Algoritmo de Busca Local Baseado em Indicador aplicado ao Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo com Coleta Opcional

Ramon Rocha Leite, Luciana Pereira de Assis, Alessandro Vivas Andrade, Marcelo Ferreira Rego
Universidade Federal dos Vales do Jequitinhonha e Mucuri
{ramon.leite,lpassis,alessandrovivas,marcelofr}@ufvjm.edu.br

Cristiano Grijó Pitangui
Universidade Federal de São João Del Rei
pitangui.cristiano@gmail.com

RESUMO

Uma considerável parte do custo operacional das empresas está relacionado aos custos logísticos para a distribuição de bens, principalmente no transporte de mercadorias. Assim, esse trabalho aborda o Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo onde o atendimento da demanda de coleta é opcional. São considerados os objetivos de minimizar a distância total percorrida e a quantidade de itens não coletados. Devido à natureza combinatória desse problema, métodos heurísticos são utilizados para gerar um conjunto de soluções em um tempo computacional aceitável. O algoritmo utilizado neste trabalho é a busca local multiobjetivo que utiliza um indicador binário o qual possibilita ao tomador de decisão apontar a suas preferências de otimização. Foi comparado o desempenho do algoritmo utilizando três indicadores diferentes (Epsilon, Hipervolume e Fonseca) em 12 instâncias de problemas. Os resultados mostram que não há um indicador que seja melhor em todas as métricas avaliadas.

PALAVRAS CHAVE. Problema de Roteamento de Veículos, Otimização Multiobjetivo, Problema de Coleta e Entrega

ABSTRACT

The cost of distribution and logistics accounts for a sizable part of the total operating cost of the companies, specially transportation of goods. Thus, this paper adresses the Multi-objective Vehicle Routing Problem with Optional Pickup , in which pick up the collection demand is optional. The objectives considered are to minimize total travel cost and number of itens uncollected. Due the combinatorial nature of this problem, heuristic methods are used to generate a set of solutions in an acceptable computational time. In this paper the algorithm adopted is the Indicator-Based Multi-objective Local Search. It has a binary indicator that allows the decision maker to indicate his optimization preferences. The performance of the IBMOLS was tested with three different indicators (Epsilon, Hypervolume and Fonseca) in 12 problem instances. Results show that there isn't a indicator which is better than others in all metrics evaluated.

KEYWORDS. Vehicle Routing Problem, Multiobjective Optimization, Collection and Delivery Problem.

Introdução

"Sob qualquer ponto de vista: econômico, político e militar – [o transporte] é, inquestionavelmente, a indústria mais importante do mundo"[Ballou, 1993, p.113]. As empresas e indústrias estão cada vez mais preocupadas em propiciar, com custo mínimo, melhor serviço e escoamento das suas mercadorias. O custo de escoamento tem influência direta no custo final de qualquer tipo de produto e pode ser a chave do sucesso ou fracasso de uma empresa. Em 1927, Henry Ford já afirmava que "o limite real de uma empresa é o transporte"[Ford, 1927, p.37].

Alguns problemas de roteamento encontrados na literatura envolvem tanto serviço de entrega quanto coleta de mercadorias. Estudos envolvendo problemas de coleta e entrega têm crescido nos últimos anos por se tratar de um problema básico da logística reversa. Em geral, este problema consiste em definir rotas de menor custo que satisfaçam a todas as demandas de coleta e entrega dos consumidores, respeitando a capacidade limitada dos veículos. Entretanto, em diversas situações reais, esses problemas não se limitam a apenas um único objetivo, havendo outros critérios de desempenho que precisam ser avaliados, tais como satisfação dos clientes, satisfação dos funcionários ou atendimento da legislação vigente.

Em outras situações reais, a realização da coleta pode não ser obrigatória, permitindo a escolha de quais coletas realizar. Este problema é conhecido como problema de roteamento de veículos com coletas opcionais. Um exemplo desta situação pode ser observado nas indústrias de agrotóxicos. No Brasil, as empresas produtoras e comercializadoras de agrotóxicos têm um prazo de um ano para coleta e destinação das embalagens [BRASIL, 2002]. Com isso, não é necessário atender a todas demandas de coletas, já que tem-se o prazo de um ano para efetuá-las. Apesar da realização das demandas de coleta não serem obrigatórias, a sua realização é desejada.

Em diversos trabalhos da literatura [Bruck et al., 2012; Gribkovskaia et al., 2007, 2008; Gutiérrez-Jarpa et al., 2010], onde a coleta não é obrigatória, o problema é tratado como mono-objetivo. Na maioria destes trabalhos a função objetivo é dada pelo custo das rotas menos o lucro gerado pelas coletas realizadas. Entretanto, as características do problema possibilitam a elaboração de uma modelagem multiobjetivo onde, além da minimização do custo da rota, deve-se maximizar o número de coletas realizadas. Apesar de muitos problemas reais desta natureza possuírem características multiobjetivo, esta abordagem ainda é pouco estudada dentre os problemas de roteamento de veículos [Boffey et al., 1995; Jozefowiez et al., 2008].

Assim sendo, este trabalho apresenta um algoritmo de busca local multiobjetivo para solucionar o problema de roteamento de veículos no qual os objetivos são minimizar o custo de transporte, bem como maximizar o número de coletas realizadas. Essa variante é chamada de Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo com Coleta Opcional, proposto por [Assis, 2013].

Em problemas de otimização multiobjetivo, geralmente, tem-se objetivos que são conflitante entre si, e por isso, não existe uma única solução para o problema, mas sim um conjunto de soluções que é chamada fronteira Pareto-ótima. Em algumas situações, definir o que é uma boa aproximação da fronteira não é uma tarefa muito simples e irá depender do tomador de decisão e do cenário a ser otimizado [Basseur et al.].

Em geral, os algoritmos populacionais são mais facilmente adaptáveis para resolver problemas multiobjetivos, pois, o conceito de população utilizado nestes algoritmos, se assemelham ao conceito de conjunto de soluções presentes nos problemas multiobjetivos. Por isso, este trabalho explora as principais funcionalidades do algoritmo de busca local multiobjetivo baseado em indicador (IBMOLS, *Indicator-Based Multiobjective Local Search*), proposto por Basseur et al.. Este método é baseado no IBEA [Zitzler e Kunzli, 2004] que trabalha com uma população de indivíduos que representam soluções que irão compor a fronteira de Pareto. Além disso, o IBMOLS apresenta uma fase de busca local, para explorar o espaço de soluções do problema MOVRPOC, abordado neste trabalho.

O algoritmo implementa um indicador binário que avalia a qualidade das soluções encontradas, e possibilita ao tomador de decisões apontar suas preferências de otimização. Neste trabalho foram analisados três indicadores diferentes (Epsion, Hipervolume, Fonseca)[Basseur et al.] para se averiguar qual deles melhor se adequa ao problema tratado.

O presente artigo está organizado como segue: na seção 2 são apresentadas a definição do problema e sua modelagem matemática multiobjetivo. Em seguida (seção 3), é proposto o algoritmo baseado no IBMOLS para solucionar o problema em questão. Na seção 4 são apresentados os resultados computacionais obtidos pelo algoritmo, e por fim, na seção 5 são feitas as conclusões deste trabalho.

Definição do Problema

O problema abordado neste trabalho é denominado: Problema de Roteamento de Veículos Multiobjetivo com Coleta Opcional (MOVRPOC, *Multiobjective Vehicle Routing Problem with Optional Collections*). Seguindo a classificação proposta por [Jozefowiez et al., 2008] para problemas de roteamento multiobjetivo, este problema é uma generalização do problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea (VRPSPD). A generalização se dá pela transformação de uma restrição em uma função objetivo, assim sendo, neste problema a restrição de atendimento de todas as demandas de coletas é transformada em uma função objetivo. Para facilitar a resolução do problema, este objetivo é transformado em uma função de minimização no qual deseja-se minimizar o número total de itens não coletados. Assim, o problema de roteamento de veículos multiobjetivo com coleta opcional apresenta duas funções objetivo: (i) minimização do custo total das rotas ou distância total percorrida e (ii) minimização do número total de itens não coletados.

No MOVRPOC todas as demandas de entrega devem ser satisfeitas, porém, o atendimento das demandas de coleta é opcional, mas desejável. Então, o objetivo é construir rotas que minimizem o custo de se realizar o trajeto, atendendo a todas as demandas de entrega, e ao mesmo tempo, minimizar o número de demandas de coleta não realizadas.

Para atendimento das demandas, existe uma frota de veículos homogêneos e de capacidade limitada, no qual esta capacidade não deve ser extrapolada em nenhum momento do trajeto. Outra restrição é que um consumidor deve ser visitado uma única vez e por um único veículo, ou seja, se este consumidor tiver a demanda de coleta atendida, esta deverá ser realizada simultaneamente com a demanda de entrega.

Os dois objetivos a serem otimizados são conflitantes, ou seja, a melhora em um provoca a piora do outro. Portanto, não existe uma solução que seja ótima para ambos os objetivos simultaneamente. Isso leva ao conceito de dominância de Pareto, gerando um conjunto de soluções não dominadas [Angel et al., 2007].

O MOVRPOC pode ser reduzido em tempo polinomial ao VRPSPD. Utilizando o método tradicional de resolução de problemas multiobjetivo, por exemplo o método ϵ-Restrito [Takahashi, 2007], cada problema modelado seguindo o método citado recai ao VRPSPD, considerando que a função objetivo referente ao atendimento das demandas de coleta seja transformada em restrição. Como o MOVRPOC pode ser reduzido ao VRPSPD e sendo o VRPSPD um problema NP-Difícil [Dell'Amico et al., 2006], logo o MOVRPOC também pertence a classe NP-Difícil.

Modelagem Matemática

A modelagem matemática para o problema proposto é apresentada em [Assis et al., 2012], a qual se trata de uma adaptação da modelagem proposta por [Montané e Galvão, 2006] para o problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultânea. Esta adaptação se diferencia da modelagem original dado que: (i) uma segunda função objetivo, com a finalidade minimizar o número de coletas não realizadas, é adicionada e; (ii) é removida a restrição que todas as demandas de coleta devem ser realizadas.

O problema de roteamento de veículos multiobjetivo com coleta opcional pode ser definido como: dado um grafo completo $G = (V, A)$, onde $V = \{v_0, v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ é o conjunto de vértices e $A = \{(v_i, v_j) : i, j \in V \; e \; i \neq j\}$ o conjunto de arestas. O vértice v_0 representa o depósito e os demais vértices representam os consumidores. Cada aresta (v_i, v_j) tem um valor $c_{ij} \geq 0$ associado que representa o custo de se alcançar o vértice v_j a partir do vértice v_i. Cada consumidor

v_i tem uma demanda d_i de entrega e uma demanda p_i de coleta. Tem-se disponível uma frota de k_{max} veículos homogêneos de capacidade Q para atendimento das demandas. O parâmetro y_{ij} é o somatório das cargas coletadas entre o depósito e o nó v_i (inclusive) dirigida ao nó v_j, enquanto z_{ij} é o somatório das cargas entregues entre o nó v_i (exclusive) e o depósito dirigida ao nó v_j.

As variáveis de decisão do problema consistem em:

$$x_{ij}^k = \begin{cases} 1 & \text{, se arco } (v_i, v_j) \text{ faz parte da rota trafegada pelo veículo } k, \\ 0 & \text{, caso contrário.} \end{cases}$$

$$\ell_j = \begin{cases} 1 & \text{, se a demanda de coleta do consumidor } v_j \text{ é satisfeita,} \\ 0 & \text{, caso contrário.} \end{cases}$$

Dada a definição formal e as variáveis de decisão do problema, a modelagem matemática para o MOVRPOC é definida a seguir.

$$Min\ f_1(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{k_{max}} \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} c_{ij} x_{ij}^k \tag{1}$$

$$Min\ f_2(\boldsymbol{\ell}) = \sum_{j=1}^{n} p_j (1 - \ell_j) \tag{2}$$

sujeito a

$$\sum_{i=0}^{n} \sum_{k=1}^{k_{max}} x_{ij}^k = 1, \qquad j = 1, \ldots, n \tag{3}$$

$$\sum_{i=0}^{n} x_{ij}^k - \sum_{i=0}^{n} x_{ji}^k = 0, \qquad j = 0, \ldots, n \text{ e } k = 0, \ldots, k_{max} \tag{4}$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{0j}^k \leq 1, \qquad k = 1, \ldots, k_{max} \tag{5}$$

$$\sum_{i=0}^{n} z_{ij} - \sum_{i=0}^{n} z_{ji} = d_j, \qquad \forall j \neq 0 \tag{6}$$

$$\sum_{i=0}^{n} y_{ji} - \sum_{i=0}^{n} y_{ij} = p_j \ell_j, \qquad \forall j \neq 0 \tag{7}$$

$$y_{ij} + z_{ij} \leq Q \sum_{k=1}^{k_{max}} x_{ij}^k, \qquad i, j = 0, \ldots, n \tag{8}$$

$$x_{ij}, \ell_j \in \{0, 1\}, \qquad i, j = 0, \ldots, n \tag{9}$$

$$y_{ij} \geq 0, \qquad i, j = 0, \ldots, n \tag{10}$$

$$z_{ij} \geq 0, \qquad i, j = 0, \ldots, n \tag{11}$$

A função objetivo, dada na equação 1, visa a minimização do custo (distância percorrida), já a equação 2, apresenta a segunda função objetivo, que visa a minimização do somatório das coletas não realizadas.

Estas funções objetivo devem satisfazer a um conjunto de restrições. A primeira restrição (equação 3) indica que cada ponto de demanda deve ser visitado por um único veículo. A equação 4 representa a restrição de conservação do fluxo. A equação 5 indica que k_{max} veículos, no máximo, podem ser utilizados. A equação 6 obriga a satisfação de todas as demandas de entrega. A equação 7 garante o atendimento da demanda de coleta do consumidor j quando a variável de decisão ℓ_j assumir valor unitário. A equação 8 define que as demandas devem ser transportadas nos arcos incluídos na solução e ainda impõem um limite para a carga total transportada pelo veículo. A equação 9 representa a restrição de integralidade e as equações 10 e 11 representam as restrições de não-negatividade para demandas de coleta e entrega, respectivamente.

Algoritmo de Busca Local Multiobjetivo Baseado em Indicador (IBMOLS)

Os algoritmos para resolução de problemas multiobjetivo fazem uso de mecanismos para minimizar a distância da fronteira de Pareto ótima e maximizar a diversidade das soluções contidas na fronteira. Zitzler e Kunzli [2004] propuseram o *Indicator-Based Evolutionary Algorithm* (IBEA) a fim de formalizar preferências em termos da relação de dominância, ou seja, os autores assumiram que a preferência do tomador de decisão é dada em termos de um indicador binário I de qualidade que irá associar um número real para cada solução do conjunto de soluções não dominadas. Este indicador mede a qualidade de cada indivíduo da fronteira. Muitos indicadores têm sido propostos com a intenção de capturar diferentes preferências de otimização. Dessa forma o objetivo do problema é encontrar um conjunto de soluções não dominadas que minimize o valor de I.

Assis [2013] mostraram que o MOILS (*Multiobjective Iterated Local Search*) apresentou resultados superiores ao IBMOLS e, portanto, propõe algumas modificações no algoritmo original de Basseur et al., inserindo algumas das principais características do ILS [Lourenço et al., 2003] dentre elas a fase de Perturbação e a fase de Busca Local.

Os passos básicos do algoritmo baseado no IBMOLS, utilizado neste trabalho, são mostrados no algoritmo 1. Inicialmente o algoritmo gera uma população inicial P. Dada uma população de tamanho N, parte dos indivíduos são obtidos pela aplicação da heurística P_ϵ Assis et al. [2012]. Os indivíduos restantes da população são gerados aleatoriamente (linha 3). Dada a população P, o valor da aptidão de cada indivíduo é obtido aplicando um indicador binário I (linha 4). O cálculo do valor da aptidão é apresentado na subseção 3.1. Assim, para cada solução s pertencente a P, aplica-se uma perturbação e um mecanismo de busca local (linhas 9 – 10). Os mecanismos de perturbação e busca local aplicados são similares aos métodos utilizados no algoritmo MOGVNS, apresentados em [Assis, 2013]. Em seguida, se a solução encontrada s'' for igual a solução s, considera-se, então, apenas a perturbação feita no indivíduo s (linhas 11 – 13). Neste caso, o indivíduo que passou pela perturbação é considerado com o intuito de preservar a diversidade da população. Assim ela poderá ser novamente selecionada e novamente perturbada podendo gerar outros pontos da fronteira. O algoritmo verifica, então, se o indivíduo gerado é melhor que o pior indivíduo, então s'' é inserido e o pior é removido da população. Dessa forma, a aptidão de todos os indivíduos é atualizada (linhas 14 – 17). A variável "$continue$" garante que o processo de modificação de um indivíduo s permanece enquanto a busca local estiver gerando novos indivíduos. Caso contrário, passa-se a explorar outro indivíduo.

Nos trabalhos apresentados por Assis [2013]; Assis et al. [2012], apenas um indicador binário (I_ϵ) é implementado. Este trabalho implementa e avalia outros dois indicadores: Hipervolume, Fonseca e Flemining para solucionar o MOVRPOC. Detalhes dos indicadores estão na subseção a seguir.

Indicadores Binários (I)

Seja X o espaço de busca de um determinado problema de otimização e Z o espaço de objetivos correspondentes ao mesmo. Nesse caso, pode-se assumir que $Z = \Re^n$, onde n é o número de objetivos a serem minimizados. A aptidão de cada solução pode ser definida a partir do indicador binário, de modo que dados dois vetores de solução normalizados A e B pertencentes a Z, $I(A, B)$

Algoritmo 1 Algoritmo IBMOLS modificado

Entrada: N (Tamanho da População), I(Indicador Binário)

```
PO ← ∅;
repetir
  P ← População Inicial(N);
  Aptidao[ ] ←Calcular Aptidão(P,I)
  s_w ← Menor(Aptidao);
  para todos solução s ∈ P fazer
    continue ← TRUE;
    enquanto continue fazer
      s' ← Perturbação(s);
      s'' ← Busca Local(s');
      se s = s'' então
        s'' ← s'; continue ← FALSE;
      fim se
      se Aptidao(s'') > Aptidao(s_w) então
        P ← P ∪ {s''} − {s_w};
        Calcular Aptidão(s'', s_w, P, I);
        s_w ← Menor(Aptidao);
      se não
        continue ← FALSE;
      fim se
    fim enquanto
  fim para
  PO ← Soluções Não Dominadas (PO ∪ P);
até Critério de Parada
retornar PO;
```

é um valor real que representa a diferença de qualidade entre esses dois conjuntos de vetores de objetivos [Basseur et al.].

Para se calcular essa diferença, todos os vetores objetivos são normalizados, a fim de evitar valores negativos [Basseur et al.]. Nessa equação, m_i e M_i são, respectivamente, o menor e maior valor da função objetivo i dos indivíduos contidos na população P. Cada função objetivo i de cada indivíduo x de P é normalizado conforme a equação 12:

$$F_i(x) = \frac{f_i(x) - m_i}{M_i - m_i} \tag{12}$$

A qualidade das soluções de uma população P pode ser avaliada por um indicador binário de diversas maneiras. Uma delas consiste em somar os valores de indicador de cada indivíduo x em relação aos demais membros z da população, conforme equação 13. Nessa abordagem, todos os indivíduos são considerados para se mensurar a qualidade de cada solução.

$$I(P \setminus \{x\}, x) = \sum_{z \in P \setminus \{x\}} I(z, x) \tag{13}$$

Outra maneira consiste em, ao invés de se obter o somatório, considerar apenas o melhor valor de indicador obtido de uma determinada solução x em relação a qualquer outra solução z pertencente à população de soluções. Essa maneira define que a qualidade de uma determinada solução se dê a partir da existência de soluções similares ou melhores na população [Basseur et al.]. Tal estratégia está definida na equação 14.

$$I(P \setminus \{x\}, x) = \min_{z \in P \setminus \{x\}} I(z, x) \tag{14}$$

Uma outra alternativa, proposta por Zitzler e Kunzli [2004], consiste em fazer uma combinação entre essas duas abordagens, além de ampliar a influência das soluções dominantes sobre aquelas que são dominadas, através de um fator de escala $k > 0$, conforme equação 15:

$$I(P \setminus \{x\}, x) = \sum_{z \in P \setminus \{x\}} -e^{-I(z,x)/k} \tag{15}$$

Desse modo, o cálculo de aptidão do IBMOLS, é obtido por: $I(P \setminus \{x\}, x)$, para todo $x \in P$ (linha 4 algoritmo 1), sendo que a estratégia de utlização do indicador pode se dar de acordo com qualquer uma das equações 13, 14 e 15 supra-mencionadas. Por sua vez, a atualização dos valores de aptidão após inserção de uma nova solução e remoção pior solução (linha 16 do mesmo algoritmo) se dá de acordo com o apresentado no algoritmo 2 [Assis, 2013]:

Algoritmo 2 Calcula Aptidão - IBMOLS

Entrada: s'' (solução inserida), s_w (solução removida), P (população) and I (indicador binário)
1: $Aptidao(s'') \leftarrow I(P \setminus \{s''\}, s'')$;
2: $Aptidao(z) \leftarrow Aptidao(z) + I(s'', z), \ \forall z \in P$;
3: $Aptidao(z) \leftarrow Aptidao(z) - I(s_w, z), \ \forall z \in P$;

A seguir, são apresentados os três indicadores binários analisados nesse trabalho: I_ϵ, I_{HD} e I_{Fon}.

Indicador Binário Epsilon (I_ϵ)

Um dos indicadores utilizado para calcular a aptidão dos indivíduos da população é o Indicadir Epsilon I_ϵ, o qual apresenta bons resultados para diferentes problemas de otimização combinatória [Basseur et al.]. Dados dois vetores de soluções x_1 e x_2 pertencentes à fronteira de Pareto, o indicador $I_\epsilon(x_1, x_2)$ mensura a distância entre os dois pontos no espaço dos objetivos $Z = \Re^n$. Esta distância é calculada a partir da diferença de valor das soluções em cada objetivo do problema, de acordo com a equação 16, apresentada abaixo:

$$I_\epsilon = max_{i \in \{1,\dots,n\}}(f_i(x_1) - f_i(x_2)) \tag{16}$$

O cálculo de aptidão do indivíduo é realizado de acordo com a equação 15, sendo portanto um indicador que busca potencializar a influência das soluções dominantes sobre as dominadas.

Indicador Binário Hipervolume (I_{HD})

O hipervolume de uma solução x_1, denotado por $H(x_1)$, representa o espaço de objetivos que x_1 domina. Dadas duas soluções x_1 e x_2, o indicador binário de hipervolume, denotado por $I_{HD}(x_1, x_2)$, representa o volume do espaço de objetivos que é dominado por x_1 mas não é dominado por x_2 [Basseur et al.]. Seu valor é definido de acordo com a equação 17:

$$I_{HD} = \begin{cases} \text{H}(x_1) \text{ - H}(x_2) & \text{se } x_1 \prec x_2, \\ \text{H}(x_1 + x_2) \text{ - H}(x_2) & \text{caso contrário.} \end{cases} \tag{17}$$

Assim, como o Indicador Epsilon, é utilizada a equação 15 para o cálculo de aptidão do indivíduo no Indicador Hipervolume. Desse modo, é um indicador que também preserva a influência das soluções dominantes.

Indicador Binário Fonseca e Fleming (I_{FON})

Um outro indicador, adapatado por Basseur et al. de um trabalho de Fonseca et al. [1993], utiliza um método de ranqueamento originalmente aplicado com um algoritmo genético multiobjetivo. O valor de indicador é aplicado a partir da verificação da relação de dominância entre duas soluções.

Todavia, diferentemente dos indicadores I_ϵ e I_{HD}, o cálculo de aptidão dos indivíduos da população é realizado através do somatório dos valores de fitness de cada indivíduo com relação aos demais membros da população, conforme a equação 13. Portanto, trata-se de um indicador que leva em conta todos os membros da população para se determinar a qualidade de cada solução, porém não preserva a influência das soluções dominantes em mesmo grau que os indicadores anteriores. Seu valor é definido de acordo com a equação 18:

$$I_{Fon}(x_1, x_2) = \begin{cases} -1 & \text{se } x_1 \prec x_2, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \tag{18}$$

A lógica desse indicador se baseia em um ranqueamento do indivíduo considerando o número de outras soluções dominadas por ele. Todos iniciam com o valor de *fitness* igual a zero. Ao ser comparado aos demais membros, para cada outra solução que um indivíduo domina é acrescido -1 ao seu valor de *fitness*. Caso contrário, esse valor não sofre alteração. As soluções que possuírem o menor valor são as melhores, pois são aquelas que dominam uma quantidade maior de outras soluções.

Resultados Computacionais

Os testes computacionais deste trabalho utilizaram 12 instâncias de 50 a 150 consumidores mais o depósito, propostas por Salhi e Nagy [1999]. São instâncias definidas para o problema de roteamento de veículos com coleta e entrega simultâneas (VRPSPD), no qual há demanda de entrega e de coleta por parte dos consumidores, sendo portanto possível de ser utilizada para o MOVPOP, problema ora abordado. Utilizando-se métodos exatos, apenas as instâncias com 50 consumidores são resolvidas em tempo computacional aceitável [Assis, 2013].

O custo de transporte é dado pela distância euclidiana entre os pontos (consumidores ou depósito). Nas instâncias da classe CMT1 a CMT4, os consumidores estão distribuídos de forma aleatória no espaço do problema, em torno do depósito. Já nas instâncias CMT11 e CMT12 eles aparecem agrupados, de modo que o depósito não está centralizado entre os consumidores, mas sim entre os grupos [Assis et al., 2012]. As instâncias armazenam as seguintes informações: capacidade do veículo, número de consumidores, bem como suas respectivas demandas de coleta e entrega. Ademais, a localização de cada nó é dado pelas coordenadas (x, y), a partir das quais se calcula a distância entre os mesmos.

No intuito de verificar a qualidade das soluções e avaliar o desempenho dos indicadores utilizados no IBMOLS, foram utilizadas três métricas, as quais são descritas a seguir:

- Cardinalidade: número de soluções presentes na melhor fronteira de Pareto encontrada.
- Hipervolume: consiste em avaliar a área total de um hipercubo de dimensão igual ao número de objetivos do problema.
- Cobertura de dois conjuntos: essa métrica é utilizada para comparar dois conjuntos de soluções, auferindo em que medida uma fronteira de Pareto domina outra, o que não pode ser realizado através apenas do hipervolume.

Tendo em vista que foram testados três indicadores, para facilitar a comparação de desempenho entre os mesmos, ao invés de se determinar a cobertura dos indicadores aos pares, foi utilizada uma forma de cálculo proposta por [Batista et al., 2011] que compara cada indicador em relação à união dos conjuntos de soluções não dominadas finais dos outros indicadores, generalizando a cobertura que passa a ser definida de um para muitos.

$$C(A,B) = \frac{|\{x_1 \in B : \exists x_2 \in A, x_2 \preceq x_1\}|}{|B|} \tag{19}$$

A Cardinalidade e o Hipervolume é mensurada em números absolutos, ao passo que a Cobertura é fornecida em números relativos.

Análise dos Resultados

Os parâmetros do algoritmo foram definidos a partir dos experimentos realizados em Assis et al. [2012]. Na primeira geração do algoritmo, a população inicial é gerada pelo algoritmo Pϵ. O tamanho da população inicial foi definido como 10 e a probabilidade de realizar o mecanismo de perturbação igual a 30%. O fator de escala k para os indicadores foi determinado como 0.1 e o número de gerações 50.

Foram obtidas 180 amostras para análise, pois foram testados 3 indicadores em 12 diferentes instâncias do problema, executados 5 vezes cada (3 x 12 x 5). A média e o desvio padrão dos resultados avaliados pelas métricas são apresentadas nas tabelas 1, 2, 3 e 4.

O indicador I_ϵ obteve os menores tempos de execução em 10 das 12 das instâncias testadas, 83% do total. Os indicadores I_{FON} e I_{HD} obtiveram um tempo de execução menor em uma instância cada. No entanto, considerando o melhor e o pior tempo de execução, em 75% das instâncias o intervalo formado pelo desvio-padrão do indicador com pior tempo contém o valor correspondente ao tempo do melhor indicador, ou vice-versa. Isso não ocorre apenas nas instâncias 12X, 12Y e 2Y.

Tabela 1: Média e desvio-padrão dos resultados de tempo (em segundos) obtidos

	I_ϵ		I_{FON}		I_{HD}	
Instância	Média	DP	Média	DP	Média	DP
CMT1X	**4783,25**	241,31	5221,07	448,8	5140,48	202,24
CMT1Y	7700,22	234,36	**7246,09**	964,65	7366,17	477,8
CMT2X	**11696,6**	1009,23	11868,65	1620,46	11772,4	649,95
CMT2Y	**27499,58**	2073,65	32398,84	1607,76	32438,68	4541,82
CMT3X	**152092,6**	6979,93	162727,6	11602,19	160291,6	7381,23
CMT3Y	**203925,6**	7675,61	207824,2	10057,66	207873,4	4173,17
CMT4X	**574257,6**	18919,79	588513,2	16569,53	574362,2	37086,5
CMT4Y	**784814,4**	45346,66	801915,6	16155,43	790977	57675,27
CMT11X	**497025,4**	38917,17	506154,8	44709,15	507026	52041,12
CMT11Y	**327682,2**	34860,79	345287,6	19075,34	342428,4	18764,02
CMT12X	**100029,28**	4513,96	105918,5	5543,89	105928,4	4785,45
CMT12Y	129340,2	6356,13	138568,2	5581,87	**128980,2**	5395,27
Média	**235070,58**	13927,38	242803,70	11161,39	239548,74	16097,82

Com relação à cardinalidade das soluções, houve maior equilíbrio. O indicador I_{FON} obteve os maiores valores em 5 instâncias, seguido pelos indicadores I_ϵ e I_{HD}, com 4 e 3 melhores resultados, respectivamente. Ressalta-se que os melhores valores de cada indicador estão distribuídos entre instâncias de diferentes números de consumidores, de tal modo que não é possível concluir que o uso de um indicador obteve melhor resultado em instâncias com um certo número de consumidores.

Tratando-se da métrica de hipervolume, os indicadores I_{FON} e I_ϵ tiveram desempenho semelhante. O indicador I_{FON} obteve melhor desempenho em 6 instâncias, contra 5 do I_ϵ, embora este último tenha obtido um valor melhor na média geral do hipervolume de todas as instâncias

Tabela 2: Média e desvio-padrão dos valores de cardinalidade das soluções

	I_ϵ		I_{FON}		I_{HD}	
Instância	Média	DP	Média	DP	Média	DP
CMT1X	2,6	0,49	2,8	0,4	**3,6**	0,8
CMT1Y	7,4	1,02	**11,4**	1,02	11,2	1,17
CMT2X	**5**	1,41	4,4	1,62	3,2	0,75
CMT2Y	22,4	3,01	**29,8**	3,06	27,8	5,08
CMT3X	5,2	1,47	6,2	2,14	**7**	1,1
CMT3Y	17,2	1,6	**19,8**	3,12	18	3,03
CMT4X	7	1,26	**7,2**	1,94	6,4	1,5
CMT4Y	**30,8**	3,06	29	3,1	30,2	2,93
CMT11X	**37,4**	7,66	35,6	6,89	37	8,37
CMT11Y	20,8	1,6	24,6	4,08	**24,8**	2,93
CMT12X	14,6	2,73	**16**	3,58	14,8	2,99
CMT12Y	**27,2**	4,45	24,8	4,02	24,2	3,87
Média	16,47	2,48	**17,63**	2,91	17,35	2,88

juntas. Porém, assim como no tempo de execução, considerando os indicadores com o menor e maior valor de hipervolume, em 75% das instâncias o intervalo que se forma com o desvio-padrão a partir da média do menor resultado contém o valor do hipervolume do melhor indicador, ou vice-versa. Somente nas instâncias 1X, 1Y e 3Y isso não ocorre.

Tabela 3: Média e desvio-padrão dos valores de hipervolume das soluções

	I_ϵ		I_{FON}		I_{HD}	
Instância	Média	DP	Média	DP	Média	DP
CMT1X	391,61	16,62	405,05	17,78	**413,48**	3,61
CMT1Y	2833,78	244	**3119,52**	80,61	3016,16	107,51
CMT2X	**2166,34**	247,25	1886,7	351,62	1956,23	266,36
CMT2Y	**54779,43**	745,53	54355,08	837,48	54242,71	1371,66
CMT3X	970,92	155,08	**1123,73**	26,12	1116,95	5,63
CMT3Y	9247,71	93,23	**9348,28**	40,43	9106,29	219,12
CMT4X	1890,53	285,22	**2296,68**	634,4	1820,75	348,09
CMT4Y	**38618,37**	866,12	38369,73	1103,39	38393,53	1582,99
CMT11X	**36891,88**	1131,33	36843,05	614,28	36393,13	912,33
CMT11Y	**19246,31**	1584,18	18610,46	1585,78	18651,36	1355,23
CMT12X	10735	70,94	**10736,53**	98,45	10616,73	222,36
CMT12Y	20577,81	1193,77	**20770,49**	535,56	20574,07	871,64
Média	**16529,14**	552,77	16488,78	493,83	16358,45	605,54

Já na cobertura, o I_{HD}, que obteve o pior desempenho em todas as avalições anteriores, se destaca sendo o melhor em 8 instâncias (em uma delas com o mesmo valor do I_ϵ), 67% do total, seguido pelo I_{FON} com 3 melhores resultados e depois o I_ϵ com apenas 2. Nesse conjunto de resultados, o intervalo que se forma com o desvio-padrão a partir da média do menor resultado contém o valor de cobertura do melhor indicador ou vice-versa, em 50% das instâncias.

O I_ϵ apresentou a maior quantidade dos menores tempos de execução, além de um desempenho próximo ao I_{FON} na cardinalidade e hipervolume. Contudo, obteve o pior desempenho na cobertura. Por sua vez, o I_{FON} apresentou o maior número de melhores resultados nas métricas de cardinalidade e hipervolume, entretanto trata-se de uma diferença muito pequena sobre o indicador I_ϵ. Já com relação aos valores de cobertura de cada indicador com relação aos demais, o I_{HD}

Tabela 4: Média e desvio-padrão dos valores de cobertura das soluções

	I_ϵ		I_{FON}		I_{HD}	
Instância	Média	DP	Média	DP	Média	DP
CMT 1X	0,68	0,19	**0,74**	0,25	0,73	0,22
CMT 1Y	0,32	0,09	0,50	0,08	**0,51**	0,18
CMT 2X	**0,46**	0,45	0,36	0,34	**0,46**	0,20
CMT 2Y	**0,50**	0,16	0,34	0,15	**0,50**	0,09
CMT 3X	0,30	0,19	0,48	0,12	**0,62**	0,12
CMT 3Y	0,36	0,08	**0,52**	0,17	0,37	0,13
CMT 4X	0,32	0,14	**0,64**	0,26	0,37	0,23
CMT 4Y	0,42	0,16	0,36	0,10	**0,48**	0,11
CMT 11X	**0,50**	0,17	0,45	0,12	0,44	0,27
CMT 11Y	**0,40**	0,21	0,37	0,12	**0,40**	0,13
CMT 12X	0,45	0,15	0,40	0,03	**0,51**	0,17
CMT 12Y	0,37	0,11	0,31	0,08	**0,48**	0,10
Média	0,42	0,18	0,46	0,15	**0,49**	0,16

se sobressaiu. Como as diferenças entre as médias dos indicadores estão dentro do intervalo do desvio-padrão na maioria dos casos, nota-se que é necessário uma quantidade maior de testes para, a partir de uma análise estatística, auferir se de fato há diferença de desempenho estatisticamente significativa entre os indicadores, em todas as métricas utilizadas.

Além da análise dos resutados em cada instância separadamente, foram comparados os resultados por grupos de instâncias. Um grupo foi composto pelas instâncias menores (CMT1, CMT2 e CMT3), outro grupo composto pelas instâncias maiores (CMT4) e por fim um terceiro grupo que abrange as instâncias que possuem uma configuração diferente na disposição dos consumidores, se comparadas com os outros grupos (CMT11 e CMT12). Mesmo nessa análise agrupada, não houve um indicador que se destacasse e apresentasse resultado significativamente distinto em relação ao obtido separadamente em cada instância.

Conclusões

O presente trabalho apresentou uma análise de diferentes indicadores aplicados ao IB-MOLS para solucionar o MOVRPOC. Assim, o algoritmo foi testado com três diferentes indicadores encontrados na literatura: o indicador Epsilon (I_ϵ), indicador de Hipervolume (I_{HD}) e o indicador baseado no método de ranqueamento de [Fonseca et al., 1993] (I_{FON}).

O algoritmo foi aplicado à instâncias de teste com 50 a 150 consumidores. Para avaliação de cada indicador, as métricas utilizadas foram cardinalidade, hipervolume e cobertura.

Os resultados obtidos de acordo com as métricas avaliadas demonstram um desempenho muito próximo entre os indicadores. Além da análise das instâncias separadamente, os resultados foram analisados por grupos de instâncias: até 100 consumidores (CMT1, CMT2 e CMT3), 150 consumidores (CMT4) e instâncas que apresenta características diferentes na disposição dos consumidores (CMT11 e CMT12). Mesmo nessa análise de grupos, pode-se observar que não existe diferença significativa nos resultados obtidos pelos três indicadores.

Assim sendo, trabalhos futuros poderão fazer uma investigação mais profunda destes indicadores e estudo de novos indicadores para o problema abordado.

Referências

Angel, E., Bampis, E., e Gourvès, L. (2007). *Approximation in Multiobjective Problems*, chapter 28. Chapman & Hall/CRC computer & information science.

Assis, L. (2013). *Investigação de metaheurísticas aplicadas ao problema de roteamento de veículos multiobjetivo com coleta opcional*. PhD thesis.

Assis, L. P., Maravilha, A. L., Vivas, A., Campelo, F., e Ramírez, J. A. (2012). Multiobjective vehicle routing problem with fixed delivery and optional collections. *Optimization Letters*, 7(7).

Ballou, R. (1993). *Logística Empresarial: Transportes, Administração de Materiais, Distribuição Física*. Atlas, São Paulo, 1 edition.

Basseur, M., Liefooghe, A., Le, K., e Burke, E. K. The efficiency of indicator-based local search for multi-objective combinatorial optimisation problems. *J Heuristics*.

Batista, L. S., Campelo, F., Guimarães, F. G., e Ramírez, J. A. (2011). Pareto Cone e-Dominance: Improving Convergence and Diversity in Multiobjective Evolutionary Algorithms. p. 76–90. Springer Berlin Heidelberg.

Boffey, B., García, F. R. F., Laporte, G., Mesa, J. A., e Pelegrín, B. P. (1995). Multiobjective routing problems. *Top*, 3(2):167–220. ISSN 11345764.

BRASIL (2002). Decreto no4074, de 4 de janeiro de 2002. Diário Oficial da União.

Bruck, B. P., dos Santos, A. G., e Arroyo, J. E. C. (2012). Hybrid metaheuristic for the single vehicle routing problem with deliveries and selective pickups. In *2012 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. IEEE.

Dell'Amico, M., Righini, G., e Salani, M. (2006). A Branch-and-Price Approach to the Vehicle Routing Problem with Simultaneous Distribution and Collection. *Transportation Science*.

Fonseca, C. M., Fleming, P. J., e Others (1993). Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation, Discussion and Generalization. In *ICGA*, volume 93.

Ford, H. (1927). *Hoje e Amanhã*. São Paulo.

Gribkovskaia, I., Halskau, O., Sr., Laporte, G., e Vlcek, M. (2007). General solutions to the single vehicle routing problem with pickups and deliveries. *European Journal of Operational Research*, 180(2).

Gribkovskaia, I., Laporte, G., e Shyshou, A. (2008). The single vehicle routing problem with deliveries and selective pickups. *Comput. Oper. Res.*, 35(9).

Gutiérrez-Jarpa, G., Desaulniers, G., Laporte, G., e Marianov, V. (2010). A branch-and-price algorithm for the Vehicle Routing Problem with Deliveries, Selective Pickups and Time Windows. *European Journal of Operational Research*, 206(2).

Jozefowiez, N., Semet, F., e Talbi, E.-G. (2008). Multi-objective vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*, 189(2):293–309.

Lourenço, H. R., Martin, O. C., e Stutzle, T. (2003). *Handbook of Metaheuristics*, volume 57 of *International Series in Operations Research & Management Science*. Kluwer Academic Publishers.

Montané, F. A. T. e Galvão, R. D. (2006). A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and deliveriy service. *Computers & Operations Research*, 33:595–619.

Salhi, S. e Nagy, G. (1999). A cluster insertion heuristic for single and multiple depot vehicle routing problems with backhauling. *Journal of the Operational Research Society*, 50:1034—-42.

Takahashi, R. H. C. (2007). Notas de Aula: Otimização Escalar e Vetorial.

Zitzler, E. e Kunzli, S. (2004). Indicator-Based Selection in Multiobjective Search. p. 832–842.