

UMA REPRESENTAÇÃO GRÁFICA A DUAS DIMENSÕES DE MODELOS DEA MULTIDIMENSIONAIS

Carlos António Bana e Costa

Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, DEG
Av. Rovisco Pais, 1049-001 Lisboa, Portugal,
carlosbana@ist.utl.pt

João Carlos Correia Baptista Soares de Mello

Universidade Federal Fluminense
Rua Passo da Pátria 156, São Domingos, Niterói, Rio de Janeiro
jccbsmello@id.uff.br

Lidia Angulo Meza

Universidade Federal Fluminense
Av. dos Trabalhadores 420, Vila Santa Cecília, Volta Redonda, Rio de Janeiro
lidia_a_meza@pq.cnpq.br

RESUMO

Data Envelopment Analysis, por sua natureza multidimensional, apresenta dificuldades de visualização gráfica. O modelo BCC só pode ser representado em duas dimensões, no caso muito simples de apenas um input e apenas um output. No modelo CCR a representação com um input e um output é trivial: uma reta que passa pela origem com inclinação correspondente à máxima produtividade. Este modelo admite ainda uma representação para o caso de três variáveis, sejam dois inputs e um output, ou um input e dois outputs. Essa representação baseia-se em curvas de nível. Representações gráficas de DEA com mais variáveis apresentam dificuldades naturais.

Neste trabalho, apresenta-se a proposta de uma representação gráfica para qualquer modelo DEA multidimensional, orientado a input. No caso de um input e múltiplos outputs, o eixo horizontal é o próprio input e o eixo vertical, para cada DMU, a soma ponderada dos seus outputs com os pesos atribuídos para essa DMU. Em outras palavras, o eixo vertical representa o output virtual. É fácil ver que, neste caso, a fronteira é uma reta que passa pela origem com uma inclinação de 45°. Para estender o modelo para o caso de retornos variáveis de escala, basta incluir o chamado fator de escala no output virtual.

No caso de múltiplos inputs, a linearização usual dos modelos DEA orientados a inputs impõe uma dificuldade: o input virtual é sempre unitário. No entanto, a restrição usual de DEA, do input virtual ser igual a 1 é arbitrária. Sendo assim, mostra-se que pode ser usado outro tipo de normalização que, embora não permita a linearização, permite que o input virtual apresente valores diferentes para cada DMU. Assim, a representação bidimensional com múltiplas variáveis passa a ter no eixo vertical o output virtual e no eixo horizontal o input virtual. Nota-se que esta representação é válida para qualquer tipo de retornos de escala e para quaisquer restrições aos pesos. Além disso, graficamente a fronteira continua sendo uma reta que passa pela origem com uma inclinação de 45°. É possível ainda fazer a representação orientada a output, com considerações análogas às realizadas para a orientação a input.

Futuramente, pretende-se usar este tipo de representação para melhorar a interpretação de modelos mais avançados como, por exemplo, os modelos DEA não radiais.

KEYWORDS. Análise Envolvória de Dados, Representação gráfica, inputs e outputs virtuais