zhao, T.; Siu, K. W. M. (2014) The Needs for Quality Urban Rail Transit Life in Asian Metropolitan Cities. *Research Quality Life*, v. 10, p. 647-665.