# Solucionando o Problema Capacitado de Dimensionamento de Lotes Multi-Nível combinando Heurísticas de Construção e Melhoria.

**Claudio Fabian Motta Toledo**
**Marcelo Yukio Bressan Hossomi**
**Márcio da Silva Arantes**
Departamento de Sistemas de Computação, ICMC, USP
Av. Trabalhador são-carlense, 400, CEP: 13566-590, São Carlos, SP
{claudio,marcelo.hossomi, marcio}@icmc.usp.br

**Paulo Morelato França**
Departamento de Matemática, Estatística e Computação, UNESP
R. Roberto Simonsen, 305, CEP 19060-900, P. Prudente, SP
paulo.morelato@fct.unesp.br

## RESUMO

O presente artigo apresenta uma combinação envolvendo uma heurística de construção com uma heurística de melhoria. O método é aplicado ao Problema Capacitado de Dimensionamento de Lotes Multi-Nível (PCDLMN) com violação de capacidade. As heurísticas combinadas são *Relax and Fix* (RF), heurística de construção, e *Fix and Optimize* (FO), heurística de melhoria. Os métodos solucionam subproblemas considerando um modelo inteiro-misto fortalecido do PCDLMN. Resultados preliminares serão apresentados considerando dois conjuntos de instâncias da literatura. Os resultados obtidos indicam que a combinação de heurísticas proposta supera resultados da literatura.

**PALAVARAS CHAVE: Heurística, Dimensionamento de lots, Multi-nível**

**Área principal: Pesquisa Operacional, Programação Matemática.**

## ABSTRACT

This paper presents a combination involving a construction heuristic with an improvement heuristic. The method is applied to the Multi-Level Capacitated Lot Sizing problem (MLCLSP) with overtime. The heuristics are Relax and Fix (RF), construction heuristic, and Fix and Optimize (FO), improvement heuristic. The methods solve subproblems considering a mixed-integer model strengthened of the MLCLSP. Preliminary results will be presented considering two sets of instances from the literature. The results indicate that the combination of heuristics proposed outperforms literature results.

**KEYWORDS. Heuristic, Lot sizing, Multi-Level.**

**Main area: Operational Research, Mathematical Programing.**

## 1. Introdução

O Problema Capacitado de Dimensionamento de Lotes Multi-Nível (PCDLMN) é um problema do tipo NP-difícil (Maes et al. 1991) que pode representar diversas situações encontradas durante o planejamento da produção em situações reais da indústria. Segundo Almeder (2010), as aplicações em situações reais estão aumentando em tamanho já que surgem novos e mais complexos processos produtivos. Atualmente, uma ferramenta de otimização aplicada a problemas de planejamento da produção no curto-prazo deve ser capaz de dar uma resposta em menos de 1 hora.

Desta forma, problemas deste tipo têm atraído a atenção da comunidade acadêmica na última década. Karimi et al. (2003) discutem formulações e complexidade em problemas capacitados de dimensionamento de lotes. Jans e Degraeve (2008) avaliam aspectos operacionais como ajustes, processo de produção, estoques, demandas e horizonte de tempo na modelagem de problemas industriais. Buschkühl et al. (2010) classificam e revisam métodos da literatura para problemas dinâmicos de dimensionamento de lotes, onde são apresentadas formulações para o PCDLMN com simplificações associadas.

Recentemente Stadler (2011) apresentou um modelo multi-nível para solucionar um problema de produção na indústria farmacêutica. O modelo foi definido a partir do problema proporcional de dimensionamento de lotes com uma única máquina em um único nível. Restrições para o tamanho dos lotes e restrições para a sobreposição de ajustes de tempo foram incluídas. Uma ferramenta computacional voltada para modelos do tipo inteiro-misto solucionou o modelo proposto em um tempo computacional razoável.

Uma estratégia para otimização de modelos que integram níveis dentro do processo de refinamento de petróleo foi apresentada em Robertson et al. (2011). Um problema envolvendo dois níveis do processo de fábrica de refrigerante é modelado e solucionado em Toledo et al. (2007 e 2009) usando um algoritmo genético multi-populacional.

O método *Relax and Fix* (RF) é uma heurística construtiva que reduz o número de variáveis binárias do problema, deslocando uma janela dentro da qual as variáveis binárias estão livres para serem determinadas. As variáveis binárias anteriores as janelas estão fixadas e as posteriores, relaxadas. Akartunali e Miller (2009) utilizam essa heurística para resolver o PCDLMN com violação de capacidade no framework proposto. Trata-se do método *Aheur* cujos resultados serão utilizados na avaliação do método proposto neste artigo. No método Aheur, a heurística RF é combinada ao método LP & Fix proposto no framework desenvolvido pelos autores. Wu et al. (2011) utilizam RF no método LugNP que precisa de uma solução inicial para solucionar o PDCLMN considerando *backlogging*. Wu et al (2012) propõem um método, chamado MIH, para solucionar o PDCLMN com violação de capacidade. O MIH também será utilizando nas comparações realizados com o método proposto neste artigo. MIH é uma heurística que amplia a abordagem baseada em RF, considerando informações do domínio do problema para derivar estratégias do tipo RF. Estas estratégias são combinadas com técnicas de relaxação linear do model *(LP relaxation*).

Araújo et al. (2008) utilizam RF na resolução de um problema de dimensionamento de lotes na indústria de fundição. Em Toso et al. (2009) são utilizadas três variantes do RF para resolver o problema geral de dimensionamento de lotes, considerando tempos de ajuste dependentes da sequência de produção, aplicado na indústria de ração animal. Ferreira et al. (2009) utilizaram uma heurística do tipo RF, considerando diferentes estratégias para fixação das variáveis binárias aplicadas a um problema multi-nível na indústria de bebidas.

O método *Fix and Optimize* (FO) é uma heurística de melhoria, ou seja, parte de uma solução inicialmente estabelecida. O método também reduz o número de variáveis binárias do problema utilizando uma janela deslizante. No entanto, tanto as variáveis binárias anteriores quanto as posteriores à janela são fixadas. Sahling et al. (2009) resolvem uma variação do PCLDMN aplicando uma heurística FO. O método fixa grande parte das variáveis binárias do modelo matemático e utiliza um MIP *solver* para otimizar o modelo inteiro-misto reduzido. A mesma ideia é aplicada por Helber e Sahling (2010) usando a formulação original do PCDLMN.

O presente artigo propõe uma heurística do tipo RF como ferramenta para determinar um solução inicial. A partir da solução inicial estabelecida, a heurística FO busca melhorar a solução inicial durante o tempo restante. O problema é descrito através da sua formulação matemática na Seção 2 e o método proposto é apresentado na Seção 3. Os resultados computacionais e as conclusões obtidas seguem na Seção 4 e Seção 5, respectivamente.

## 2. Problema Capacitado de Dimensionamento de Lotes Multi-Nível (PCDLMN)

O PCDLMN estudado neste trabalho consiste em determinar soluções que minimizem custos de estoque, custos de ajuste e penalizações por violações da capacidade disponível. As soluções devem respeitar os limites de capacidade das máquinas, restrições de balanço de estoque e atribuição de produtos em cada período. Primeiramente, o modelo básico do PCDLMN será descrito, sendo aperfeiçoado em seguida via fortalecimento. O modelo e a notação utilizada são os mesmos descritos em Stadtler (2003) e Akartunali e Miller (2009).

**Parâmetros:**

| | |
|---|---|
| $J$ | Número total de produtos |
| $T$ | Número total de períodos |
| $M$ | Número total de máquinas |
| $a_{mj}$ | Custo de capacidade para produzir uma unidade do produto $j$ na máquina $m$ |
| $B_{jt}$ | Limite superior da produção do produto $j$ no período $t$ |
| $C_{mt}$ | Capacidade total da máquina $m$ no período $t$ |
| $hc_j$ | Custo de estocagem do produto $j$ |
| $oc_{mt}$ | Custo por violação de capacidade da máquina $m$ no período $t$ |
| $P_{jt}$ | Demanda externa do produto $j$ no período $t$ |
| $r_{jk}$ | Quantidade de produto $j$ necessária para produzir uma unidade do produto $k$ |
| $sc_j$ | Custo de ajuste do produto $j$ |
| $st_{mj}$ | Tempo de ajuste do produto $j$ na máquina $m$ |
| $S(j)$ | Conjunto de sucessores do produto $j$ |

**Variáveis:**

| | |
|---|---|
| $x_{jt}$ | Quantidade do produto $j$ produzida no período $t$ |
| $i_{jt}$ | Quantidade estocada do produto $j$ no período $t$ |
| $z_{mt}$ | Capacidade violada na máquina $m$ no período $t$ |
| $y_{jt}$ | Variável de ajuste do produto $j$ no período $t$ |

$$\min \sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T}(hc_j i_{jt}) + \sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T}(sc_{jt}y_{jt}) + \sum_{m=1}^{M}\sum_{j=1}^{J}(oc_{mj}z_{mj}) \tag{1}$$

Sujeito a:

$$i_{j,t-1} - i_{jt} + x_{jt} - \sum_{k\in S(j)}(r_{jk}x_{kt}) = P_{jt} \qquad \forall j,t \tag{2}$$

$$\sum_{j}^{J}(a_{mj}x_{jt} + sc_{mj}y_{jt}) - z_{mt} \leq C_{mt} \qquad \forall m,t \tag{3}$$

$$x_{jt} - B_{jt}y_{jt} \leq 0 \qquad \forall j,t \tag{4}$$

$$y_{jt} \in \{0,1\} \qquad \forall j,t \tag{5}$$

$$i_{jt} \geq 0 \qquad \forall j,t \tag{6}$$

$$x_{jt} \geq 0 \qquad \forall j,t \tag{7}$$

$$z_{mt} \geq 0 \qquad \forall m,t \tag{8}$$

As restrições (2) garantem que sejam atendidas todas as demandas e estabelece os possíveis estoques ou atrasos em todos os períodos. As restrições (3) estabelecem quanto da capacidade das máquinas foi utilizada e a ocorrência ou não de violação dessa capacidade. As restrições (4) proíbem a produção de um produto, caso o mesmo não esteja ajustado para ser produzido em determinado período. As restrições de (5) a (8) definem os domínios das variáveis.

O fortalecimento do modelo descrito a seguir foi proposto por Akartunali e Miller (2009) utilizando estoque de escalão, ou seja, o total disponível em estoque de um produto somado ao total deste produto presente no estoque dos seus sucessores (França et al 1997). Este tipo fortalecimento já foi utilizado anteriormente por Tempelmeier e Derstroff (1996) e França et al (1997).

Inicialmente duas novas variáveis, demanda e estoque de escalão, e um novo parâmetro, custo de estoque de escalão, são estabelecidos:

$$D_{jt} = P_{jt} + \sum_{k\in S(j)} r_{jk}D_{kt} \qquad \forall j,t \tag{9}$$

$$E_{jt} = i_{jt} + \sum_{k\in S(j)} r_{jk}E_{kt} \qquad \forall j,t \tag{10}$$

$$H_j = hc_j - \sum_{k\in S(j)} r_{jk}hc_j \qquad \forall j \tag{11}$$

Substituindo os termos anteriores na função objetivo (1) e nas restrições (2) e (6), obtemos o modelo fortalecido:

Função objetivo:

$$\min \sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T}(H_j E_{jt}) + \sum_{j=1}^{J}\sum_{t=1}^{T}(sc_{jt} y_{jt}) + \sum_{m=1}^{M}\sum_{j=1}^{J}(oc_{mj} z_{mj}) \qquad (12)$$

Sujeito a:

$$E_{j,t-1} - E_{jt} + x_{jt} = D_{jt} \qquad \forall j,t \qquad (13)$$

$$\sum_{j}^{J}(a_{mj} x_{jt} + sc_{mj} y_{jt}) - z_{mt} \leq C_{mt} \qquad \forall m,t \qquad (14)$$

$$x_{jt} - B_{jt} y_{jt} \leq 0 \qquad \forall j,t \qquad (15)$$

$$y_{jt} \in \{0,1\} \qquad \forall j,t \qquad (16)$$

$$E_{jt} - \sum_{k \in S(j)} r_{jk} E_{kt} \geq 0 \qquad \forall j,t \qquad (17)$$

$$x_{jt} \geq 0 \qquad \forall j,t \qquad (18)$$

$$z_{mt} \geq 0 \qquad \forall m,t \qquad (19)$$

Também são adicionadas as inequações (l, S) abaixo:

$$\sum_{t \in S} x_{jt} \leq \sum_{t \in S} D_{j,t..l} y_{jt} + E_{jl} \qquad \forall j,l,S \mid S \subseteq [1,l] \qquad (20)$$

onde $D_{j,t..l}$ é a demanda de escalão total do período $t$ até o período $l$. Como, para cada produto, há um número elevado de novas restrições, serão adicionadas apenas aquelas que são violadas pela solução do modelo relaxado. Finalmente, o modelo fortalecido é determinado pela função objetivo (12) e restrições (13)-(15), (17) e (20). Os domínios das variáveis estão definidos em (16), (18) e (19). Detalhes sobre o fortalecimento apresentado podem ser encontrados em Akartunali e Miller (2009).

## 3. Método *Relax and Fix* / *Fix and Optimize*

O método *Relax and Fix* (RF) é uma heurística construtiva que reduz o número de variáveis binárias do problema, deslocando uma janela dentro da qual as variáveis binárias estão livres para serem determinadas. As variáveis binárias anteriores as janelas estão fixadas, e as posteriores, relaxadas.

No caso do método proposto, define-se uma janela cobrindo *wsize* períodos dentro da matriz de variáveis binárias do problema. RF utiliza *wsize* para definir uma quantidade de variáveis binárias na matriz da solução que serão livres para ser determinadas. A Figura 1 abaixo mostra um exemplo com *wsize = 10*.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0.2 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.5 |
| 1 | 1 | 1 | 0.5 | 0.3 | 0.3 | 0.3 | 0.7 |
| 1 | 0 | 0 | 0.2 | 0.1 | 0.7 | 0.5 | 0.6 |
| 0 | 0 | 0 | 0.4 | 0.2 | 0.5 | 0.7 | 0.5 |
| 0 | 1 | 0 | 0.7 | 0.6 | 0.4 | 0.8 | 0.4 |
| 0 | 0 | 0.3 | 0.5 | 0.4 | 0.2 | 0.3 | 0.2 |

Legenda:
Fixada
Binária
Relaxada

Figura 1. Exemplo de janela do *Relax and Fix*.

Ao final de cada iteração, a janela é deslocada de *wsize*(1-overlap)* variáveis à frente, onde *overlap* é o fator de sobreposição que indica quantas variáveis da janela anterior permanecerão na nova janela. A Figura 2 exemplifica o deslocamento com *overlap = 0.60*. Note que 60% das variáveis da janela anterior permaneceram dentro da janela. Um valor alto para overlap permitirá reavaliar as decisões tomadas para um número maior de variáveis binárias. Um valor mais baixo permitirá à janela percorrer mais rapidamente a matriz de variáveis binárias.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0.1 | 0.2 | 0.1 | 0.9 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0.1 | 0.6 | 0.2 | 2.0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0.6 | 0.6 | 0.4 | 0.0 |
| 1 | 0 | 0 | 0.9 | 0.6 | 0.3 | 0.1 | 0.1 |
| 0 | 0 | 1 | 0.5 | 0.4 | 0.1 | 0.3 | 0.9 |
| 1 | 1 | 1 | 0.9 | 0.7 | 0.3 | 0.4 | 0.1 |

Legenda:
Fixada
Binária
Relaxada

Figura 2. Próxima iteração da janela do *Relax and Fix* reformulado

*Fix and Optimize* (FO) é uma heurística de melhoria que também utiliza uma janela do tipo *wsize*. Neste caso, as variáveis dentro da janela permanecerão livres. As variáveis restantes serão todas fixadas. A janela percorrerá a matriz ao longo das colunas, resolvendo a cada iteração os subproblemas. Ao completar essa primeira varredura, será feita uma segunda com a janela percorrendo a matriz ao longo das linhas.

As Figuras 3 e 4 exemplificam a primeira etapa do FO proposto com *wsize* = 10 e *overlap* = 0.60.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Legenda:
Fixada
Livre

Figura 3. Exemplo de janela do *Fix and Optimize*.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Legenda:
Fixada
Livre

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Figura 4. Próxima iteração da janela do *Fix and Optimize*.

A Figura 5 apresenta um exemplo de janela da segunda etapa do FO. A próxima iteração, considerando o mesmo *overlap* anterior, está mostrada na Figura 6.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Legenda:
Fixada
Livre

Figura 5. Exemplo de janela da segunda etapa do *Fix and Optimize* reformulado

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Legenda:
Fixada
Livre

Figura 6. Próxima iteração da janela da segunda etapa do *Fix and Optimize* reformulado

O métos *Relax and Fix/Fix and Optimize* (RF&FO) proposto utiliza o *Relax and Fix* para construir uma solução inicial e o *Fix and Optimize* para melhora a solução construída, durante todo o tempo restante disponível. A Figura 7 mostra o pseudocódigo do RF&FO.

```
RFFO
1.  Início
2.  sol ← RelaxAndFix( wsize, overlap, tempoLimite )
3.  prevCost ← sol.cost
4.  enquanto time < timeLimit do
5.      FixAndOptimize( sol, wsize, overlap, timeRemaining)
6.      se (sol.cost – prevCost)/prevCost < tol then
7.          wsize ← wsize + incr
8.      fim se
9.  fim enquanto
10. fim
```

Figura 7. Pseudocódigo do RF&FO

Observe que, se o *Fix and Optimize* não conseguir obter uma melhoria de, pelo menos, um fator de tolerância parametrizado (linha 6), sua janela será aumentada por um valor também parametrizado (linha 7). Isso impede que o método repita execuções de um mesmo subproblemas, aumentando o número de possibilidades a explorar.

## 3. Resultados Computacionais

Os resultados preliminares obtidos pelo RF&FO proposto foram comparados aqueles obtidos por dois métodos da literatura: *Aheur*, descrito em Akartunali e Miller (2009), e *MIH*, descrito em Wu et al. (2012). Esses métodos foram executados utilizando dois conjuntos de instâncias gerados por Tempelmeier e Derstroff (1996) e Stadtler (2003): A+ e B+.

Essas instâncias apresentam estrutura de produtos do tipo *general* e *assembly*. A estrutura *general* permite vários predecessores e vários sucessores para cada produto. A estrutura *assembly* permite que um produto tenha vários predecessores, mas apenas um sucessor. O conjunto A+ apresenta 20 instâncias com 24 períodos, 10 produtos e 3 máquinas sem considerar tempos de ajuste. O conjunto B+ apresenta 20 instâncias com as mesmas quantidades de períodos, produtos e máquinas, mas considerando tempos de ajuste.

O método RF&FO foi implementado em linguagem C++ utilizando a IBM ILOG CPLEX 11.1 Callable Library. RF&FO foi executado por 5 minutos nos conjuntos A+ e B+ em um Intel Pentium 4 com 3.16 GHz, seguindo assim os mesmos critérios de execução e configuração de máquina utilizados em Wu et al. (2012) para executar *Aheur* e *MIH*. Os resultados são dados em termos de *gap* relativo ao limitante inferior encontrado em Wu et al. (2012) para essas instâncias. A equação (21) apresenta o cálculo do gap, onde "$UB_{eval}$" é o limitante superior definido pelo método avaliado e "LB" é o limitante inferior estabelecido em Wu et al. (2012). O desvio apresentado nas tabelas seguintes é dado pela equação (22), onde "$gap_{ref}$" é o gap do método de referência.

$$gap = \frac{UB_{eval} - LB}{LB} \tag{21}$$

$$dev = \frac{gap_{eval} - gap_{ref}}{gap_{ref}} \tag{22}$$

A heurística *Fix and Optimize* (FO) foi configurada com os seguintes parâmetros: tamanho de janela inicial de 50 variáveis, incremento de 20 variáveis, taxa de sobreposição de 0.20 e tolerância de 5%. O *Relax and Fix* (RF) foi configurado com o dobro de variáveis iniciais e a mesma taxa de sobreposição.

As Tabelas 1 e 2 apresentam o limitante inferior (LB) obtido em Wu et al. (2012), o desvio em relação ao valor de LB para cada método (RF&FO, *Aheur* e *MIH*) e, nas duas últimas colunas, o desvio da solução do RF&FO em relação as solução encontradas por *Aheur* e *MIH*.

Na Tabela 1, estão os resultados obtidos para o conjunto A+. Boa parte das melhorias obtidas (desvios negativos) por RF&FO se concentram numa faixa entre 4% e 10% de melhoria em relação ao método *Aheur*. Os valores de melhoria alcançados são mais reduzidos quando comparados ao *MIH*.

| Instância | LB | RF & FO | Aheur | MIH | Desvio vs. Aheur | Desvio vs. MIH |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Ag501130 | 116183 | 31.40% | 32.99% | 30.28% | -4.83% | 3.69% |
| Ag501131 | 107829 | 33.39% | 34.68% | 33.58% | -3.71% | -0.56% |
| Ag501132 | 118677 | 27.62% | 29.92% | 28.07% | -7.71% | -1.61% |
| Ag501141 | 133424 | 27.02% | 28.83% | 26.43% | -6.30% | 2.22% |
| Ag501142 | 145508 | 30.15% | 32.35% | 30.31% | -6.81% | -0.53% |
| Ag502130 | 122353 | 34.51% | 37.25% | 34.55% | -7.34% | -0.10% |
| Ag502131 | 109085 | 33.41% | 34.17% | 32.66% | -2.24% | 2.28% |
| Ag502141 | 134971 | 26.50% | 28.65% | 28.90% | -7.50% | -8.30% |
| Ag502232 | 97032 | 22.13% | 24.81% | 21.84% | -10.80% | 1.34% |
| Ag502531 | 102340 | 23.77% | 26.68% | 25.12% | -10.88% | -5.36% |
| Ak501131 | 96968 | 26.29% | 27.22% | 27.21% | -3.44% | -3.40% |
| Ak501132 | 101699 | 18.24% | 21.41% | 19.43% | -14.80% | -6.12% |
| Ak501141 | 134805 | 27.85% | 26.77% | 25.43% | 4.01% | 9.51% |
| Ak501142 | 134880 | 19.39% | 19.56% | 18.99% | -0.86% | 2.11% |
| Ak501432 | 92533 | 16.59% | 18.06% | 16.84% | -8.18% | -1.51% |
| Ak502130 | 102222 | 25.17% | 25.11% | 25.42% | 0.26% | -0.97% |
| Ak502131 | 93369 | 21.16% | 24.04% | 24.11% | -11.99% | -12.23% |
| Ak502132 | 96312 | 19.31% | 22.85% | 18.79% | -15.50% | 2.76% |
| Ak502142 | 127792 | 14.37% | 15.60% | 13.45% | -7.90% | 6.83% |
| Ak502432 | 88980 | 18.09% | 18.47% | 17.93% | -2.08% | 0.87% |

Tabela 1. Resultados do conjunto A+.

A Tabela 2 mostra resultados para o conjunto B+, onde RF&FO apresenta uma melhoria nos valore obtidos em relação ao conjunto A+.

| Instância | LB | RF & FO | Aheur | MIH | Desvio vs. Aheur | Desvio vs. MIH |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Bg511132 | 108772 | 27.20% | 26.54% | 26.38% | 2.49% | 3.10% |
| Bg511142 | 133158 | 19.51% | 25.61% | 19.35% | -23.84% | 0.81% |
| Bg512131 | 104054 | 29.88% | 33.35% | 30.41% | -10.40% | -1.75% |
| Bg512142 | 142917 | 31.16% | 59.53% | 26.89% | -47.66% | 15.88% |
| Bg521132 | 108324 | 25.50% | 35.44% | 24.82% | -28.05% | 2.73% |
| Bg521142 | 131363 | 17.53% | 20.13% | 17.88% | -12.89% | -1.94% |
| Bg522130 | 113540 | 36.47% | 37.46% | 36.20% | -2.65% | 0.75% |
| Bg522132 | 113382 | 26.36% | 43.22% | 27.50% | -39.01% | -4.13% |
| Bg522142 | 137126 | 25.57% | 47.93% | 38.32% | -46.65% | -33.27% |
| Bk511131 | 92602 | 30.51% | 29.91% | 30.64% | 1.99% | -0.43% |
| Bk511132 | 95323 | 21.11% | 21.08% | 21.03% | 0.13% | 0.36% |
| Bk511141 | 125307 | 22.00% | 37.87% | 24.66% | -41.92% | -10.80% |
| Bk512131 | 90733 | 24.53% | 25.13% | 28.19% | -2.38% | -12.97% |
| Bk512132 | 90814 | 22.67% | 24.22% | 24.51% | -6.42% | -7.52% |
| Bk521131 | 92350 | 27.58% | 31.34% | 29.71% | -11.99% | -7.16% |
| Bk521132 | 94257 | 19.85% | 25.68% | 22.42% | -22.72% | -11.47% |
| Bk521142 | 124988 | 16.23% | 23.42% | 14.53% | -30.68% | 11.73% |
| Bk522131 | 90532 | 20.80% | 22.98% | 26.59% | -9.48% | -21.76% |
| Bk522142 | 119559 | 15.22% | 30.95% | 23.79% | -50.83% | -36.04% |

Tabela 2. Resultados do conjunto B+.

A Tabela 3 resume os resultados alcançados. O número de melhores soluções encontradas por cada método e o desvio médio são apresentados. No conjunto A+, RF&FO revela uma boa performance, superando *Aheur* em 18 das 20 instâncias e *MIH* em 11 das 20 instâncias. A melhoria média é de 6.43% em relação ao *Aheur*, mas apenas de 0.45% em relação ao *MIH*, o que pode ser considerado um empate. No conjunto B+, RF&FO superou *Aheur* em 16 das 19 instâncias com melhoria média de 20.15%. RF&FO consegue melhores resultados em 12 das 19 contra *MIH* neste conjunto com melhoria média de 5.99%.

| **Set** | **vs. Aheur** | | | **vs. MIH** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **RF&FO** | **Aheur** | **Avg. Dev.** | **RF&FO** | **MIH** | **Avg. Dev.** |
| A+ | 18 | 2 | -6.43% | 11 | 9 | -0.45% |
| B+ | 16 | 3 | -20.15% | 12 | 7 | -5.99% |

Tabela 3. Resumo dos resultados obtidos para o PCDLMN com *overtime.*

Apesar de ter alcançado o melhor resultados em um menor número de instâncias que Aheur no conjunto B+, o método consegue em média melhorias mais efetivas (desvios maiores) nas instâncias deste conjunto. A melhoria média na qualidade das soluções também é mais relevante no conjunto B+ quando RF&FO é comparado ao MIH.

## 4. Conclusão

O presente estudo apresentou uma combinação da heurística de construção *Relax and Fix* (RF) com a heurística de melhoria *Fix and Optimize* (FO) chamada RF&FO. O método soluciona o Problema Capacitado de Dimensionamento de Lotes Multi-Nível (PCDLMN) com violação de capacidade. Dois conjuntos de instâncias obtidas da literatura são utilizadas nos testes computacionais. O conjunto A+ é constituído por exemplares que não consideram tempos de ajuste para os produtos, enquanto o conjunto B+ considera tais ajustes. Os resultados do RF&FO são comparados a dois métodos recentemente propostos para esse problema: *Aheur* (Akartunali e Miller, 2009) e *MIH* (Wu *et al.*, 2012). Os testes foram conduzidos respeitando os tempos de execução e configuração de máquinas utilizados em Wu et al. (2012).

O método proposto conseguiu melhores resultado que *Aheur* nos conjuntos A+ e B+, tanto no número de melhores soluções obtidas quanto no valor médio de melhoria alcançadas. Quando comparado ao método *MIH*, RF&FO apresentou uma leve melhoria em termos de desvio e conseguiu uma vitória a mais considerando a quantidade total de melhores soluções no conjunto A+. O método supera de forma mais efetiva *MIH* no conjunto B+, seja em número de melhores soluções quanto em valores de desvio. De forma geral, o método apresenta um desempenho mais destacado no conjunto B+ onde tempos de ajustes foram considerados.

Os resultados reportados são preliminares e novos testes serão conduzidos como trabalhos futuros. Para isso, conjuntos de instâncias mais complexos disponíveis na literatua estão sendo solucionados. Além disso, o método está sendo adaptado para solucionar instâncias da literatura propostas para o PCDLMN com custos de atraso (*backlogging cost*).

## Agradecimentos

O presente projeto foi financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) processos 2010/10133-0, 2011/15534-5 e 2012/00997-2.

## Referências

**Akartunali, K. e Miller A.J.** (2009), A heuristic approach for big bucket multi-level production planning problems, *European Journal of Operational Research*, 193 (2), 396-411.

**Almeder**, **C.** (2010), A hybrid optimization approach for multi-level capacitated lot-sizing problems, *European Journal of Operational Research*, vol. 200, 599-606.

**Araujo, S. A., Arenales, M. N. e Clarck, A. R.** (2007), Joint rolling-horizon scheduling of materials processing and lot-sizing with sequence-dependent setups. *Journal of Heuristics*, 13, 337-358.

**Buschkühl, L., Sahling, F., Helber, S. e Tempelmeier, H.** (2010), Dynamic capacitated lot sizing problems: a classification and review of solution approaches, *Operations Research Spectrum*, vol. 32, pp. 231–261.

**Ferreira, D., Morabito, R. e Rangel, S**. (2009), Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem, *European Journal of Operational Research*, v 196 (2), 697-706.

**França, P. M., Armentano, V.A., Berretta, R. E. Clark, A. R.** (1997), A heuristic method for lot-sizing in multi-stage systems, *Computers & Operations Research*, v. 24 (9), p. 861-874.

**Helber, S. e Sahling, F**. (2010) A fix-and-optimize approach for the multilevel capacitated lot sizing problem, *International Journal of Production Economics*, vol. 123, pp. 247–256.

**Jans, R. e Degraeve** (2008), Modeling industrial lot sizing problems: A review, *International Journal of Production Research 46* (6), 1619–1643.

**Karimi, B., Ghomi, S. M. T. F. e Wilson, J. M.** (2003), The capacitated lot sizing problem: A review of models and algorithms, *Omega International Journal of Management Science 31* (5), 365–378.

**Maes, J., McClain, J. e Wassenhove, N. van** (1991), Multilevel capacitated lotsizing complexity and lpbased heuristics, *European Journal of Operational Research*, vol. 53, no. 2, pp. 131–148.

**Robertson, G., Palazoglu, A. e Romagnoli, J. A.** (2011), "A multi-level simulation approach for the crude oil loading/unloading scheduling problem", Computers and Chemical Engineering, 35, pp. 817–827.

**Sahling, F., Buschkühl, L., Tempelmeier, H. e Helber, S.** (2009), Solving a multi-level capacitated lot sizing problem with multi-period setup carry-over via a fix-and-optimize heuristic, *Computers & Operations Research*, vol. 37, pp. 2546–2553.

**Stadler, H.** (2011), Multi-level single machine lot-sizing and scheduling with zero lead times, *European Journal of Operational Reserach*, vol. 209, pp. 241–252.

**Stadler, H.** (2003), Multilevel lot sizing with setup times and multiple constrained resources: Internally rolling schedules with lot-sizing windows, *Operations Research*, vol. 51, pp. 487–502.

**Tempelmeier, H. e Derstroff, M.** (1996), A lagrangian-based heuristic for dynamic multilevel multiitem constrained lotsizing with setup times, *Management Science*, vol. 42, no. 5, pp. 738–757.

**Toledo, C. F. M., França, P. M., Kimms, A. e Morabito, R.** (2009), A Multi-Population Genetic Algorithm Approach to Solve the Synchronized and Integrated Two-Level Lot Sizing and Scheduling Problem, *International Journal of Production Research*, 47, 3097-3119.

**Toledo, C. F. M., França, P. M., Morabito, R. e Kimms, A.** (2007), Um modelo de otimização para o problema integrado de dimensionamento de lotes e programação da produção em fábricas de refrigerantes, *Pesquisa Operacional*, 27 (1), 155-186.

**Wu, T., Shi, L. e Song, J.** (2012), An MIP-based interval heuristic for the capacitated multi-level lot-sizing problem with setup times, *Annals of Operations Research* 196, 635–650.

**Wu, T., Shi, L., Geunes, J. e Akartunali, K.** (2011), An optimization framework for solving capacitated multi-level lot-sizing problem with backlogging, *European Journal of Operational Research*, v. 214, p. 428–441.