

Uma formulação para o escalonamento de tarefas com tempos de execução e comunicação unitários em árvores

Romário R. Rogério, Carlos D. Rodrigues

Universidade Federal do Ceará - UFC

Campus do Pici, Bloco 910. 60455-760 - Fortaleza, CE - Brasil

romariorocharogério@gmail.com, diego@lia.ufc.br

Resumo

O problema de escalonamento de tarefas com restrições de comunicação consiste na atribuição de tarefas a processadores respeitando um grafo direcionado acíclico de precedência de forma a minimizar o tempo de execução da última tarefa. A restrição de comunicação indica que caso duas tarefas relacionadas sejam designadas a executar em processadores distintos, um tempo de comunicação dos resultados da tarefa predecessora é requerido antes da execução da tarefa sucessora. Neste trabalho o problema de escalonamento de tarefas com tempo de execução e comunicação unitários (UET-UCT) é tratado para uma classe específica de grafos de precedência do tipo árvore (*outtree*). O escalonamento UET-UCT é um caso particular clássico que retém interesse por ser a base teórica de novos avanços no estudo de problemas de escalonamento. Neste caso e para instâncias do tipo árvore, é sabido que quando o número de processadores é ilimitado, a solução ótima pode ser obtida em tempo polinomial. No entanto, as formulações matemáticas presentes na literatura não conseguem descrever explicitamente o poliedro do problema de forma a obter o valor ótimo para tais instâncias através de programação linear. Aqui uma formulação original para o problema é apresentada. Demonstramos que esta obtém a solução ótima (e portanto o valor ótimo) para problemas UET-UCT em árvores. Além disso mostramos adaptações na formulação para o tratamento do caso onde o número de processadores é limitado por um número arbitrário de processadores (caso NP-difícil), para o qual apresentamos experimentos computacionais que garantem a qualidade do limites inferiores, quando comparados aos de outras formulações.

PALAVRAS-CHAVE: escalonamento, árvores, descrição completa

ÁREA: Programação Matemática.

Abstract

The task scheduling problem with communication delays is the problem of assigning tasks to processors respecting a directed acyclic precedence graph in order to minimize the execution time of the last task. The communication constraint forbids a successor task from starting before the results of a preceding task are transferred from one processor to another, in the case they were assigned to different processors. In this work the unitary execution time, unitary communication time (UET-UCT) scheduling problem is considered for a specific class of outtree graphs. This class is a particular well-studied subclass that pushes forward the development of the scheduling field and as such, it retains the scientific community interest. It is well known that the unlimited number of processors case for the outtree can be solved in polynomial time. However, integer formulations in the literature are unable to completely describe its polytope without the integer constraints and thus linear programming solvers do not output the optimal value for a given instance. We present a formulation whose linear relaxation completely describes this problem for outtrees. Furthermore, we show how to adapt this formulation to the limited number of processors case (which is NP-hard) and some numerical results to reinforce the bound quality, when compared to those obtained by classical formulations.

KEYWORDS: scheduling, outtrees, complete description.

AREA: Mathematical Programming.