



Modelagem e caracterização de redes veiculares utilizando-se grafos temporais e métricas de redes complexas

Fillipe S. Silva¹, Douglas L. L. Moura², Raquel S. Cabral¹

¹ Universidade Federal de Alagoas - Campus Arapiraca (UFAL)
Caixa Postal 57309-005 - Arapiraca - AL - Brasil

² Departamento de Ciência da Computação - Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG)
Av. Antônio Carlos, 6627 - Pampulha, 31270-901 - Belo Horizonte - MG - Brasil

{fillipesantos00, douglasllmoura, raquelcabral}@gmail.com

Resumo. *Redes ad hoc veiculares exibem características topológicas não triviais, com padrões de conexão entre seus elementos que envolvem um crescimento dinâmico ao longo do tempo. Neste trabalho, foram utilizadas métricas de redes complexas para caracterização de redes veiculares. O objetivo do trabalho foi avaliar o comportamento de métricas de centralidade estáticas e temporais aplicadas em ambientes veiculares. Os resultados mostraram as variações na densidade das métricas quando aplicadas na mesma rede com e sem o aspecto temporal. Verificou-se que, as arestas temporais detalham com mais precisão os menores caminhos e conexões entre os nós, ao contrário do modelo agregado, que não contempla o aspecto dinâmico dessas redes.*

PALAVRAS CHAVE: Grafo Temporal, Redes Complexas, Métricas.

Tópicos: TAG - Teoria e Algoritmos em Grafos.

Abstract. *Vehicular ad hoc networks shows non-trivial topological features, with connection patterns between their elements that involve dynamic growth over time. In this work, we use techniques and measures of Complex Networks to characterize Vehicle Networks. We evaluate the behavior of static and temporal centrality measures applied in vehicular environments. The results reveal density variations of the centrality measures when applied in the network with or without the temporal aspects. The temporal edges detail with more precision the shortest paths and connections between nodes, unlike the aggregate model, that does not contemplate the dynamic aspect of these networks.*

KEYWORDS: Temporal Graph, Complex Networks, Metrics.

Paper topics: TAG - Theory and Algorithms in Graphs.



1. Introdução

Uma rede *ad hoc* veicular (*vehicular ad hoc network* - VANET) é formada por um conjunto de veículos que são equipados com dispositivos que possuem capacidade de comunicação sem fio e processamento de informações, estas conseqüentemente, não dispõem de uma infraestrutura fixa [Hartenstein and Laberteaux 2008]. A comunicação pode ser estabelecidas entre os veículos ou por pontos de disseminação (PDs) instalados ao longo das rodovias/estradas.

A teoria de redes complexas tem sido utilizada na análise, modelagem e caracterização de sistemas naturais e artificiais, alguns exemplos incluem as redes sociais, redes de disseminação de doença, redes neurais, Internet, a WWW, problemas de roteamento, redes de citações entre artigos, etc. Essas redes exibem características topológicas não triviais, com padrões de conexão entre seus elementos que envolvem um crescimento dinâmico ao longo do tempo [Barabasi 2003]. Neste trabalho, foram utilizados conceitos de redes complexas, para caracterização de redes veiculares, dada sua natureza dinâmica.

Existem diversas métricas para caracterização de redes complexas, dentre elas as métricas de centralidade, que medem a influência relativa de um nó dentro da rede [Newman 2010]. O uso dessas métricas quantificam, por exemplo, a quantidade de amigos que um indivíduo possui, o quanto ele é influente dentro de uma rede social, ou, o quanto um ponto fixo de disseminação de informação é relevante em uma rede veicular.

Neste trabalho, uma VANET é modelada como um grafo dinâmico e as métricas de redes complexas são utilizadas na sua caracterização, com o objetivo de estudar o comportamento temporal dessas redes. Nesse caso, os veículos são considerados como nós e as comunicações como ligações do grafo. As ligações são estabelecidas de acordo com o raio de alcance do veículo. A rede veicular é modelada de duas formas: como redes agregadas e temporais. O processo de agregação de redes escolhe uma única rede estática que melhor representa a rede dinâmica (i.e., ao longo do tempo), essa representação pode ignorar as relações temporais entre os vértices, causando perda de informação, como por exemplo, na construção de menores caminhos [Endriss and Grandi 2016]. Nesse caso são aplicadas as métricas estáticas. A modelagem temporal é realizada inserindo-se o tempo exato das interações entre os nós, assim é possível estudar melhor as inter-relações entre eles. Acredita-se que o uso das métricas de centralidade estáticas devem ser redefinidas ou estendidas para redes temporais, pois, considerar o tempo é um fator importante na análise dessas redes, dada a sua dinamicidade.

Assim sendo, é recomendado o uso de métricas temporais em redes temporais, pois levam em conta o aspecto dinâmico da rede, utilizando-se um cenário mais realista, diferente da agregação da rede. Devido à alta frequência de mobilidade dos veículos, por exemplo, a construção de menores caminhos sofrem mudanças frequentes com a adição (ou remoção) de novas arestas entre os nós. A rede temporal leva em consideração o tempo de contato entre os vértices, portanto, ela pode ser uma melhor representação da rede.

Em linhas gerais, os trabalhos existentes modelam redes complexas de forma agregada e usam métricas estáticas para caracterizar as redes temporais. Em Grandi et al. [Grandi et al. 2016], os autores relatam uma compreensão clara de oito métricas de centralidade aplicadas em várias redes sociais revelando as suas semelhanças, diferenças e investigando seus relacionamentos. Demonstram que várias métricas avaliam os vértices de



uma maneira muito similar, mas não há uma comparação levando o aspecto temporal das redes. Em Pereira et al. [Pereira et al. 2016], os autores investigam o comportamento da rede social *Twitter* usando apenas as métricas de centralidade *closeness* e *betweenness*. O objetivo é estudar os aspectos evolutivos da rede, quando modelada como grafo temporal e processada como fluxos de grafos estáticos. O trabalho mostra que é importante considerar a sequência de contatos quando analisamos redes temporais. Entretanto, somente um conjunto de dados é usado com granularidade de um dia. Por outro lado, Alvarenga et al. [Alvarenga et al. 2014] aplica métricas estáticas em dois ambientes veiculares e grafos aleatórios. Os resultados obtidos são comparados para verificar se as redes veiculares apresentam comportamento social.

Neste trabalho, foi realizada uma análise comparativa do comportamento entre métricas de centralidade, estáticas e temporais, utilizando-se cinco bases de dados de mobilidade veicular modelada de forma agregada e temporal.

O restante do artigo está organizado da seguinte forma. A Seção 2 descreve a fundamentação teórica necessária para o entendimento do trabalho. A Seção 3 define o problema tratado. A Seção 4 descreve os cenários utilizados. A Seção 5 apresenta as simulações e os resultados. A Seção 6 conclui o trabalho e apresenta algumas direções futuras.

2. Fundamentação teórica

Esta Seção apresenta os conceitos necessários para o entendimento do trabalho: redes veiculares, grafos temporais e as métricas de centralidade avaliadas.

2.1. Redes veiculares

Uma rede *ad hoc* veicular (VANET) é uma abordagem promissora para futuro sistema inteligente de transporte (ITS). A comunicação nessas redes pode ser feita de duas formas: exclusiva entre veículos, denominada V2V (*Vehicle-to-Vehicle*), ou entre veículos e pontos de disseminação (PDs), denominada de V2I (*Vehicle-to-Infrastructure*) [Yousefi et al. 2006a]. Um dos maiores objetivos das redes veiculares é proporcionar conforto, entretenimento e segurança para os passageiros dos veículos, evitando colisões com a emissão de alertas e informações sobre condições de tráfego. Cada veículo funciona como um nó que recebe, envia e processa mensagens [Yousefi et al. 2006b]. Em razão do alto dinamismo nos padrões de mobilidade da comunicação V2V, a topologia da rede é constantemente alterada, o que implica em uma conectividade frágil e desconexões. Assim, o processo de disseminação de informação é um dos principais desafios nesses ambientes [Yousefi et al. 2006a]. Em alguns cenários, a instalação de PDs diminui o problema da conectividade. De fato, nos últimos anos existe um grande interesse no domínio das redes *ad hoc* para veículos. Diversos artigos relatam uma visão geral do campo, fornecendo motivações, desafios e soluções [Hartenstein and Laberteaux 2008, Al-Sultan et al. 2014].

2.2. Modelos de Grafo

Um grafo $G = (V, E)$ é definido pelo par de conjuntos V e E , em que $V = \{v_1, v_2, \dots, v_M\}$ é o conjunto de vértices e $E = \{e_1, e_2, \dots, e_L\}$ é o conjunto de arestas. Existe uma aresta $(v_i, v_j) \in E$ se existe um caminho entre os vértices v_i e v_j [Newman 2003]. Neste trabalho o grafo G é denominado grafo estático.



Um grafo temporal $G_{[0,T]} = (V, E_{[0,T]})$ é definido em um intervalo de tempo finito $[0, T]$ em que, $V = \{v_1, v_2, \dots, v_M\}$ é um conjunto de vértices e $E_{[0,T]} = \{e_1, e_2, \dots, e_N\}$ é o conjunto de arestas temporais, com $t_{start} = 0$ e $t_{end} = T$. Existe uma aresta temporal $E_{[0,T]}^{ij} = (v_i, v_j)_{[t_x, t_y]} \in E_{[0,T]}$ em um intervalo $[t_x, t_y]$ se existe um caminho entre os vértices v_i e v_j no intervalo de tempo $[t_x, t_y]$, tal que $0 \leq [t_x, t_y] \leq T$. No grafo temporal o conjunto de vértices V é sempre o mesmo, enquanto que o as arestas são adicionadas e/ou removidas com o tempo. Assim, um grafo temporal é formado pela discretização do tempo T em janelas de tempo de duração k . Um grafo temporal é formado pela série de grafos estáticos $\{G_{t_1}, G_{t_2} \dots G_{T/k}\}$.

O grafo $G_a^t = (V, E)$ é um grafo agregado, em que $V = \{v_1, v_2, \dots, v_M\}$ é o conjunto de vértices e $E_{t_x} = \{e_1, e_2, \dots, e_K\}$ é o conjunto de arestas. Existe uma aresta $(v_i, v_j) \in E_{t_x}$ se e somente se existe uma aresta temporal $E_{[0,T]}^{ij} \in E_{[0,T]}$ durante o intervalo $[t_x, t_y]$, isto é, G_a^t é um grafo estático obtido de uma janela temporal $t_x \in [0, T]$ do grafo temporal $G_{[0,T]}$ [Endriss and Grandi 2016].

Nesse trabalho, foram considerados apenas grafos não orientados e com peso igual a um em todas as suas arestas.

2.3. Métricas de centralidade

As métricas de centralidade quantificam o quão um vértice é central ou importante dentro de uma rede [Newman 2010]. Adiante, serão apresentadas as métricas de centralidade usadas nesse trabalho.

Considere $G = (V, E)$ um grafo estático, não ponderado e não orientado e os vértices $u, v, w \in V$. As Equações 1, 2, 3 são propostas por [Newman 2010] e 4, 5, 6 por [Kim and Anderson 2012]:

- *Degree centrality* ou centralidade de grau D_v , calcula o número de ligações incidentes sobre um nó.

$$D_v = \text{Grau}(v) \quad (1)$$

Os resultados são normalizados pela constante $\frac{2 \cdot D_v}{2 \cdot |V| - 1}$.

- *Closeness centrality* ou centralidade de aproximação C_v , é o comprimento médio do caminho mais curto entre o nó e todos os outros nós no grafo.

$$C_v = \frac{1}{\sum_{u \in V} \text{dist}(v, u)} \quad (2)$$

Para normalizar, é dividido cada valor por $\frac{|V|-1}{C_v}$.

- *Betweenness centrality* ou índice de centralidade de intermediação B_v , é essencial na análise de redes. O *betweenness* avalia o número de vezes que um nó age como ponte ao longo do caminho mais curto entre dois outros nós. Então:

$$B_v = \sum_{u \neq v \neq w \in V} \frac{\sigma_{u,w}(v)}{\sigma_{u,v}} \quad (3)$$

onde $\sigma_{u,v}$ é o número total de caminhos mínimos entre os nós u e v e $\sigma_{u,w}(v)$ é o número de caminhos mínimos entre u e w , que passam por v . Cada valor é normalizado por $\frac{B_v}{(|V|-2) \cdot (|V|-1)/2}$



Seja $G_{[0,T]} = (V, E_{[0,T]})$ um grafo temporal com todas as suas arestas com peso igual a um e não dirigido e $v \in V$.

- *Degree* temporal ou grau temporal $D_{[t_x, t_y]}(v)$ calcula o número de arestas que incidem no vértice v durante o intervalo de tempo $[t_x, t_y]$ de v_{t-1} . Os ciclos são desconsiderados.

$$D_{[t_x, t_y]}(v) = 2 \cdot \sum_{i=t_x}^{t_y} D_i(v) \quad (4)$$

Em que $D_i(v)$ é o grau de v no grafo estático G considerado no instante i . O valor do grau temporal é normalizado por $2 \cdot (|V| - 1) \cdot m$, em que $m = t_y - t_x$.

- *Closeness* temporal ou centralidade de aproximação temporal $C_{[t_x, t_y]}(v)$ de um nó v no intervalo de tempo $[t_x, t_y]$ é a soma inversa das distâncias temporais dos caminhos mínimos entre v e todos os vértices do grafo para cada intervalo de tempo considerado.

$$C_{[t_x, t_y]}(v) = \sum_{t_x \leq i < t_y} \sum_{u \in V \setminus v} \frac{1}{\Delta_{i, t_y}(v, u)} \quad (5)$$

Em que $\Delta_{i, t_y}(v, u)$ é o caminho mínimo entre v e u no intervalo de tempo $[i, t_y]$. O *closeness* temporal é normalizado pela contante $(|V| - 1) \cdot m$, em que $m = t_y - t_x$.

- *Betweenness* temporal ou índice de centralidade de intermediação temporal $B_{t_x, t_y}(v)$ de v em um intervalo de tempo $[t_x, t_y]$ é a soma da proporção de todos o caminhos mínimos temporais entre $(s, d) \in V$ que passam por v , pelo o número total de caminhos temporais mais curtos entre o par de vértice (s, d) para cada intervalo de tempo em $[i, t_y]$. São considerados vários intervalos de tempo.

$$B_{[t_x, t_y]}(v) = \sum_{t_x \leq i < t_y} \sum_{s \neq v \neq d \in V_{\sigma_{i, t_y}(s, d) > 0}} \frac{\sigma_{t, j}(s, d, v)}{\sigma_{i, y_j}(s, d)} \quad (6)$$

Em que $\sigma_{i, t_y}(s, d)$ é o conjunto de caminhos mínimos temporais de s para d em um dado intervalo de tempo e $\sigma_{t, j}(s, d, v)$ são os caminhos mínimos temporais que passam por v . O *betweenness* temporal é normalizado por $(V_s^v \cdot V_d^v \cdot m)$ onde $m = t_y - t_x$, V_s^v é o número de nós s que têm um caminho mínimo começando em s passando por v e V_d^v é o número de nós d que têm um caminho mínimo terminando em d passando por v .

3. Definição do Problema

Seja uma rede *ad hoc* veicular Λ constituída dos conjuntos de veículos e ligações entre os mesmos. Os veículos $\mathcal{V} = \{\mathcal{V}_1, \mathcal{V}_2, \dots, \mathcal{V}_{MAXV}\}$ estão presentes na topologia rodoviária. O conjunto $\mathcal{L} = \{\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \dots, \mathcal{L}_{MAXL}\}$ representam as ligações entre os veículos, essas ligações são definidas de acordo com o raio de alcance R de cada veículo, como ilustrado na Figura 1.

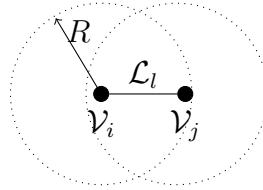


Figura 1. Exemplo do estabelecimento de uma conexão \mathcal{L}_i entre os veículos v_i e v_j em uma rede veicular Λ com raio de comunicação R .

Nesse trabalho, a rede veicular Λ será modelada como um grafo temporal $G_{[0,T]}$ e agregado G_a^t . As métricas de centralidade são utilizadas para caracterizar a rede veicular como uma rede complexa e comparar os modelos. São utilizadas as métricas estáticas e temporais definidas na Seção 2.3. A Figura 2 ilustra o problema e como as métricas são aplicadas aos modelos. Nesse contexto, um grafo agregado é um grafo estático que melhor representa uma rede temporal considerando todos os instantes de tempo, por esse motivo métricas estáticas foram aplicadas aos mesmos [Endriss and Grandi 2016].

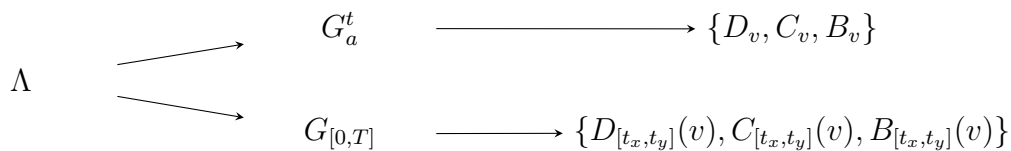


Figura 2. Modelagem e caracterização do problema.

Nesta direção, o objetivo deste trabalho é responder a seguinte questão:

Existe diferença no comportamento das métricas de redes complexas na caracterização de redes veiculares quando modeladas como grafos temporais e agregados?

Vale ressaltar que foram utilizadas técnicas e conceitos de redes complexas, para caracterização de redes veiculares, dada sua natureza dinâmica, além disso, essas métricas podem auxiliar na resolução de diversos problemas encontrados em redes veiculares, tais como problemas de qualidade de serviço na disseminação da informação.

4. Descrição dos cenários

Nesse trabalho, foram utilizados cinco cenários reais de redes veiculares. Foram utilizadas apenas as comunicações V2V, onde os nós são considerados veículos e dois veículos são adjacentes se estiverem dentro de um raio de cobertura fixo de $R = 100m$, configurado de acordo com definições do protocolo 802.11p e conforme descrito em Basagni et al. [Basagni et al. 2004]. Este valor é normalmente usado em análises experimentais.

A Figura 3 exemplifica a construção do grafo agregado e temporal para uma rede veicular com quatro carros em um intervalo de tempo de três segundos. O grafo agregado $G_a^t = (3, 4)$ é formado pelas arestas que surgem nos tempos t_1, t_2 e t_3 e as métricas estáticas são aplicadas a G_a^t . As métricas temporais são aplicadas ao grafo temporal $G_{[0,3]} = (3, E_{[0,3]})$.

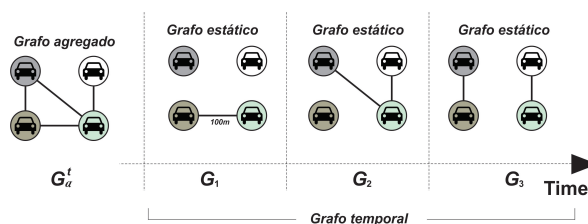


Figura 3. Representação do grafo agregado (esquerda) e temporal (direita).

Para todos os cenários, a criação do grafo agregado dar-se-á pela agregação da interação dos nós e arestas durante todo o intervalo de tempo que a rede temporal é constituída. Devido aos custos computacionais, cada rede temporal foi modelada a partir de um cenário intercalando o tempo em segundos.

O **cenário 1** foi extraído do conjunto de dados de mobilidade veicular da cidade de Colônia. Os dados foram disponibilizados pelo projeto TAPASCologne [Uppoor et al. 2014]. Os dados foram coletados durante duas horas. Os **Cenário 2 e 3** foram obtidos a partir das mobilidades veiculares de duas rodovias perto de Madri, Espanha¹. Os **Cenários 4 e 5** baseiam-se nos dados de dois conjuntos de dados da cidade de Creteil, França².

A Tabela 1 mostra todas as características dos cenários considerados: número de veículos, número de arestas temporais, número de arestas agregadas, tempo (em segundos) de iterações para a criação de cada G_t e número de grafos estáticos. Todos os grafos gerados, temporais e agregados, são não dirigidos e com peso igual a um em todas suas arestas.

Cenário	Nomenclatura	#Veículos	#Arestas Temporais	#Arestas Agregadas	Iterações	#Grafos Estáticos
1	Colônia	3.558	59.769	54.268	300	25
2	Madrid M40	2.012	93.336	33.731	90	20
3	Madrid A6	1.507	68.128	24.098	90	20
4	France 7-9h	3.129	71.412	35.700	300	25
5	France 17-19h	2.968	60.694	30.347	300	25

Tabela 1. Características gerais de cada cenário.

5. Simulações e Resultados

As simulações foram realizadas em uma máquina com 32 processadores e 128 GB de memória RAM. A linguagem de programação R [R Core Team 2016] e *Python*³ foram utilizadas para a construção e análise das redes. As bibliotecas *plyr*⁴ [Wickham 2011] e *igraph*⁵ [Csardi and Nepusz 2006] tornaram possível a criação de grafos ponderados e análise das medidas. O pacote *timeordered*⁶ [Blonder 2015] oferece métodos para incorporar o tempo em análise das redes e a construção de grafos temporais, fornecendo um conjunto de ferramentas para avaliar a importância do tempo para estes sistemas.

O conjunto de Figuras 4 a 18 ilustram a comparação de densidade de uma métrica

¹Disponível em <http://www.it.uc3m.es/madrid-traces/>

²Disponível em <http://vehicular-mobility-trace.github.io/index.html>

³Disponível em <https://www.python.org/>

⁴Disponível em <https://cran.r-project.org/web/packages/plyr/index.html>

⁵Disponível em <http://igraph.org/r/> e <http://igraph.org/python/>

⁶Disponível em <http://www.benjaminblonder.org/timeorderednetworks/>



estática e temporal aplicada a mesma rede modelada de forma agregada e temporal, respectivamente. A Tabela 2 mostra os intervalos de confiança para cada métrica e cenário.

Estático
Temporal

Cenário 1: Colônia

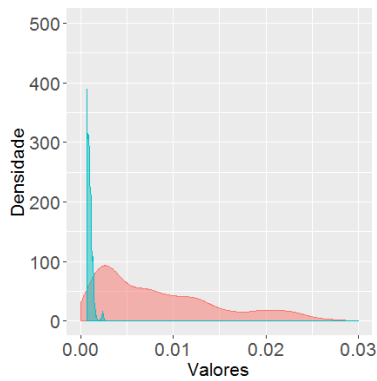


Figura 4. Grau

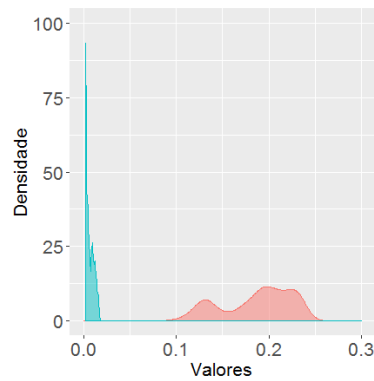


Figura 5. Closeness

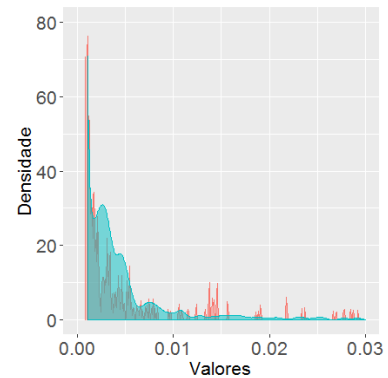


Figura 6. Betweenness

Estático
Temporal

Cenário 2: Madrid M40

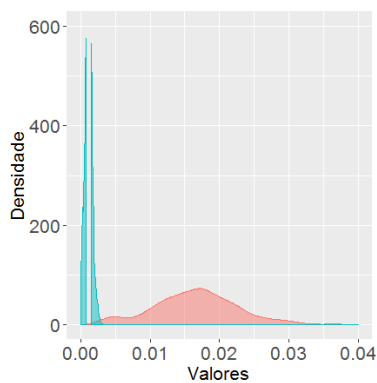


Figura 7. Grau

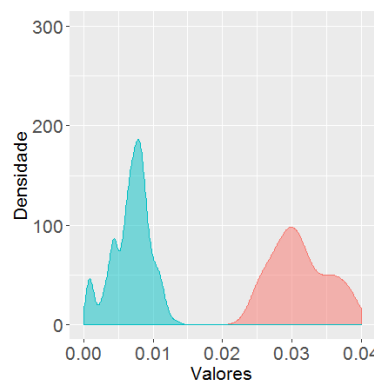


Figura 8. Closeness

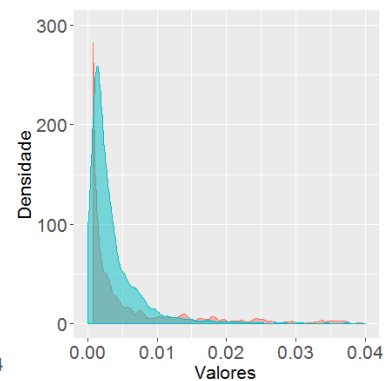


Figura 9. Betweenness

Estático
Temporal

Cenário 3: Madrid A6

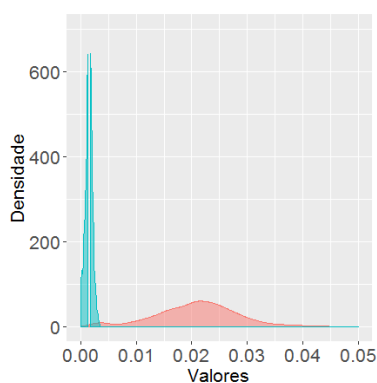


Figura 10. Grau

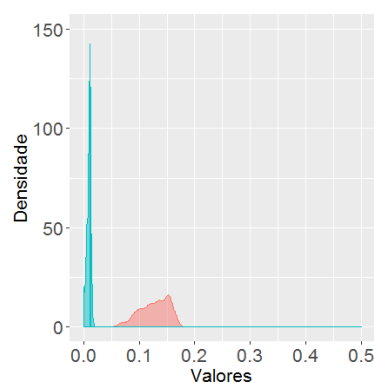


Figura 11. Closeness

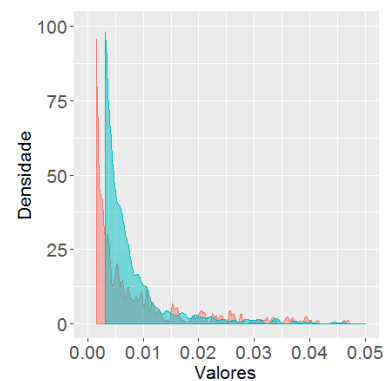


Figura 12. Betweenness



Estático
Temporal

Cenário 4: França 7-9h

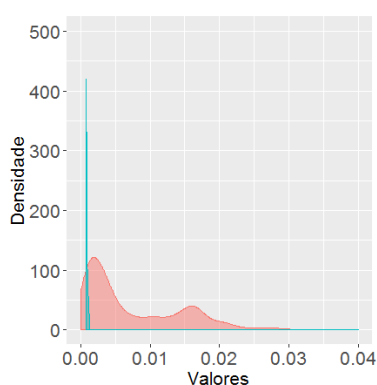


Figura 13. Grau

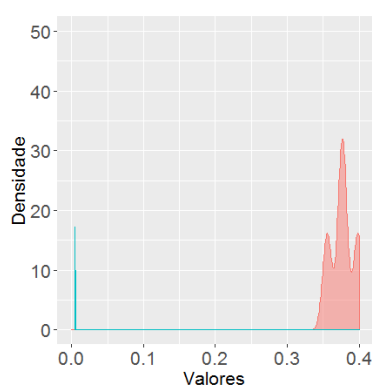


Figura 14. Closeness

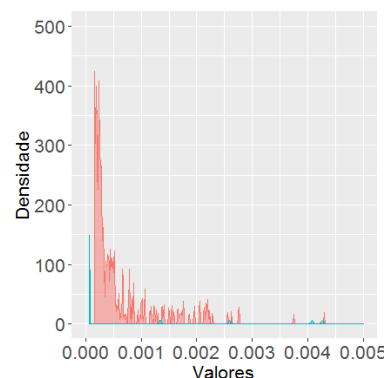


Figura 15. Betweenness

Estático
Temporal

Cenário 5: França 17-19h

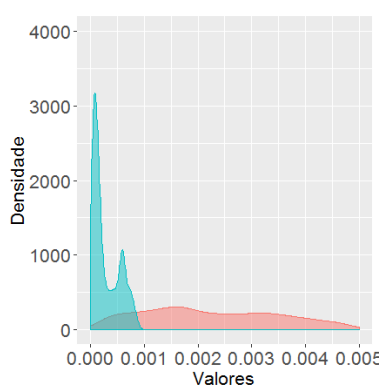


Figura 16. Grau

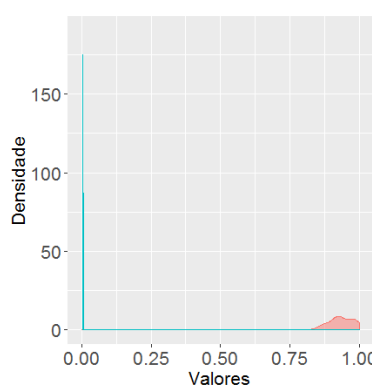


Figura 17. Closeness

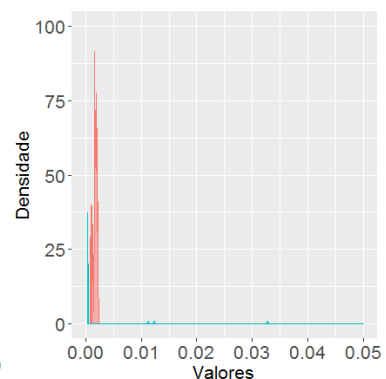


Figura 18. Betweenness

Métrica/Cenário	7-9	17-19	A6	Colônia	M40
Grau Estático	(0.006, 0.007)	(0.006, 0.007)	(0.020, 0.021)	(0.007, 0.008)	(0.016, 0.016)
Grau Temporal	(0.002, 0.003)	(0.002, 0.002)	(0.001, 0.001)	(0.002, 0.003)	(0.001, 0.001)
Closeness Estático	(0.134, 0.147)	(0.152, 0.171)	(0.128, 0.131)	(0.876, 0.919)	(0.075, 0.077)
Closeness Temporal	(0.006, 0.007)	(0.006, 0.007)	(0.009, 0.010)	(0.001, 0.002)	(0.006, 0.007)
Betweenness Estático	(6.e-05, 8.e-05)	(6.e-05, 7.e-05)	(0.006, 0.008)	(8.e-05, 1.e-04)	(0.009, 0.001)
Betweenness Temporal	(0.014, 0.027)	(0.011, 0.106)	(0.002, 0.002)	(0.003, 0.003)	(0.002, 0.003)

Tabela 2. Intervalo de confiança para cada cenário.

De forma geral, foi observado que a sequência temporal tem grande influência na análise de redes veiculares. As arestas temporais detalham com mais precisão os menores caminhos, conexões entre os nós, ao contrário do modelo agregado. Como consequência, as centralidades temporais dos nós podem diferir das centralidades de uma representação agregada, não capturando informações reais sobre a rede. Observa-se que, a representação temporal tem características não notadas na rede agregada, e possa ser uma melhor representação de ambientes temporais. Os nós que possuem altos valores de grau têm maiores oportunidades de disseminação de informação, tornando-os menos



dependentes de qualquer outro nó específico. Para o grau dos vértices, como ilustrado nas Figuras 4, 7, 10, 13 e 16, observa-se uma diferença na comparação das densidades. Na rede agregada, um vértice pode ser identificado com alta conexão de forma equivocada, já que, considerando a ordem temporal das ligações, a alta conexão desses nós sejam em únicos instantes de tempo. Ou seja, quando ocorre a agregação, as relações temporais são ignoradas e o nó é dito, de forma errônea, como um ótimo disseminador de informação.

Os nós com altos valores de *closeness* são susceptíveis à receberem informações mais rapidamente. Verificou-se que, quando uma rede é modelada de forma agregada, menores caminhos surgem entre os vértices que, contudo, podem estar distantes na dimensão temporal. Isso é ilustrado nas Figuras 5, 8, 11, 14 e 17. Na rede agregada, os caminhos são mais curtos, pois abstraem o tempo e sua interação entre os vértices. O uso do tempo na construção de menores caminhos respeita a ordem cronológica das ligações, que podem não coincidir com os caminhos mais curtos em uma rede agregada.

Uma observação importante é que um vértice pode ter o *grau* e *closeness* bastante baixo, mas ter alto valor de *betweenness*. Esses nós têm maior controle e influência considerável sobre a rede, dado que mais informações passarão através destes nós. Na rede agregada, um nó pode estar sempre em todos os caminhos mais curtos entre todos os pares de nós com os quais ele interagiu. A agregação pode abstrair arestas temporais que influenciam vértices que desempenham um papel central, que só são vistos com o fator temporal. Tais vértices têm um impacto na velocidade do processo de disseminação de informações e podem não ser notados quando ocorre a agregação. Assim, como ilustrado nas Figuras 6, 9, 12, 15 e 18 a rede agregada subestima/superestima tais valores de *betweenness*.

A Teoria da Informação [Cover and Thomas 1991] fornece medidas de divergência, baseadas no conceito de entropia, para discriminar estatisticamente distribuições estocásticas. Assim, além de comparar as densidades das métricas em relação aos modelos, utilizamos a distância de *Hellinger* para quantificar a diferença entre os modelos agregado e temporal em relação as métricas de redes complexas.

Considere as variáveis aleatórias discretas X e Y definidas no mesmo espaço amostral $\Omega = \{\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n\}$. As distribuições são caracterizadas por suas funções de probabilidade $p, q: \Omega \rightarrow [0, 1]$, em que $\xi = \Pr(X = \xi_i)$, $q(\xi_i) = \Pr(Y = \xi_i)$ e $\sum p(\xi_i) = \sum q(\xi_i) = 1$.

Distância de Hellinger (D_H) é definida como [Diaconis and Zabell 1982]:

$$\mathcal{D}_H(p, q) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\sum_{\xi_i \in \Omega} \left(\sqrt{p(\xi_i)} - \sqrt{q(\xi_i)} \right)^2} \quad (7)$$

Em que $0 \leq \mathcal{D}_H \leq 1$, para $p(\xi) = 0, \forall q(\xi) > 0$ (e vice-versa). Assim, $p(\xi_i)$ e $q(\xi_i)$ são distribuições de probabilidade calculadas a partir de cada métrica para os modelos temporais e agregados, respectivamente. A Tabela 3 mostra os valores da distância de *Hellinger* entre as métricas temporais $\{D_{[t_x, t_y]}(v), C_{[t_x, t_y]}(v), B_{[t_x, t_y]}(v)\}$ e estáticas $\{D_v, C_v, B_v\}$ para cada cenário.



Métrica/Cenário	7-9	17-19	A6	Colônia	M40
<i>D</i>	0.507	0.430	0.725	0.725	0.756
<i>C</i>	0.771	0.839	0.880	0.880	0.447
<i>B</i>	0.058	0.130	0.991	0.991	0.725

Tabela 3. Valores da distância de *Hellinger* entre as métricas temporais e estáticas.

Como observa-se na Tabela 3, a distância de *Hellinger* tem valores mais próximos do limite superior (maiores que 0.7) para a maioria dos cenários e métricas. Para esses casos, conclui-se que a rede temporal apresenta uma topologia diferente da rede agregada. O menor valor encontrado foi 0.058 para o *betweenness* no cenário 7 – 9, assim pode-se concluir que a rede agregada e temporal são muito parecidas, isto deve-se ao fato do grafo possuir alta densidade de arestas em relação ao seu número de vértices, assim os dois modelos não possuem muita variação.

6. Conclusão e Trabalhos futuros

Nesse artigo, foi apresentado uma análise e comparação de diferentes modelos de grafos usando-se métricas de redes complexas aplicadas a redes veiculares. Além disso, utilizou-se ferramentas da Teoria da Informação para quantificar a diferença entre os modelos temporais e agregados. A análise mostrou desigualdade nos resultados em relação aos modelos. Os valores das métricas na maioria dos casos são subestimados ou superestimados. Isto deve-se ao fato de que os valores de centralidade da rede temporal mudam mais dinamicamente ao longo do tempo, ao contrário das redes agregadas. Isto ocorre pelo fato de que, em redes temporais, ocorre a existência de mais arestas temporais influenciando em caminhos e relacionamento de cada nó.

Uma importante contribuição desse trabalho é a caracterização de redes veiculares considerando seu aspecto dinâmico e a utilização de métricas de centralidade para mensurar o comportamento dessas redes. Como trabalhos futuros, pretende-se estudar mais relações em ambientes veiculares, como conectividade entre veículos, otimização de tráfego, localização de pontos de disseminação para maximizar cobertura dos veículos, etc.

Referências

- Al-Sultan, S., Al-Doori, M. M., Al-Bayatti, A. H., and Zedan, H. (2014). A comprehensive survey on vehicular ad hoc network. *Journal of network and computer applications*, 37:380–392.
- Alvarenga, D., da Cunha, F. D., Viana, A. C., Mini, R. A., and Loureiro, A. A. (2014). Clasificando comportamentos sociais em redes veiculares. In *XXXIV Simpósio Brasileiro de Redes de Computadores e Sistemas Distribuídos*.
- Barabasi, A.-L. (2003). *Linked: How Everything Is Connected to Everything Else and What It Means*. Plume.
- Basagni, S., Conti, M., Giordano, S., and Stojmenovic, I. (2004). *Mobile ad hoc networking*. John Wiley & Sons.
- Blonder, B. (2015). *timeordered: Time-ordered and time-aggregated network analyses*. R package version 0.9.8.



- Cover, T. M. and Thomas, J. A. (1991). *Elements of Information Theory*. Wiley-Interscience.
- Csardi, G. and Nepusz, T. (2006). The igraph software package for complex network research. *InterJournal, Complex Systems*:1695.
- Diaconis, P. and Zabell, S. L. (1982). Updating subjective probability. *Journal of the American Statistical Association*, 77(380):822–830.
- Endriss, U. and Grandi, U. (2016). Graph aggregation. *arXiv preprint arXiv:1609.03765*.
- Grando, F., Noble, D., and Lamb, L. C. (2016). An analysis of centrality measures for complex and social networks. In *2016 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, pages 1–6.
- Hartenstein, H. and Laberteaux, L. (2008). A tutorial survey on vehicular ad hoc networks. *IEEE Communications magazine*, 46(6).
- Kim, H. and Anderson, R. (2012). Temporal node centrality in complex networks. *Physical Review E*, 85(2):026107.
- Newman, M. (2010). *Networks: An Introduction*. Oxford University Press, Inc., New York, NY, USA.
- Newman, M. E. (2003). The structure and function of complex networks. *SIAM review*, 45(2):167–256.
- Pereira, F. S. F., d. Amo, S., and Gama, J. (2016). Evolving centralities in temporal graphs: A twitter network analysis. In *2016 17th IEEE International Conference on Mobile Data Management (MDM)*, volume 2, pages 43–48.
- R Core Team (2016). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- Uppoor, S., Trullols-Cruces, O., Fiore, M., and Barcelo-Ordinas, J. M. (2014). Generation and analysis of a large-scale urban vehicular mobility dataset. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 13(5):1061–1075.
- Wickham, H. (2011). The split-apply-combine strategy for data analysis. *Journal of Statistical Software*, 40(1):1–29.
- Yousefi, S., Mousavi, M. S., and Fathy, M. (2006a). Vehicular ad hoc networks (vanets): challenges and perspectives. In *ITS Telecommunications Proceedings, 2006 6th International Conference on*, pages 761–766. IEEE.
- Yousefi, S., Mousavi, M. S., and Fathy, M. (2006b). Vehicular ad hoc networks (vanets): Challenges and perspectives. In *2006 6th International Conference on ITS Telecommunications*, pages 761–766.