Dimensionamento de Lotes com Remanufatura Integrado ao Problema do Rotemento de Veículos com Entrega e Coletas Simultâneas

Martín Gomez Ravetti
Departmento de Engenharia de Produção – Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Antônio Carlos, 6627 - Sala 3214 - Belo Horizonte - MG - CEP 31.270-901
martin.ravetti@dep.ufmg.br

Maurício Cardoso de Souza
Departmento de Engenharia de Produção – Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Antônio Carlos, 6627 - Sala 3214 - Belo Horizonte - MG - CEP 31.270-901
mauricio@dep.ufmg.br

Ana Paula Nogueira Lima
Departmento de Engenharia de Produção – Universidade Federal de Minas Gerais
Av. Antônio Carlos, 6627 - Sala 3214 - Belo Horizonte - MG - CEP 31.270-901
anapnlima4@gmail.com

RESUMO

Este artigo estuda o dimensionamento de lotes quando há remanufatura, ou seja, quando os produtos podem retornar à linha de produção e ser usados na fabricação de novos. Além disso, integramos o roteamento de veículos para entrega de produtos novos e coleta dos usados às decisões de produção, no intuito de obter melhor eficiência e menores custos. Dois modelos são propostos, um para o problema integrado completo, e outro com simplificações em relação às decisões de logística. O modelo simplificado considera o roteamento em apenas um período, sendo nos outros usada uma aproximação para a verificação da viabilidade de entrega e coleta das quantidades planejadas pelo dimensionamento de lotes. Ambos os modelos são analisados em relação ao seu desempenho frente ao aumento do número de clientes.

PALAVRAS CHAVE. Remanufatura, Dimensionamento de lotes, Roteamento de veículos.

ABSTRACT

This paper studies the lot-sizing when remanufacturing is allowed, which means products may return to production line and be used to manufacture new ones. We integrate the vehicle routing for delivery and pick-up with the production decisions to achieve better efficiency and lower costs. Two models are developed, one for the entire integrated problem, and another with simplifications concerning to logistics decisions. The simplified model considers vehicle routing only in one period, and the others use an approach to verify the feasibility of delivery and collection of the amounts planned by lot sizing. Both models are analyzed in relation to its performance against the increasing number of customers.

KEYWORDS. Remanufacturing, Lot-sizing, Vehicle routing problem.

1. Introdução

O reaproveitamento de produtos e embalagens, a reciclagem de materiais, e a coleta de produtos devolvidos por clientes são atividades cada vez mais comuns no contexto empresarial. Essa realidade tem sido motivada, por várias circunstâncias, dentre elas a legislação ambiental, que tem ampliado a responsabilidade das empresas sobre a destinação final de seus produtos, de forma que a coleta dos mesmos no final do seu ciclo de vida passa a ser imprescindível. Outro incentivo é a significativa redução de custos obtida por empresas que investiram na gestão e planejamento do reaproveitamento e da reciclagem de produtos. Além disso, o aumento da competitividade ao se oferecer o serviço de coleta e a conscientização dos consumidores em relação aos problemas ambientais, o que leva à maior valorização das empresas com políticas "ecologicamente corretas", fazem dessas práticas um diferencial no mercado.

Para lidar com esse fluxo logístico do ponto de consumo até o ponto de origem, consequente do recolhimento de produtos, é preciso adaptar tanto o planejamento da produção, quanto das rotas de entrega/coleta, para que o sistema não perca eficiência. Encontramos esse cenário na literatura denominado por Logística Reversa, existindo diversos estudos sobre o impacto da mesma nas diferentes áreas de uma empresa. Podemos citar alguns exemplos para salientar a importância e aplicabilidade do tema acima apresentado: fabricantes de bebidas que precisam gerenciar a entrega e coleta das garrafas, indústria de transformação que reutiliza as sobras geradas pelos clientes, o uso de matéria-prima reciclada pela indústria de latas de alumínio e a necessidade das lojas virtuais em lidar com a devolução de produtos.

Com a busca pela eficiência, por menores custos e melhores níveis de serviço a integração de decisões tem se mostrado cada vez mais necessária. A visão sistêmica de uma organização, ou de um problema é essencial para se alcançar o ótimo global e não apenas o local. Podemos aplicar tal conceito às decisões de produção e logística, no intuito de se obter uma otimização conjunta de atividades que são críticas para muitas empresas. Dessa forma, ao se integrar o roteamento de veículos com o dimensionamento de lotes, pode-se evitar, por exemplo, a formação de estoques indesejados por inviabilidade de entrega.

Neste trabalho um modelo matemático é proposto para avaliar o problema integrado de produção e distribuição/coleta quando há retorno de produtos. O caso considerado é o de uma fábrica que produz apenas um produto, com capacidade conhecida, e reutiliza itens usados para produção de novos. A fábrica é responsável, também, pela distribuição dos produtos novos e coleta dos usados, e, para isso, conta com uma frota de veículos homogênea com capacidade constante. São permitidos atrasos e estoque de produtos novos no cliente, mas cada cliente só pode ser visitado uma única vez por período, portanto, entrega e coleta ocorrem na mesma visita. Cada veículo percorre, todo período, no máximo uma rota, cujo tempo de duração é limitado. Devido à complexidade do problema tratado, um modelo simplificado também é proposto.

As outras seções deste artigo são organizadas da seguinte maneira. A seção 2 apresenta uma revisão bibliográfica do assunto, e a seção 3 define e apresenta a formulação matemática do problema tratado. A seção 4 por sua vez aborda os testes computacionais feitos e, por fim, a seção 5 traz a conclusão final e oportunidades para trabalhos futuros.

2. Revisão Bibliográfica

Na literatura encontramos diversos estudos que consideram o retorno de produtos. Koh et al. (2002) desenvolveram um estudo no qual o dimensionamento de lotes inclui a volta de produtos usados que podem ser remanufaturados e vendidos como novos. O objetivo é encontrar o lote econômico ótimo (de produção e remanufatura) e o nível ótimo de estoque de produtos usados. O problema possui as seguintes características: taxas de demanda e retorno de itens são finitas e constantes, a taxa de produção é infinita, e a taxa de remanufatura é maior que a de retorno. Há capacidade de remanufatura, além de faltas e atrasos não serem permitidos. Com base no problema descrito os autores analisam duas políticas. A primeira supõe a produção de um lote de produtos remanufaturados e múltiplos lotes de produtos manufaturados, a segunda por sua vez, analisa múltiplos lotes de remanufatura e um único lote de manufatura. Dentro de cada política dois casos são observados: quando a capacidade de remanufatura é maior que a demanda ou quando a mesma é menor ou igual. Konstantaras et al. (2010) é uma extensão de (Koh et al., 2002) na qual os produtos retornados são avaliados segundo sua qualidade, podendo ser remanufaturados (vendidos como novos), ou recuperados (vendidos como usados). Além disso, o artigo considera que a capacidade de remanufatura não é constante e a taxa de remanufatura não necessariamente é maior que a de retorno. Com base nessas novas premissas as duas políticas citadas são também analisadas.

Teunter (2004) também examina as duas políticas de produção acima, assumindo que todos os itens retornados são remanufaturados. Porém, de maneira mais geral, as taxas de produção e remanufatura podem ser finitas ou infinitas, mas sempre maiores que a taxa de demanda. A política geral de P setups para produtos manufaturados e R setups para os remanufaturados é analisada por Feng and Viswanathan (2011), usando-de as mesmas premissas de (Teunter, 2004). Mas, nesse estudo, ao invés de serem consecutivos, os setups são intercalados de tal forma que a acumulação de estoque é minimizada. Duas heurísticas foram utilizadas: o tamanho do lote fixo tanto para produtos novos quanto para remanufaturados, ou, quando (P>R) o tamanho do lote para novos pode variar nos setups do ciclo, já quando (P<R) é o tamanho do lote dos remanufaturados que pode variar. Os resultados obtidos foram comparados com os melhores resultados de (Teunter, 2004).

O artigo de Teunter et al. (2008) é baseado no estudo de caso de uma empresa que produz e remanufatura peças para automóveis. Um algoritmo com a política de tempo de ciclo constante (*common-cycle-time policy*) é apresentado para o problema de sequenciamento com lote econômico e retornos (*economic lot scheduling problem with returns*) e a partir dos resultados são discutidas as vantagens da empresa trocar linhas de produção híbridas por linhas dedicadas, além de, também, fazer análises de sensibilidade para orientar a decisão de quando fazer essa troca. As taxas de demanda, produção e retorno são constantes, a qualidade dos produtos novos e dos remanufaturados é a mesma e todos os produtos que retornam são remanufaturados.

Piñeyro and Viera (2010) elaboram um modelo matemático para o problema de dimensionamento de lotes com remanufatura e substituição de sentido único. O problema trata de um sistema cuja capacidade é infinita e produz um único produto, no entanto, a remanufatura possui demanda diferente da manufatura. A substituição permitida é a de itens remanufaturados por itens manufaturados, mas não vice-versa. Várias instâncias com diferentes taxas de retorno e diferentes custos foram resolvidas usando-se uma heurística baseada na Busca-Tabu. O trabalho de (Santos et al., 2012) explora um problema semelhante ao exposto acima. No entanto, o modelo abrange processos capacitados, tanto de manufatura quando de remanufatura, tempos de preparação (setups) não desprezíveis, produtos remanufaturados vendidos juntamente com os manufaturados, e vários produtos. Além disso, produtos com melhor desempenho podem ser utilizados para atender a demanda dos produtos com desempenho inferior, sendo essa a substituição de sentido único aceita. Neste artigo foram testadas diversas taxas de retorno dos itens, assim como diferentes taxas de substituição, com o objetivo de analisar o comportamento do modelo proposto. As instâncias do problema foram resolvidas utilizando-se o software ILOG CPLEX 12.1.

Como já mencionado anteriormente, o retorno de produtos também afeta o planejamento das rotas, que passam a ser tanto de entrega quanto de coleta. Há inúmeros estudos desse problema de transporte, um dos quais podemos citar (Parragh et al., 2008) que faz uma revisão bem completa das formulações matemáticas existentes, tanto para o caixeiro viajante quando para o roteamento de veículos.

Bard and Nananukul (2010) desenvolveram um modelo matemático para lidar com o dimensionamento da produção simultaneamente à definição das rotas dos veículos que fazem a distribuição, não há retorno de produtos. O artigo considera a capacidade de produção, uma frota de veículos homogênea e no máximo uma rota por período para qualquer caminhão. É permitido estoque no cliente, cuja demanda só pode ser atendida por um único veículo a cada período. Bard e Nananukul usam metodologias basedas na Busca-Tabu para: encontrar soluções do problema de alocação e de roteamento separadamente; e depois melhorar as respostas obtidas considerando o problema completo. Em seguida um método exato baseado no Brunch and Price é aplicado para solucionar o modelo proposto. De forma similar, Armentano et al. (2011) resolvem o mesmo problema, mas para vários produtos e com uma rota de comprimento limitado. Duas variações da Busca-Tabu são apresentadas. Uma possui duas fases: a de construção de uma solução inicial, na qual extensões de técnicas como Clarke and Wright, e Wagner and Whitin são usadas em partes do problema; e a de Busca-Tabu cujo diferencial é aceitar soluções não factíveis em relação às restrições de capacidade. Os movimentos da busca são avaliados segundo uma função que contabiliza as violações feitas. A outra variação é caracterizada pelo *Path relinking* abordagem que combina estratégias de diversificação e intensificação(alta-qualidade) na geração de novas soluções.

3. Definição e Formulação Matemática do Problema

O presente artigo estuda o dimensionamento de lotes com remanufatura, circunstância na qual, os produtos usados podem passar por um procedimento e ser usados como matéria-prima para a produção de novos itens. A definição das rotas dos veículos, que realizam tanto a distribuição dos produtos novos quanto a coleta dos usados, é integrada à decisão de produção. A solução do problema nos fornece o tamanho ótimo do lote de produção, a quantidade que deve ser entregue e coletada em cada cliente e a rota de cada caminhão.

Considere T, K e M como o conjunto de períodos do horizonte de planejamento, conjunto de clientes e conjunto de caminhões respectivamente. A fábrica é representada pelo nó 0 e $n+1$, e n é definido como $|K|$. A produção, o estoque no cliente, o tempo de rota, e a carga dos veículos são limitados, sendo que cada cliente pode ser visitado no máximo uma vez a cada período, consequentemente entrega e coleta são simultâneas.

O modelo matemático possui a seguinte notação:

K' $K \cup \{0, n+1\}$

A conjunto de arcos que ligam os nós do conjunto K'

I^k quantidade máxima permitida de estoque no cliente k (Kg)

d_t^k demanda por produto novo do cliente k no período t (Kg)

o_t^k oferta de produto usado do cliente k no período t (Kg)

w_t capacidade de produção no período t (Kg)

C capacidade de cada caminhão (Kg)

l_t tempo máximo de rota no período t (horas)

α^k tempo gasto por unidade de peso de produto para carga/descarga no cliente k (horas/Kg)

c_y custo de aquisição por Kg de matéria-prima

c_r custo de aquisição por Kg de produto usado

$c_{s'}$ custo por Kg de produto final em estoque durante um período

$c_{s''}$ custo por Kg de produto usado em estoque durante um período

c_{s^k} custo por Kg de produto final em estoque em um cliente durante um período

c_ν custo por Kg de produto final em atraso (backlog) para um cliente durante um período

c^{kj} custo de deslocamento do nó k para o nó j

t^{kj} tempo de deslocamento do nó k para o nó j (horas)

Variáveis de decisão:

x_{mt}^k quantidade de produto novo entregue pelo caminhão m para o cliente k no período t (Kg)

r_{mt}^k quantidade de produto usado adquirida/coletada pelo caminhão m no cliente k no período t (kg)

y_t quantidade de matéria-prima adquirida no período t (Kg)

z_t quantidade de produto usado utilizada em produção no período t (Kg)

s'_t quantidade de produto final em estoque no final do período t (Kg)

s''_t quantidade de produto usado em estoque no final do período t (Kg)

s_t^k quantidade de produto final em estoque no cliente k no final do período t (Kg)

ν_t^k quantidade de produto novo para o cliente k em atraso (backlog) no final do período t (Kg)

$$\varepsilon_{mt}^{kj} = \begin{cases} 1, & \text{se o caminhão } m \text{ vai de } k \text{ para } j \text{ no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

b_t^k data do início do atendimento do cliente k no período t (horas)

q_{mt}^k carga do caminhão m ao sair do cliente k no período t (Kg)

Modelo inteiro e misto:

$$\min \sum_{t \in T} \left[c_y y_t + c_{s''} s''_t + c_{s'} s'_t + \sum_{k \in K} \left(c_\nu \nu_t^k + c_r \sum_{m \in M} r_{mt}^k + c_{s^k} s_t^k \right) + \sum_{(k,j) \in A} c^{kj} \left(\sum_{m \in M} \varepsilon_{mt}^{kj} \right) \right] \tag{1}$$

sujeito a:

$$y_t + z_t + s'_{t-1} = s'_t + \sum_{k\in K}\sum_{m\in M} x^k_{mt} \qquad \forall t \in T \tag{2}$$

$$\sum_{m\in M} x^k_{mt} + \nu^k_t + s^k_{t-1} = d^k_t + \nu^k_{t-1} + s^k_t \qquad \forall k \in K, \forall t \in T \tag{3}$$

$$s''_{t-1} + \sum_{k\in K}\sum_{m\in M} r^k_{m,t-1} = z_t + s''_t \qquad \forall t \in T \tag{4}$$

$$s^k_t \leqslant I^k \qquad \forall k \in K, \forall t \in T \tag{5}$$

$$y_t + z_t \leqslant w_t \qquad \forall t \in T \tag{6}$$

$$\sum_{m\in M}\sum_{j:(k,j)\in A} \varepsilon^{kj}_{mt} \leqslant 1 \qquad \forall k \in K, \forall t \in T \tag{7}$$

$$\sum_{j:(k,j)\in A} \varepsilon^{kj}_{mt} - \sum_{j:(j,k)\in A} \varepsilon^{jk}_{mt} = 0 \qquad \forall k \in K, \forall m \in M, \forall t \in T \tag{8}$$

$$\sum_{j:(0,j)\in A} \varepsilon^{0j}_{mt} \leqslant 1 \qquad \forall m \in M, \forall t \in T \tag{9}$$

$$x^k_{mt} \leqslant \sum_{u\in T|u\geqslant t} d^k_u \sum_{j:(j,k)\in A} \varepsilon^{jk}_{mt} \qquad \forall m \in M, \forall t \in T, \forall k \in K \tag{10}$$

$$r^k_{mt} \leqslant o^k_t \sum_{j:(j,k)\in A} \varepsilon^{jk}_{mt} \qquad \forall m \in M, \forall t \in T, \forall k \in K \tag{11}$$

$$q^0_{mt} = \sum_{k\in K} x^k_{mt} \qquad \forall m \in M, \forall t \in T \tag{12}$$

$$q^j_{mt} \geqslant q^k_{mt} - x^j_{mt} + r^j_{mt} - C(1 - \varepsilon^{kj}_{mt}) \qquad \forall (k,j) \in A, \forall t \in T, \forall m \in M \tag{13}$$

$$q^j_{mt} \leqslant q^k_{mt} - x^j_{mt} + r^j_{mt} + C(1 - \varepsilon^{kj}_{mt}) \qquad \forall (k,j) \in A, \forall t \in T, \forall m \in M \tag{14}$$

$$q^k_{mt} \leqslant C \qquad \forall k \in K', \forall t \in T, \forall m \in M \tag{15}$$

$$b^j_t \geqslant b^k_t + \alpha^k \sum_{m\in M}(x^k_{mt} + r^k_{mt}) + t^{kj}\sum_{m\in M}\varepsilon^{kj}_{mt} - (l_t - t^{k,n+1})(1 - \sum_{m\in M}\varepsilon^{kj}_{mt}) \qquad \forall (k,j) \in A, \forall t \in T \tag{16}$$

$$b^{n+1}_t \leqslant l_t \qquad \forall t \in T, \forall m \in M \tag{17}$$

$$b^0_t = x^0_{mt} = r^0_{mt} = x^{n+1}_{mt} = r^{n+1}_{mt} = 0 \qquad \forall t \in T, \forall m \in M \tag{18}$$

$$x^k_{mt},\ r^k_{mt},\ q^k_{mt} \geqslant 0 \qquad \forall k \in K', \forall t \in T, \forall m \in M \tag{19}$$

$$b^k_t \geqslant 0 \qquad \forall k \in K', \forall t \in T \tag{20}$$

$$\nu^k_t, s^k_t \geqslant 0 \qquad \forall k \in K, \forall t \in T \tag{21}$$

$$y_t,\ z_t,\ s'_t,\ s''_t \geqslant 0 \qquad \forall t \in T \tag{22}$$

$$\varepsilon^{kj}_{mt} \in \{0,1\} \qquad \forall (k,j) \in A, \forall t \in T, \forall m \in M \tag{23}$$

No modelo apresentado a função objetivo (1) visa minimizar o custo total que é composto pelos custos de aquisição de matéria-prima, seja ela nova ou usada, custos de manutenção de estoques de produtos novos e usados, custo de atrasar e por fim custos relativos ao descolamento para entrega e coleta. As restrições (2) representam o balanço de massa contabilizando os estoques de produtos finais, de modo similar, as restrições (3) contabilizam os atrasos e estoque no cliente e (4), por sua vez, consideram o estoque de produtos usados. Já as restrições (5) e (6) limitam o estoque no cliente e a capacidade de produção respectivamente. As restrições (7) definem que cada cliente pode ser visitado por no máximo um caminhão, uma única vez a cada período, e (8) e (9) garantem a conservação do fluxo de caminhões na rede de clientes e que cada rota terá apenas um caminhão associado à ela. (10) e (11) asseguram que só havera entrega e/ou coleta se o cliente for visitado. (12) a (15) calculam a carga do veículo ao sair do depósito e ao sair de cada cliente, assim como certificam-se de que o limite de carga será obedecido. O cálculo da data do início do atendimento ao cliente é feita em (16), enquanto (17) garante que o limite do tempo máximo de rota será respeitado. Finalmente (18) são definições do problema, e (19) a (23) representam o domínio das variáveis.

Devido à grande complexidade do modelo proposto, e à não necessidade de definição das rotas dos caminhões para períodos posteriores ao próximo, uma simplificação do modelo acima é sugerida. Ao dimensionar os lotes de produção é preciso saber apenas se é viável a entrega de tudo que foi planejado, portanto, é usada uma aproximação para a restrição de duração máxima da rota, e uma generalização do limite de carga dos caminhões. Considerando-se essas novas premissas, o roteamento de veículos será planejado apenas para um período, logo o índice t das variáveis ε_{mt}^{kj} q_{mt}^{k} b_t^k torna-se desnecessário e, portanto é eliminado. Além disso x_{mt}^k, r_{mt}^k são substituídas por $\overline{x}_m^k$ $\overline{r}_m^k$ de (7) a (18), como consequência o índice t é também retirado dessas restrições. O domínio das variáveis (modificadas e não modificadas) permanece o mesmo. Conjuntamente foram acrescentados:

Parâmetros

$\bar{t}$ período no qual o roteamento de veículos será feito
β^k Aproximação do tempo gasto para se chegar ao cliente k (horas)

Variáveis:

x_t^k quantidade de produto novo entregue para o cliente k no período t (Kg)
r_t^k quantidade de produto usado coletada no cliente k no período t (Kg)

$$f_t^k = \begin{cases} 1, & \text{se há entrega e/ou coleta no cliente } k \text{ no período } t \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Restrições:

$$x_t^k \leqslant \big(\sum_{u \in T} d_u^k\big) f_t^k \qquad \forall t \in T \setminus \{\bar{t}\}, \forall k \in K \tag{24}$$

$$r_t^k \leqslant o_t^k f_t^k \qquad \forall t \in T \setminus \{\bar{t}\}, \forall k \in K \tag{25}$$

$$\sum_{k \in K} x_t^k \leqslant MC \qquad \forall t \in T \setminus \{\bar{t}\} \tag{26}$$

$$\sum_{k \in K} r_t^k \leqslant MC \qquad \forall t \in T \setminus \{\bar{t}\} \tag{27}$$

$$\sum_{k \in K} [\, \beta^k f_t^k + \alpha^k \,(\, x_t^k + r_t^k \,)\,] \leqslant l_t M \qquad \forall t \in T \setminus \{\bar{t}\} \tag{28}$$

$$x_{\bar{t}}^k = \sum_{m \in M} \overline{x}_m^k \qquad \forall k \in K \tag{29}$$

$$r_{\bar{t}}^k = \sum_{m \in M} \overline{r}_m^k \qquad \forall k \in K \tag{30}$$

$$x_t^k,\ r_t^k \geqslant 0 \qquad \forall k \in K, \forall t \in T \tag{31}$$

$$f_t^k \in \{0, 1\} \qquad \forall t \in T \setminus \{\bar{t}\}, \forall k \in K \tag{32}$$

A função objetivo passou a ser:

$$\min \sum_{t \in T} \left[c_y y_t + c_{s''} s_t'' + c_{s'} s_t' + \sum_{k \in K} \left(c_\nu \nu_t^k + c_r r_t^k + c_{s^k} s_t^k \right) \right] + \sum_{(k,j) \in A} c^{kj} \left(\sum_{m \in M} \varepsilon_m^{kj} \right) \tag{33}$$

As restrições de (2) a (6) do modelo anterior foram adaptadas às novas variáveis trocando-se $\sum_{m \in M} x_{mt}^k$ por x_t^k, e $\sum_{m \in M} r_{mt}^k$ por r_t^k. As restrições (24) e (25) são necessárias para ativar a variável f_t^k, enquanto (26) e (27) obriga o cumprimento do limite de carga dos caminhões. (28) representa a aproximação feita do tempo de rota. (29) e (30), por sua vez, fazem os ajustes das variáveis do período no qual o roteamento é feito. O domínio das novas variáveis é representado em (31) e (32) e a função objetivo (33) foi adaptada às mesmas.

4. Experimentos computacionais

Para analisar o desempenho dos modelos acima apresentados foram geradas instâncias de 10 a 100 clientes, de 10 em 10, usando-se o Matlab. A demanda e oferta foram geradas a partir de uma distribuição uniforme de inteiros em um dado intervalo, logo, a capacidade de produção é calculada com base no somatório da demanda, período a período, multiplicado por um número aleatório entre [0.9, 1.1]. M foi estabelecido como 2 para instâncias até 50 clientes, e 3 caso contrário, já C é calculado como a média dos somatórios da demanda, período a período, dividido por M. Os parâmetros I^k e α^k também foram baseados em uma distribuição uniforme em um intervalo determinado. Já l^k foi mensurado pela seguinte expressão: (número aleatório entre [0.9, 1.1])*(2C * (média dos α^k) + 0.2 n). Para criar as distâncias entre os clientes, foram gerados valores reais entre 0 e 30 para as coordenadas x e y de cada um. A partir desses dados usou-se a distância euclidiana para formar a matriz de custos/distâncias, que foi então divida por 60, a velocidade média do caminhão, para compor a matriz dos tempos de deslocamento. Baseado nesses valores, t^{kj} varia entre [0, 0.70], logo, a aproximação de β^k foi estipulada em 0.2 . Todas as instâncias possuem um horizonte de 4 períodos, e os custos são: $c_y = 20, c_r = 8, c_{s'} = 9, c_{s''} = 4, c_{s^k} = 33, c_\nu = 35$. Dessa forma, recolher produto usados, e até mesmo estoca-los durante um período, é economicamente vantajoso em relação à compra de matéria prima nova. Além do que, estocar no cliente gera menos custos do que atrasar. O modelo simplificado foi testado com as mesmas instâncias usadas para o modelo completo, assim, podemos comparar os resultados encontrados.

Os testes foram feitos em um computador com o software CPLEX versão 12.3 com os parâmetros por *default* e um tempo limite de 7200 segundos. Para a modelagem foi utilizada a linguagem AMPL num computador Intel Xeon X5690 @ 3.47GHz com 24-núcleos e 132 GB de memória RAM. A Tabela 1 apresenta os resultados.

Tabela 1. Resumo dos resultados encontrados para o modelo integrado e o modelo simplificado.

	Problema Simplificado		Problema Integrado	
no clientes	GAP	F.O.	GAP	F.O.
10	9.99829e-05	13,496	0.012582	13,978
20	0.0006150	26,721	0.014289	27,299
30	0.0007743	36,903	0.148526	43,741
40	0.0007793	37,729	0.754480	155,182
50	0.0010624	62,637	0.789244	299,141
60	0.0037220	72,018	0.807684	375,524
70	0.0117029	80,514	0.847861	526,195
80	0.0073390	92,754	0.855584	641,200
90	0.0023779	115,623	0.836108	706,825
100	0.0016018	140,077	0.815793	761,775

5. Considerações finais

Neste trabalho, estamos considerando o problema de dimensionamento de lotes quando os produtos podem retornar à linha de produção e ser usados na fabricação de novos. Além disso, este problema é determinado simultaneamente à definição das rotas dos veículos, as quais contemplam a distribuição e coleta dos produtos. Propomos duas formulações matemáticas nesse estudo, uma que engloba o problema integrado em todo o horizonte de planejamento, e outro que faz o roteamento de veículos somente em um período e nos outros usa uma aproximação. O modelo integrado mostrou-se eficiente, para resolver instâncias pequenas, mas rapidamente seu desempenho se deteriorou a partir dos 40 clientes. Já a simplificação realizada, permitiu resultados interessantes mesmo para instâncias de grande porte. Trabalhos futuros, incluem o desenvolvimento de algoritmos que possam tirar proveito das boas simplificações encontradas e a integração do modelo com um método heurístico que permita a obtenção de melhores resultados quanto ao problema de roteamento de veículos.

Agradecimentos. Este trabalho teve o apoio do CNPq e FAPEMIG.

Referências

Armentano, V., Shiguemoto, A., and Løkketangen, A. (2011). Tabu search with path relinking for an integrated production-distribution problem. *Computers & Operations Research*, 38:1199 – 1209.

Bard, J. F. and Nananukul, N. (2010). A branch-and-price algorithm for an integrated production and inventory routing problem. *Computers & Operations Research*, 37:2202 – 2217.

Feng, Y. and Viswanathan, S. (2011). A new lot-sizing heuristic for manufacturing systems with product recovery. *International Journal of Production Economics*, 133:432 – 438.

Koh, S.-G., Hwang, H., Sohn, K.-I., and Ko, C.-S. (2002). An optimal ordering and recovery policy for reusable items. *Computers & Industrial Engineering*, 43:59–73.

Konstantaras, I., Skouri, K., and Jaber, M. (2010). Lot sizing for a recoverable product with inspection and sorting. *Computers & Industrial Engineering*, 58:452 – 462.

Parragh, S. N., Doerner, K. F., and Hartl, R. F. (2008). A survey on pickup and delivery problems. *Journal für Betriebswirtschaft*, 58:21–51.

Piñeyro, P. and Viera, O. (2010). The economic lot-sizing problem with remanufacturing and one-way substitution. *International Journal of Production Economics*, 124:482 – 488.

Santos, M. O., Massago, S., and Alem, D. (2012). Dimensionamento de lotes com remanufatura e substituição. In *XLIV SBPO/ XVI CLAIO 2012*, Rio de Janeiro, Brasil.

Teunter, R. (2004). Lot-sizing for inventory systems with product recovery. *Computers & Industrial Engineering*, 46:431 – 441.

Teunter, R., Kaparis, K., and Tang, O. (2008). Multi-product economic lot scheduling problem with separate production lines for manufacturing and remanufacturing. *European Journal of Operational Research*, 191:1241 – 1253.