



## UM MODELO DE OTIMIZAÇÃO PARA O PROBLEMA DE LOCALIZAÇÃO DE SEÇÕES ELEITORAIS E ALOCAÇÃO DE ELEITORES

**Cedma Ranielly Santos Firmino, Jonathan Lopes da Silva, Dario Aloise José**

Departamento de Informática  
Universidade do Estado do Rio Grande do Norte  
cedma.santos@gmail.com, nathan13joker@gmail.com, darioaloise@uern.br

**Francisco Márcio de Oliveira**

Tribunal Regional Eleitoral do Rio Grande do Norte - TRE-RN  
fmarcioliveira@gmail.com

**Diego Souza Bezerra**

Faculdade Regional da Bahia - FARB  
diegobza@gmail.com

### RESUMO

O problema de localização de seções eleitorais e alocação de eleitores compreende a busca pela menor quantidade e melhor local estratégico das seções eleitorais, com o objetivo de reduzir custos de instalação e alocação dos eleitores. Uma proposta anterior, disponibilizada por Oliveira [2013], trata do problema contando com a possibilidade de total rearranjo da estrutura eleitoral existente. Neste trabalho, propõe-se otimizar os locais de votação para alocação de eleitores, através de um modelo matemático teórico que considere o arranjo de locais já existente, causando menor impacto a estrutura eleitoral vigente. Por tratar-se de um problema de otimização combinatória NP-difícil, a pesquisa envolveu a aplicação de uma formulação matemática e um algoritmo genético obtenção da solução. Para realização dos experimentos, foi utilizado instâncias com base em uma situação real, para a cidade de Mossoró/RN. Os resultados mostraram-se bastante promissor, reduzindo em 39% o número de locais para região estudada em tempo computacional viável.

**PALAVRAS CHAVE:** localização de facilidades, alocação de eleitores, algoritmo genético.

### ABSTRACT

The problem of the location of polling stations and voter allocation comprises a search for a smaller quantity and a better strategic location of the electoral sections, in order to reduce the costs of installation and allocation of voters. An earlier proposal, made available by Oliveira [2013], addresses the problem with the possibility of total rearrangement of the existing electoral structure. In this work, it is proposed to optimize polling places for voter allocation through a theoretical mathematical model that considers the arrangement of existing sites, with a lower impact on the current electoral structure. Because it is a combinatorial NP-hard optimization problem, the research involved the application of a mathematical formulation and a genetic algorithm obtaining the solution. To perform the experiments, we used instances based on a real situation, for the city of Mossoró / RN. The results were very promising, reducing by 39% the number of sites for region studied in viable computational time.

**KEYWORDS:** facility location, voters allocation, genetic algorithm.



## 1. Introdução

O Problema de Localização de Seções Eleitorais (PLSE) é compreendido pela busca da menor quantidade e melhor localização das seções eleitorais, com o objetivo de reduzir custos, mas garantindo a satisfação do eleitor. Caracteriza-se como um problema de localização de facilidades (*facility location problem*), segundo Daskin [2008], o que se busca é localizar as facilidades em um dado espaço. Os modelos matemáticos aplicáveis ao problema de localização de facilidades devem abordar algumas questões, incluindo a quantidade de facilidades que serão instaladas, onde cada uma será instalada, qual o tamanho e qual a demanda que cada uma poderá atender.

No Brasil, o PLSE foi primeiro descrito por Oliveira [2013], onde apresenta o problema e os aspectos associados à logística de uma eleição em detalhes. Para tanto, considerou importantes as características inerentes ao problema, que oneram os custos e tornam a gestão complexa, como a alocação dos eleitores com o custo de transporte, a disponibilização da força pública para garantir segurança e a ordem, o deslocamento dos equipamentos antes e ao final da votação, dentre outros.

Oliveira [2013] soluciona a questão partindo do princípio que toda a estrutura pode ser remodelada e realocada, ou seja, todas as características e restrições são consideradas para compor um conjunto de locais de votação, como se não existisse um arranjo prévio, de modo a atender a demanda de forma otimizada.

Propor um novo arranjo, embora com menor custo associado, pode não ser interessante tendo em vista as considerações culturais e políticas que envolvem a reformulação dos locais existentes. Em face disso, busca-se com essa pesquisa aproximar a modelagem e o conjunto de soluções da realidade existente, considerando a estrutura já disponibilizada como pontos preferenciais para alocação das seções eleitorais, otimizando a partir disso a rede de serviços disposta durante o processo eleitoral.

É nesse contexto que se propõe a presente pesquisa, desenvolver um PLSE modificado, chamado de PLSE+, que contemple o arranjo já disposto pela Justiça Eleitoral como ponto de partida para atendimento das demandas atuais e futuras. Busca-se, portanto, otimizar o número de seções eleitorais de modo a causar um impacto mínimo a estrutura vigente.

O PLSE, bem como muitas de suas variantes, é um problema NP-difícil, onde nem sempre é possível encontrar uma solução em tempo hábil para auxiliar o processo decisório. Assim, o desenvolvimento de algoritmos, através de técnicas e conceitos de heurísticas e metaheurísticas, são necessários para solucioná-los.

A justificativa para o estudo do PLSE e PLSE+ está em função dos gastos públicos e tempos de crise. O processo eleitoral configura-se como o maior evento realizado pelo governo brasileiro, a cada dois anos, do mais populoso ao mais remoto município, o que acarreta um significativo emprego de dinheiro público.

Este trabalho é organizado da seguinte forma: após esta introdução, alguns conceitos relacionados à pesquisa são apresentados na seção 2. Em seguida, na seção 3, é descrito o problema em questão. Logo após, na seção 4, a formulação de um modelo matemático teórico para o problema é definida, viabilizando assim a utilização de técnicas de otimização combinatória para apresentar boas soluções para o problema de instalação de seções eleitorais. Apresenta-se a metodologia do trabalho em termos de recursos utilizados, software e hardware, e como os testes foram realizados, em termos de instâncias e heurísticas aplicadas. Por fim, a seção 5 contém as conclusões do trabalho e perspectivas para trabalhos futuros.

## 2. Localização de facilidades

A teoria e modelagem sobre localização tem sua origem no trabalho de Alfred Weber de 1909, que considerou o problema de localização de uma única facilidade para minimizar a distância total de viagem entre o conjunto de cliente e o local de atendimento. Um problema de localização é definido com um problema de alocação de recursos no espaço, onde uma ou mais



instalações de serviço servem um conjunto de demandas distribuídas espacialmente. O objetivo é localizar instalações para otimizar um objetivo, tais como: minimizar o tempo médio de viagem ou a distância entre as demandas e servidores, minimizar o tempo médio de resposta, maximizar tempo mínimo de viagens, etc. [Brandeau; Chiu, 1989].

Há quatro componentes que caracterizam este tipo de problema: consumidores ou clientes, que é a demanda a qual se pretende atender, se presume já ser localizados em pontos ou em rotas; facilidades ou instalações, as que serão localizadas para prestação de um serviço; um espaço, no qual os consumidores e facilidades estão ou serão localizadas; e uma métrica, que indica distância ou tempo entre clientes e instalações [Revelle; Eilselt, 2005].

Há diversas classificações na literatura para caracterizar os problemas e modelos de localização de facilidades [Revelle; Eilselt, 2005], [Hamacher et al., 1998] [Brandeau; Chiu, 1989]. Uma das formas de diferenciar os grupos de modelos de localização é pela forma com que a demanda é distribuída sobre um espaço e como as instalações podem ser localizadas dentro dessa área, Daskin [2008] apresentou a seguinte classificação: Modelos analíticos, modelos contínuos, modelos em rede e modelos discretos. Nos modelos discretos, as demandas geralmente surgem nos nós e a localização das instalações são restritas a um conjunto finito de locais candidatos. Estes se destacam pois apresentam elevado grau de complexidade de solução, mesmo para problemas de pequeno porte, mas que estão associados a diversas aplicações práticas.

Como já mencionado, o presente trabalho aborda uma modificação do PLSE e propõe modificações a partir de suas características. Da mesma forma, como especificado em Oliveira [2013], classifica-se como um problema de localização de facilidades discreto, ou seja, a categoria mais complexa desta classe.

### 3. Descrição do problema

O PLSE+ é uma modificação do PLSE visando minimizar o número de locais eleitorais, mantendo tanto quanto possível a estrutura vigente. Isto é importante, uma vez que possibilita a otimização do arranjo existente e viabiliza a implantação pelo Tribunal Regional Eleitoral - TRE.

O PLSE trata a questão da preferência da seleção dos edifícios, em uma situação onde não há uma configuração pré-existente, determinando os locais de votação e onde serão instaladas as seções eleitorais. Busca-se assim, reduzir o custo de instalação, considerando as seguintes restrições: a distância dos locais aos eleitores; a quantidade de possíveis seções em cada local de votação e o número de eleitores que podem ser atendidos (capacidade) e a quantidade de eleitores (demanda) em cada localidade [Oliveira, 2013].

A figura 3.1 (a) exemplifica os componentes envolvidos em problema genérico. O bloco representa uma cidade, sendo a parte cinza a zona urbana e a branca corresponde a zona rural. Cada quadrado configura um setor geográfico definido pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e utilizado como base para a modelagem do PLSE, que pode ser um bairro ou região e que possui uma demanda de eleitores. Os círculos com a identificação  $\{L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6, L_7, L_8 \text{ e } L_9\}$ , representam os locais que podem ser instaladas as seções com suas respectivas capacidades de atendimento.

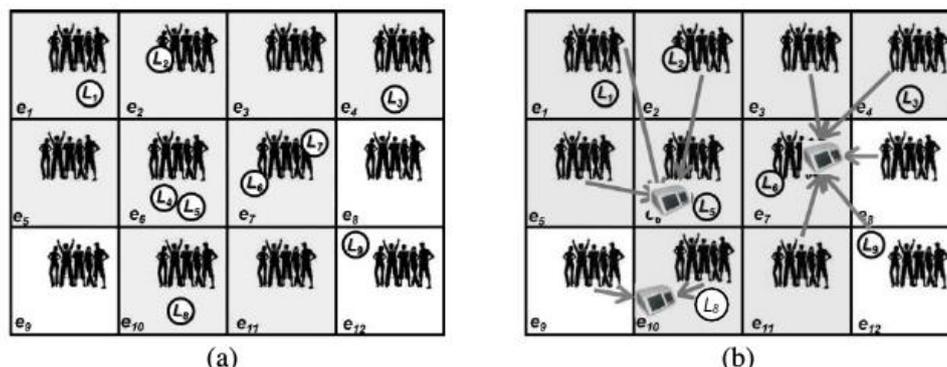


Figura 3.1: (a) Exemplo dos componentes do problema; (b) Exemplo de seleção de locais e alocação. Fonte: [Oliveira et al., 2013].

Na figura 3.1 (b) pode-se ver uma solução para o problema referente à zona urbana e rural da cidade. A quantidade de eleitores é representada pela letra  $e$ , e os locais pela letra  $L$ . Foram selecionados três locais de votação ( $L_4$ ,  $L_7$  e  $L_8$ ) para atendimento das demandas  $\{e_1, e_2, e_5, e_6\}$ ,  $\{e_3, e_4, e_7, e_8, e_{11}, e_{12}\}$  e  $\{e_9, e_{10}\}$ , respectivamente [Oliveira et al., 2013].

O PLSE possui características que permite seu tratamento por diversos modelos de localização de facilidades discretos, a depender da forma como tratado e do objetivo que se busca. Para definição do problema, Oliveira et al. [2013], considerou as seguintes características: todos precisam estar alocados a algum local de votação; um local de votação não pode atender mais eleitores que a sua capacidade; quanto menor o número de locais de votação instalados menor será o custo total da eleição; e quanto menor a distância percorrida pelos eleitores menor será o custo total da eleição.

Oliveira [2013] soluciona a questão partindo do princípio que toda a estrutura pode ser remodelada e realocada, ou seja, todas as características e restrições são consideradas para compor um conjunto de locais de votação, como se não existisse um arranjo prévio, de modo a atender a demanda de forma otimizada. A solução proposta utiliza de métodos exatos, através de uma formulação matemática e experimentos realizados pelo CPLEX (IBM® ILOG® CPLEX® Optimization Studio®), e métodos aproximativos, de uma metaheurística GRASP.

O PLSE<sup>+</sup>, envolve todos os elementos do PLSE, mas adiciona um parâmetro aos locais candidatos as seções eleitorais que estabelece um critério de preferência entre eles, neste caso, a questão da utilização prévia pelo TRE. Para efeitos de soluções, serão utilizados métodos exatos, através do CPLEX e métodos aproximativos, de um algoritmo genético.

## 4. Modelagem matemática e estratégia de solução

### 4.1 Modelo matemático.

Para este trabalho, considera-se desenvolver uma proposta para uma efetiva utilização prática das soluções a serem obtidas. Busca-se otimizar a estrutura existente, ou seja, determinar o arranjo ótimo da estrutura atual fornecida pelo TRE para os locais de votação, de forma a minimizar os gastos públicos. A preocupação em partir da estrutura já existente surge da não viabilidade da composição de uma nova estrutura por considerar uma série de fatores políticos e sociais.

Propõe-se então a adição de um parâmetro,  $\alpha_j$ , ao modelo matemático desenvolvido por Oliveira [2013], que assume valor 1, caso a facilidade já seja utilizada pelo TRE e maior que 1, caso contrário. Com isso, busca-se forçar o modelo a priorizar as facilidades já utilizadas, alcançando a viabilidade prática para a solução do problema descrito. A modificação proposta pode ser visualizada a seguir:



MINIMIZE

$$\sum_{j \in J} \alpha_j M X_j + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} e_i d_{ij} y_{ij} \quad (4.1)$$

SUJEITO A

$$\sum_{j \in J} y_{ij} = 1 \forall i \in I \quad (4.2)$$

$$\sum_{i \in I} e_i y_{ij} \leq K_j X_j \forall j \in J \quad (4.3)$$

$$y_{ij} d_{ij} \leq S \forall i \in I, j \in J \quad (4.4)$$

VARIÁVEIS DE DECISÃO

$$X_j = \{0,1\} \forall j \in J \quad (4.5)$$

$$y_{ij} = \{0,1\} \forall i \in I \quad (4.6)$$

ONDE:

$J \leftarrow$  conjunto de locais elegíveis (indexados por  $j$ )

$I \leftarrow$  conjunto de setores geográficos (indexados por  $i$ )

$e_i \leftarrow$  demanda (eleitores) no setor  $i$

$K_j \leftarrow$  capacidade de atendimento do local  $j$

$d_{ij} \leftarrow$  menor distância entre o setor  $i$  e local  $j$

$S \leftarrow$  distância máxima admitida

$M \leftarrow \{\max\} e_i * \{\max\} d_{ij} * n(J)$

Peso associado à instalação de novo local

$\alpha_j = 1 + ctr_j, \text{sendo } ctr_j = \{+\infty, 0, 1, \dots, 1\}$

$X_j = \begin{cases} 1, & \text{se local } j \text{ for instalado} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

$y_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se demanda } i \text{ for atendida por local } j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$

A primeira parte do modelo (4.1) utiliza de uma taxa fixa, aplicada à instalação de qualquer nova facilidade, de modo a impor ao modelo o cálculo do número mínimo de facilidades. Foi adotado um valor excessivamente grande ( $M$ ) de modo a inibir a instalação de nova facilidade pelo próprio modelo, além de um  $\alpha_j$  como forma de premiação ou punição pela escolha de locais já utilizados ou não pelo TRE.

A segunda parte da equação 4.1 é derivada do Problema das  $p$ -Medianas (PMP) o qual procura minimizar a máxima distância de deslocamento populacional ao mesmo tempo em que visa reduzir o número de locais necessários, de modo a que todos os eleitores sejam atendidos, respeitada a restrição de capacidade de cada local e com o mínimo de locais possível.

Atualmente, apesar de possuir restrições de distâncias entre demandas e locais de votação, os eleitores podem escolher o local que desejarem, sem respeitar essa restrição. Para fins de representação da realidade, o que se busca é atender as restrições do TRE causando o menor impacto em suas operações costumeiras.

O que se pretende com adição do  $\alpha_j$  na primeira parte da equação, baseada na taxa fixa, é que sejam preferidas as possibilidades de locais já existentes, ou seja, para estas escolhas seja dada um prêmio (menor custo dentre todas as possibilidades), o valor de  $\alpha$  será 1 possuindo um



custo  $M$  para a sua escolha. Caso a facilidade selecionada seja uma não utilizada, o valor de  $\alpha$  assume valor maior que 1, aumentando o valor do custo para esta escolha quando comparada com a anterior. O resultado disso é uma tentativa de minimizar a escolha de facilidades com o menor impacto nas instalações já utilizadas pelo TRE, ou seja, as escolas que já são utilizadas sejam favorecidas diante das demais opções.

Assim, a função objetivo é minimizar o custo total de operação que é medido pela soma da quantidade de locais instalados ( $X_j$ ) multiplicado pela taxa de instalação ( $M$ ) e pelo peso associado a escolha da instalação ( $\alpha_j$ ) somado com a distância total de deslocamento de todos os eleitores.

A primeira restrição (4.2) garante que as demandas de todos os setores sejam atendidas e, ainda, que cada demanda seja atendida por uma única facilidade. A segunda restrição (4.3) garante que a capacidade de atendimento de cada facilidade não seja extrapolada, ou seja, que todos os setores com suas respectivas demandas sejam atendidos sem ultrapassar a capacidade de atendimento da facilidade. A terceira restrição (4.4) impõe que toda a demanda seja atendida dentro de uma distância máxima predefinida. Uma demanda é atendida quando está associada a uma localização. As demandas ( $d_{ij}$ ) atendidas pela facilidade ( $y_{ij}$  - variável associada pelo atendimento da demanda  $i$  pela instalação  $j$ ) devem atender a uma de distância máxima ( $S$ ) imposta pelo problema.

#### 4.2 Metaheurística - Algoritmo Genético

Estudado desde os primórdios da computação, o algoritmo genético vem sendo adaptado aos mais diversos problemas de otimização combinatória. Ele segue o princípio evolutivo de Darwin, no qual os mais aptos se sobressaem em relação aos demais e têm mais chances de passarem seus genes para a próxima geração de indivíduos [Holland, 1975].

Os indivíduos são soluções codificadas como um conjunto de parâmetros (genes) unidos na forma de uma sequência (cromossomo). Os pais da próxima geração são escolhidos aleatoriamente utilizando algum artifício que favoreça os indivíduos de melhor avaliação. Os filhos são gerados através da recombinação dos pais utilizando um processo chamado cruzamento, mutações também podem ser incluídas para diversificar a população [Gonçalves e Resende, 2012].

Neste trabalho apresentamos um algoritmo genético para resolução do PLSE+. Esse algoritmo utiliza um cromossomo formado pelas demandas e a ordem em que elas se encontram dentro do cromossomo define a precedência em relação à escolha do local de votação. Assim, as demandas no cromossomo escolhem o local de votação mais próximo a elas e que não esteja cheio. É fácil perceber que a medida que o algoritmo preenche os locais de votação, as demandas começam a ser alocadas à locais de votação mais distantes, quando os mais próximos excedem a capacidade. A figura 4.1 apresenta um esquema do algoritmo proposto.

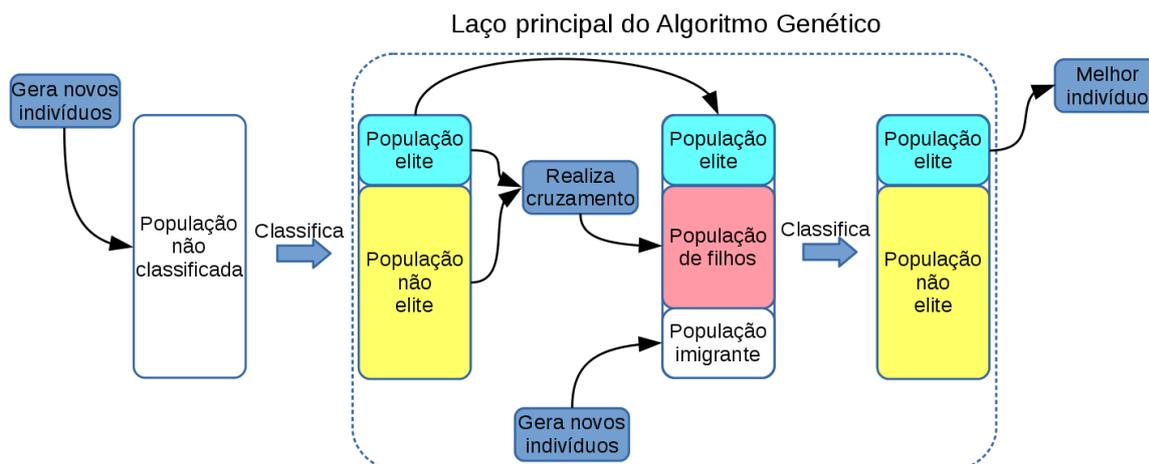


Figura 4.1: Algoritmo genético desenvolvido para o PLSE+. Fonte: autoria própria

O algoritmo possui três grupos distintos de população, o primeiro é a população elite que corresponde aos  $p$  primeiros da classificação da população. Essa população elite é salva de uma geração para outra e seus indivíduos possuem mais chances de passarem seus genes para as gerações seguintes.

O segundo grupo é a população de filhos, que é gerada a partir do cruzamento dos indivíduos da população atual. Para esse cruzamento, foi escolhida a política de ter sempre um indivíduo da população elite com um indivíduo da população não elite e há uma tendência introduzida no algoritmo para que os genes dos pais da população elite tenham mais chances de serem escolhidos.

A terceira população é a população imigrante. Essa população é formada de indivíduos totalmente novos, gerados com o intuito de evitar que a população evolutivamente estagnada, quando a diversidade da população é muito baixa e cruzamentos geram indivíduos bem parecidos ou iguais aos pais.

Para o cruzamento, um indivíduo da população elite e um da população não-elite (população de filhos e imigrantes) são selecionados. O cruzamento ocorre de maneira parametrizada onde cada gene é sorteado individualmente. Nesse sorteio, uma tendência foi aplicada de modo que é mais fácil sortear genes da população elite que dá não elite. Nos testes preliminares (com tendências de 50-50%, 60-40% e 70-30%), a tendência de 70% para população elite e 30% para a população não elite se mostrou mais eficiente e essa foi a tendência utilizada nos testes.

Em relação à população, ela ficou dividida em 30% para população elite, 60% para população de filhos e 10% para população imigrante. Esses valores também foram obtidos através de testes com alguns valores de 10, 20, 30 e 40% para população elite e 0, 10, 20 e 30% para população imigrante. O tamanho da população escolhido foi de quatro vezes o número de demandas a serem alocadas e o algoritmo executou por um total de trezentas iterações.

## 5. Testes realizados e resultados computacionais

As instâncias de teste utilizadas foram propostas por Oliveira [2013], onde ele descreve o procedimento metodológico para a obtenção das mesmas. A instância total gerada para o município de Mossoró é formada por 287 setores, urbanos e rurais, e 198 locais de votação, o que gera uma matriz de distância que contém 56826 elementos. Para fins de teste e diversificação dos resultados e aprofundamento do estudo, foram geradas três sub-instâncias da instância total, tratadas como três instâncias independentes (três sub-instâncias -  $Mos_{27 \times 20}$ ,  $Mos_{112 \times 82}$ ,  $Mos_{242 \times 166}$  e a instância total  $Mos_{287 \times 198}$ ), de modo que todos métodos foram aplicados às três instâncias.



Para realizar os testes para validação da modelagem matemático foi utilizado o IBM® ILOG® CPLEX® Optimization Studio®. O hardware utilizado para realização dos testes preliminares contemplava: 2 Processadores Intel (R) Xeon (R) CPU X5650 @ 2.67GHz com 6 núcleos cada. Para processar as instâncias utilizou apenas os 6 núcleos de uma CPU. A memória ram constituída por 3 módulos de 12 GB cada, totalizando 36 GB.

Os experimentos foram realizados com as três sub-instâncias - Mos<sub>40x20</sub>, Mos<sub>112x82</sub>, Mos<sub>242x166</sub> e a instância total Mos<sub>287x198</sub>, através do modelo matemático proposto neste trabalho e o estabelecido por Oliveira [2013]. Para tanto, as instâncias foram executadas e tabuladas segundo as estratégias de solução.

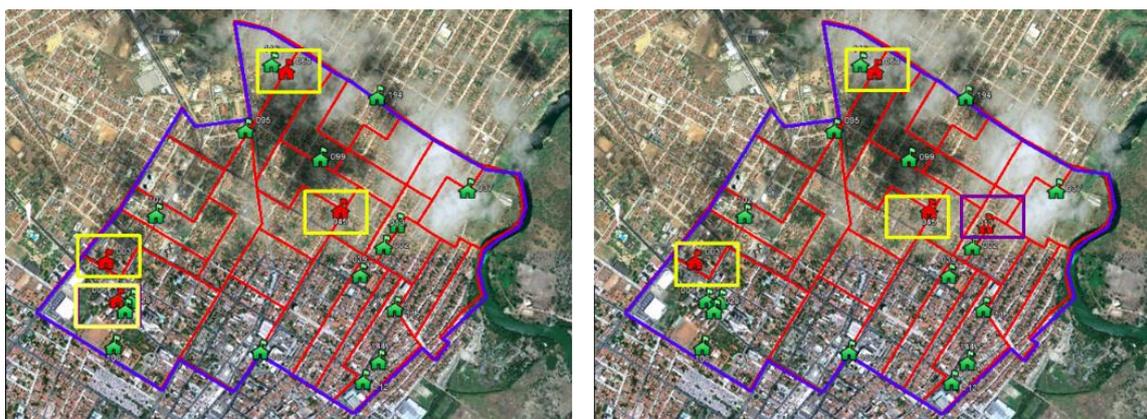
Inicialmente, o CPLEX foi utilizado, mas este não conseguiu chegar a uma solução ótima através de sua execução para as instâncias Mos<sub>242x166</sub> e Mos<sub>287x198</sub>, embora os resultados apresentados tenham sido obtidos em um curto intervalo de tempo. Por isso, foi delimitado o tempo de execução máximo de 24 h (86400 s) para as instâncias trabalhadas. Foram anotados (ver tabela 5.1) os gaps apresentados e o tempo que o software levou para cada instância chegar até aquela solução.

Tabela 5.1: Resultados obtidos para as instâncias Mos<sub>40x20</sub>, Mos<sub>112x82</sub>, Mos<sub>242x166</sub> e Mos<sub>287x198</sub>

Dados	CPLEX PLSE+				CPLEX PLSE			
	Locais	Objetivo	Tempo (s)	GAP	Locais	Objetivo	Tempo (s)	GAP
Mos <sub>40x20</sub>	4	175603472	3	0,00%	4	175603472	2	0,00%
Mos <sub>112x82</sub>	15	11066355391	2849	0,00%	15	11832100638	1186	0,00%
Mos <sub>242x166</sub>	37	93113714205	86400	2,80%	37	101300812245	86400	3,04%
Mos <sub>287x198</sub>	38	489532076040	86400	2,32%	38	547030663069	86400	2,38%

Na primeira coluna da tabela 5.1 apresenta os dados referente às instâncias, seguido pelo número de locais para aquele tamanho de problema, o valor da função objetivo, o tempo de processamento e o GAP para se chegar a solução ótima para o PLSE e o PLSE+. A coluna GAP representa o fato do otimizador ter ou não encontrado uma solução ótima, de modo que, quando maior do que zero ( $GAP > 0,00\%$ ), significa que “ainda é possível” haver uma diferença entre a melhor solução encontrada pelo CPLEX e uma possível solução ótima.

Para fins de estudo do PLSE+, o exemplo da instância Mos<sub>40x20</sub>, pode ser visto na figura 5.1. Locais candidatos são todas as casas ilustradas na figura. Casas vermelhas representam aqueles locais escolhidos. Pode-se notar que, apesar de utilizar o parâmetro de preferência, o número de locais é reduzido para o mesmo número que o PLSE, quatro locais de votação. No entanto, os locais escolhidos foram diferentes.



(a) (b)  
Figura 5.1: Solução da instância MOS<sub>40x20</sub>, pelo PLSE+ (a) e PLSE (b).

A escolha do PLSE+ foi baseada no menor custo para a escolha de locais que já são utilizados. Esse fator de preferência não garante o melhor resultado global (menor função objetivo quando comparada ao PLSE), mas permite a busca de uma boa solução que cause impacto mínimo na estrutura vigente. Como mostra a figura 5.1 (a), todos os locais escolhidos (destacados em amarelo) são locais previamente utilizados. Na figura 5.1 (b), um dos locais escolhidos nunca foi utilizado (destacado em roxo).

A execução via CPLEX apresentou um alto custo computacional e elevados tempos de execução, sequer chegando a resultados conclusivos para as instâncias maiores, justificando assim a utilização de uma abordagem metaheurística. Foram realizados testes com o algoritmo genético apresentado e seus resultados podem ser vistos na tabela 5.2.

Tabela 5.2: Resultados obtidos pelo PLSE+ e o algoritmo genético desenvolvido para as instâncias Mos<sub>40x20</sub>, Mos<sub>112x82</sub>, Mos<sub>242x166</sub> e Mos<sub>287x198</sub>

Dados	CPLEX PLSE+			Algoritmo genético			
	Locais	Objetivo	Tempo (s)	Locais	Objetivo_médio	Tempo(s)	Diferença
MOS <sub>40x20</sub>	4	175603472	2	4	179206836	0,2687	2,05%
MOS <sub>112x82</sub>	15	11832100638	1186	17	13482375221	6,2399	13,95%
MOS <sub>242x166</sub>	37	101300812245	86400	41	106847808812	52,3190	5,47%
MOS <sub>287x198</sub>	38	547030663069	86400	40	585081838154	83,3308	6,95%

A segunda parte da tabela 5.2 apresenta os resultados obtidos pelo algoritmo genético. O tempo de processamento é bem inferior aos testes realizados pelo CPLEX. Quanto ao valor da função objetivo, apurou-se resultados muito bons para todas as instâncias de testes. A coluna diferença apresenta o percentual entre o valor obtido pelo algoritmo genético e o valor da função objetivo do modelo obtido pelo CPLEX. A qualidade do algoritmo genético pode ser percebida pela diferença e pelo tempo de execução para se obter os resultados pelos respectivos métodos, exato e metaheurístico.

Sendo o PLSE+ um problema real, foi realizada uma comparação entre a situação existente no município de Mossoró quanto ao número de locais eleitorais e os resultados obtidos com o processamento do modelo proposto, o modelo apresentado por Oliveira[2013], o PLSE original, e o algoritmo genético. A tabela 5.3 apresenta os resultados dessa análise.



Tabela 5.3: Comparativo de resultados do algoritmo genético x CPLEX x Real

Dados		CPLEX PLSE		CPLEX PLSE+		Algoritmo Genético	
Instâncias	Real	Locais	Redução (t*)	Locais	Redução (t*)	Locais	Redução (t)
MOS40x20	11	4	64%	4	64%	4	64%
MOS112x82	28	15	46% (0,32)	15	46% (0,79)	17	39% (6s)
MOS242x166	52	37	29% (24)	37	29% (24)	41	21% (52s)
MOS287x198	66	38	42% (24)	38	42% (24)	40	39% (83s)

t\* = tempo em horas

Observa-se que para todas as instâncias consideradas o modelo gerou soluções com o número de locais de votação bem abaixo do que o número existente na situação real, variando a redução do número de locais de votação entre 29% e 46%, para as instâncias maiores. Entre os modelos PLSE e PLSE+ houve uma sutil diferença, mostrando assim a coerência e validade que a proposta do parâmetro de preferência traz ao problema de alocação de eleitores e locais de votação.

## 6. Considerações finais

A modelagem para o PLSE+ ou PLSE modificado trouxe um resultado satisfatório em experimentos computacionais como pôde ser visto nas tabelas 5.1, 5.2, 5.3 relatadas na seção anterior. Contudo, necessita-se ainda estudar a sensibilidade do valor parâmetro de preferência  $\alpha_j$ , assim como o seu comportamento diante de novos critérios de preferência além do já visto, a questão da estrutura vigente do TRE. Dentre esses novos critérios podemos considerar questões como acessibilidade, preferência para prédios públicos, dentre outros.

O tempo de resposta gerado pelo CPLEX justifica a necessidade do desenvolvimento de uma metaheurística para tratar a viabilidade do tempo de resposta para instâncias grandes do problema. Foi desenvolvida uma metaheurística, um algoritmo genético para o problema, que apresentou boas respostas em tempo computacional viável. A escolha do algoritmo genético se deve ao fato que eles apresentam um bom tempo de resposta para instâncias grandes em relação à algoritmos baseados em buscas locais, como o GRASP e a Busca tabu, uma vez que as buscas locais crescem diretamente proporcional ao tamanho da instância (comumente em ordem quadrática), enquanto os algoritmos genéticos dependem mais dos tamanhos de suas populações.

As contribuições mais importantes da pesquisa ora proposta reside em dois aspectos: quanto à aplicação prática, a contribuição da pesquisa proposta consiste em aproximar os estudos do problema de localização de seções eleitorais e alocação de eleitores com a realidade prática do setor; quanto ao método, a contribuição reside na aplicação de metaheurísticas ao problema prático, modelado como PLSE modificado ou PLSE+, apresentando resultados satisfatórios na busca por soluções boas e/ou ótimas, quando possível.

## Referências

Brandeau, M. L.; Chiu, S. S. (1989) An overview of representative problems in location research. Manage. Sci., INFORMS, Institute for Operations Research and the Management Sciences (INFORMS), Linthicum, Maryland, USA, v. 35, n. 6, p. 645–674, jun. ISSN 0025-1909.



Daskin, M. S. (2008). What you should know about location modeling. In: *Naval Research Logistics*. v.55. New York: Wiley Interscience, p. p.283–294.

Gonçalves, J. F.; Resende, M. G. (2012) “A parallel multi-population biased random-key genetic algorithm for a container loading problem,” *Computers & Operations Research*, vol. 39, no. 2, pp. 179–190.

Hamacher, H. W.; Nickel, S.; Schneider, A. (1998) *Classification of Location Problems*. *Location Science*, p. 229-242.

Holland, J. H. (1975), *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence*. Bradford book, MIT Press.

Oliveira, F. M. de., (2013). O problema de localização de seções eleitorais e alocação de eleitores: uma abordagem exata e metaheurística. *Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado do Rio Grande do Norte*.

Oliveira, F. M., Aloise, D. J., Lima Júnior, F. C., Aloise, D., Nascimento, H. A. D. (2013), *Problema de localização de seções eleitorais e alocação de eleitores*. *XLV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional – Natal-RN*.

Revelle, c.; Eiselt, H. (2005) *Location analysis: A synthesis and survey*. *European Journal of Operational Research*, v. 165, n. 1, p. 1 – 19, ISSN 0377-2217.