

MODELOS DE FILAS PARA A ANÁLISE DE QUANTIDADES NECESSÁRIAS DE CAIXAS PARA ATENDIMENTO EM UM BANCO

Tatiane Nunes da Costa

Departamento de Matemática / Matemática Industrial
Universidade Federal de Goiás – Campus Catalão
Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, 1120, CEP 75704-020, Catalão/GO
tatty_ane_nunes@hotmail.com

Fernanda Neiva Mesquita

Departamento de Matemática / Matemática Industrial
Universidade Federal de Goiás – Campus Catalão
Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, 1120, CEP 75704-020, Catalão/GO
nandi_mesquita@hotmail.com

Hélio Yochihiro Fuchigami

Departamento de Matemática / Matemática Industrial
Universidade Federal de Goiás – Campus Catalão
Av. Dr. Lamartine Pinto de Avelar, 1120, CEP 75704-020, Catalão/GO
heliofuchigami@yahoo.com.br

Resumo

Este trabalho tem o propósito de realizar um estudo de caso para aplicação da teoria de filas nos cálculo de parâmetros importantes para os usuários de bancos. Descobrirando quanto tempo é gasto no atendimento das pessoas, o tempo que estas ficam na fila de espera até serem atendidas, se o número de atendentes é suficiente para o atendimento, o tamanho da fila, dentre outros parâmetros. Desse modo, este trabalho busca o mapeamento da capacidade do sistema para atender a procura dos clientes pelos serviços disponibilizados e realizar este processo de modo que venha a satisfazer as expectativas dos clientes. Sendo que está deveria ser uma preocupação dos bancos, pois pode permiti-los otimizar a capacidade operacional e alcançar níveis de expectativas e satisfação elevados dos clientes.

Palavras Chave. Pesquisa Operacional, Teoria de Filas, Bancos.

Abstract

This paper has the purpose of conduct a case study for the application of queuing theory to calculate the time which is spent on servicing the clients. The time these clients wait in the queue until they start to be served, if the number of servers is sufficient to meet the queue, the expected number of clients waiting to be served, among other parameters. In this way, this work seeks to map the system capacity to meet customer demand for the services provided and makes this process so that it will meet the expectations of customers. Being that is should be a concern of the banks, it may enable them to optimize operational capability and achieving higher expectations and higher customer satisfaction.

Keywords. Operational Research, Queuing Theory, Banks.

1. Introdução

A Pesquisa Operacional (PO) é um método de tomada de decisões que teve origem na II Guerra Mundial, onde cientistas trabalhavam na busca de soluções para problemas militares, procurando alocar da melhor maneira os recursos que eram escassos. Com o final da guerra, as técnicas começaram a ser aplicadas a vários problemas de atividades produtivas alcançando a indústria, comércio, serviços e setores governamentais, de acordo com Taha (2008).

De forma sucinta, pode-se dizer que a PO é um enfoque científico sobre a tomada de decisões. A denominação pesquisa operacional é comumente motivo de críticas e reflexões, pois não revela a abrangência da área e pode dar a falsa impressão de estar limitada análise de operações. O componente científico está relacionado às ideias e processos para articular e modelar problemas de decisão, determinando os objetivos do tomador de decisão e as restrições sob as quais se deve operar Arenales *et al.* (2007).

Segundo Dávalos (2002) PO é considerada uma ciência que é utilizada para se fazer melhorias em organizações, ou seja, é voltada para a resolução de problemas focando a tomada de decisões, aplicada em sistemas produtivos, financeiros, humanos e ambientais. Uma das técnicas de Pesquisa Operacional encontra-se a teoria das filas que faz uso de conceitos estocásticos e de matemática aplicada para a análise de fenômenos de formação de filas. Há formação de fila quando a demanda excede a capacidade do sistema de fornecer o serviço Bruns *et al.* (2012).

Um dos primeiros trabalhos efetuados sobre o tema Teoria de Filas segundo Torres (2000) foi o de A. K. ERLANG, em relação a circuitos telefônicos, para a Companhia Telefônica de Copenhague, em 1908. Durante a Segunda Grande Guerra deu forte impulso a aplicações militares, verificando-se inúmeras aplicações da teoria na área civil.

Ainda que a legislação bancária, segundo Rinaldi (2007), determine que o tempo de atendimento não possa ultrapassar 30 minutos, estes têm conseguido aplicar o gerenciamento de percepções, utilizando-se de senhas com prioridades, cadeiras de espera, aparelhos de TV entre outros.

A disciplina da fila é o conjunto de regras que determinam a ordem em que os clientes são atendidos. Há várias possibilidades: atendimento pela ordem de chegada, atendimento aleatório, prioridade para certas categorias de clientes etc. Torres (2000).

As filas são um dos problemas que constantemente enfrenta-se no dia-a-dia, como em um engarrafamento, no banco, no supermercado e em outras situações. Elas se formam quando a procura de um serviço é maior do que a capacidade do sistema de atender a esta procura Costa (2012).

Teoria das filas é a abordagem quantitativa à análise de sistemas que inclui linhas de espera que podem se formar, ainda, quando o sistema (instalação) tiver capacidade suficiente, em média, para suprir a demanda. Isto porque o tempo de chegada e os tempos de serviço para os clientes são aleatórios e variáveis Duarte *et al.* (2009) *apud* Monks (1987).

Um sistema de fila pode ser descrito por um processo de chegada a uma instalação de serviço, que pode consistir de um ou mais servidores, que pode ou não causar fila de espera. Esses sistemas são caracterizados por três elementos básicos: o processo de chegada, o processo de serviço e a disciplina de atendimento. Outros componentes podem ser acrescentados como o número de servidores (ou canais de atendimento), a capacidade de armazenagem do sistema e o tamanho da população de usuários. Fontanella e Morabito (1997) *apud* Kleinrock (1975).

Problemas de filas poderiam ser resolvidos se aumentasse a capacidade de atendimento, mas, por ser inviável economicamente e pela limitação de espaço, isso se torna impossível. Logo através de análises matemáticas procura-se um equilíbrio que vai satisfazer o cliente e o provedor de serviço.

Na caracterização de um sistema de filas, é possível destacar cinco componentes básicas, o modelo de chegadas dos usuários, o modelo de serviço, o número de canais disponíveis, a capacidade para atendimento dos usuários e a disciplina da fila, definidos a seguir: Andrade (1990) *apud* Figueiredo e Rocha (2010).

- a) Modelo de chegadas dos usuários: É usualmente especificado pelo tempo entre chegadas sucessivas de usuários ao estabelecimento de prestação de serviços. Esse tempo pode ser determinístico ou uma variável aleatória. Em geral, do ponto de vista da administração de um sistema, as chegadas dos clientes ocorrem de forma aleatória, isto é, de forma casual e independente, individualmente, mas possível de se determinar um padrão no conjunto das observações. Estudos amostrais permitem descobrir se o processo de chegadas dos usuários pode ser caracterizado por uma distribuição de probabilidades.
- b) Modelo de serviço: No estudo de um sistema de filas é importante também realizar amostragens do número de clientes atendidos por unidade de tempo ou, equivalentemente, medir o tempo gasto em cada atendimento, a fim de determinar a distribuição de probabilidades na duração de cada atendimento, uma vez que em geral esse tempo é aleatório, com cada cliente exigindo um tempo próprio para a solução de seu problema.
- c) Número de canais disponíveis: O número de canais disponíveis refere-se ao número de atendentes que efetuam simultaneamente o atendimento aos usuários.
- d) Capacidade para atendimento dos usuários: A capacidade do sistema é o número máximo permitido no estabelecimento ao mesmo tempo, tanto aqueles que estão sendo atendidos como os que estão na fila à espera. Um sistema que não possui limite no número permitido de usuários no estabelecimento é considerado com capacidade infinita ao passo que um sistema com um limite é considerado com capacidade limitada ou finita.
- e) Disciplina da fila: A disciplina da fila é um conjunto de regras que determinam a ordem em que os clientes serão atendidos. Essa ordem pode ocorrer conforme os seguintes critérios:
 - FIFO (*first in first out*): o primeiro a entrar na fila é o primeiro a ser atendido.
 - LIFO (*last in first out*): o último a entrar na fila é o primeiro a ser atendido.
 - SIRO (*served in random order*): a ordem no atendimento é escolhida de maneira aleatória.
 - PRI (*priority*): estipula-se uma prioridade de atendimento

Existem relatos de sistemas financeiros desde a antiguidade, onde os povos fenícios já utilizavam várias formas diferentes de realizar pagamentos, como documentos de créditos. Mas, foi no século XVII que os bancos se firmaram, com o lançamento do dinheiro de papel (papel-moeda) pelo Banco de Estocolmo. Nesta época, vários países europeus começaram a produzir sua própria moeda Betoni (2007).

Hoje, os bancos são regulados pelo Banco Central de cada país, que possui a função de emitir dinheiro, capturar recursos financeiros e regular os bancos comerciais e industriais. Assim, eles estabelecem regras e controlam o sistema financeiro geral de cada país. Além disso, existem os bancos internacionais que concedem empréstimos a bancos centrais de países necessitados e ajudam no desenvolvimento de vários países (BIRD - Banco Interamericano de Reconstrução e Desenvolvimento) Pollhein (2009).

O presente trabalho busca um estudo detalhado do sistema de filas em uma instituição financeira de grande fluxo de pessoas em Catalão-GO, onde nesse estudo através de observações foi dividido em três modelos de filas. Com isso busca-se descrever o comportamento atual e conseguir propor possíveis soluções caso o número de pessoas aumente ao longo dos anos.

2. Revisão Bibliográfica

Um dos estudos pioneiros sobre a psicologia dos clientes foi realizado por Larson (1987), que propôs gerenciar o tempo de fila, ocupando a atenção de clientes com algo que lhe pudesse interessar. Ele abordou a questão do que se chama "Justiça social da fila", ou seja, isto deve ser entendido como "quem chega primeiro deve ser atendido antes". Quando isto não ocorrer significa que o sistema de fila é injusto não obedece a esta prioridade. Propôs então a eliminação do tempo não ocupado e o reconhecimento de filas com uma oportunidade para ocupar os clientes, inclusive com algo rentável para a empresa.

Kartz, Larson e Larson (1991) realizaram uma pesquisa em um banco dos EUA sobre as consequências de dois tipos de mudanças na fila: a primeira colocando um visor com notícias para entreter os clientes na fila e na segunda um marcador para medir os tempos de fila. A partir desse estudo surgiram algumas sugestões que são utilizadas hoje em dia, tais como, determinar o tempo de tolerável de espera, captar a atenção dos clientes com distrações, se possível coloca-los sentados, manter recursos não utilizados para atendimento fora de visão.

Até mesmo para baixar informações (*download*) pela internet já preocupa gerentes, em relação ao comportamento do usuário. Também falhas e sucessos de compra pela internet têm sido investigados para entender e prestigiar tecnologia em autoatendimento Bobbitt e Dabholkar (2001).

Já fatores situacionais e característicos do consumidor foram estudados e concluiu-se que uma variável relevante para qualquer serviço é a espera Dabholkar e Bagozzi (2002). Entender a motivação do consumidor, frente a novas tecnologias em autoatendimento tem sido pesquisado Dabholkar, Bobbitt e Lee (2003).

Bobbitt e Dabholkar (2001) realizaram um estudo do tempo de espera indicando a disposição dos clientes para esperar pelo serviço, onde varia de acordo com a percepção dos clientes sobre a importância do serviço com os seus humores e emoções e o ambiente geral do encontro de serviço. Traços de personalidade dos clientes pode ter um efeito sobre como eles percebem e respondem a espera na fila. É um estudo exploratório onde investiga como os traços de personalidade (extroversão, afabilidade e consciência) influenciam no comportamento dos clientes com relação à espera e controle sobre uma situação de varejo. Onde se pode perceber que entre esses três traços de personalidade, extroversão mais influencia fortemente a espera em situações de varejo.

Figueiredo e Rocha (2010) propuseram para a loja Americanas S/A em estudo de um modelo de fila de acordo com a Teoria das Filas, de modo a prever o número ótimo de caixas para cada intervalo de 30 minutos, no horário de funcionamento da loja. Na sequência realizou previsões e comparou com o sistema Agifila, de controle momentâneo para esclarecer a eficiência tanto do modelo como a do referido sistema.

Romero *et al.* (2010) retratam o problema de espera existente na esteira rolante para estocagem de produtos acabados em uma empresa do setor alimentício, na qual, pode-se observar uma necessidade de aumento na eficiência do sistema. Aplicou-se de um modelo de sistema de filas, observando que pequenas alterações no sistema, como a implantação de mais uma empilhadeira, diminuem consideravelmente a perda no processo. E uma solução proposta foi o acréscimo de uma empilhadeira a quantidade de paletes armazenado.

3. Estudo de Caso

Para a aplicação da teoria de filas foi realizado um estudo de caso onde se escolheu um banco da cidade de Catalão-GO para a realização da pesquisa onde as pessoas são atendidas pelos atendentes em um período das 09h30min da manhã até as 15h00min da tarde. Primeiramente o cliente deve obter a senha para qual serviço à pessoa precisa, e estas são divididas pelas categorias: Convencional, Preferencial e Até Dois. Estas categorias são uma ferramenta do banco para agilizar o atendimento em função do tipo de serviço requisitado pelo cliente. Logo, com os dados do tempo entre a chegada de um cliente e outro e, do tempo gasto para este ser atendido, faz-se então a média para cada categoria. Com estes dados objetiva-se calcular parâmetros importantes como o tempo de espera na fila, o número de pessoas dentre outros.

Considerando o modelo de atendente único onde tem-se somente um atendente para atendimento dos clientes, com população infinita, tempo entre as chegadas dos clientes e o tempo de atendimento trabalha-se com a categoria Preferencial. A categoria Preferencial é utilizada por pessoas portadoras de deficiência física ou com mobilidade reduzida, idosos, gestantes, lactantes e pessoas acompanhadas por criança de colo (FEBRABAN, 2013).

O modelo de múltiplos atendentes é onde há s atendentes idênticos ou número de servidores, a população é infinita, tem-se tempo entre as chegadas e o tempo de atendimento. Aqui entra a categoria Convencional onde se tem s caixas que atendem os clientes, esta categoria é utilizada pelos clientes para serem atendidos de forma pessoal para a obtenção de serviços como: quitações de contas e outras transações (MENEZES, 2003).

Na categoria Até Dois é utilizadas pelos clientes para fazer dois ou menos serviços bancários onde possui os mesmos serviços que a categoria convencional com a restrição da limitação deste serviço.

A seguir é mostrada a divisão destas categorias onde foi obtido o tempo entre as chegadas de clientes e o tempo de atendimento no dia quatro de fevereiro de 2013, a fim de, descrever o comportamento de cada categoria.

3.1 Categoria Convencional

Nesta categoria verificou-se que o modelo a ser utilizado é o de múltiplos servidores, onde se tem quatro guichês para o atendimento dos clientes e abaixo são definidos os principais parâmetros para se encontrar os resultados pretendidos.

- Tempo de atendimento: $\frac{1}{\mu} = 3 \text{ min}$; $\mu = \frac{1}{3} = 0.3 \text{ pessoas/min}$.
- Tempo entre as chegadas: $\frac{1}{\lambda} = 2 \text{ min}$; $\lambda = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ pessoas/min}$.
- Número de Servidores: $c = 4$;

- ✓ A fração média do tempo em que cada servidor está ocupado, ou seja, a utilização média do atendente é dada pela fórmula da Eq. (1):

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu} \quad (1)$$

Considerando $\lambda = 0.5$, $\mu = 0.3$ e $c = 4$:

$$\rho = \frac{0.5}{4 \times 0.3} = 0.4167 \quad (2)$$

Portanto cada servidor fica ocupado aproximadamente 42% do tempo e fica disponível cerca de 58% do tempo.

- ✓ A probabilidade de que zero cliente se encontre no sistema é dado pela fórmula da Eq. (3).

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\rho \times c)^n}{n!} + \frac{(\rho \times c)^c}{c!} \left(\frac{1}{1-\rho} \right)} \quad (3)$$

Considerando que $c = 4$, têm-se:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{4-1} \left[\frac{(0.4167 \times 4)^0}{0!} + \frac{(0.4167 \times 4)^1}{1!} + \frac{(0.4167 \times 4)^2}{2!} + \frac{(0.4167 \times 4)^3}{3!} \right] + \left[\frac{(0.4167 \times 4)^4}{4!} \left(\frac{1}{1 - 0.4167} \right) \right]} \quad (4)$$

Portanto $P_0 = 0.1859$ ou 18%, ou seja, tem-se 18% de chance de se chegar ao banco e não encontrar fila.

✓ O número de pessoas na fila é dado pela seguinte fórmula da Eq. (5).

$$l_q = \frac{(\rho \times c)^c \times \rho}{c! (1 - \rho)^2} \times P_0 \quad (5)$$

Substituindo os valores que foram encontrados anteriormente e substituindo na Eq. (6) encontra-se:

$$l_q = \frac{(0.4167 \times 4)^4 \times 0.4167}{4! (1 - 0.4167)^2} \times 0.1859 = 0.0732 \quad (6)$$

O número de clientes na fila é de 0.07 clientes.

✓ O número médio de pessoas no sistema é dado pela fórmula da Eq. (7):

$$l_s = l_q + \bar{c} \quad (7)$$

Substituindo o valor de $l_q = 0.0732$ e do $\bar{c} = \frac{\lambda}{\mu}$:

$$l_s = 0.0732 + 1.6667 = 1.7399 \quad (8)$$

O número de médio de clientes no sistema obtido foi de 1.7 clientes.

✓ Tempo médio de espera na fila e dado pela fórmula da Eq. (9).

$$w_q = \frac{l_q}{\lambda} \quad (9)$$

Substituindo o valor de $l_q = 0.0732$ e do $\lambda = 0.5$ temos:

$$w_q = \frac{0.0732}{0.5} = 0.1464 \quad (10)$$

O tempo médio de espera na fila obtido foi de 0.15 minutos ou 0.002 horas.

✓ Tempo médio de espera no sistema, que inclui o atendimento e dado pela fórmula da Eq. (11).

$$w_s = \frac{l_s}{\lambda} \quad (11)$$

Substituindo o valor de $l_s = 1.7399$ e do $\lambda = 0.5$ temos:

$$w_s = \frac{1.7399}{0.5} = 3.4798 \quad (12)$$

O tempo médio de espera no sistema obtido foi de 3.48 minutos ou 0.05 horas.

3.2 Categoria Até dois

Nesta categoria verificou-se que o modelo a ser utilizado é o de múltiplos servidores, onde tem-se três guichês para o atendimento dos clientes e abaixo é definido os principais parâmetros para encontrar os resultados pretendidos.

- Tempo de atendimento: $\frac{1}{\mu} = 2 \text{ min}$; $\mu = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ pessoas/min}$.
- Tempo entre as chegadas: $\frac{1}{\lambda} = 1 \text{ min}$; $\lambda = \frac{1}{1} = 1 \text{ pessoas/min}$.

Considerando $\lambda = 1.0$, $\mu = 0.5$, neste caso temos que encontrar o número de servidores que farão o atendimento desta categoria, assim utilizamos a seguinte relação:

$$\rho = \frac{\lambda}{c\mu} \quad (13)$$

Para $c = 1$, $\rho = 2$, para $c = 2$, $\rho = 1$ e para $c = 3$, $\rho = 0.667$. Portanto encontra-se que o modelo a ser utilizado é o de múltiplos servidores.

Como foi encontrada anteriormente a fração média do tempo em que cada servidor está ocupado, ou seja, a utilização média do atendente é $\rho = 0.67$.

✓ A probabilidade de que zero cliente se encontre no sistema é dado pela fórmula da Eq. (14).

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{c-1} \frac{(\rho \times c)^n}{n!} + \frac{(\rho \times c)^c}{c!} \left(\frac{1}{1-\rho} \right)} \quad (14)$$

Considerando que $c = 3$:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{n=0}^{3-1} \frac{(0.67 \times 3)^n}{n!} + \frac{(0.67 \times 3)^3}{3!} \left(\frac{1}{1-0.67} \right)} \quad (15)$$

Substituindo os valores da fração média e do número de servidores encontra-se:

$$P_0 = \frac{1}{(1 + 2.01 + 2.02) + (1.35 \times 3.03)} = 0.1096$$

A probabilidade de não ter fila nesta categoria é de aproximadamente 11%.

✓ O número de pessoas na fila é dado pela seguinte fórmula da Eq. (16).

$$l_q = \frac{(\rho \times c)^c \times \rho}{c! (1-\rho)^2} \times P_0 \quad (16)$$

Substituindo os valores que foram encontrados anteriormente e substituindo na Eq. (17) encontra-se:

$$l_q = \frac{(0.667 \times 3)^3 \times 0.667}{3!(1 - 0.667)^2} \times 0.11 = 0.8835 \quad (17)$$

O número de clientes na fila para esta categoria foi de 0.88 clientes

- ✓ O número médio de pessoas no sistema é dado pela fórmula da Eq. (18):

$$l_s = l_q + \bar{c} \quad (18)$$

Substituindo o valor de $l_q = 0.8835$ e do $\bar{c} = \frac{\lambda}{\mu}$:

$$l_s = 0.8835 + 2 = 2.8835 \quad (19)$$

Para esta categoria foi encontrado que o número médio de pessoas no sistema é de aproximadamente 2.88 clientes.

- ✓ Tempo médio de espera na fila e dado pela fórmula da Eq. (20).

$$w_q = \frac{l_q}{\lambda} \quad (20)$$

Substituindo o valor de $l_q = 0.8835$ e do $\lambda = 1$ temos:

$$w_q = \frac{0.8835}{1} = 0.8835 \quad (21)$$

O tempo de espera na fila obtido foi de aproximadamente 0.88 minutos ou 0.01 horas.

- ✓ Tempo médio de espera no sistema, que inclui o atendimento e dado pela fórmula da Eq. (22).

$$w_s = \frac{l_s}{\lambda} \quad (22)$$

Substituindo o valor de $l_s = 2.8835$ e do $\lambda = 1$ temos:

$$w_s = \frac{2.8835}{1} = 2.8835 \quad (23)$$

O tempo de espera no sistema obtido foi de aproximadamente 2.88 minutos ou 0.05 horas.

3.3 Categoria Preferencial

Nesta categoria o modelo utilizado para a resolução deste problema foi o de um único servidor, utilizando os seguintes parâmetros:

- Tempo de atendimento: $\frac{1}{\mu} = 2 \text{ min}$; $\mu = \frac{1}{2} = 0.5 \text{ pessoas/min}$.
- Tempo entre as chegadas: $\frac{1}{\lambda} = 3 \text{ min}$; $\lambda = \frac{1}{3} = 0.3 \text{ pessoas/min}$.
- Número de Servidores: $c = 1$;

- ✓ A fração média do tempo em que cada servidor está ocupado é dada pela fórmula da Eq. (24):

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} \quad (24)$$

Considerando $\lambda = 0.3, \mu = 0.5$ e $c = 1$:

$$\rho = \frac{0.3}{0.5} = 0.6 \quad (25)$$

Portanto cada servidor fica ocupado cerca de 60% e fica restando 40% de tempo livre.

- ✓ A probabilidade de não ter ninguém utilizando o serviço, ou seja, a probabilidade de não ter fila é dada pela fórmula da Eq. (26).

$$P_0 = 1 - \rho = 1 - 0.6 = 0.4 \quad (26)$$

Ou seja, tem-se uma probabilidade de 40% de não ter ninguém utilizando o serviço.

- ✓ O número de pessoas na fila é dado pela seguinte fórmula da Eq. (27).

$$l_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (27)$$

Substituindo os valores de $\lambda = 0.3, \mu = 0.5$:

$$l_q = \frac{0.3^2}{0.5(0.5 - 0.3)} = \frac{0.09}{0.1} = 0.9 \quad (28)$$

O número de pessoas em média na fila é de 0.9 clientes.

- ✓ O número médio de pessoas no sistema é dado pela formula da Eq. (29):

$$l_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} \quad (29)$$

Substituindo $\lambda = 0.3, \mu = 0.5$ temos:

$$l_s = \frac{0.3}{0.5 - 0.3} = 1.5 \quad (30)$$

O número de pessoas em média no sistema é de 1.5 clientes.

- ✓ Tempo de espera na fila e dado pela formula da Eq. (31).

$$w_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} \quad (31)$$

Substituindo $\lambda = 0.3, \mu = 0.5$ temos:

$$w_q = \frac{0.3}{0.5(0.5 - 0.3)} = \frac{0.3}{0.1} = 3 \quad (32)$$

O tempo de espera na fila obtido foi de 3 minutos ou 0.05 horas.

✓ Tempo de espera no sistema e dado pela formula da Eq. (33).

$$w_s = \frac{1}{\mu - \lambda} \quad (33)$$

Substituindo $\lambda = 0.3, \mu = 0.5$ temos:

$$w_s = \frac{1}{0.5 - 0.3} = 5 \quad (34)$$

O tempo de espera no sistema obtido foi de aproximadamente 5 minutos ou 0.08 horas.

4. Conclusões

Neste trabalho procurou-se através do estudo de caso a aplicação da teoria de filas em um caso prático um banco de grande fluxo de clientes que trabalham com os mais variados tipos de serviços como: financiamentos de casas, seguro desemprego, pagamentos de boletos, depósitos, pagamento de bolsas vindas do governo entre outros serviços. Assim é evidente que haja um grande número de clientes procurando os serviços destes. Por isso é importante à comparação dos resultados para ambas as categorias para saber se em cada caso o número de guichês é suficiente para o atendimento, à quantidade de pessoas tanto no sistema quanto na fila e o tempo de espera que os clientes permanecem na fila e no sistema.

Com os resultados obtidos na categoria convencional percebe-se que a fração média de ocupação dos servidores é de 42% utilizando-se de quatro caixas para o atendimento em comparado com a categoria Até Dois que tem 67% dos servidores ocupados e do Preferencial 60% do tempo ocupado.

A categoria convencional obteve 18% de chance de chegar ao banco e encontrá-lo sem fila, mas essa porcentagem foi mais alta na categoria Preferencial onde é de 40% visto que então o fluxo de pessoas nessa faixa é menor. De Até Dois o resultado foi 11% de se ter fila ao chegar ao banco.

Na análise do número de clientes na fila a categoria Convencional teve menor porcentagem de clientes na fila de aproximadamente 0.07 clientes com seis guichês. Já nas outras duas categorias a porcentagem praticamente foi mesma de 0.9 clientes na fila com a categoria Até Dois utilizando de três caixas para o atendimento e na categoria Preferencial utilizando de um caixa.

O número de clientes no sistema é maior na categoria Até Dois com 2.88 clientes e na categoria Convencional e Preferencial foi de aproximadamente 1.6 clientes no sistema.

O tempo de espera na fila foi maior na categoria Preferencial com média 3 minutos, enquanto na categoria Convencional foi de 0.15 minutos e na categoria Até Dois obteve média de 0.88 minutos, estes resultados podem ser devido ao numero de guichês utilizados, pois na categoria preferencial é utilizado somente um caixa.

Com relação ao tempo de espera no sistema a categoria Preferencial encontrou que em média os clientes ficam 5 minutos esperando para atendimento. Na categoria Convencional o tempo de espera é de 3.48 minutos e o Preferencial é de 2.88 minutos. Esse resultado pode ser devido ao número de caixas que fazem o atendimento dos clientes.

Pode se perceber que o número de caixas influência consideravelmente no tempo de espera dos clientes para serem atendidos. Quanto maior o numero de caixas mais rapidamente ocorre o atendimento mesmo que aumente o fluxo de pessoas.

Com as novas tecnologias, os bancos põem à disposição dos clientes alguns canais de prestação de serviços como a internet e as caixas eletrônicos para terem acesso a produtos ou serviços a qualquer hora do dia. Essas ações possibilitam ao cliente mais flexibilidade e disponibilidade. Entretanto, nota-se que muitos clientes ainda preferem realizar as suas operações de forma tradicional o que causa maior numero de filas nos bancos.

Uma sugestão para trabalhos futuros na área seria a coleta dos dados num período maior, realizando uma análise de preferência de um ano, pois o fluxo de pessoas varia de acordo com

épocas como, por exemplo, dia de pagamento, datas festivas, feriados que influencia na coleta dos dados e quanto maior for os dados coletados, maior será a precisão.

Referências

- ANDRADE, E. L. (1990). Introdução à pesquisa operacional. Rio de Janeiro, RJ: LTC.
- ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. (2007). Pesquisa operacional para cursos de engenharia, Editora Campus.
- BETONI, F.C. (2007). A importância da qualidade de atendimento bancário na fidelização do cliente; Projeto de Especialização em Gestão Estratégica, Rio de Janeiro-RJ.
- BOBBITT, L.M; DABHOLKAR, P.A. (2001). Intergrading attitudinal theories to understand and predict use of technology-based self-service: the internet as an illustration International Journal of Service Industry Management.
- BRUNS, R.; SONCIM, S. P.; SINAY, M. C. F. Pesquisa operacional: uma aplicação da teoria das filas a um sistema de atendimento. Disponível em: <http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2001_tr60_0158.pdf>. Acesso em: 26/12/2012.
- COSTA, L.C. Teoria das Filas. Disponível em: <http://www.deinf.ufma.br/~mario/grad/filas/TeoriaFilas_Cajado.pdf>. Acesso em: 26/12/2012.
- DABHOLKAR, P.A.; BOBBITT, L.M.; LEE, E.J. (2003). Understanding consumer motivation and behavior related to self-scanning in retailing: implications for strategy and research on technology-based self-service. International Journal of service Industry Management.
- DABHOLKAR, P.A.; BAGOZZI R.P. (2002). An attitudinal model of technology-based self-service: moderating effects of consumer traits and situational factors, Journal of the Academy of Marketing Science.
- DÁVALOS, R. V. (2002). Uma abordagem do ensino de pesquisa operacional baseada no uso de recursos computacionais, XXII Encontro Nacional de Engenharia de Produção, Curitiba.
- DUARTE, S.L.; PINTO, K.C.R.; MARTINS, P.G. (2009). Integração da teoria das filas ao time-driven abc model: uma análise da capacidade ociosa, Universidade Federal de Goiás.
- FEBRABAN Bancos: Atendimento Prioritário e Direitos Especiais. Disponível em:<<http://tigredefogo.com/1028/bancos-atendimento-prioritario-e-direitos-especiais/>>. Acesso em: 15/02/2013.
- FIGUEIREDO, D.D.; ROCHA, S.H. (2010). Aplicação da teoria das filas na otimização do número de caixas: um estudo de caso; Iniciação Científica CESUMAR.
- FONTANELLA, G.C.; MORABITO, R. (1997). Modelagem por meio de teoria de filas do *tradeoff* entre investir em canais de atendimento e satisfazer o nível de serviço em Provedores internet, Universidade Federal de São Carlos.
- KATZ, K.; LARSON, B.M.; LARSON, R.C. (1991). Prescription for the waiting-in-line blues: entertain, enlighten and engage, Sloan Management Review.

KLEINROCK, L. (1975). Queueing systems: theory. v.1, J. Wiley, New York.

LARSON, R.C. (1987). Perspectives on queus: social justice and the psychogy of queueing, Operations Research.2 ed. São Paulo: Pearson, 2004.

MENEZES, W.J. (2003). Atendimento Presencial em Autoatendimento Bancário Brasileiro: Um Paradoxo à Luz da Lógica dos Clientes, dos Atendentes e dos Gestores, Dissertação apresentada ao Instituto de Psicologia da Universidade de Brasília.

MONKS, J. (1987). Administração da Produção, (Tradução: Lauro Santos Blandy, revisão técnica: Petrônio Garcia Martins). São Paulo: McGraw-Hill.

MORAES, F.G.; SILVA, G.F.; REZENDE, T.A. (2011). Introdução à teoria das filas, Universidade Federal do Mato Grosso.

MOREIRA, D. A. (2007). Pesquisa Operacional – Curso Introdutório. 2. ed. São Paulo: Thomson Learning.

POLLHEIN, P. C. (2009). Análise de aplicação do microcrédito de pequenos negócios através do BANCRI- Banco de credito popular da Foz do Rio Itajaí- Açú, Projeto de Graduação em Administração de Empresas, Itajaí -SC.

RINALDI, J.G.S. (2007). A importância de rapidez de atendimento nos caixas de supermercados: um estudo de caso utilizando um modelo analítico de filas com trocas, Dissertação de Doutorado–Universidade Federal de São Carlos.

ROMERO, C.M.; SALES, D.S.; VILAÇA, L.L.; CHAVES, L.R.A.; CORTES, J.M. (2010). Aplicação da teoria das filas na maximização do fluxo de paletes em uma indústria química, Revista Eletrônica Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento, Rio de Janeiro.

TAHA, H. A. (2008). Pesquisa Operacional, Editora Pearson Prentice hall.

TORRES, O.F. (2000). Elementos da teoria das filas. Disponível em:
<http://pt.scribd.com/doc/94893477/10-1590-S0034-75901966002000006>. Acesso em:
15/02/2013.