



AVALIAÇÃO DE ROTEIROS DE VEÍCULOS USANDO TÉCNICAS DE GEOMETRIA COMPUTACIONAL

Silvely Salomão Néia

Unesp – Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente/SP, Brasil
silvelysalomao@fct.unesp.br

Almir Olivette Artero

Unesp – Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente/SP, Brasil
almir@fct.unesp.br

Cláudio Barbieri da Cunha

USP – Universidade de São Paulo, São Paulo/ SP, Brasil
cbcunha@usp.br

RESUMO

Este artigo trata da avaliação de rotas em problemas de roteamento de veículos (PRV) baseada na análise de formas geométricas. O objetivo é mostrar que é possível, através de descritores geométricos avaliar se uma solução é “boa” ou “ruim”, sem considerar somente a distância percorrida. Como metodologia de trabalho são geradas rotas usando a heurística Clarke e Wright [1964] combinada a triangulação de Delaunay e comparados com os valores ótimos conhecidos. No estudo é considerado um subconjunto das instâncias de Augerat et al. [1998], por oferecer suas soluções. Conclui-se que mesmo que não se saiba nada sobre a solução do problema, uma rota pode ser classificada e/ou avaliada baseando somente em suas características geométricas. Os resultados obtidos com esta proposta foram usados para classificar as rotas nas classes boas e ruins e obtiveram uma taxa de acerto de 99.87%.

PALAVRAS CHAVE. Problema de roteirização de veículos, Geometria computacional, Algoritmos genéticos.

ABSTRACT

This paper broachs the evaluation of routes in vehicle routing problems (PRV) based on the geometric forms analysis. The objective is to show that it is possible to evaluate through geometric descriptors if a solution is "good" or "bad", without considering only the distance traveled. As a working methodology, routes are generated through a Clarke and Wright [1964] heuristic combined with the use of Delaunay triangulation and compared to the known optimal values. In the study it is considered a subset of the instances of Augerat et al. [1998], because it is offered its solutions. We conclude that even if nothing is known about the solution of the problem, a route can be classified and / or evaluated based only on its geometric characteristics. The results obtained with this proposal were used to classify the routes in the good and bad classes and obtained a success rate of 99.87%.

KEYWORDS. Vehicle routing problem, Computational geometry, Genetic algorithms.



1. Introdução

O problema mais conhecido dentre os Problemas de Roteirização é o Problema do Caixeiro Viajante (Traveling Salesman Problem – TSP), que foi apresentado em 1934 pelo matemático Karl Menger. O problema consiste em encontrar o roteiro ou sequência de cidades a serem visitadas por um caixeiro viajante, de tal modo que a distância total percorrida seja mínima e cada cidade seja visitada exatamente uma vez, sabe-se também que o TSP é da classe NP-difícil em sua complexidade computacional (Garey e Johnson, 1979). O problema clássico de roteamento de veículos, ou problema de roteamento de veículos capacitado (PRVC), consiste em determinar roteiros para múltiplos caixeiros viajantes com restrições de capacidade de carga, de modo que atendam um conjunto de clientes com demandas e que a soma das distâncias totais seja mínima possível. Novos problemas e formulações vem sendo propostos, através da incorporação de novas restrições, que incluem as capacidades dos veículos, os horários de atendimento, a duração máxima das rotas (tempo ou distância), o tamanho e a composição da frota, os tipos de veículos que podem atender determinados clientes, a precedência entre clientes, etc.. Taxonomias foram apresentadas por (Bodin e Golden, 1981), (Christofides, 1985), (Assad, 1988) e (Ronen, 1988) e, mais recentemente, (Eksioglu et al., 2009) apresentaram uma classificação mais completa.

Devido a sua complexidade computacional, são muitas as propostas de resolução encontradas na literatura científica para o problema. (Eksioglu et al., 2009) relata que como custo a ser otimizado, pode ser considerado o tempo de viagem, a distância total percorrida, o número de veículos utilizados, atraso e relacionado ao risco/perigo. Este trabalho, propõe-se uma análise da qualidade da solução levando em conta sua forma, ou seja, os atributos das formas dos trajetos obtidos, como uma alternativa para a determinação da qualidade otimalidade das rotas encontradas.

As demais seções deste trabalho estão organizadas como segue. Na Seção 2 são apresentados alguns trabalhos que tratam das formas esperadas para as rotas em problemas de roteamento. A Seção 3 mostra os principais descritores de formas encontrados na literatura e, avaliados neste trabalho para analisar as rotas. Na seção 4 são apresentadas as técnicas de visualização de informações, usadas na análise visual dos dados, e uma técnica de seleção de atributos, baseada em análise de variância. Na Seção 5 é apresentada a metodologia proposta neste trabalho para avaliar a qualidade das soluções para o problema do roteamento de veículos baseada na análise geométrica das formas das rotas. Na Seção 6 são apresentados alguns resultados usando as instâncias do tipo “A” de [Augerat et al., 1998]. Na última Seção são apresentadas as considerações finais abordando conclusões e trabalhos futuros.

2. Trabalhos relacionados

Em 1974, Gillet e Miller [Gillet e Miller, 1974] apresentaram uma heurística para o problema de roteirização de veículos chamado de Sweep Method, sugerindo que boas soluções tendem a apresentar uma configuração baseada em pétalas de flores. Outro trabalho apresentado por [Foster e Ryan, 1976], mostrou que, a partir do conjunto de todas as rotas possíveis em formato de pétalas, uma solução ótima em formato de pétala pode facilmente ser encontrada. Uma melhoria mais significativa foi apresentada por [Renaud et al., 1996], que apresentaram um algoritmo heurístico melhorado, capaz de obter soluções quase tão boas quanto as produzidas por uma adaptação da busca tabu, diferenciando apenas por uma pequena fração no tempo de execução computacional cujos valores ficam em média 2.38% distantes das melhores soluções conhecidas. Nesse sentido, esses trabalhos sugerem as rotas em formato de pétalas são boas soluções.

A Figura 1(a) apresenta as rotas obtidas para a instância A-n33-k5, onde se percebe uma estrutura em forma de pétala. Em (b) tem-se as formas das cinco rotas adotadas nesta solução.

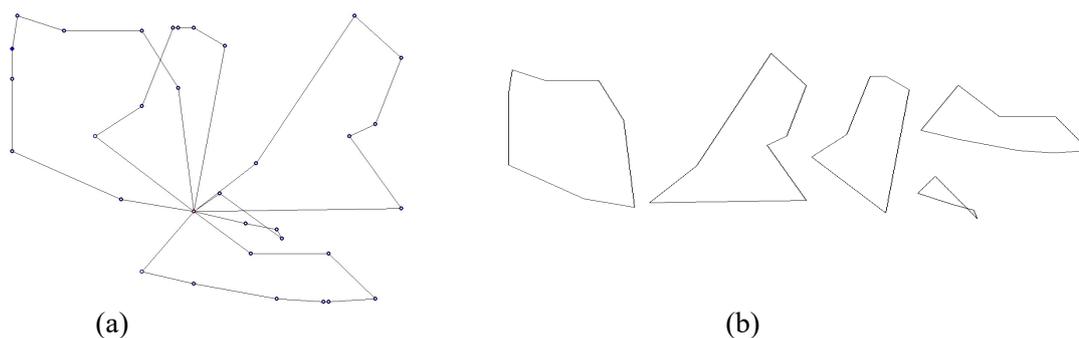


Figura 1 – a) Solução para a instância A-n33-k5; b) Formato das cinco rotas adotadas.

3. Descritores de imagem

Muitos problemas da computação podem ser reduzidos a problemas de análise de formas das imagens e resolvido com um estudo da geometria das imagens. Áreas como a medicina, por exemplo, tem feito uso de estudos das formas para diagnósticos e análises de evolução de doenças. [Takemura e Cesar Junior, 2002] apresentam uma revisão da teoria básica sobre geometria computacional. Apresentaremos a seguir alguns descritores (ou atributos) de imagens que serão usados direta ou indiretamente para analisar as rotas.

Custo Total – É a distância total percorrida por todos os veículos. *CustoMin*, *CustoMax* e *CustoMed*, são as distâncias mínima, máxima e média das rotas.

Sobreposição – A sobreposição entre as rotas pode ser um indicativo de má qualidade da solução encontrada, indicando que soluções melhores podem ser obtidas, combinando os clientes nestes trajetos.

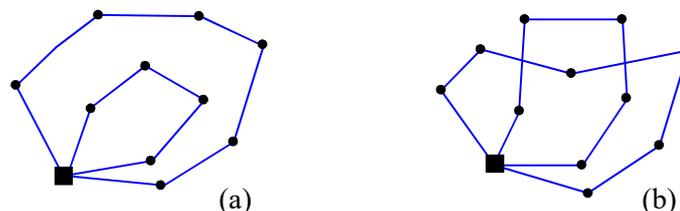


Figura 2 – Sobreposição entre rotas [Renaud, Boctor e Laporte, 1996]: a) Total; b) Parcial .

Perímetro – o perímetro (P) de uma forma é definido pela soma do comprimento de suas arestas. No caso de objetos em uma imagem, pode ser obtido somando-se as distâncias entre os pixels de sua fronteira, observando que a distância entre pixels na vertical e horizontal é 1.0 e a distância entre dois pixels na diagonal é $\sqrt{2}$. Embora o perímetro seja um descritor muito simples, ele tem sido muito usado para a obtenção de descritores mais interessantes.

Área – a área (A) de uma forma é um outro descritor muito simples. No caso de um contorno em uma imagem I , a área pode ser obtida simplesmente contando todos os seus pixels contidos no interior do contorno I_c , como em (1).

$$A = \square \text{ pixels}(x,y) \text{ com } (x,y) \text{ pertencentes a } I_c \quad (1)$$

No caso de uma região convexa, determinadas por seus n vértices (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , ..., (x_n, y_n) , a área do fecho convexo é dada por (2).

$$A_{FC} = (x_1+x_2).(y_1-y_2) + (x_2+x_3).(y_2-y_3) + \dots + (x_n+x_1).(y_n-y_1) \quad (2)$$

Compacidade – a compacidade (C) é uma medida definida na Equação 3, onde P é o perímetro e A é a área da forma. A compacidade mais baixa é obtida com um círculo, que possui uma área muito grande se comparada ao seu perímetro. *CompacMin*, *CompacMax* e *CompacidadeMed* são as compacidades mínima, máxima e média das rotas.



$$C = \frac{P^2}{A} \quad (3)$$

Centróide – A partir da localização do ponto central da forma, podem ser obtidos descritores como as distâncias mínimas, máximas e médias do centróide até a borda. O centróide é obtido coma as médias das coordenadas vértices da forma.

Diâmetro – o diâmetro (D) é a maior distância entre dois pontos quaisquer da forma.

Fecho Convexo – a determinação do fecho convexo de uma forma e de sua área (H_A) e perímetro (H_P) são muito úteis para a caracterização das formas, sendo úteis também para a obtenção de outros descritores. O fecho convexo de uma rota é o menor polígono convexo que contém a rota.

Dimensão Fractal – A Dimensão Fractal (DF) é um valor fracionário que é um valor fracionário que descreve quão irregular um objeto é e quanto do espaço ele ocupa. O princípio básico de estimação da DF é o conceito de auto similaridade. A DF de um conjunto S limitado no espaço Euclideano é definido na Equação 4.

$$DF = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log(N_r)}{\log(1/r)} \quad (4)$$

onde N_r é o menor número de cópias distintas de S em uma escala r que formam uma cobertura do conjunto S.

Um dos métodos mais usados para se obter a dimensão fractal de um objeto em uma imagem é o método Box-counting method, que cria caixas quadradas, com a imagem reduzida ao dimensão quadratica cujo comprimento, medido em número de pixels na potencia 2. Isto permite para a imagem quadrada ser dividida igualmente em quatro quadrantes em que cada quadrante subsequente pode ser dividido em quadro outros quadrantes, e assim por diante. O número de caixas contendo pixeis “pretos” é denotado como a função de box-size, como uma “mensuração” do “box”. O logaritmo natural desses pontos foram calculados e plotados, Um “polyfit” de grau 1 foi calculado e a inclinação da linha foi considerada como a dimensão fractal.

Temperatura – a temperatura (T) é uma medida definida pela Equação 5, onde P é o perímetro e H_P é o perímetro do fecho convexo e foi proposto por [DuPain, 1986].

$$T = \left(\log_2 \left(\frac{2P}{P - H_P} \right) \right)^{-1} \quad (5)$$

Curvatura – A curvatura é um dos mais importantes descritores que podem ser extraídos de um contorno. Dada uma curva paramétrica $c(t) = (x(t), y(t))$, $k(t)$ a curvatura é definida pela Equação 6.

$$k(t) = \frac{x'(t)y''(t) - x''(t)y'(t)}{(x'^2(t) + y'^2(t))^{3/2}} \quad (6)$$

Energia de Bending – A energia de Bending BE is obtained by integrating the squared curvature values along the contour and dividing the result by curve perimeter, as in Equation 7.

$$BE = \frac{1}{P} \int k(t)^2 dt \quad (7)$$

4. Técnicas de Visualização de Informações Multidimensionais

Por causa da grande quantidade de descritores usados neste trabalho, a técnica de visualização de informações [Card et al., 1999] Coordenadas Paralelas [Inselberg, 1985] é indicada para auxiliar a análise destes dados multidimensionais, pois permite visualizar todos os atributos em um mesmo gráfico 2D. Em Coordenadas Paralelas, um espaço de dimensão n é mapeado para um espaço bidimensional usando n eixos equidistantes e paralelos a um dos eixos principais. Cada eixo representa um atributo e, normalmente, o intervalo de valores de cada atributo é mapeado



linearmente sobre o eixo correspondente. Cada item de dado é exibido como uma linha poligonal que intercepta cada eixo no ponto correspondente ao valor do atributo associado, conforme mostra a Figura 3.

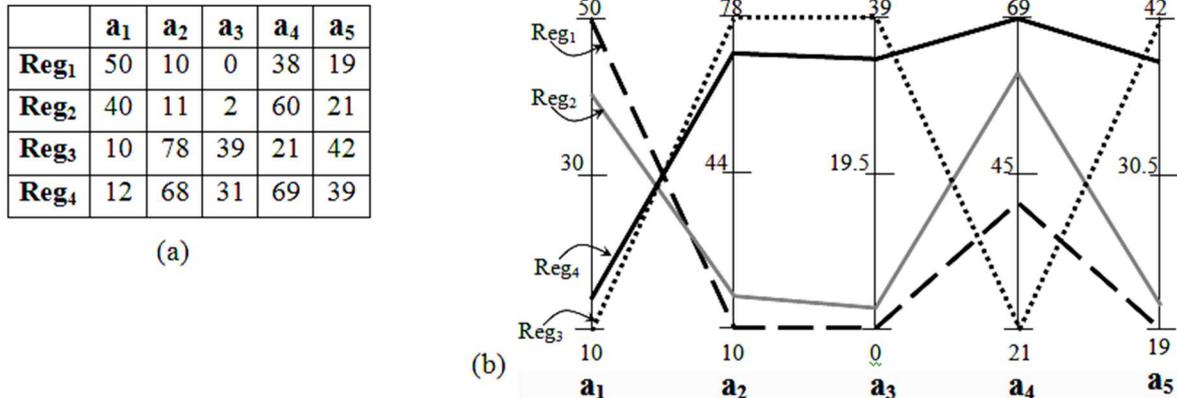


Figura 3 – a) Conjunto de dados com quatro registros de dimensão cinco; b) Visualização usando Coordenadas Paralelas do conjunto em (a).

Cada eixo é rotulado com o nome, o menor e o maior valor de cada atributo e a interpretação é facilitada pela estimativa imediata dos valores dos atributos ao longo dos eixos. Entre outras estruturas, podem ser identificadas características como a distribuição dos dados e dependências funcionais, como correlações entre atributos [Wegman e Luo, 1996], assim como agrupamentos.

Outra técnica de visualização útil para a exploração de dados com agrupamentos é o *Viz3D* [Artero e Oliveira, 2004], pois projeta os dados na superfície e no interior de um cilindro 3D, cuja base consiste em sistema de eixos radiais que representam os atributos dos registros. Dada a matriz de dados $D_{m \times n}$, o *Viz3D* mapeia as coordenadas n -dimensionais dos m registros d_i de D em coordenadas 3D (x_i, y_i, z_i) segundo a Equação 8.

$$\begin{aligned}
 x_i &= x_c + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{d_{i,j} - \min_j}{\max_j - \min_j} \cos\left(\frac{2\pi j}{n}\right) \\
 y_i &= y_c + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{d_{i,j} - \min_j}{\max_j - \min_j} \sin\left(\frac{2\pi j}{n}\right) \\
 z_i &= z_c + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{d_{i,j} - \min_j}{\max_j - \min_j}
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

com: $i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, m; x_c, y_c, z_c$ a origem do sistema radial 3D de eixos; $\max_j = \text{Max}(d_{k,j})$ e $\min_j = \text{Min}(d_{k,j})$, para $k = 1, \dots, m$.

A Figura 4 ilustra a projeção feita no *Viz3D*, que Artero e Oliveira [2004] argumentam que as visualizações obtidas com o *Viz3D* são parecidas com as obtidas usando a análise de componentes principais (*PCA*) quando usada para reduzir a dimensionalidade dos dados para o espaço tridimensional.

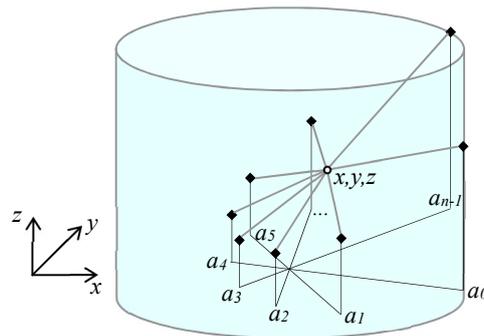


Figura 4 – Projeção no Viz3D [Artero e Oliveira, 2004].

5. Análise dos atributos

Em geral, os dados explorados são agrupados em classes e possuem um grande número de atributos, que apresentam diferentes capacidades para separar as classes, assim, a primeira tarefa em uma análise desta natureza consiste em identificar os atributos mais relevantes para separar adequadamente as classes e excluir os atributos que não possuem tanta importância na descrição do comportamento das classes pois, estes últimos podem dificultar a visualização. Embora a técnica de visualização Coordenada Paralelas possa auxiliar a determinação dos atributos mais relevantes, uma técnica tradicional que pode ser usada para determinar os atributos que são realmente relevantes na separação dos dados é a Análise de Variância (*ANova*) (Snedecor e Cochran, 1967). Esta técnica consiste em uma análise estatística muito difundida, que serve para comparar a variância das médias dentro dos grupos (Residual) com a variância das médias entre os grupos. Quando o valor calculado de F for maior que o valor crítico na distribuição de Snedecor, o atributo analisado é considerado relevante na separação das classes e mantido na análise. A partir de uma amostra com k grupos (classes), totalizando n registros, determina-se o valor crítico de *Snedecor F* pela Equação 9.

$$F = \frac{n_j \sum (\bar{x}_j - \bar{x})^2 (n - k)}{\sum \sum (x_i - \bar{x}_j)^2 (k - 1)} \quad (9)$$

Valores grandes de F indicam uma diferença significativa entre os valores nos diferentes clusters, contribuindo para a obtenção de bons agrupamentos.

Embora o custo total da solução seja um indicador óbvio da qualidade da rota, apenas analisando este valor não é possível classificar a solução como boa ou ruim. Em problemas com vários nós (clientes) a serem atendidos é natural que o custo total seja alto. Em outras palavras, o custo total depende da área coberta pelos nós. Deste modo, duas possibilidades imediatas para se obter medidas escaláveis, ou seja, capazes de avaliar a qualidade de uma solução, independente da quantidade e da área coberta pelos nós seriam as razões Q_1 e Q_2 , dadas nas Equações 10 e 11, que constituem dois novos atributos.

$$Q_1 = \frac{\text{CustoTotal}}{\text{ÁreaFechoConvexo}} \quad (10)$$

$$Q_2 = \frac{\text{Temperatura}}{\text{ÁreaFechoConvexo}} \quad (11)$$

Neste trabalho, propõe-se que os descritores apresentados na Seção 2.1 e os descritores das Equações 10 e 11, possam ser aplicados para avaliar a qualidade das soluções do problema de roteamento de veículos, por meio de uma análise das formas geométricas das rotas. Estes descritores são aplicados individualmente nas rotas percorridas por cada veículo e também no



trajeto total percorrido por todos os veículos, desta maneira, são previstos os descritores mínimo, máximo e média em cada solução, gerando um total de 34 atributos, que são:

a_0 -CustoTotal, a_1 -CustoMin, a_2 -CustoMax, a_3 -CustoMedio, a_4 -Sobreposição, a_5 -AreaMin, a_6 -AreaMax, a_7 -CompacMin, a_8 -CompacMax, a_9 -AreaMedia, a_{10} -CompacMedia, a_{11} -BEMin, a_{12} -BEMax, a_{13} -BEMedia, a_{14} -DimFractalMin, a_{15} -Dim Fractal Max, a_{16} -Dim Fractal Media, a_{17} -Tamanho Fecho Total, a_{18} -AreaFecho, a_{19} -ComprimentoFechoMin, a_{20} -ComprimentoFechoMax, a_{21} -AreaFechoMin, a_{22} -AreaFechoMax, a_{23} -ComprimentoFechoMedio, a_{24} -AreaFechoMedia, a_{25} -TemperaturaTotal, a_{26} -TemperMin, a_{27} -TemperMax, a_{28} -TemperMedia, a_{29} -DiametroMin, a_{30} -DiametroMax, a_{31} -DiametroMedio, a_{32} -TemperaturaTotal/ÁreaFechoConvexo e a_{33} -CustoTotal/ÁreaFechoConvexo. Além destes atributos, os registros (soluções) também recebem uma classificação de acordo com o custo (soma das rotas da solução), sendo dado a classe 1 para as rotas boas e 2 para as ruins. A Figura 5 apresenta a solução ótima e uma solução ruim para as instâncias *A-n36-k5* e *A-n80-k10*.

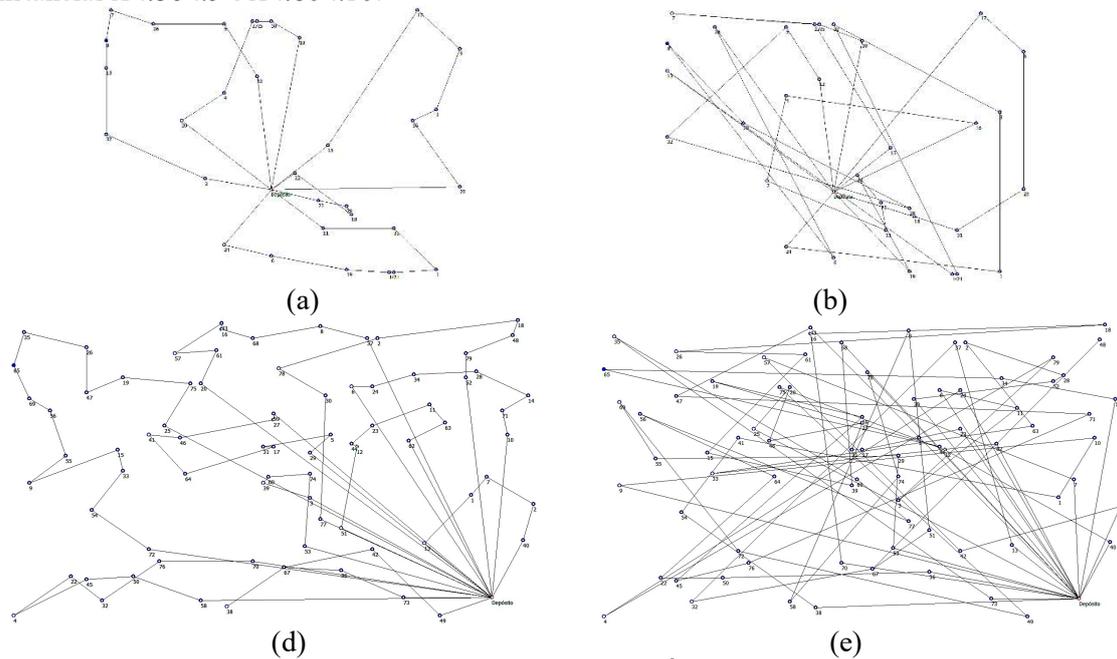


Figura 5 – a) Soluções para a instância *A-n33-k5*: a) Ótima (custo total = 662.7628); b) Ruim (custo total = 1,522.1065); Soluções para a instância *A-n80-k10*: c) Ótima (custo total = 1,766.5000); d) Ruim (custo total = 4,539.7676).

Observando os custos totais destas duas instâncias, se verifica que o custo total da solução ótima da instância *A-n80-k10* (1,766.5000) é maior que o custo total da solução ruim na instância *A-n33-k5* (1,522.1065), constatando que evidentemente, o custo total não é uma medida útil para se classificar as soluções como boas ou ruins. A Figura 6 mostra a distribuição dos valores custo total nas classes “boas” e “ruins”.

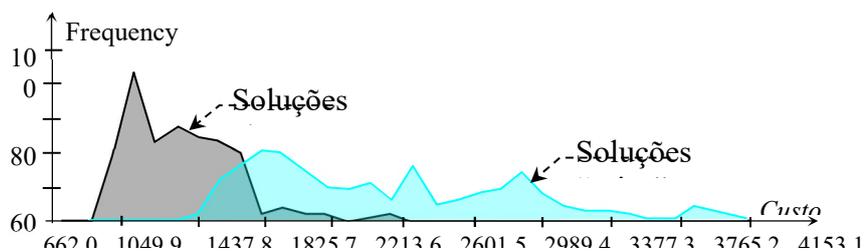


Figura 6 – Distribuição dos valores do atributo *CustoTotal* nas duas classes “boas” e “ruins”.



Isto se deve ao fato de serem dois problemas diferentes, quanto ao tamanho da área atendida, número de clientes e de veículos. A instância $A-n33-k5$ tem: área do fecho convexo igual a 6,081; 33 clientes e 5 veículos enquanto que a instância $A-n80-k10$ tem: área do fecho convexo igual a 9,044; 80 clientes e 10 veículos. De fato, o grande desafio deste trabalho é obter descritores de formas geométricas que sejam capazes de avaliar adequadamente as formas das rotas, independentemente da quantidade de clientes, veículos e do tamanho da área atendida. Nos experimentos realizados na Seção 4, os mesmos descritores foram avaliados com as instâncias do tipo “A” de [Augerat et al., 1998], que variam o número de clientes de 32 até 80, o número de veículos de 5 até 10 e a área atendida de 6.081 até 9.404 unidades de medidas.

6. Experimentos

Para investigar a utilidade destes atributos como uma alternativa para avaliar a qualidade das soluções, independentemente do número de locais a serem visitados (clientes), do número de veículos a serem usados e das áreas de atendimento, foram usadas as instâncias: $A-n32-k5$, $A-n33-k5$, $A-n33-k6$, $A-n34-k5$, $A-n36-k5$, $A-n37-5$, $A-n37-6$, $A-n38-k5$, $A-n39-k5$, $A-n39-k6$, $A-n44-k6$, $A-n45-k6$, $A-n45-k7$, $A-n46-k7$, $A-n48-k7$, $A-n53-k7$, $A-n54-k7$, $A-n55-k9$, $A-n60-k9$, $A-n61-k9$, $A-n62-k8$, $A-n63-k9$, $A-n63-k10$, $A-n64-k9$, $A-n65-k9$, $A-n69-k9$ e $A-n80-k10$ [Augerat et al., 1998].

O conjunto avaliado foi construído gerando 70 soluções para cada uma das 27 instâncias de [Augerat et al., 1998], (totalizando 1.890 soluções), usando a heurística [Clarke e Wright, 1964] combinada a triangulação de Delaunay [Delaunay, 1934] e, então, foram selecionadas as 15 soluções melhores e as 15 soluções piores, desta maneira, foram adotadas 405 soluções boas (custo total baixo) e 405 ruins (custo total alto), sendo 15 soluções boas e 15 ruins para cada uma das 27 instâncias, sempre considerado os limites máximos de capacidade dos veículos.

6.1 Análise Visual dos Dados

A visualização em Coordenadas Paralelas de todos os atributos é apresentada na Figura 7, onde as poligonais correspondentes às soluções boas são apresentadas em preto, enquanto que as poligonais correspondentes às soluções ruins são apresentadas em ciano.

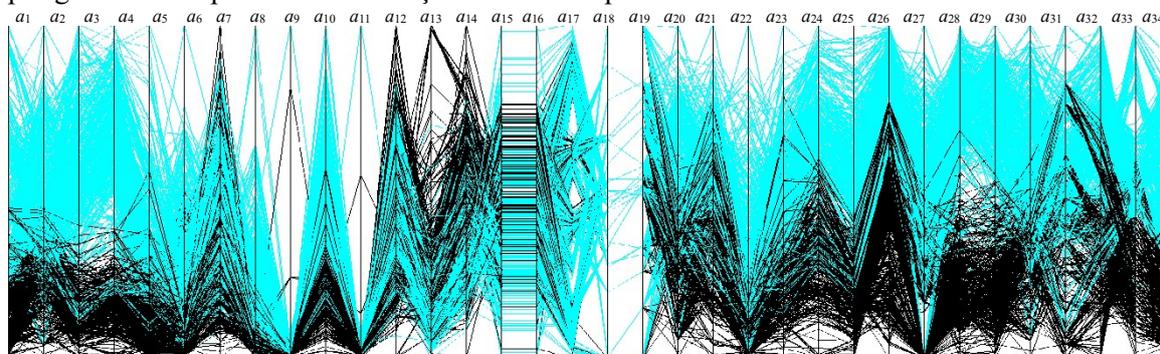


Figura 7 – Visualização em Coordenadas Paralelas dos 34 atributos (descritores).

Ordenando os eixos com os valores de F é possível identificar mais facilmente os atributos mais relevantes para a separação das duas classes, conforme ilustra a Figura 8.

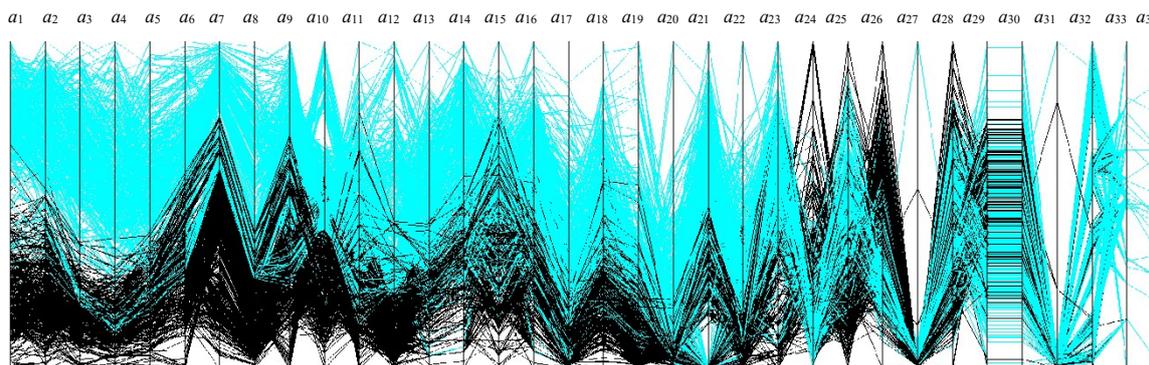


Figura 8 – Visualização em Coordenadas Paralelas dos 34 atributos (descritores) ordenados pelo valor de F .

Os valores de F para estes 34 atributos são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Valores de F para os 34 atributos (descritores) a_1, a_2, \dots, a_{34} .

1 <i>CustoTotal</i>	818.0416	13 <i>BEMax</i>	144.5634	24 <i>TamanhoFechoMedio</i>	1637.8614
2 <i>CustoMin</i>	671.1672	14 <i>BEMedia</i>	94.3906	25 <i>AreaFechoMedia</i>	1684.3774
3 <i>CustoMax</i>	2086.1724	15 <i>DimFractal Min</i>	39.6984	26 <i>Temperatura Total</i>	1335.8672
4 <i>CustoMedio</i>	3001.0991	16 <i>DimFractal Max</i>	39.6984	27 <i>TemperMin</i>	300.6016
5 <i>sobreposicao</i>	352.0228	17 <i>DimFractal Media</i>	0.1737	28 <i>TemperMax</i>	4039.3427
6 <i>AreaMin</i>	243.9954	18 <i>Tamanho Fecho Total</i>	$1.12 \cdot 10^{-28}$	29 <i>TemperMedia</i>	3508.5234
7 <i>AreaMax</i>	95.2011	19 <i>Area do Fecho</i>	$1.50 \cdot 10^{-28}$	30 <i>DiametroMin</i>	666.9159
8 <i>CompacMin</i>	345.9431	20 <i>TamanhoFechoMin</i>	$1.50 \cdot 10^{-28}$	31 <i>DiametroMax</i>	237.8659
9 <i>CompacMax</i>	7.0637	21 <i>TamanhoFechoMax</i>	$1.50 \cdot 10^{-28}$	32 <i>DiametroMedio</i>	1095.2559
10 <i>AreaMedia</i>	417.7760	22 <i>AreaFechoMin</i>	620.5067	33 <i>Temperatura/AreaFecho</i>	1071.1246
11 <i>CompacMedia</i>	61.2329	23 <i>AreaFechoMax</i>	652.0983	34 <i>CustoTotal/AreaFecho</i>	1204.8230
12 <i>BEMin</i>	56.3349		437.7262		
			857.3129		

Os 10 atributos com os maiores (melhores) valores de F de Snedecor, todos acima de 1.000, são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Atributos com os 10 maiores (melhores) valores de F .

28 <i>TemperMax</i>	4,039.3427
29 <i>TemperMedia</i>	3,508.5234
4 <i>CustoMedio</i>	3,001.0991
3 <i>CustoMax</i>	2,086.1724
25 <i>AreaFechoMedia</i>	1,684.3774
24 <i>TamanhoFechoMedio</i>	1,637.8614
26 <i>Temperatura Total</i>	1,335.8672
34 <i>CustoTotal/AreaFecho</i>	1,204.8230
32 <i>DiametroMedio</i>	1,095.2559
33 <i>temperatura/AreaFecho</i>	1,071.1246

A visualização usando coordenadas paralelas dos 10 atributos com os maiores valores de F melhores atributos é apresentada na Figura 9. Nesta visualização fica mais clara a existência de uma separação entre as duas classes, com valores mais baixos para estes atributos na classe das soluções boas e valores mais altos na classe das soluções ruins.

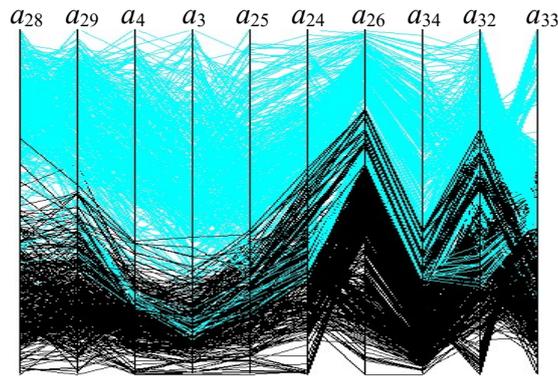


Figura 9 – Visualização em coordenadas paralelas dos registros bons e ruins, usando apenas os 10 atributos com os maiores valores de F .

Observa-se que quatro deste dez atributos são obtidos a partir da informação de temperatura, o que indica a possibilidade de este ser um atributo razoável para se distinguir soluções boas de soluções ruins para o problema do roteamento.

A visualização destes registros no *Viz3D* é apresentada na Figura 10, onde se percebe uma separação razoável entre os marcadores nas duas classes (soluções boas em preto e soluções ruins em ciano).

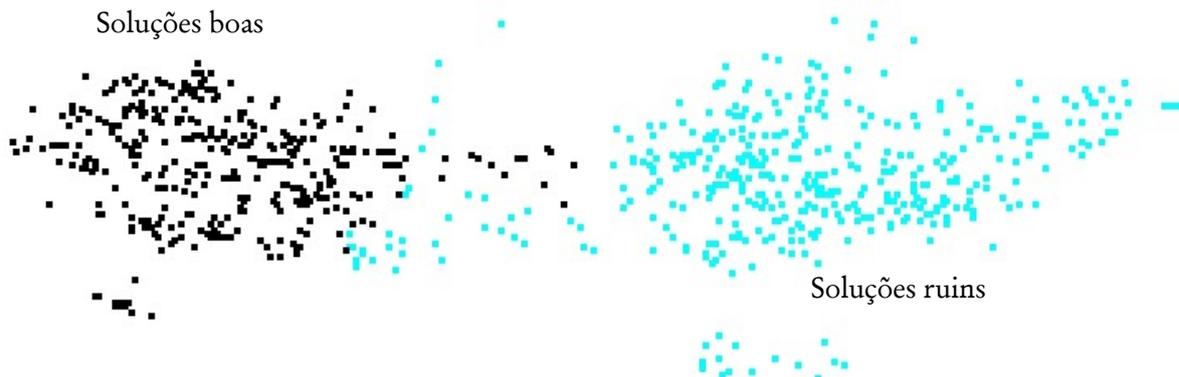


Figura 10 – Visualização *Viz3D* dos registros bons e ruins, usando apenas os 10 atributos com os maiores valores de F .

A distribuição dos valores nas duas classes para o atributo *TemperMax* (temperatura máxima) é apresentada na Figura 11, que mostra uma separação bem razoável para as duas classes.

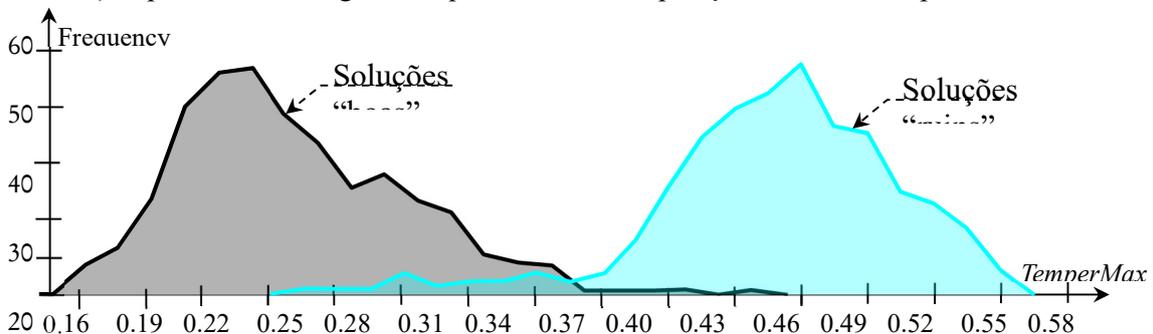


Figura 11 – Distribuição dos valores do atributo *TemperMax* nas duas classes “boas” e “ruins”.

6.2 Análise usando uma Rede Neural Backpropagation



Neste experimento são usados os mesmos dados do experimento 1, entretanto, é usada uma rede neural Backpropagation como alternativa para avaliar a viabilidade de uso destes dez atributos (com os maiores valores de F) na classificação das soluções nas classes “boas” e “ruins”. As configurações rede neural utilizada são: dez neurônios na camada de entrada; cinco neurônios na camada oculta; dois neurônios na camada de saída; função de transferência logística e taxa de aprendizado 0.5. Após duas mil iterações de treinamento, consumindo um tempo de quatro segundos, o erro máximo da rede é de $3.19 (10^{-14})$, indicando uma ótima convergência nos valores dos pesos da rede. A matriz de confusão CM obtida no teste é apresentada em 11, onde se observa uma taxa de acerto de 99.87% (809 acertos em 810 soluções) .

$$CM = \begin{bmatrix} 405 & 1 \\ 0 & 404 \end{bmatrix} \quad (11)$$

7. Considerações finais

Encontrar soluções ótimas para o problema do roteamento de veículos não é uma tarefa simples, quando existem uma grande quantidade de clientes, veículos e diferentes áreas e formas de regiões a serem atendidas. Neste trabalho é apresentada uma proposta para avaliar as soluções obtidas com métodos heurísticos, classificando elas em boas e ruins. Foram analisados alguns descritores de formas geométricas como atributos durante o processo de classificação visual e usando uma rede neural backpropagation e, a taxa de acerto usando a rede neural foi de 99,87%, indicando que os atributos investigados apresentam um potencial razoável para servirem como métricas para avaliar a qualidade das soluções obtidas, independentemente da sua aplicação em rotas com número de clientes variando de 32 até 80 clientes e número de veículos variando de 5 até 10 (instâncias: $A-n32-k5$, ..., $A-n80-k10$). Conforme ilustra a Figura 10, o descritor *TemperMax* (temperatura máxima) se mostrou bastante relevante na discriminação das duas classes, assim como algumas variações do descritor temperatura, entretanto, muitos outros descritores ainda precisam ser avaliados em trabalhos futuros, como é o caso de descritores baseados em Fourier, Momentos, entre outros.

Referências

- Artero, A.O., Oliveira, M.C.F. (2004). Viz3D: Effective Exploratory Visualization of Large Multidimensional Data Sets, In. Proceedings of the Computer Graphics and Image Processing, XVII Brazilian Symposium - SIBGRAPI 2004, pp 340-347.
- Augerat, P.; Belenguer, J.; Benavent, E.; Corberán, A., Naddef, D. (1998). Separating capacity constraints in the CVRP using tabu search. *European Journal of Operations Research*, 106 (2-3): pp. 546 – 557.
- Bodin, L.D., Golden, B. (1981). Classification in vehicle routing and scheduling. *Networks*, 11(2): pp. 97 – 108.
- Card, S.K., Mackinlay, J.D., Shneiderman, B. (1999). *Readings in Information Visualization, Using Vision to Think*, Morgan Kaufmann.
- Clarke, G., Wright, J.W. (1964). Scheduling of vehicles from a depot to a number of delivery points, *Operations Research*, 12 , pp. 568–581
- Costa, L.F., Cesar Jr, R.M. (2001). *Shape Analysis and Classification – Theory and Practice*, CRC Press, Boca Raton, 659p..
- Delaunay, B. (1934) Sur la sphère vide, *Bull. Acad. Science USSR VII: Class. Sci. Mat. Nat.* , pp. 793-800.



DuPain, Y., Kamae, T., Mendès France, M. (1986). Can One Measure the Temperature of a Curve?, *Arch. Rational Mech. Anal.*, 94, pp. 155-163.

Eksioglu, B., Vural, A.V., Reisman, A. (2009). The vehicle routing problem: A taxonomic review, *Computers & Industrial Engineering*, v. 57, n. 4, pp. 1472–1483.

Foster, B. A., Ryan D. M. (1976). An Integer Programming Approach to the Vehicle Scheduling Problem, *Operational Research Quarterly* 27.

Garey, M. R., Johnson, D. S. (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP Completeness*, W. H. Freeman.

Gillett, B. & Miller L. (1974). A Heuristic for the Vehicle Dispatching Problem. *Operations Research*, 22, 340-349.

Inselberg, A. (1985). The Plane with Parallel Coordinates, *The Visual Computer, Special Issue on Computational Geometry*, 1, 69-92.

Renaud, J., Boctor, F.F., Laporte, G. (1996). An Improved Petal Heuristic for the Vehicle Routeing Problem, *Journal of the Operational Research Society*, n. 47, pp. 329-336.

Snedecor, G. W.(1967). Cochran, W. G. *Statistical Methods* (6th ed.). p. 321.

Takemura, C. M., Cesar Junior, R. M. (2002). Shape Analysis and Classification using Landmarks: Polygonal Wavelet Transform, ECAI, 726-730, IOS Press.

Wegman, E.J., Luo, Q. (1996). High Dimensional Clustering using Parallel Coordinates And The Grand Tour, *Conf. German Classification Society*, Freiburg, Germany, URL: Citeseer.Nj.Nec.Com/Wegman96high.html.