



Uma comparação entre heurísticas de decomposição e um modelo integrado para o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com limpezas temporais

Alyne Toscano

Universidade Federal do Triângulo Mineiro
Av. Doutor Randolfo Borges Jr, 1250, Univerdecidade - Uberaba-MG - CEP:38064-200
alyne.toscano@uftm.edu.br

Deisemara Ferreira

Universidade Federal de São Carlos
Rodovia João Leme dos Santos (SP 264), Km 110, Bairro Itinga - Sorocaba-SP - CEP:18052-780
deise@ufscar.br

Reinaldo Morabito

Universidade Federal de São Carlos
Rod. Washington Luís, Km 235 - São Carlos-SP - CEP:13565-905
morabito@ufscar.br

RESUMO

Neste trabalho investiga-se o problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes em um ambiente de produção de dois estágios com algumas particularidades: um estoque intermediário no segundo estágio, que garante um lote de folga para o primeiro estágio, e a necessidade de limpezas obrigatórias a cada tempo pré-determinado de produção contínua de um mesmo item. Essas características são encontradas na produção de bebidas à base de frutas (tais como néctares e sucos) e também na indústria de laticínio. Na literatura existem heurísticas de decomposição e um modelo integrado para tratar esse problema. O objetivo deste trabalho é propor modificações e extensões para as heurísticas de decomposição existentes e comparar os resultados com o modelo. Testes computacionais foram realizados com instâncias baseadas em dados reais. Os resultados mostram que as heurísticas encontram soluções rapidamente quando comparado ao tempo para resolver o modelo, entretanto, as soluções obtidas com o modelo são melhores.

PALAVRAS CHAVE. Dimensionamento e sequenciamento de lotes. Limpezas Temporais. Bebidas à base de frutas.

Tópicos (PO na Indústria, Otimização Combinatória)

ABSTRACT

In this paper is researched the two-stage lot sizing and scheduling problem with some special features: a safety stock in the second stage, which holds a batch off for the first stage, and the requirement of temporal cleaning for each pre-defined time of continuous production of the same item. These features are found in the production processes of the based fruit beverage (such as juice and fruit flavoured drinks) and also in dairy production. In literature there are decomposition heuristics and a integrated model to address this problem. The objective in this paper is to propose modifications and extensions for the decomposition heuristics and comparing the results with the integrated model. Computational tests were run with instances that are based in real data. The results show that the heuristics found solutions quickly when compared to the spent time to solve the model, however, the solutions obtained with the model are better.

KEYWORDS. Lot Sizing and Scheduling. Temporal cleaning. Based fruit beverage.

Paper topics (OR in Industry, Combinatorial Optimization)



1. Introdução

A programação da produção é uma das tarefas mais importantes em uma empresa e em muitos casos é difícil de ser executada em virtude do alto número de considerações que se deve fazer, como demanda, capacidades, insumo, entre outros, mas, sobretudo em casos onde é necessário decidir sobre o quanto produzir (dimensionar os lotes) e a ordem em que produzir (sequenciar os lotes). Devido a importância e aplicabilidade, os problemas de dimensionamento e sequenciamento de lotes têm recebido grande atenção na literatura científica há mais de duas décadas [Copil et al., 2016], tanto do ponto de vista prático quanto teórico.

Uma área próspera para a pesquisa é a resolução de problemas reais em que as características próprias de cada sistema de produção são os diferenciais do modelo [Jans e Degraeve, 2008; Copil et al., 2016]. Existem na literatura diversos trabalhos aplicados aos mais diversos tipos de indústrias: fundição [Fachini et al., 2016], têxtil [Camargo et al., 2014], recipiente de vidro [Toledo et al., 2016], polpa moldada [Martínez et al., 2016], iogurte [Marinelli et al., 2007; Kopanos et al., 2011], alimentícia [Tempelmeier e Copil, 2015], refrigerantes e cerveja [Ferreira et al., 2009, 2010, 2012; Guimarães et al., 2012; Baldo et al., 2014; Toledo et al., 2015].

Uma tipo de indústria que vem ganhando cada vez mais espaço no mercado nacional e mundial é a de bebidas à base de frutas (sucos, néctares e refrescos). Esse crescimento é devido à uma tendência mundial de busca por alimentos funcionais (alimentos ou ingredientes que fazem bem a saúde). Segundo a Euromonitor [2015], a venda de produtos considerados saudáveis movimentou cerca de U\$27 bilhões em 2015 e só as bebidas devem movimentar U\$11 milhões até 2020.

A programação da produção nesse tipo de indústria também é uma tarefa difícil de ser realizada manualmente sem a ajuda de nenhuma ferramenta de apoio à decisão. Para realização da programação da produção é preciso considerar que o processo de produção tem dois estágios (preparo da bebida e envase) que precisam ser sincronizados. É necessário considerar que existe um tanque pulmão dentro da linha de produção que garante um lote de folga entre os dois estágios. Além disso, existe a exigência da realização de limpezas obrigatórias a cada determinado tempo sem realização de limpeza nos dois estágios (limpezas temporais) [Toscano et al., 2016], que afeta diretamente a programação da produção. As características de dois estágios de produção, exigência de limpezas temporais e a existência de um lote de folga entre os estágios também são encontradas em todas as empresas de produção de bebidas à base de frutas e também em processos de produção similares, tais como na produção de laticínios. Mais detalhes sobre esse processo de produção são apresentados na Seção 2. Na produção de refrigerantes e cerveja, cujo processo de produção também é composto de dois estágios sincronizados, não existem limpezas temporais e nem um lote de folga entre os estágios, e portanto os trabalhos existentes para esses tipos de bebidas não podem ser aplicados e nem adaptados para realização da programação de bebidas à base de frutas.

Até onde se pesquisou, o estudo do problema de programação da produção de bebidas à base de frutas é relativamente novo na literatura. Pagliarussi et al. [2016] abordou esse problema numa situação real considerando somente o segundo estágio, que foi observado como estágio gargalo em uma empresa do setor. Toscano et al. [2015] descreveu o problema considerando os dois estágios de produção e apresentou uma heurística de decomposição do problema em dois estágios considerando um modelo matemático para resolver apenas o primeiro estágio com custos e tempos de troca dependentes da sequência. Um estudo mais aprofundado sobre essas heurísticas de decomposição foi realizado em Toscano et al. [2017], que por outro lado considerou modelos para os dois estágios, mas somente para o caso independente da sequência. Um modelo integrado considerando todas as características do problema, chamado de “Modelo Integrado de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes Dois Estágios com Limpezas Temporais” (MDSL-2E-LT) foi apresentado por [Toscano et al., 2016]. Nesse modelo os autores consideram a sincronia entre os dois estágios, o lote de folga dado pelo tanque pulmão e a presença das limpezas temporais. Ambos os casos de custos e tempos de troca dependente ou independentes da sequência são contemplados pelo modelo.



Nesse trabalho apresenta-se uma variação para as heurísticas de decomposição propostas em Toscano et al. [2015] e Toscano et al. [2017] considerando o caso dependente da sequência. Os resultados obtidos com essas heurísticas são comparados com os resultados do modelo MDSL-2E-LT. Na Seção 2 é apresentada a descrição do problema. As heurísticas de decomposição propostas e uma breve explicação do modelo integrado são apresentadas na Seção 3. Testes computacionais foram realizados com instâncias baseadas em dados reais e são apresentados na Seção 4. Na Seção 5 são apresentadas as conclusões e as perspectivas para pesquisas futuras.

2. O problema de dimensionamento e sequenciamento de lotes com limpezas temporais

O processo de produção estudado nesse trabalho consiste dos seguintes passos: preparo da bebida, pasteurização, envase e empacotamento. A produção se inicia em tanques preparatórios na xaroparia (primeiro estágio). Nesses tanques, acontece a mistura de água com os ingredientes que se transformam na bebida pronta para ser enviada à linha (segundo estágio). Existe uma quantidade mínima de bebida que deve ser produzida devido ao uso de matéria-prima, e a quantidade máxima é definida pelo tamanho dos tanques preparatórios. Essas quantidades definem os lotes máximos e mínimos de produção. Depois de pronta a bebida é enviada através de tubulações para tanques pulmões, que se encontram na linha. Saindo dos tanques pulmões a bebida passa por pasteurizadores e segue para ser envasada em máquinas de envase. Ao receber o lote que está pronto no tanque preparatório, suponhamos um lote s , o tanque pulmão permanece abastecendo a linha com esse lote s . Logo, o tanque preparatório é liberado para a produção do próximo lote ($s + 1$), enquanto a linha está envasando o lote s .

Com base em visitas realizadas à empresas desse setor, assume-se que cada tanque preparatório está dedicado a uma linha de produção. Os tempos de produção no primeiro estágio (tempo de preparo da bebida) são fixos e independem do tamanho do lote. Na linha, o tempo para envasar a bebida é definido pela velocidade das máquinas de envase que varia entre as linhas.

As embalagens utilizadas no envase da bebida em cada linha de produção são embalagens cartonadas e todas do mesmo tamanho, mudando apenas o rótulo. Logo, as paradas da linha ocorrem apenas para a realização de limpezas. As limpezas são necessárias em três situações: no início de cada período; a cada troca de item; e, a cada TP_{max}/TL_{max} horas decorridas desde a realização da última limpeza no tanque preparatório/linha. Devido à relação com o tempo, essas limpezas são denominadas de limpezas temporais [Toscano et al., 2016]. O tempo para a realização de uma limpeza temporal é fixo nos tanques preparatórios/linhas. O tempo de realização da primeira limpeza do período é idêntico ao tempo despendido com a limpeza temporal. Para troca de itens os tempos e os custos de troca são dependentes da sequência.

Uma vez que ambos estágios são recursos com restrição de capacidade, esperas podem acontecer do tanque preparatório pela linha e vice-versa. Os tempos em que o tanque preparatório espera para enviar a bebida pronta para a linha, e os tempos em que a linha está ociosa esperando receber a bebida para ser pasteurizada e envasada devem ser considerados para efeito de uso da capacidade. Na Figura 1 é apresentada uma programação da produção factível para um exemplar ilustrativo com um período. Estão representados dois itens i e j , um tanque preparatório e uma linha. As linhas pontilhadas na Figura 1 representam os instantes em que os lotes estão sendo transferidos do tanque preparatório para a linha. Note que o tempo sem limpeza não pode ultrapassar TP_{max}/TL_{max} horas.

Logo, o problema de programação da produção consiste em dimensionar e sequenciar os lotes de produção para atender a demanda no final de cada período, considerando todas as características descritas acima: as limpezas temporais, a transferência imediata de um lote do primeiro estágio para o segundo estágio e a sincronia entre os estágios.

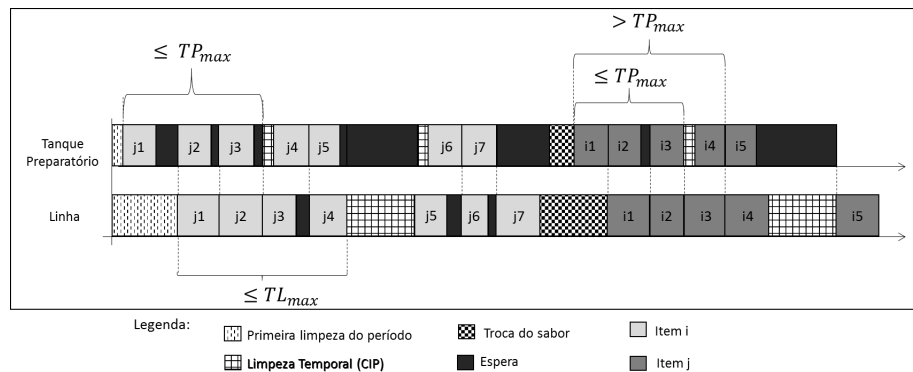


Figura 1: Exemplar ilustrativo de uma programação da produção factível. Fonte: os autores.

3. Abordagens de solução para o problema: heurísticas de decomposição e modelo integrado

Nesta seção são apresentadas heurísticas de decomposição para solução do problema de programação da produção em dois estágios com um tanque pulmão e limpezas temporais descrito na Seção 2. Essas heurísticas são baseadas nos trabalhos de Toscano et al. [2015] e Toscano et al. [2017]. O objetivo do presente trabalho é comparar os resultados obtidos com essas heurísticas com um modelo inteiro misto integrado que considera todas as características do problema e que foi proposto por Toscano et al. [2016].

Heurísticas de decomposição do problema

Toscano et al. [2015, 2017] propõem duas heurísticas de decomposição para o problema: Heurística Estágio I (H1) e Heurística Estágio II (H2). Nessas heurísticas o problema é decomposto nos dois estágios de produção. Em ambas, um modelo matemático inteiro misto (MIP) é utilizado para resolver a programação da produção de um dos estágios de produção; a solução obtida pelo modelo é sincronizada com o outro estágio através de um passo construtivo que insere na programação da produção os tempos de espera. Partindo do tamanho dos lotes definidos pelo modelo, na fase construtiva são contabilizadas as limpezas temporais e as esperas em ambos os estágios. Logo ao final da construção da sincronia é necessário verificar se a capacidade dos períodos foi excedida ou não. Se a capacidade é satisfeita, a solução é factível e a heurística termina. Caso contrário, as capacidades dos períodos são reduzidas e o MIP é resolvido novamente. O intuito de reduzir a capacidade no modelo é retornar uma solução com mais tempo disponível para a inserção das esperas na fase de sincronia. Esse processo é repetido até que uma solução factível seja encontrada ou até um limite de tempo. O MIP é sempre factível pois atrasos são permitidos. Para mais detalhes de como a fase construtiva é definida e executada veja Toscano et al. [2017].

No passo de redução de capacidade, duas diferentes estratégias podem ser utilizadas dando origem a duas variações (tipo A e tipo B) de cada heurística H1 e H2. Nas heurísticas do tipo A, todas as capacidades excedidas do horizonte de planejamento são reduzidas. Nas heurísticas do tipo B, é reduzida apenas a primeira capacidade excedida detectada pelo algoritmo.

Assim, no trabalho de Toscano et al. [2017] são apresentadas as duas heurísticas H1 e H2 para o caso independente da sequência (IS), considerando reduções do tipo A e B, ou seja: H1A-IS, H1B-IS, H2A-IS e H2B-IS. No trabalho de [Toscano et al., 2015] os autores utilizam as mesmas estratégias de redução da capacidade do tipo A e B, porém abordam apenas a H1 para o caso dependente da sequência, ou seja, as heurísticas abordadas nesse trabalho são: H1A-DS e H1B-DS.

Nesse trabalho serão propostas ligeiras variações das heurísticas do tipo H1 e H2 [Toscano et al., 2015, 2017] considerando somente o caso dependente da sequência (DS). Essas variações aqui apresentadas serão nomeadas por HE1A-DS, HE1B-DS, HE2A-DS e HE2B-DS.

Os passos das heurísticas do tipo A e B são descritos, respectivamente, nos Algoritmos 1 e 2 a seguir. Considere os seguintes parâmetros: $CapDisp_{mt}$ é a capacidade disponível (tempo



disponível de produção) do tanque preparatório/linha m no período t no problema original; Cap_{mt} é a capacidade do MIP; $CapUtil_{mt}$ quantidade de tempo utilizada na programação da produção para tanque preparatório/linha m no período t após a sincronia; $Tempo_Exec$ é o tempo decorrido desde o início do algoritmo; $Tempo_Lim$ é o tempo limite de execução do algoritmo; δ é a quantidade ultrapassada da capacidade disponível (se $CapUtil_{mt} > CapDisp_{mt}$, então $\delta = CapUtil_{mt} - CapDisp_{mt}$); β é uma porcentagem da capacidade ultrapassada δ , definido *a priori*; ε valor mínimo de redução da capacidade (se a capacidade tem que ser reduzida, deve ser reduzida em no mínimo ε); η_1 e η_2 valores atribuídos a β em momentos diferentes ao longo do algoritmo; φ porcentagem para redução das capacidades de todos os tanques preparatórios/linhas m .

Na heurística do tipo A, verifica-se para todo tanque preparatório/linha m e período t se o tempo disponível de produção ($CapDisp_{mt}$) foi excedido. Para todos os pares (m, t) , para os quais a capacidade foi violada, reduz-se Cap_{mt} no modelo e o processo se repete. No início da heurística tem-se $Cap_{mt} = CapDisp_{mt}$, pois nenhuma redução foi feita ainda, mas ao longo do Algoritmo 1 o valor de Cap_{mt} vai sendo modificado. Esta rotina é repetida até que uma solução factível seja obtida ou até que o tempo limite de execução seja atingido.

Algoritmo 1: Pseudocódigo das heurísticas do tipo A.

```

1 INÍCIO
2 enquanto  $Tempo_Exec < Tempo_Lim$  faça
3     Resolva o modelo matemático.
4     se Existe uma solução factível então
5         Sincronize os estágios.
6         se  $Tempo_Exec \leq \frac{1}{3}.Tempo_Lim$  então
7              $\beta \leftarrow \eta_1$ 
8         senão se  $\frac{1}{3}.Tempo_Lim < Tempo_Exec \leq \frac{2}{3}.Tempo_Lim$  então
9              $\beta \leftarrow \eta_2$ 
10            para todo  $t \in T$  e  $m \in M$  faça
11                 $Cap_{mt} \leftarrow \varphi.Cap_{mt}$ 
12            senão
13                 $\beta \leftarrow 1$ 
14            para todo  $t \in T$  e  $m \in M$  faça
15                se  $CapUtil_{mt} > CapDisp_{mt}$  então
16                     $\delta \leftarrow CapUtil_{mt} - CapDisp_{mt}$ .
17                     $Cap_{mt} \leftarrow Cap_{mt} - \max\{\beta.\delta, \varepsilon\}$ .
18                     $Aux \leftarrow 1$ .
19                se  $Aux=0$  então
20                    Pare e retorne a melhor solução inteira.
21            senão
22                Pare. O algoritmo não retorna uma solução factível.
23 FIM

```

Para cada uma das heurísticas HE1 e HE2 são resolvidos modelos diferentes de dimensionamento e sequenciamento de lotes na linha 3 do Algoritmo 1. Os modelos resolvidos são baseados em modelos clássicos da literatura, e como são extensões de problemas de dimensionamento de lotes é sabido que esses modelo podem ser difíceis de serem resolvidos até a otimalidade pelo *solver* dentro de um tempo razoável para a execução das heurísticas. Portanto, a otimalidade ou um tempo limite são os critérios de parada na solução desses modelos.

A redução da capacidade é realizada entre as linhas 14 e 18 do Algoritmo 1. Na linha 17 a capacidade é atualizada com a redução do maior valor entre $\beta.\delta$ e ε . Tomar o valor máximo entre



uma porcentagem da capacidade ultrapassada ($\beta.\delta$) e uma tolerância definida (ε) é uma maneira de equilibrar as reduções de capacidade. No início do algoritmo, o valores de δ podem ser muito grandes e portanto utiliza-se a porcentagem β . Quando a quantidade de tempo utilizada após a sincronia ($CapUtil_{mt}$) é um valor próximo da capacidade disponível ($CapDisp_{mt}$), o valor de δ é muito pequeno. Assim, se somente o valor δ fosse utilizado na redução de capacidade, essas reduções seriam muito pequenas, logo a solução do novo modelo com a capacidade reduzida seria muito próxima da última solução (até idêntica), fazendo com que a convergência do algoritmo para uma solução factível fosse muito lenta. Em geral, a tolerância ε é um número pequeno que vai ser dominante nas iterações finais do algoritmo, para evitar essa situação.

A diferença no Algoritmo 1 para os trabalhos Toscano et al. [2015, 2017] é a maneira com que β é calculado ao longo da heurística. Em Toscano et al. [2015, 2017] o valor de β é definido *a priori* e mantido fixo durante toda a heurística. A ideia proposta para lidar com a infactibilidade da solução final apresentada no Algoritmo 1 é que as reduções de capacidade do modelo comecem de forma mais sutil e se tornem mais agressivas conforme o tempo vai passando, ou seja, o valor de β é atualizado ao longo da heurística. Os parâmetros que influenciam nessa redução são calculados nas linhas de 6 a 13. O valor de β começa pequeno e aumenta à medida que o tempo de execução vai se aproximando do tempo limite, assim: $0 < \eta_1 < \eta_2 < 1$. Uma outra estratégia utilizada também para tentar encontrar uma solução factível dentro do tempo limite é reduzir a capacidade de todos os períodos e máquinas por um fator φ quando o tempo decorrido está entre 1/3 e 2/3 do tempo limite. As definições dos valores de η_1 , η_2 , φ e ε são feitas empiricamente através de testes iniciais.

A diferença entre as heurísticas do tipo A e do tipo B é o passo de redução de capacidade. Na heurística tipo B, a capacidade é reduzida apenas para o primeiro par (m, t) identificado com capacidade excedida. Quando o par (m, t) é identificado, a redução de capacidade é aplicada e o modelo matemático é resolvido novamente. Assim, as linhas de 14 a 18 no Algoritmo 1 são substituídas pelas linhas de 14 a 19 descritas no Algoritmo 2.

Algoritmo 2: Pseudocódigo das heurísticas do tipo B.

```

14 para  $t \in T$  e  $m \in M$  faça
15     se  $CapUtil_{mt} > CapDisp_{mt}$  então
16          $\delta \leftarrow CapUtil_{mt} - CapDisp_{mt}$ .
17          $Cap_{mt} \leftarrow Cap_{mt} - \max\{\beta.\delta, \varepsilon\}$ .
18          $Aux \leftarrow 1$ .
19         Interrompa o laço.

```

Os modelos matemáticos utilizados nessas heurísticas são modelos de dimensionamento e sequenciamento de lotes capacitados, multiperíodos, multi-itens e multimáquinas. O modelo para as heurísticas HE1A-DS e HE1B-DS resolve a programação do primeiro estágio e é denominado Modelo de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes do Preparo (MDSL-P). Esse modelo é o mesmo proposto por Toscano et al. [2015] e é apresentado a seguir.

Considere os conjuntos: J é o conjunto de itens (sabores) (i e $j \in J$); M é o conjunto de tanques preparatórios/linhas ($m \in M$) e T é o conjunto de períodos ($t \in T$). Considere os seguintes parâmetros: h_j^+ é o custo de estoque de uma unidade do item j ; h_j^- é custo de atraso de uma unidade do item j ; I_{j0}^+/I_{j0}^- são o estoque/atraso em unidades do item j no início do primeiro período do horizonte de planejamento; i_0 é um produto fictício para o qual tanque preparatório e linha são preparados no início de cada período (item fantasma), $i_0 \in J$; LB_j/UB_j são a quantidade mínima/máxima de produção, em litros, do item j em um tanque (lote mínimo/lote máximo); d_{jt}^l é a demanda em litros do item j no período t ; $MaxTqs_m$ é um limite superior estimado para a quantidade de tanques que podem ser preparados pelo tanque preparatório m ao longo de um período; ρ_j é a quantidade de bebida em litros para produzir uma unidade de um item do tipo j ; Tp



é o tempo de produção (mistura/preparo) de um lote de bebida no tanque independente de sabor e quantidade; LT^I é o tempo de realização de uma limpeza temporal no tanque preparatório; LT^{II} é o tempo de realização de uma limpeza temporal na linha; Cl_t é o custo de uma limpeza temporal no tanque preparatório e na linha; TC_{ij}^I é o tempo de uma limpeza no tanque preparatório para troca do item i para o item j ; TC_{ij}^{II} é o tempo de uma limpeza na linha para troca do item i para o item j ; Cap_{mt} é a capacidade total disponível em tempo do tanque preparatório/linha m no período t ; S_m é a velocidade de envase da linha m em litros por hora; TP_{max}/TL_{max} é o tempo máximo permitido sem limpeza temporal desde a realização da última limpeza no tanque preparatório/linha, durante a produção de um mesmo sabor; $Mgde$ um número suficientemente grande (em geral, utilizado como 15% maior do que Cap_{mt}); C_{ij} é a penalização da troca do item i para o item j .

Considere as variáveis: I_{jt}^{I+}/I_{jt}^{I-} são o estoque/atraso em litros do item j no final do período t ; X_{mjt}^I é a quantidade produzida em litros no tanque preparatório m do item j no período t ; Z_{mijt} é 1 se no tanque preparatório m existe uma troca do item i para o item j no período t e 0 caso contrário, $Z_{mjjt} = 0 \forall j \in J$; U_{mjt}^I é o número de limpezas temporais ocorridas no tanque preparatório m para o item j no período t ; ξ_{mjt}^I é o número de lotes produzidos pelo tanque preparatório m do item j no período t .

O modelo (MDSL-P) é dado pelas expressões (1)-(12) descritas a seguir.

$$\begin{aligned} \text{Min } Z^I = & \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} (h_j^+ I_{jt}^{I+} + h_j^- I_{jt}^{I-}) / \rho_j + \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} \sum_{\substack{i \in J \\ i \neq j}} C_{ij} Z_{mijt} \\ & + \sum_{m \in M} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} Cl_p U_{mjt}^I \end{aligned} \quad (1)$$

s.a.:

$$I_{j(t-1)}^{I+} + I_{jt}^{I-} + \sum_{m \in M} X_{mjt}^I = d_{jt}^I + I_{jt}^{I+} + I_{j(t-1)}^{I-}, \quad \forall t \in T, \forall j \in J. \quad (2)$$

$$\sum_{j \in J} T_p \xi_{mjt}^I + \sum_{j \in J} \sum_{\substack{i \in J \\ i \neq j}} TC_{ij}^I Z_{mijt} + \sum_{j \in J} LT^I U_{mjt}^I \leq Cap_{mt}, \quad \forall m \in M, \forall t \in T. \quad (3)$$

$$U_{mjt}^I \geq \frac{T_p \xi_{mjt}^I}{TP_{max}} - 1, \quad \forall m \in M, \forall j \in J, \quad \forall t \in T. \quad (4)$$

$$X_{mjt}^I \geq LB_j \xi_{mjt}^I, \quad \forall m \in M, \forall j \in J, \quad \forall t \in T. \quad (5)$$

$$X_{mjt}^I \leq UB_j \xi_{mjt}^I, \quad \forall m \in M, \forall j \in J, \quad \forall t \in T. \quad (6)$$

$$\xi_{mjt}^I \leq |T| MaxTq_m \sum_{i \in J} Z_{mijt}, \quad \forall m \in M, \forall j \in J, \quad \forall t \in T. \quad (7)$$

$$\sum_{\substack{i \in J \\ i \neq j}} Z_{mijt} = \sum_{\substack{i \in J \\ i \neq j}} Z_{mjit}, \quad \forall m \in M, \forall j \in J, \quad \forall t \in T. \quad (8)$$

$$\sum_{\substack{j \in J \\ j \neq i_0}} Z_{mi_0jt} \geq \sum_{\substack{i \in J \\ i \neq k}} Z_{mikt}, \quad \forall m \in M, \forall k \in J, \quad \forall t \in T. \quad (9)$$

$$\sum_{\substack{j \in J \\ i \neq j}} Z_{mijt} \leq 1, \quad \forall m \in M, \forall j \in J, \quad \forall t \in T. \quad (10)$$



$$V_{mjt} \geq (V_{mit} + 1) - (|J| - 1)(1 - Z_{mijt}), \quad \forall m \in M, \forall t \in T, \quad (11)$$

$$\forall i, j \in J \setminus i_0, i \neq j.$$

$$Z_{mijt} \in \{0, 1\}, U_{mjt}^I, \xi_{mjt}^I \in \mathbb{Z}_+; X_{mjt}^I, I_{jt}^{I,+}, I_{jt}^{I,-}, V_{mjt} \geq 0, \quad \forall m \in M, \forall t \in T, \quad (12)$$

$$\forall i, j \in J.$$

A função objetivo (1) minimiza a soma dos custos de estoque, atraso, trocas e penaliza o número de limpezas temporais. A restrição (2) representa o balanceamento de estoque e demanda para cada item em cada período. A restrição (3) garante que a capacidade não será excedida. Nessa restrição, estão somados os tempos despendidos com preparo, com as trocas entre itens e com as limpezas temporais. O número de limpezas temporais é contado através da restrição (4). A restrição (4), combinada com a minimização da variável U_{mjt}^I na função objetivo, conta quantas limpezas temporais deverão ser realizadas para cada item j no período t através da função piso $\left\lfloor \frac{T_p \xi_{mjt}^I}{TP_{max}} \right\rfloor$. Isto é, a cada TP_{max} tempos de preparação de lotes de bebida j , é necessária a realização de uma limpeza temporal. Os lotes mínimo e máximo são garantidos pela restrições (5) e (6), respectivamente. A restrição (7) é de *setup*. Essa restrição associada com a minimização da variável Z_{mijt} garante que se há preparo do item j , tem que ter havido uma troca de i para j ; e o número máximo de preparos que podem ser realizados está limitado por $MaxTqs_m$. O sequenciamento é determinado pelas restrições (8)-(11). A restrição (8) é de fluxo. A restrição (9) impõe que o primeiro item produzido seja o item fantasma i_0 e a restrição (10), que não haja mais do que uma troca de i para j no tanque m no período t . Para eliminação de subrotas são utilizadas as restrições (11). Finalmente, a restrição (12) define o domínio das variáveis.

O modelo para o segundo estágio (heurísticas HE2A-DS e HE2B-DS) é proposto nesse trabalho e denominado por Modelo de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes da Linha (MDSL-L). Considere os mesmos parâmetros e variáveis do MDSL-P e considere ainda d_{jt} a demanda em unidades do item j no período t e a_m o tempo de produção de uma unidade de um item na linha m . As variáveis utilizadas no modelo para a linha são: I_{jt}^+/I_{jt}^- são estoque/atraso em unidades do item j no final do período t ; X_{mjt}^{II} é a quantidade produzida em unidades na linha m do item j no período t ; U_{mjt}^{II} é o número de limpezas temporais ocorridas na linha m para o item j no período t .

O Modelo de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes da Linha (MDSL-L) é dado pelas expressões (13)-(18), (8)-(11) e (19).

$$\begin{aligned} \text{Min } Z^{II} = & \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} (h_j^+ I_{jt}^+ + h_j^- I_{jt}^-) + \sum_{m \in M} \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} \sum_{\substack{i \in J \\ i \neq j}} C_{ij} Z_{mijt} \\ & + \sum_{m \in M} \sum_{j \in J} \sum_{t \in T} Clp U_{mjt}^{II} \end{aligned} \quad (13)$$

s.a.:

$$I_{j(t-1)}^+ + I_{jt}^- + \sum_{m \in M} X_{mjt}^{II} = d_{jt} + I_{jt}^+ + I_{j(t-1)}^-, \quad \forall t \in T, \forall j \in J. \quad (14)$$

$$\sum_{j \in J} a_m X_{mjt}^{II} + \sum_{j \in J} \sum_{\substack{i \in J \\ i \neq j}} TC_{ij}^{II} Z_{mijt} + \sum_{j \in J} LP^{II} U_{mjt}^{II} \leq Cap_{mt}, \quad \forall m \in M, \forall t \in T. \quad (15)$$

$$U_{mjt}^{II} \geq \frac{a_m X_{mjt}^{II}}{TL_{max}} - 1, \quad \forall m \in M, \forall j \in J, \quad \forall t \in T. \quad (16)$$

$$X_{mjt}^{II} \geq LB_j \sum_{\substack{i \in J \\ i \neq j}} Z_{mijt}, \quad \forall m \in M, \forall j \in J, \quad \forall t \in T. \quad (17)$$



$$X_{mjt}^{II} \leq Cap_{mt} S_m \sum_{\substack{i \in J \\ i \neq j}} Z_{mijt}, \quad \forall m \in M, \forall j \in J, \quad \forall t \in T. \quad (18)$$

$$(8), (9), (10), (11)$$

$$Z_{mijt} \in \{0, 1\}, U_{mjt}^{II} \in \mathbb{Z}_+; X_{mjt}^{II}, I_{jt}^+, I_{jt}^-, V_{mjt} \geq 0, \quad \forall m \in M, \forall t \in T, \quad \forall i, j \in J. \quad (19)$$

A função objetivo (13) minimiza a soma dos custos de estoque, atraso, trocas e penaliza o número de limpezas temporais na linha. A restrição (14) representa o balanceamento de estoque e demanda e (15) garante que a capacidade não será excedida. Nessa restrição estão somados os tempos de envase, os tempos de troca e as limpezas temporais da linha. A restrição (16), combinada com a minimização da variável U_{mjt}^{II} na função objetivo, conta quantas limpezas temporais deverão ser realizadas na linha para cada item j no período t . Logo, a cada TL_{max} tempos de envase da bebida j é necessária a realização de uma limpeza temporal na linha. Os lotes mínimo e máximo são garantidos pela restrições (17) e (18), respectivamente. Nesse caso, o lote máximo é limitado pela capacidade máxima de produção da linha. As restrições de (8) a (11) determinam o sequenciamento e já foram explicadas anteriormente. A restrição (19) define o domínio das variáveis.

Modelo integrado

Toscano et al. [2016] apresenta um modelo dois estágios integrado que considera todas as especificidades do problema descrito na Seção 2. O modelo MDSL-2E-LT utiliza variáveis contínuas para controlar o tempo e as limpezas temporais. A produção é discretizada em tanques para realização da sincronia, e o sequenciamento é realizado através de restrições de conservação de fluxo e de eliminação de subrotas. Apesar do modelo representar todas as características do problema estudado, trata-se de um modelo difícil de ser resolvido.

4. Testes computacionais

Para comparar o desempenho das heurísticas de decomposição (HE1A-DS, HE1B-DS, HE2A-DS e HE2B-DS) com o modelo MDSL-2E-LT foram utilizadas 6 instâncias baseadas em dados reais de uma fábrica de bebidas à base de frutas. A instância S1 é um exemplar pequeno (2 períodos e 3 sabores), M é a instância média (3 períodos e 4 sabores) e de L1 a L4 são as instâncias grandes (L1 a L3 tem entre 4 e 5, L4 tem 13 períodos e todas com 5 sabores). Em todos os exemplares considera-se $m = 2$.

A Tabela 1 apresenta o número de variáveis e restrições dos modelos resolvidos em cada heurística comparados ao modelo integrado. É possível notar que o modelo MDSL-2E-LT tem um número muito maior de variáveis e restrições do que os modelos MDSL-L e MDSL-P, pois este trata o problema integrado com todas suas especificidades. Isso implica que o modelo MDSL-2E-LT é muito mais difícil de ser resolvido do que os modelos para cada um dos dois estágios. Os

Tabela 1: Dimensões dos modelos.

Instância	MDSL-2E-LT		MDSL-P		MDSL-L	
	Variáveis	Restrições	Variáveis	Restrições	Variáveis	Restrições
S1	3.076	7.032	120	137	108	128
M1	23.904	90.507	258	287	234	267
L1	63.104	398.424	464	512	424	472
L2	74.855	454.655	580	640	530	590
L3	59.884	363.724	464	512	424	467
L4	205.088	1.294.878	1.508	1.664	1.378	1.534

custos de estoque, atraso, troca e limpezas temporais não foram fornecidos. Sendo assim, tentando representar as prioridades da empresa visitada, que privilegia o bom atendimento ao cliente evitando atrasos, os custos foram tomados como 1 u.m. para limpezas temporais, custos de troca variando de 1 u.m. a 25 u.m., custo de estoque de 10 u.m. por unidade e custo de atraso de 100 u.m. por unidade.



Os testes foram realizados em um computador Intel Core i7 com dois núcleos de 3.6GHz cada e memória de 16GB. As heurísticas e os modelos foram implementados em linguagem de modelagem AMPL e resolvidos pelo sistema de otimização CPLEX 12.6.1 parametrizado: utilizou-se processamento em paralelo, a seleção do nó com melhor limitante, e a aplicação da heurística RINS a cada 10 nós da árvore *branch-and-bound*.

Os parâmetros que são definidos *a priori* nas heurísticas de decomposição foram configurados empiricamente para os seguintes valores: $\beta = 0,25$, $\varepsilon = 0,025$. Cap_{mt} , $\forall m \in M$, $\forall t \in T$, $\eta_1 = 0,50$, $\eta_2 = 1$ e $\varphi = 0,90$. O tempo limite para resolução dos modelos em cada iteração é de 60 segundos. O tempo total disponibilizado para as heurísticas e para o modelo integrado foi de 3.600 segundos.

A Tabela 2 mostra as soluções obtidas com as heurísticas do estágio I HE1-DS e a Tabela 3, os resultados da heurística HE2-DS. O *gap* é calculado em relação ao melhor limitante encontrado com o modelo MDSL-2E-LT. Os resultados obtidos com o modelo MDSL-2E-LT estão apresentados na Tabela 4.

Quando compara-se os resultados obtidos com as heurísticas do tipo A e B, para ambas HE1 e HE2, a estratégia B apresenta melhores resultados. Isso porque nessa estratégia em cada iteração a capacidade é reduzida apenas para um par m e t , encontrando uma solução factível com menos reduções na capacidade do que a estratégia tipo A. Comparando os resultados obtidos com as estratégias HE1B-DS e HE2B-DS, a primeira apresenta melhores soluções para as instâncias L1, L2 e L3, enquanto que a heurística HE2B-DS apresenta melhores soluções para as outras três instâncias, S1, M1 e L4. Note que os valores apresentados de solução são altos devido aos custos altos de estoque e atraso. Com relação aos tempos computacionais as heurísticas mostram-se rápidas, sendo a HE2A-DS a mais rápida, encontrando soluções com, em média, menos de um minuto.

Comparando as soluções das heurísticas com o modelo MDSL-2E-LT, nota-se que o modelo apresenta as melhores soluções para todas as instâncias, exceto para a maior delas L4. Entretanto, o modelo demora em média 3.088,70 para a apresentar uma solução, enquanto que a heurística mais lenta (HE1B-DS) demora em média 229,78 segundos. O modelo apresenta melhores soluções pois consegue capturar todas as especificidades do problema, entretanto é muito difícil de ser resolvido.

Tabela 2: Resultados obtidos pelas heurísticas HE1-DS.

Instância	HE1-DS					
	HE1A-DS			HE1B-DS		
	Função objetivo (u.m.)	Gap (%)	Tempo (seg.)	Função objetivo (u.m.)	Gap (%)	Tempo (seg.)
S1	24,00	42,21	1,73	24,00	42,21	1,80
M1	31,00	53,00	0,84	31,00	53,00	5,16
L1	48,00	79,25	7,28	47,00	78,80	15,59
L2	612.671,33	100,00	26,91	195.962,00	99,99	61,88
L3	4.928.219,67	100,00	55,36	5.094.801,00	100,00	78,20
L4	159.816.045,50	100,00	1.226,62	4.068.931,00	100,00	1.216,05
Média	27.559.506,58	77,85	219,79	1.559.966,00	77,74	229,78

5. Conclusões e perspectivas futuras

Nesse trabalho foi abordado o problema de programação da produção considerando um sistema de produção dois estágios, com um tanque pulmão garantindo um lote de folga entre os estágios e com limpezas temporais. Esse problema é encontrado no ambiente de produção de bebidas à base de frutas e também em empresas de laticínios. Apresentou-se variações de heurísticas da literatura para resolver o problema e a comparação dos resultados dessas heurísticas com a resolução de um modelo integrado também encontrado na literatura.

Testes realizados com instâncias baseadas em dados reais mostram que as heurísticas são muito rápidas para resolver o problema quando comparadas ao modelo MDSL-2E-LT e que essas



Tabela 3: Resultados obtidos pelas heurísticas HE2-DS.

Instância	HE2-DS					
	HE2A-DS			HE2B-DS		
	Função objetivo (u.m.)	Gap (%)	Tempo (seg.)	Função objetivo (u.m.)	Gap (%)	Tempo (seg.)
S1	23,00	39,70	0,56	23,00	39,70	249,02
M1	30,00	53,77	0,12	30,00	53,77	0,14
L1	53,00	72,51	1,11	52,00	71,98	1,81
L2	599.916,77	100,00	6,12	479.664,11	100,00	18,33
L3	26.142.122,66	100,00	35,33	26.944.737,87	100,00	29,34
L4	3.069.057,23	100,00	140,50	2.787.596,60	100,00	270,02
Média	4.968.533,78	77,66	30,62	5.035.350,60	77,57	94,78

Tabela 4: Resultados obtidos pelo modelo MDSL-2E-LT.

Instância	MDSL-2E-LT		
	Função objetivo (u.m.)	Gap (%)	Tempo (seg.)
S1	14,00	0,04	3.600,00
M1	25,00	41,78	532,20
L1	41,00	75,82	3.600,00
L2	50,00	79,41	3.600,00
L3	1.237.545,00	100,00	3.600,00
L4	173.182.854,00	100,00	3.600,00
Média	29.070.088,16	66,18	3.088,70

heurísticas apresentam melhores resultados para apenas uma instância, que é a maior de todas (L4). Isso indica que as heurísticas tem potencial para serem melhoradas.

Como pesquisa futura pretende-se incluir passos de melhoria nessas heurísticas para tentar obter soluções mais competitivas com o modelo para as instâncias menores. Além disso, é necessário a geração de mais instâncias e realização de testes mais exaustivos. Uma linha de investigação também é fornecer a solução das heurísticas como solução inicial para o *solver* resolver o modelo MDSL-2E-LT.

Agradecimentos

Os autores agradecem a UFTM, ao CNPq processo n. 312569/2013-0 e a FAPESP processo n. 2010/10133-0 pelo apoio financeiro dado para o desenvolvimento desse trabalho.

Referências

- Baldo, T. A., Santos, M. O., Almada-Lobo, B., e Morabito, R. (2014). An optimization approach for the lot sizing and scheduling problem in the brewery industry. *Computers & Industrial Engineering*, 72:58–71.
- Camargo, V. C., Toledo, F. M., e Almada-Lobo, B. (2014). Hops - hamming-oriented partition search for production planning in the spinning industry. *European Journal of Operational Research*, 234(1):266–277.
- Copil, K., Wörbelauer, M., Meyr, H., e Tempelmeier, H. (2016). Simultaneous lotsizing and scheduling problems: a classification and review of models. *OR Spectrum*. Doi: 10.1007/s00291-015-0429-4.
- Euromonitor (2015). Market research on fruit and vegetable juice. Technical report, Euromonitor International. Euromonitor International.
- Fachini, R. F., Esposto, K. F., e Camargo, V. C. B. (2016). Glass container production planning with warm-ups and furnace extraction variation losses.



- Ferreira, D., Clark, A. R., Almada-Lobo, B., e Morabito, R. (2012). Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production. *International Journal of Production Economics*, 136(2):255–265.
- Ferreira, D., Morabito, R., e Rangel, S. (2009). Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 196: 697–706.
- Ferreira, D., Morabito, R., e Rangel, S. (2010). Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants. *Computers and Operation Research*, 37(4):684–691.
- Guimarães, L., Klabjan, D., e Almada-Lobo, B. (2012). Annual production budget in the beverage industry. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 25(2):229 – 241.
- Jans, R. e Degraeve, Z. (2008). Modeling industrial lot sizing problems: a review. *International Journal of Production Research*, 46(6):1619–1643.
- Kopanos, G. M., Puigjaner, L., e Georgiadis, M. C. (2011). Resource-constrained production planning in semicontinuous food industries. *Computers and Chemical Engineering*, 35(12):2929–2944.
- Marinelli, F., Nenni, M. E., e Sforza, A. (2007). Capacitated lot sizing and scheduling with parallel machines and shared buffers: A case study in a packaging company. *Annals of Operations Research*, 150(1):177–192.
- Martínez, K. Y., Toso, E. A., e Morabito, R. (2016). Production planning in the molded pulp packaging industry. *Computers & Industrial Engineering*. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2016.05.024>.
- Pagliarussi, M., Morabito, R., e Santos, M. (2016). Optimizing the production scheduling of fruit juice beverages using mixed integer programming models. *Gestão & Produção*. URL <http://dx.doi.org/10.1590/0104-530x2288-15>.
- Tempelmeier, H. e Copil, K. (2015). Capacitated lot sizing with parallel machines, sequence-dependent setups, and a common setup operator. *OR Spectrum*. doi: 10.1007/s00291-015-0410-2.
- Toledo, C. F. M., Kimms, A., França, P. M., e Morabito, R. (2015). The synchronized and integrated two-level lot sizing and scheduling problem: Evaluating the generalized mathematical model. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015:1–18.
- Toledo, C. F. M., Arantes, M. d. S., Hossomi, M. Y. B., e Almada-lobo, B. (2016). Mathematical programming-based approaches for multi-facility glass container production planning. *Computers & Operations Research*, 74:92–107.
- Toscano, A., Ferreira, D., e Morabito, R. (2015). Heurística baseada em modelo para resolução do problema de programação da produção de bebidas de frutas. In *Anais do XLVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- Toscano, A., Ferreira, D., e Morabito, R. (2016). Modelo de dimensionamento e sequenciamento de lotes dois estágios com limpezas temporais: aplicação na produção de bebidas à base de frutas. In *Anais do XLVIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*.
- Toscano, A., Ferreira, D., e Morabito, R. (2017). A decomposition heuristic to solve the two-stage lot sizing and scheduling problem with temporal cleaning. Technical report, Federal University of Triângulo Mineiro.