UMA ABORDAGEM EXATA PARA O BIN PACKING PROBLEM TRIDIMENSIONAL

Deidson Vitorio Kurpel
Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia
Universidade Federal do Paraná – UFPR
Campus Centro Politécnico, Caixa Postal 19011, CEP81531-980, Curitiba, Paraná
kurpeld@gmail.com

Cassius Tadeu Scarpin
Departamento de Administração Geral e Aplicada
Universidade Federal do Paraná – UFPR
Rua Prefeito Lothário Meissner, 632, CEP 81531-980, Jardim Botânico, Curitiba, Paraná
cassiusts@gmail.com

José Eduardo Pécora Junior
Departamento de Administração Geral e Aplicada
Universidade Federal do Paraná – UFPR
Rua Prefeito Lothário Meissner, 632, CEP 81531-980, Jardim Botânico, Curitiba, Paraná
pecora@ufpr.br

Cleder Marcos Schenekemberg
Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia
Universidade Federal do Paraná – UFPR
Campus Centro Politécnico, Caixa Postal 19011, CEP81531-980, Curitiba, Paraná
cledercms@hotmail.com

RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo de Programação Linear Inteira 0-1 para o Problema de Carregamento de Múltiplos Contêineres Idênticos. Com base em propostas realizadas anteriormente na literatura, a formulação matemática descrita neste trabalho considera as diferentes orientações que uma caixa pode ocupar no interior de um dado contêiner, além de utilizar uma técnica heurística para fornecer um limitante superior. Conjuntos de teste da literatura foram utilizados para avaliar a formulação matemática proposta. A análise dos resultados obtidos mostra que a proposta gera resultados satisfatórios, dentro de um limite de tempo estabelecido para a execução dos testes.

PALAVRAS CHAVE. Carregamento, Contêiner, Otimização.

Programação Matemática, Otimização Combinatória.

ABSTRACT

This paper presents an 0-1 Integer Linear Programming model for the Multiple Identical Container Loading Problem. Based on previous works in literature, the mathematical formulation described in this work considers the different orientations that a box can occupy inside a given container, in addition with a heuristic technique to provide an upper bound. Literature test sets were used to evaluate the proposed mathematical formulation. The analysis of the results shows that the proposed approach yields satisfactory results, within a set time limit for the execution of the tests.

KEYWORDS. Loading. Container. Optimization.

Mathematical Programming, Combinatorial Optimization.

1. Introdução

Problemas de Carregamento de Contêineres (PCCs) consistem em determinar a melhor distribuição de um conjunto de caixas no interior de dispositivos de unitização de carga, tais como caminhões, trens ou contêineres marítimos, de modo que não exista sobreposição entre os itens carregados.

Segundo a tipologia de [Wäscher *et al.* 2007], PCCs são geralmente divididos em duas categorias: *problemas de maximização das saídas*, cujo objetivo é carregar um subconjunto de caixas de modo a maximizar o "valor" (volume, preço, lucro, entre outros) associado a carga em um número limitado de contêineres, e *problemas de minimização das entradas*, que buscam determinar um subconjunto de contêineres de "valor" mínimo necessário para empacotar a totalidade das caixas disponíveis.

O objetivo deste trabalho é propor uma abordagem matemática baseada em Programação Linear Inteira 0-1 para problemas de minimização (do valor) das entradas, com base nas abordagens apresentadas por [Chen *et al.* 1995] e [Junqueira *et al.* 2012].

O trabalho está dividido da seguinte maneira. Na Seção 2, o PCC é categorizado seguindo a tipologia de [Wäscher *et al.* 2007]. Na Seção 3, o modelo matemático proposto é apresentado. Na Seção 4, os resultados obtidos por meio de testes computacionais são analisados. Por fim, a Seção 5 apresenta as conclusões e perspectivas para trabalhos futuros.

2. Descrição do Problema

Problemas de Carregamento de Contêineres cujo objetivo é a minimização (do valor) das entradas, como os abordados neste trabalho, caracterizam-se pela disponibilidade de um número suficiente de contêineres para acomodar todos os itens. Assim, o objetivo genérico dos mesmos é minimizar a quantidade de contêineres necessários para efetuar o carregamento. [Wäscher *et al.* 2007] descrevem sete categorias de problemas desta natureza, apresentados a seguir.

Problemas do tipo *Single Stock-Size Cutting Stock Problem* (SSSCSP) consistem em empacotar um conjunto de itens *fracamente heterogêneos* (isto é, existem muitos itens de relativamente poucos tipos) em um número mínimo de contêineres *idênticos*. Estudos sobre este tipo de problema foram feitos, entre outros, por [Ivancic *et al.* 1989], [Bischoff e Ratcliff 1995], [Terno *et al.* 2000], [Eley 2002], [Moura e Oliveira 2009] e [Ren *et al.* 2011].

No *Multiple Stock-Size Cutting Stock Problem* (MSSCSP), procura-se acondicionar um conjunto de itens *fracamente heterogêneos* no interior de contêineres *fracamente heterogêneos* (isto é, existem muitos contêineres de relativamente poucos tipos), visando minimizar o total de contêineres necessários para alocar as caixas. Este problema foi tratado, entre outros, por [Ivancic *et al.* 1989], [Eley 2003], [Brunetta e Gregoire 2005] e [Che *et al.* 2011].

O *Residual Cutting Stock Problem* (RCSP) é caracterizado pela necessidade de alocar um conjunto de itens *fracamente heterogêneos* dentro de uma seleção de contêineres *fortemente heterogêneos* (isto é, existem relativamente muitos tipos de contêineres, mas cada tipo tem pouca disponibilidade), de modo a minimizar o total de contêineres necessários para posicionar todas as caixas. Este tipo de problema foi abordado por [Andrade *et al.* 2016].

No *Single Bin-Size Bin Packing Problem* (SBSBPP), busca-se posicionar um conjunto de itens *fortemente heterogêneos* (isto é, existem relativamente muitos tipos de itens, mas cada tipo tem pouca disponibilidade) no interior de um número mínimo de contêineres *idênticos*. Este problema foi tratado por [Arenales e Morabito 1997], [Martello *et al.* 2000] e [Lim e Zhang 2005].

O intuito de problemas do tipo *Multiple Bin-Size Bin Packing Problem* (MBSBPP) é empacotar um conjunto de itens *fortemente heterogêneos* no interior de uma seleção de contêineres *fracamente heterogêneos*, visando minimizar o total de contêineres necessários para alocar o total de caixas. Este problema foi abordado por [Arenales e Morabito 1997], [Brunetta e Gregoire 2005] e [Ceschia e Schaerf 2013].

O *Residual Bin Packing Problem* (RBPP) é caracterizado pela necessidade de acondicionar um conjunto de itens *fortemente heterogêneos* no interior de uma seleção de contêineres *fortemente heterogêneos*, de modo a minimizar o total de contêineres usado para abrigar as caixas. Este problema foi tratado por [Arenales e Morabito 1997] e [Almeida e Figueiredo 2010].

Problemas do tipo *Open Dimension Problem* (ODP) consistem em colocar um conjunto de itens dentro de um *único* contêiner com uma ou mais dimensões variáveis, de modo que o volume do contêiner seja minimizado. É possível ainda diferenciar problemas do tipo ODP entre aqueles com *fraca heterogeneidade de carga* (ODP/W) e aqueles com *forte heterogeneidade de carga* (ODP/S). Problemas do tipo ODP/W foram estudados por [Bortfeldt e Gehring 1999]; abordagens para problemas do tipo ODP/S estão presentes nos trabalhos de [Miyazawa e Wakabayashi 2009], entre outros.

O modelo apresentado neste trabalho trata de problemas do tipo SSSCSP e SBSBPP.

3. Modelo Matemático Proposto

Sejam C contêineres de dimensões idênticas. Cada contêiner tem largura L, comprimento W e altura H, e pode ser carregado com m tipos de caixas distintas. Cada caixa do tipo i, com $i = 1, \dots, m$, que pode ser alocada no interior de um dos contêineres, tem largura l_i, comprimento w_i, altura h_i e volume v_i. Existe um total de b_i caixas do tipo i que podem ser arranjadas nos contêineres.

Tomando o sistema de coordenadas cartesiano, seja (p, q, r) o vértice inferior frontal esquerdo de uma caixa qualquer no interior de um contêiner (Figura 1). [Junqueira *et al.* 2012] definem conjuntos que indicam todas as possíveis localizações que uma caixa pode assumir ao longo do comprimento L, largura W e altura H de um contêiner. Como estes conjuntos possuem todos os possíveis arranjos que uma caixa pode assumir no interior de um contêiner, apenas problemas pouco realistas podem ser resolvidos. Assim, como em [Junqueira *et al.* 2012], no modelo matemático, serão utilizados, sem perda de generalidade, os conjuntos definidos em (1)-(3), obtidos por meio dos padrões normais definidos por [Herz 1972] e [Christofides e Whitlock 1977].

$$\bar{X} = \{p \in \mathbb{Z} \mid p = \sum_{i=1}^{m} \beta_i \cdot l_i, 0 \le p \le L - \min_i(l_i), \ i = 1, \dots, m, \qquad 0 \le \beta_i \le b_i\} \tag{1}$$

$$\bar{Y} = \{q \in \mathbb{Z} \mid q = \sum_{i=1}^{m} \beta_i \cdot w_i, 0 \le q \le W - \min_i(w_i), \ i = 1, \dots, m, \qquad 0 \le \beta_i \le b_i\} \tag{2}$$

$$\bar{Z} = \{r \in \mathbb{Z} \mid r = \sum_{i=1}^{m} \beta_i \cdot h_i, 0 \le r \le H - \min_i(h_i), \ i = 1, \dots, m, \qquad 0 \le \beta_i \le b_i\} \tag{3}$$

Sejam ainda os conjuntos a seguir, que indicam as possíveis posições que uma caixa qualquer do tipo i pode assumir no interior de um contêiner:

$$\bar{X}_i = \{p \in \bar{X} \mid 0 \le p \le L - l_i, \ i = 1, \dots, m\} \tag{4}$$
$$\bar{Y}_i = \{q \in \bar{Y} \mid 0 \le q \le W - w_i, \ i = 1, \dots, m\} \tag{5}$$
$$\bar{Z}_i = \{r \in \bar{Z} \mid 0 \le r \le H - h_i, \ i = 1, \dots, m\} \tag{6}$$

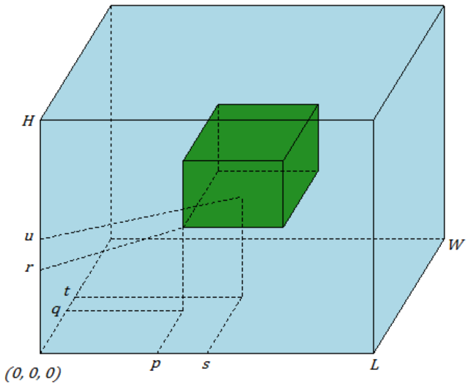

Figura 1 – Caixa no interior de um contêiner.
Fonte: Adaptado de [Junqueira *et al.* 2012].

A variável binária que indica se uma caixa será carregada em um dos contêineres disponíveis passa a ser definida como se segue:

$$x_{ijpqr} = \begin{cases} 1, & \text{Se uma caixa do tipo } i \text{ tem seu vértice frontal inferior esquerdo no ponto } (p,q,r) \text{ do j} - \text{ésimo contêiner, tal que } 0 \leq p \leq L - l_i, 0 \leq q \leq W - w_i \text{ e } 0 \leq r \leq H - h_i \\ 0, & \text{Caso contrário.} \end{cases} \quad (7)$$

A variável binária que indica se um dos contêineres disponíveis será utilizado no carregamento é dada por:

$$e_j = \begin{cases} 1, & \text{Se o j} - \text{ésimo contêiner disponível é utilizado, tal que j} = 1, \dots, \text{C} \\ 0, & \text{Caso contrário.} \end{cases} \quad (8)$$

Todas as caixas disponíveis para carregamento podem ser rotacionadas. Assim, as seis diferentes rotações de uma caixa do tipo i, cujas medidas são (l_i, w_i, h_i), podem ser consideradas como caixas distintas de dimensões (l_i, w_i, h_i), (l_i, h_i, w_i), (w_i, l_i, h_i), (w_i, h_i, l_i), (h_i, l_i, w_i) e (h_i, w_i, l_i). O modelo de Programação Linear Inteira 0-1 proposto neste trabalho, baseado nas propostas de [Chen *et al.* 1995] e [Junqueira *et al.* 2012], é definido da seguinte maneira:

$$\text{Minimizar} \sum_{j=1}^{C} L \cdot W \cdot H \cdot e_j \quad (9)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{6m} \sum_{\{p \in \bar{X}_i \mid s - l_i + 1 \leq p \leq s\}} \sum_{\{q \in \bar{Y}_i \mid t - w_i + 1 \leq q \leq t\}} \sum_{\{r \in \bar{Z}_i \mid u - h_i + 1 \leq r \leq u\}} x_{ijpqr} \leq e_j \quad (10)$$

$$s \in \bar{X}, t \in \bar{Y}, u \in \bar{Z}, \forall\, j = 1, \dots, C$$

$$\sum_{j=1}^{C} \sum_{i=6a-5}^{6a} \sum_{p \in \bar{X}_i} \sum_{q \in \bar{Y}_i} \sum_{r \in \bar{Z}_i} x_{ijpqr} = b_a, \qquad a = 1, \dots, m \quad (11)$$

$$x_{ijpqr} \in \{0,1\}, \quad e_j \in \{0,1\} \;\; i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, C, \quad p \in \bar{X}_i, \quad q \in \bar{Y}_i \;\; e \;\; r \in \bar{Z}_i \quad (12)$$

A função objetivo (9) procura minimizar o número de bins do conjunto de contêineres selecionados para acomodar as caixas. As expressões em (10) garantem que não há sobreposição entre caixas no interior do j-ésimo contêiner, caso o mesmo tenha sido selecionado. A restrição (11) exige que todas as caixas do tipo i façam parte do padrão de carregamento, permitindo que as caixas sejam rotacionadas, assumindo até seis posições, enquanto (12) apresenta o domínio das variáveis de decisão.

4. Experimentos computacionais

Para avaliar a formulação proposta, os problemas foram resolvidos por meio do *software* de otimização *Gurobi Optimizer* (versão 7.0.1). Os testes foram efetuados em um computador com sistema operacional *Microsoft Windows 10* (64 *bits*), processador *Intel© Core*^{TM} *i7-6500U CPU @ 1,60 GHz* e memória *RAM* de 8*GB*. Um limite de tempo de 3.600 segundos (1 hora) foi estabelecido para a execução dos testes.

Um limitante superior para a quantidade de contêineres necessários para o carregamento, obtido por meio da heurística G&R, de [George e Robinson 1980], aplicada sequencialmente, foi fornecido ao modelo. A técnica consiste em construir camadas verticais paralelas a um dos lados do contêiner, indo em direção a lateral oposta. Como o contêiner é particionado em espaços menores, o carregamento é realizado camada por camada. Segundo [George e Robinson 1980], em geral, o comprimento da t-ésima camada vertical ($c_t = x_{k+1} - x_k$) é determinado pelo tamanho da primeira caixa alocada na posição $(x_k, 0, 0)$, ou seja, na camada vertical k. A Figura 2 ilustra o espaço associado à primeira camada vertical do carregamento, onde a caixa alocada no interior do contêiner determina o comprimento da camada.

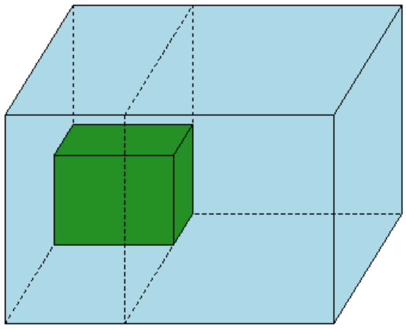

Figura 2 – Representação da primeira camada vertical de um contêiner
Fonte: Os Autores.

As instâncias de [Ivancic *et al.* 1989] foram usadas para avaliar o modelo proposto. Compostas por 47 conjuntos de teste, nos quais um único tipo de contêiner deve ser carregado com caixas de 2 a 5 Nos testes efetuados, o total de contêineres disponíveis foi estabelecido de acordo com a heurística G&R.

Os resultados obtidos pelo modelo foram comparados com as seguintes abordagens:

- IVA: heurística baseada em Programação Inteira de [Ivancic *et al.* 1989];
- BOR: heurística proposta por [Bortfeldt 2000];
- ELS: busca em árvore com estratégia sequencial de [Eley 2002];
- ELP: busca em árvore com estratégia paralela de [Eley 2002];
- ELY: heurística combinada à Programação Inteira de [Eley 2003];
- LZG: meta-heurística proposta por [Lim e Zhang 2005];
- CHE: técnica de geração de colunas de [Che *et al.* 2011].

A quantidade de contêineres utilizada em cada abordagem está descrita na Tabela 1. A melhor solução conhecida para cada conjunto de teste está destacada em negrito.

Tabela 1 – Resultados para os conjuntos de teste de [Ivancic *et al.* 1989]

#	Tipos de Caixas	Total de caixas	Heurística G&R	IVA	BOR	ELS	ELP	ELY	LZG	CHE	Modelo Proposto	Tempo (s)
1	2	70	25	26	**25**	27	26	**25**	**25**	**25**	**25***	2,27
2	2	70	11	11	10	11	10	10	10	10	**9***	22,16
3	4	180	26	20	20	21	22	20	**19**	**19**	**19***	33,27
4	4	180	29	27	28	29	30	**26**	**26**	**26**	**26***	13,22
5	4	180	60	65	**51**	55	**51**	**51**	**51**	**51**	**51***	78,29
6	3	103	11	**10**	**10**	**10**	**10**	**10**	**10**	**10**	**10***	2,59
7	3	103	**16**	**16**	**16**	**16**	**16**	**16**	**16**	**16**	**16***	1,39
8	3	103	**4**	5	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4***	4,46
9	2	110	20	**19**	**19**	**19**	**19**	**19**	**19**	**19**	**19***	8,52
10	2	110	**55**	**55**	**55**	**55**	**55**	**55**	**55**	**55**	**55***	0,42
11	2	110	19	18	18	17	18	17	**16**	**16**	**16***	65,40
12	3	95	53	55	**53**	**53**	**53**	**53**	**53**	**53**	**53***	2,23
13	3	95	27	27	**25**	**25**	**25**	**25**	**25**	**25**	**25***	8,43
14	3	95	33	28	28	**27**	**27**	**27**	**27**	**27**	**27***	13,88
15	3	95	12	**11**	**11**	12	12	**11**	**11**	**11**	**11***	35,46
16	3	95	29	34	**26**	28	**26**	**26**	**26**	**26**	**26***	3,89
17	3	95	9	8	**7**	8	**7**	**7**	**7**	**7**	**7***	1929,34
18	3	47	**2**	3	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	3600,00
19	3	47	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	3600,00
20	3	47	6	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5***	867,06
21	5	95	28	24	21	24	26	**20**	**20**	**20**	**20**	3600,00
22	5	95	11	10	9	9	9	**8**	9	**8**	11	3600,00
23	5	95	25	21	20	21	21	20	20	**19**	**19***	1244,10
24	4	72	6	6	6	6	6	6	**5**	**5**	6	3600,00
25	4	72	**5**	6	**5**	6	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	3600,00
26	4	72	4	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	4	3600,00
27	3	95	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	3600,00
28	3	95	11	10	10	11	10	10	**9**	10	11	3600,00
29	4	118	22	18	**17**	18	18	**17**	**17**	**17**	**17**	3600,00
30	4	118	29	24	**22**	**22**	23	**22**	**22**	**22**	23	3600,00
31	4	118	16	13	13	13	14	13	**12**	**12**	**12**	3600,00
32	3	90	5	5	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	5	3600,00
33	3	90	5	5	5	5	5	5	**4**	**4**	5	3600,00
34	3	90	9	9	**8**	**8**	9	**8**	**8**	**8**	**8***	313,00
35	2	84	3	3	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	3	3600,00
36	2	84	**14**	18	**14**	**18**	**14**	**14**	**14**	**14**	**14***	10,07
37	3	102	**23**	26	**23**	26	**23**	**23**	**23**	**23**	**23***	14,60
38	3	102	**45**	50	**45**	46	**45**	**45**	**45**	**45**	**45***	13,43
39	3	102	16	16	**15**	**15**	**15**	**15**	**15**	**15**	**15***	484,12
40	4	85	10	9	9	9	9	**8**	9	**8**	**8***	3138,33
41	4	85	26	16	**15**	16	**15**	**15**	**15**	**15**	**15***	365,28
42	3	90	5	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	**4**	5	3600,00
43	3	90	4	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	4	3600,00
44	3	90	4	4	**3**	4	4	4	**3**	**3**	4	3600,00
45	4	99	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	3600,00
46	4	99	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	**2**	3600,00
47	4	99	**3**	4	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	**3**	3600,00
Total			789	763	705	733	721	699	694	692	696	

(*) Solução ótima
Fonte: Os Autores

Em 35 dos 47 conjuntos de dados abordados, o modelo proposto obteve resultados iguais a melhor solução conhecida, sendo que em 26 conjuntos de teste obteve-se a solução ótima. Além disso, obteve-se melhoria da melhor solução conhecida para o conjunto de teste 2. O modelo proposto obteve resultados satisfatórios, resolveu otimamente 55,32% das instâncias testadas, contra 53,19% de resultados ótimos conseguidos por [Eley 2003]. A Figura 3 apresenta o padrão de carregamento obtido para o conjunto de teste 8.

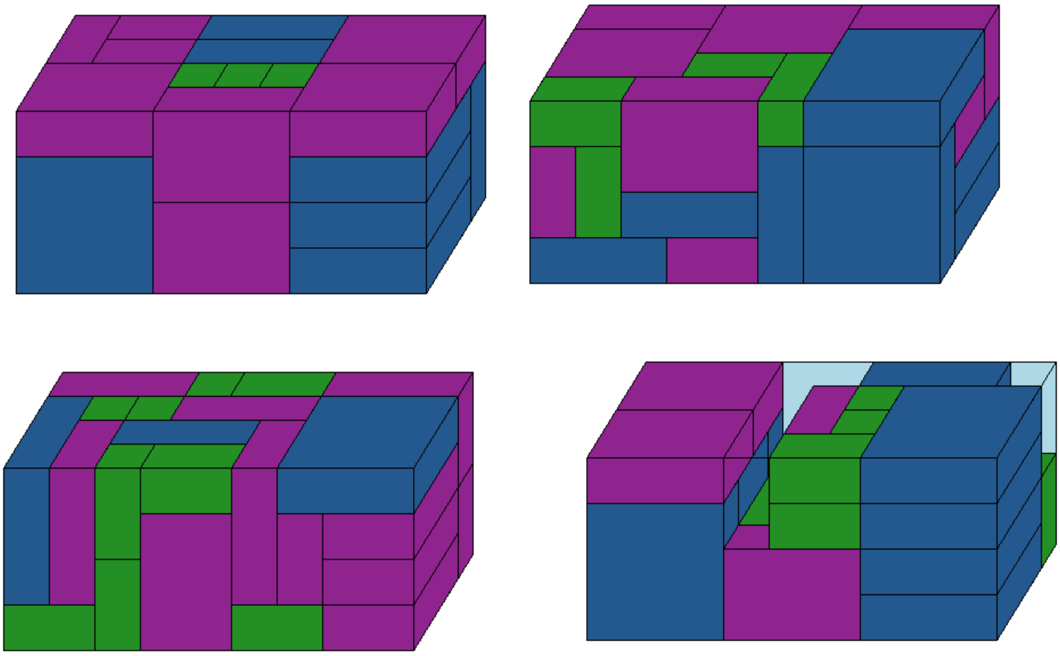

Figura 3 – Padrão de carregamento do conjunto de teste 8 de [Ivancic *et al.* 1989].
Fonte: Os Autores.

De modo geral, pode-se concluir que o modelo obtém melhores resultados ao resolver problemas do tipo SSSCSP, isto é, a homogeneidade das caixas disponíveis para o carregamento constitui um fator importante para a obtenção de soluções ótimas no limite de tempo estabelecido para os testes.

Em diversas instâncias testadas para problemas do tipo SBSBPP, como os conjuntos de teste 42, 43 e 44, a resolução do modelo matemático não foi capaz de melhorar o limitante superior fornecido pela heurística G&R. Ainda assim, a modelagem proposta foi capaz de fornecer soluções competitivas para esse tipo de problema.

5. Conclusões

Neste trabalho apresentou-se um modelo de Programação Linear Inteira 0-1, com base nas formulações de [Chen *et al.* 1995] e [Junqueira *et al.* 2012], para abordar o problema de carregamento de múltiplos contêineres idênticos. A formulação proposta, ainda que limitada a resolver problemas relativamente pequenos, mostra ser uma alternativa que pode facilmente ser estendida de modo a considerar as exigências práticas listadas por [Bischoff e Ratcliff 1995].

Os resultados computacionais obtidos, mostram que a abordagem proposta depende estreitamente da quantidade de tipos de caixas disponíveis, do tamanho relativo das caixas em comparação com as dimensões dos contêineres.

Futuramente, podem ser explorados meios alternativos de geração dos conjuntos de possíveis posições das caixas, estudar a possibilidade de estender o modelo proposto para os diferentes tipos de problemas de carregamento de contêiner, tais como os problemas com dimensões variáveis, além de avaliar a eficácia da formulação proposta em conjuntos de testes cujas dimensões, seja dos contêineres ou das caixas, não são valores inteiros.

Referências

Almeida, A.; Figueiredo, M. B. (2010) A particular approach for the three- dimensional packing problem with additional constraints. *Computers & Operations Research*. v. 37, 1968–1976.

Andrade, R.; Birgin, E. G.; Morabito, R. (2016). Two-stage two-dimensional guillotine cutting stock problems with usable leftover. *International Transactions in Operational Research*. v. 23, 121–145.

Arenales, M.; Morabito, R. (1997) An overview of AND/OR-graph approaches to cutting and packing problems. In*: Mukhacheva, E.A. (Ed.), Decision Making under Conditions of Uncertainty (Cutting–Packing Problems)*. Ufa State Aviation Technical University, Ufa, p. 207–224.

Bischoff, E. E.; Ratcliff, M. S. W. (1995) Issues in the development of approaches to container loading. *International Journal of Management Science*, Great Britain, v. 23, n. 4, p. 377-390.

Bortfeldt, A. (2000) Eine heuristik für multiple containerladeprobleme. *OR Spectrum*, v. 22, n. 2, p. 239–261.

Bortfeldt, A.; Gehring, H. (1999) Zur behandlung von restriktionen bei der stauraumoptimierung am beispiel eines genetischen algorithmus fur das containerbeladeproblem. *Logistik Management - Intelligente I+K Technologien*. p. 83-100.

Brunetta, L.; Gregoire, P. (2005) A general purpose algorithm for three-dimensional packing. *INFORMS Journal on Computing*. v. 17, p. 328-338.

Ceschia, S.; Schaerf, A. (2013) Local search for multi-drop multi-container loading problem. *Journal of Heuristics*. v. 19, 275-294.

Che, C. H.; Huang, W.; Lim, A.; Zhu, W. (2011) The multiple container loading cost minimization problem. *European Journal of Operational Research*. v. 214, p. 501-511.

Chen, C. S.; Lee, M. S.; Shen, Q. S. (1995) An analytical model for the container loading problem. *European Journal of Operational Research*, v. 80, p. 68-78.

Christofides, N.; Whitlock, C. (1977) An algorithm for two-dimensional cutting problems. *Operations Research*, v. 25, n. 1, p. 30-44.

Eley, M. (2002) Solving container loading problems by block arrangement. *European Journal of Operational Research*, v. 141, n. 2, p. 393-409.

Eley, M. (2003) A bottleneck assignment approach to the multiple container loading problem. *OR Spectrum*. v. 25, p. 45-60.

Ivancic, N.; Mathur, K.; Mohanty, B. B. (1989) An integer-programming based heuristic approach to the three-dimensional packing problem. *Journal of Manufacturing and Operations Management*. v. 2, p. 268-289.

George, J. A.; Robinson, D. F. (1980) A heuristic for packing boxes into a container. *Computers and Operations Research*, v. 7, p. 147-156.

Herz, J. C. (1972) Recursive computational procedure for two-dimensional stock cutting. *IBM Journal of Research and Development*, v. 16, n. 5, p. 462-469.

Junqueira, L.; Morabito, R.; Yamashita, D. S. (2012) Three-dimensional container loading models with cargo stability and load bearing constraints. *Computers & Operations Research*, v. 39, p. 74-85.

Lim, A.; Zhang, X. (2005) The container loading problem. *SAC'05 ACM Symposium on applied Computing*. New York: ACM, 913-917.

Martello, S.; Pisinger, D.; Vigo, D. (2000) The three-dimensional bin packing problem. *Operations Research*, v. 48, n. 2, p. 256-267.

Miyazawa, F. K.; Wakabayashi, Y. (2009) Three-dimensional packings with rotations. *Computers & Operations Research*. v. 36, p. 2801–2815.

Moura, A.; Oliveira, J. F. (2009) An integrated approach to the vehicle routing and container loading problems. *OR Spectrum*. v. 31, p. 775–800.

Ren, J.; Tian, Y.; Sawaragi, T. (2011) A tree search method for the container loading problem with shipment priority. *European Journal of Operational Research*, v. 214, p. 526-535.

Terno, J.; Scheithauer, G.; Sommerweiß, U.; Riehme, J. (2000) An efficient approach for the multi-pallet loading problem. *European Journal of Operations Research*. v. 123, p. 372-381.

Wäscher, G.; Hauβner, H.; Schumann, H. (2007) An improved typology of cutting and packing problems. *European Journal of Operations Research*. v. 183, p. 1109-1130.