

# Sequenciamento de linhas de produção multi-modelo com trabalhadores heterogêneos

Pâmela M. C. Cortez<sup>1</sup>, Alysson M. Costa<sup>2</sup>

<sup>1</sup> *Departamento de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Feira de Santana*

<sup>2</sup> *Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo*

pamela@uefs.br, alysson@icmc.usp.br

## Resumo

O problema de sequenciamento de linhas de produção multi-modelo aparece em situações onde uma linha é usada para produzir versões (modelos) de um mesmo produto. Neste contexto, o funcionamento da linha em um dado ritmo pode exigir a presença de trabalhadores auxiliares devido à diferença de tempo de execução das tarefas nos diversos modelos. Este trabalho auxiliar pode ser reduzido com uma escolha apropriada da sequência de processamento dos modelos. Neste trabalho, lidamos com uma versão deste problema onde os tempos de execução das tarefas dependem não apenas do modelo considerado, mas também dos trabalhadores que a executam. Este problema é motivado pela situação encontrada em centros de trabalho com pessoas deficientes. Propomos critérios heurísticos e vizinhanças de busca local que são submetidos a extensivos testes computacionais, mostrando sua eficiência.

**Palavras chave:** linhas de produção, trabalhadores deficientes, multi-modelos.

## Abstract

The mixed-model assembly line sequencing problem appears when different versions of a same product have to be assembled. Since task execution times can vary depending upon the model, utility workers might be required to complete the tasks in some workstations. This extra work can be reduced with a good model sequencing. In this article, we study a version of this problem where task times depend upon not only the model being produced but also on the assigned worker. This study is motivated by the situation faced by managers in Sheltered Work Centers for the Disabled. Tests are evaluated using instances of practical size, and the results suggest that heuristic methods and local search procedures can efficiently solve the problem.

**Keywords:** Assembly lines, disabled workers, multi-models.

## 1 Introdução

Linhas de produção multi-modelo processam versões de um mesmo produto. Estes modelos são suficientemente parecidos para não exigir novas configurações da linha (*setups*), mas diferentes o bastante para que muitas de suas tarefas tenham tempos de execução diferentes segundo o modelo considerado. Trata-se de uma estratégia de produção particularmente utilizada em contextos onde se faz necessária a customização dos produtos mas não se pode abrir mão da eficiência produtiva das linhas de montagem.

A existência de tempos diferentes segundo os modelos faz com que o balanceamento da linha tenha que ser efetuado de maneira *aproximada*, considerando-se um modelo *esperado*, cujas tarefas apresentam tempos de execução obtidos através de uma média dos tempos de execução nos modelos originais, ponderados pelas suas demandas. Esta estratégia simplifica o problema de balanceamento, transformando-o em um *problema simples de balanceamento de linhas de produção* (SALBP, do inglês *simple assembly line balancing problem*). Entretanto, esta simplificação acarreta também em problemas operacionais, pois dadas estações da linha podem ser sobrecarregadas durante o processamento de certos modelos.

Uma estratégia para lidar com este problema é a utilização de trabalhadores extras, que operam nas estações sobrecarregadas por períodos de tempo específicos. Como há um custo associado à utilização destes trabalhadores, deseja-se, em geral, minimizar seu uso. Isto pode ser obtido com um sequenciamento apropriado do processamento dos modelos, partindo do pressuposto básico que o trabalho extra pode ser minimizado aproveitando-se as diferenças entre as cargas dos diferentes modelos em cada estação. Este problema de minimização é conhecido na literatura como *problema de sequenciamento de linhas de produção multi-modelo*, (MSP, do inglês *mixed-model sequencing problem*).

Neste artigo, estudamos uma extensão do MSP onde os trabalhadores são heterogêneos. O uso de trabalhadores com grande diversidade nos tempos de execução das tarefas é motivado pela situação encontrada em centros de trabalhadores deficientes. No caso de balanceamento, este problema é conhecido na literatura como *problema de balanceamento de linhas de produção e designação de trabalhadores* (ALWABP, do inglês *assembly line worker assignment and balancing problem*).

O *problema de sequenciamento de linhas de produção com trabalhadores heterogêneos*, estudado neste trabalho, mescla características do MSP e do ALWABP. Cortez & Costa (2011) foram os primeiros autores a se interessar por este problema, propondo uma estratégia de simplificação que considera a eficiência relativa dos trabalhadores. Os autores propuseram um modelo linear inteiro-misto e uma estratégia construtiva de obtenção de soluções, além de uma vizinhança de larga escala que necessita a resolução de problemas lineares para avaliação de cada solução.

Neste artigo, estendemos os resultados obtidos por Cortez & Costa (2011) da seguinte forma:

- são propostos e testados novos critérios construtivos;
- é proposta uma nova estratégia de busca local baseada em um critério heurístico para avaliação das soluções;
- os testes computacionais são ampliados para incluir instâncias de grande porte e comprovar a eficiência das estratégias desenvolvidas.

O restante deste artigo está dividido da seguinte maneira: na Seção 2 revisamos os trabalhos re-

centes sobre os problemas relacionados. Na Seção 3, apresentamos e discutimos o modelo matemático para o problema de sequenciamento. A Seção 4 detalha os métodos heurísticos propostos e os resultados são apresentados na Seção 5. Finalmente, concluímos este artigo e apresentamos os trabalhos futuros na Seção 6.

## 2 Definição do problema e revisão bibliográfica

Duas extensões do Problema Simples de Balaceamento de Linhas de Produção (SALBP) são importantes para este trabalho. No MALBP diversos modelos devem ser produzidos em um mesmo horizonte de planejamento com custo de *setup* praticamente desprezível. Assim como no SALBP, a produção consiste em realizar um conjunto de tarefas – relacionadas através de um grafo de precedência – em estações conectadas por uma esteira movendo-se a velocidade constante. Thomopoulos (1970) propôs a unificação das redes de precedência dos diversos modelos, possibilitando resolver o problema como se fosse uma instância SALBP, técnica que tem sido utilizada em quase todos os trabalhos posteriores.

Além da alocação das tarefas, é necessário determinar a sequência de produção dos modelos. A maioria dos trabalhos têm como objetivo diminuir o excesso de carga total da linha, mas há diversos outros que propõem funções objetivo e heurísticas visando minimizar o custo de *setup* ou manter constante o uso das matérias-primas (Erel et al. 2007, Ponnambalam et al. 2003). Boysen et al. (2011) propõem minimizar o número de estações com excesso de carga, o que equivale a minimizar o número de trabalhadores da equipe de apoio. McMullen & Tarasewich (2006) utilizam colônia de formigas para resolver o problema de sequenciamento multi-objetivo.

Entre as meta-heurísticas, algoritmos genéticos é o método mais empregado (Akgündüz & Tunalı 2010, Wang 2010, Shao et al. 2009, Mansouri 2005). Scholl et al. (1998) utilizam geração de colunas para criar bons padrões de sequenciamento, diminuindo consideravelmente o tamanho do problema. Esses padrões são sequenciados por uma heurística construtiva, baseada em uma generalização do problema do Caixeiro Viajante em que as distâncias dependem dos tempos de execução (Gouveia 1995). Um algoritmo de Busca Tabu é aplicado para melhorar a solução inicialmente obtida. Instâncias de grande porte (com mais de 500 tarefas) também são resolvidas via Busca Tabu por McMullen & Frazier (2000). Os resultados de McMullen (2010) sugerem que se pode obter melhores resultados com *Simulated Annealing* em comparação a algoritmos genéticos, enquanto Alpay (2009) sugere que GRASP com *path relinking* fornece melhores resultados que *Simulated Annealing* quando o objetivo é manter constante a utilização das matérias-primas.

No MALBP, considera-se que todos os trabalhadores são igualmente capazes de executar as tarefas, desta forma, o tempo de execução de uma tarefa depende apenas do modelo, mas não depende do trabalhador que a está executando. Essa aproximação não é válida quando os trabalhadores são deficientes, pois um trabalhador com deficiência pode demorar muito ou até mesmo ser incapaz de executar uma tarefa específica, mas ser tão eficiente quanto qualquer outro trabalhador nas demais tarefas. O ALWABP, proposto por Miralles et al. (2007), estende o SALBP levando em consideração os diferentes tempos de execução de cada trabalhador.

Extensões do ALWABP têm sido propostas (Costa & Miralles 2009, Moreira et al. 2009, Araújo et al. 2012, Moreira & Costa 2013), mas apenas o trabalho de Cortez & Costa (2011) se interessa pelo caso multi-modelo. Na próxima seção apresentaremos um modelo matemático para o sequenciamento de modelos considerando trabalhadores deficientes atuando em uma linha de produção multi-modelo.

### 3 Modelo matemático

Nesta seção, apresentaremos o modelo matemático para o sequenciamento de linhas de produção proposto por Cortez & Costa (2011), em que se assumem as seguintes características da linha de produção:

1. caso um trabalhador seja capaz de executar uma tarefa em um modelo, então ele é capaz de executar esta tarefas em todos os modelos;
2. um trabalhador só poderá iniciar a produção do item  $i$  após completar todas as tarefas para produção do item  $i - 1$ , possivelmente com a ajuda de um trabalhador da equipe de apoio;
3. cada estação tem um tamanho e um trabalhador só poderá operar um item  $i$  enquanto este estiver dentro dos limites de sua estação;
4. a esteira se move com velocidade constante;
5. nenhum operador da equipe de apoio possui deficiências.

As variáveis de decisão são definidas como:

$x_{mi}$  variáveis binárias que indicam se o modelo  $m$  é o  $i$ -ésimo a ser produzido;

$s_{ki}$  variáveis contínuas que indicam a posição na estação em que o item  $i$  se encontra na estação  $k$  quando do início do seu processamento, ( $0 < s_{ki} \leq l_k - C$ );

$y_{ki}$  variáveis contínuas que indicam o tempo de operação de um trabalhador da equipe de apoio na estação  $k$  e item  $i$ .

A Tabela 1 resume a notação utilizada neste artigo.

Tabela 1: Notação para o problema de sequenciamento

$i$	índice para posição da sequência ( $i = 1, \dots,  I $ ),
$j$	índice para tarefas ( $j = 1, \dots,  N $ ),
$k$	índice para estações ( $k = 1, \dots,  K $ ),
$w$	índice para trabalhadores ( $w = 1, \dots,  W $ ),
$m$	índice para modelos ( $m = 1, \dots,  M $ ),
$N$	conjunto de tarefas,
$N_w^\infty$	conjunto de tarefas que o trabalhador $w$ não é capaz de executar,
$K$	conjunto de estações,
$W$	conjunto de trabalhadores,
$M$	conjunto de modelos,
$I$	sequência de modelos,
$ I $	tamanho da sequência ( $ I  = \sum_{m \in M} d_m$ ),

---



---

$C$	tempo de ciclo,
$l_k$	“tamanho” da estação $k$ medido em unidades de tempo ( $l_k = (\text{comprimento da estação } k / \text{velocidade da esteira}) \geq C$ ),
$m_i$	modelo $m$ que ocupa a posição $i$ da sequência,
$d_m$	demanda do modelo $m$ ,
$d_m^*$	demanda residual do modelo $m$ ,
$w_k$	trabalhador alocado para operar a estação $k$ ,
$N_k$	conjunto de tarefas alocadas à estação $k$ ,
$t_{jmw}$	tempo de execução da tarefa $j$ e modelo $m$ quando executada pelo trabalhador $w$ ( $t_{jmw} \rightarrow \infty$ se $j \in N_w^\infty$ ),
$t_{mk}$	tempo para o trabalhador da estação $k$ operar as tarefas do conjunto $N_k$ no modelo $m$ .
$\rho_{ki}$	tempo de execução do item $i$ na estação $k$ ( $\rho_{ki} = \sum_{m \in M} t_{mk} \cdot x_{mi}$ , $k = 1, \dots,  K $ , $i = 1, \dots,  I $ ),
$\Delta t_{mk}$	razão entre a eficiência de um trabalhador $w_k$ e um trabalhador de apoio ( $\Delta t_{mk} = t_{mk} / t_{mk}^{\min}$ , $m = 1, \dots,  M $ , $k = 1, \dots,  K $ ).

---



---

O modelo de sequenciamento proposto por Cortez & Costa (2011) é apresentado abaixo:

$$\text{Min } \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} y_{ki} \quad (1)$$

sujeito à

$$\sum_{m \in M} x_{mi} = 1 \quad \forall i \in I, \quad (2)$$

$$\sum_{i \in I} x_{mi} = d_m \quad \forall m \in M, \quad (3)$$

$$s_{ki} + \rho_{ki} - C - \sum_{m \in M} \Delta t_{mk} \cdot y_{ki} \leq s_{k,i+1} \quad \forall k \in K, \forall i \in I, \quad (4)$$

$$s_{ki} + \rho_{ki} - \sum_{m \in M} \Delta t_{mk} \cdot y_{ki} \leq l_k \quad \forall k \in K, \forall i \in I, \quad (5)$$

$$s_{k1} = 0, s_{k,I+1} = 0 \quad \forall k \in K, \quad (6)$$

$$s_{ki} \geq 0, y_{ki} \geq 0 \quad \forall k \in K, \forall i \in I, \quad (7)$$

$$x_{mi} \in \{0, 1\} \quad \forall m \in M, \forall i \in I. \quad (8)$$

O modelo (1)–(8) é uma adaptação do modelo proposto por Scholl et al. (1998) para o sequenciamento MALBP. Como no MALWABP a eficiência dos trabalhadores das estações difere da eficiência dos trabalhadores da equipe de apoio por um fator, em média,  $\Delta t_{mk} \geq 1$ , as restrições (4) e (5) *aproximam* a redução no tempo de execução do item  $i$  quando o trabalhador de apoio intervém na estação  $k$ . Essa intervenção é necessária para garantir que as tarefas serão executadas dentro do limite da estação (5). As restrições (4) estabelecem que cada trabalhador  $w_k$  só pode iniciar a produção do item  $i + 1$  após finalizar todas as tarefas no item  $i$ . Em uma situação muito específica onde o trabalhador de apoio auxilia a fabricação de um item, mas opera apenas as tarefas em que o trabalhador  $w_k$  é bastante eficiente, sua contribuição real pode ser menor que  $\Delta t_{mk} \cdot y_{ki}$ , e nesse caso, as restrições (4) não garantem a sequência temporal de fabricação dos itens. Todas as outras restrições são idênticas ao caso MALBP

e garantem que: apenas um modelo será produzido em cada posição da sequência (2), que a demanda de cada modelo será atendida (3), e que os trabalhadores estão à esquerda de sua estação antes e após a produção dos itens (6). As restrições (7) e (8) definem o escopo das variáveis de decisão.

## 4 Procedimentos de solução

### 4.1 Heurísticas construtivas

Cortez & Costa (2011) conseguiram resultados exatos para instâncias-brinquedo com 4 modelos e 25 itens. Os autores também propuseram uma heurística (que chamaremos de  $HC_4$ ) que consiste em alocar modelos ao sequenciamento, de maneira gulosa, segundo o critério abaixo:

$$\text{Min } g_{im} = \sum_{k \in K} \max\{\max\{t_{m_{i-1}k} - C, 0\} - \max\{C - t_{m_ik}, 0\}, 0\}. \quad (9)$$

No caso de empate, escolhe-se o modelo  $m$  com menor tempo ocioso, i.e.,  $\min_{m \in M} \{\sum_{k \in K} \max\{C - t_{mk}, 0\}\}$ . A ideia principal por trás de (9) é intercalar itens de alta e baixa carga.

Neste trabalho, propomos uma nova medida a ser minimizada, dada por:

$$\text{Min } g'_{im} = \sum_{k \in K} |wo_{m_ik} + wo_{m_{i-1}k}|, \text{ onde } |wo_{m_ik}| = \min\{|t_{m_ik} - C|, l_k - C\}. \quad (10)$$

Cuja ideia principal é estender o critério anterior para penalizar também o tempo ocioso decorrente do sequenciamento, dado que este deveria ser utilizado para compensar excessos de carga.

Utilizamos esse critério em três diferentes heurísticas construtivas:  $HC_1$ ,  $HC_2$ ,  $HC_3$ , em que operamos a construção em três “direções” iniciando a partir do modelo  $m$ :

1. com menor excesso de carga potencial na última posição da sequência (estratégia *backward*);
2. com menor excesso de carga potencial na primeira posição da sequência (estratégia *forward*);
3. utilizando as duas estratégias anteriores simultaneamente.

Para o método de construção *backward* a equação é ligeiramente diferente.

$$\text{Min } g''_{im} = \sum_{k \in K} |wo_{m_ik} + wo_{m_{i+1}k}|, \text{ onde } |wo_{m_ik}| = \min\{|t_{m_ik} - C|, l_k - C\} \quad (11)$$

O Algoritmo 1 mostra um *framework* genérico para a heurística  $HC_3$ .  $HC_1$  e  $HC_2$  podem ser implementadas usando as etapas *step forward* e *step backward* do *framework* genérico.

### 4.2 Busca local com vizinhança avaliada aproximadamente ( $LS_A$ )

Dada uma sequência de produção, o trabalho extra necessário para que esta solução possa ser implementada pode ser calculado fixando-se, no modelo (1)–(8), as variáveis  $x_{mi}$  associadas e resolvendo-se o programa linear resultante. Essa estratégia é usada por Cortez & Costa (2011) para avaliar movimentos de uma vizinhança que troca de posição dois modelos da solução atual. Os resultados demonstraram que há um alto custo computacional para realizar tais cálculos em instâncias de grande porte.

---

**Algorithm 1:** Heurística construtiva  $HC_3$

---

```

 $S_1 = m \mid \min_{m \in M} \sum_{k \in K} \max\{C - t_{mk}, 0\};$ 
 $S_{|I|} = m \mid \min_{m \in M} \sum_{k \in K} \max\{t_{mk} - C, 0\};$ 
for  $i = 2; i \leq \lfloor |I|/2 \rfloor; i++$  do
    bestvalue =  $\infty$  /* step forward */;
    for  $m \in M$  do
        if  $d_m^* > 0$  and  $g'_{im} < bestvalue$  then
            bestm =  $m$ ;
            bestvalue =  $g'_{im}$ ;
        end
    end
     $S_i = bestm$ ;
     $d_{bestm}^* = d_{bestm}^* - 1$ ;
    bestvalue =  $\infty$  /* step backward */;
    for  $m \in M$  do
        if  $d_m^* > 0$  and  $g''_{im} < bestvalue$  then
            bestm =  $m$ ;
            bestvalue =  $g''_{im}$ ;
        end
    end
     $S_{|I|-i+1} = bestm$ ;
     $d_{bestm}^* = d_{bestm}^* - 1$ ;
end
if  $|I| \% 2 \neq 0$  then
     $S_{\lfloor |I|/2 \rfloor} = m \mid d_m^* > 0$ ;
end

```

---

Neste trabalho, propomos uma maneira mais eficiente de computar o custo de um movimento. Esta ideia surge do fato que há limites para o excesso de carga em uma dada estação que pode ser propagado para outras estações. De fato, este limite é dado por  $l_k - C$ , uma vez que trabalhadores não podem exceder os limites de suas estações. Dada esta limitação natural, supomos razoável aproximar o valor do excesso de carga em uma máquina  $k$  ao processar o modelo  $i$ ,  $wo_{ik}$ , como o máximo desta carga que pode ser compensada pela estação seguinte:

$$wo_{ik} = \begin{cases} 0, & \text{se } t_{m_i k} < C \\ \min\{t_{m_i k} - C, l_k - C\}, & \text{se } t_{m_{i+1} k} > C \text{ ou } i = |I| \\ \max\{\min\{t_{m_i k} - C, l_k - C\} - \min\{C - t_{m_{i+1} k}, l_k - C\}, 0\}, & \text{c.c.} \end{cases} \quad (12)$$

A hipótese de trabalho (que de fato, virá a ser confirmada por experimentos computacionais) é que o excesso de carga definido por  $wo = \sum_{k \in K} wo_{ik}$  tem forte correlação com o real excesso de carga obtido através do modelo (1)–(8), com a vantagem de que  $wo$  pode ser calculado através de umas poucas operações aritméticas.

Testes preliminares mostraram que uma vizinhança *all-pairs* não conduz a resultados significativamente melhores. Para determinar a posição  $i'$ , que terá um novo modelo como sucessor ou predecessor na sequência de produção, testamos as estratégias *roleta* (as posições com maior excesso de carga têm maior probabilidade de serem sorteadas) e *ranking* (a posição com maior excesso de carga é escolhida,

necessariamente), e os resultados indicam que a escolha pela *roleta* não é significativamente melhor e demora mais para convergir a um ótimo local. Portanto, definimos a posição de  $i'$  deterministicamente como a posição com maior excesso de carga. Se uma vizinhança em torno de  $i'$  não possuir uma solução melhor que a incumbente, continuamos a busca tomando a próxima posição com maior excesso de carga. Assim, uma busca *best improvement* é aplicada para escolher a melhor troca de modelos, enquanto uma busca *first improvement* é utilizada para escolher a posição  $i'$ . O Algoritmo 2 sintetiza essas informações. O movimento de troca é detalhado no Algoritmo 3.

---

**Algorithm 2:** Busca local aproximada  $LS_A$

---

```

 $S^* = S_{HC}$  /* solution from the constructive heuristic */;
improved = true;
while improved do
    improved = false;
    for !improved and  $i'$  : ranking(positions) do
         $S_1 = \text{swapNeighbor}(i' - 1, S^*);$ 
         $S_2 = \text{swapNeighbor}(i' + 1, S^*);$ 
        improved = value( $S_1$ ) < value( $S^*$ ) or value( $S_2$ ) < value( $S^*$ );
        if improved then
            |  $S^* = \text{value}(S_1) < \text{value}(S_2) ? S_1 : S_2;$ 
        end
    end
end

```

---



---

**Algorithm 3:** int\* swapNeighbor(index,  $S^*$ )

---

```

best $_i = -1;$ 
min = value( $S^*$ ) /* value returns  $\sum_{i \in I} \sum_{k \in K} w_{o_{ik}}$  (equation (12))*/;
init =  $\sum_{i \in I} w_{o_i} - w_{o_{index}} - w_{o_{index-1}};$ 
for  $\forall i \in I \mid (i < index - 1 \text{ or } i > index + 1) \text{ and } m_i \neq m_{index}$  do
    aux = init -  $w_{o_i} - w_{o_{i-1}};$ 
    swap( $i, index$ );
    aux +=  $w_{o_{index}} + w_{o_{index-1}} + w_{o_i} + w_{o_{i-1}};$ 
    if min > aux then
        | min = aux;
        | best $_i = i;$ 
    end
    undo_swap( $i, index$ );
end
return best $_i \geq 0 ? \text{swap}(\text{best}_i, index) : S^*;$ 

```

---

## 5 Resultados

Para verificar a eficiência das heurísticas propostas realizamos testes computacionais utilizando as instâncias apresentadas em (Cortez & Costa 2011). Nestas instâncias são considerados de 4 a 7 trabalhadores, 25 e 28 tarefas, baixo e alto *order strength*. Cada família possui 80 instâncias dividi-



das em 8 grupos de acordo com similaridades na quantidade de trabalhadores e densidade do grafo de precedências. Nestes experimentos consideramos 25 modelos e 500 itens (quantidades de interesse prático em linhas de produção multi-modelos). Rodamos os nossos experimentos em um Intel® Core™ 2 Quad 2,66 GHz com 4 GB de memória RAM e sistema operacional Ubuntu Linux 9.10. Os algoritmos foram implementados na linguagem C++, compilador g++ 4.4, e CPLEX 12.4.

Duas séries de experimentos foram realizados. O primeiro visava verificar a qualidade dos novos critérios heurísticos propostos ( $HC_1$ ,  $HC_2$  e  $HC_3$ ) em relação ao critério de Cortez & Costa (2011), nomeado  $HC_4$ . A segunda série de experimentos visava analisar a eficiência da medida de avaliação aproximada  $LS_A$ .

## 5.1 Comparação entre as heurísticas construtivas

As Tabelas 2 e 3 mostram a qualidade das soluções obtidas através das heurísticas construtivas, comparadas à melhor solução obtida através da resolução exata do modelo definido pelas equações (1)–(8) com tempo limite de 2 dias (coluna “cplex”) – por limitação de tempo, rodamos o método exato apenas para a terceira instância de cada grupo. Para cada heurística proposta, é apresentado também o *gap* médio em relação à heurística  $HC_4$ , proposta por Cortez & Costa (2011) (coluna “ $HC_4$ ”).

Tabela 2: Gap em relação à heurística  $HC_4$  e em relação ao CPLEX para as instâncias Heskia

grupo	$HC_1$		$HC_2$		$HC_3$		$HC_4$
	$HC_4$ (%)	cplex (%)	$HC_4$ (%)	cplex (%)	$HC_4$ (%)	cplex (%)	cplex (%)
1	-0.52	-5.11	-0.53	-5.03	-0.58	-5.12	-3.55
2	-1.05	-2.37	-1.04	-2.38	-1.11	-2.41	-2.39
3	-1.24	0.80	-1.22	0.82	-1.29	0.68	1.50
4	-0.11	-0.71	-0.10	-0.71	-0.17	-0.74	-0.50
5	-0.72	0.25	-0.69	0.34	-0.81	0.20	1.52
6	-0.62	-5.48	-0.61	-5.45	-0.62	-5.50	-4.97
7	-0.67	-2.69	-0.65	-2.69	-0.70	-2.66	-2.43
8	-0.88	-4.10	-0.89	-4.09	-0.91	-4.07	-4.04
média	-0.73	-2.43	-0.72	-2.40	-0.77	-2.45	-1.86

A  $HC_3$  alcançou mais frequentemente a melhor solução (em 83 das 160 instâncias consideradas) e obteve sempre soluções médias de melhor qualidade comparada à  $HC_4$ . As heurísticas  $HC_1$  e  $HC_2$  são apenas ligeiramente piores que a  $HC_3$  em média. Em 12 das 16 instâncias, a melhor solução obtida pelas heurísticas construtivas tem qualidade superior à solução encontrada pelo método exato limitado a 2 dias. Considerando a melhor solução obtida para cada instância, o *gap* médio é de  $-2,46\% \pm 2,36\%$  e  $-2,22\% \pm 3,93\%$  e maior *gap* de  $0,68\%$  e  $2,32\%$ , para as famílias Heskia e Roszieg, respectivamente.

## 5.2 Comparação entre a $LS$ e a $LS_A$

A Tabela 4 compara a qualidade das soluções obtidas através das buscas locais  $LS_A$  e  $LS$ , esta última com tempo limite de 1800 s (a  $LS_A$  apresentou tempo médio de execução em torno de 2 s). As

Tabela 3: Gap em relação à heurística  $HC_4$  e em relação ao CPLEX para as instâncias Roszieg

grupo	$HC_1$		$HC_2$		$HC_3$		$HC_4$
	$HC_4$ (%)	<i>cplex</i> (%)	$HC_4$ (%)	<i>cplex</i> (%)	$HC_4$ (%)	<i>cplex</i> (%)	<i>cplex</i> (%)
1	-0.79	-0.40	-0.79	-0.40	-0.86	-0.45	2.53
2	-3.04	2.58	-3.05	2.58	-3.21	2.32	28.47
3	-0.55	1.38	-0.58	1.39	-0.65	1.26	4.83
4	-0.50	-2.40	-0.51	-2.55	-0.60	-2.75	-1.35
5	-0.76	-2.12	-0.75	-2.11	-0.85	-2.13	-1.67
6	-1.27	-4.96	-1.24	-4.86	-1.27	-4.93	-6.48
7	-0.47	-8.72	-0.47	-8.75	-0.46	-8.62	-8.38
8	-0.80	-0.20	-0.80	-0.20	-0.84	-0.26	-0.05
média	-1.02	-1.85	-1.02	-1.86	-1.09	-1.95	2.24

quatro heurísticas construtivas são implementadas em paralelo, e a média em cada um dos oito grupos é obtida tomando-se a melhor solução final para cada instância.

Tabela 4: Gap das heurísticas  $LS_A$  e  $LS$  em relação à heurística construtiva ( $HC$ ) e em relação ao CPLEX (*cplex*)

grupo	Heskia				Roszieg			
	$LS_A$		$LS$		$LS_A$		$LS$	
	$HC$ (%)	<i>cplex</i> (%)	$HC$ (%)	<i>cplex</i> (%)	$HC$ (%)	<i>cplex</i> (%)	$HC$ (%)	<i>cplex</i> (%)
1	-1.16	-5.22	-0.61	-5.36	-2.42	-1.80	-1.23	-1.44
2	-2.37	-3.44	-1.26	-2.89	-4.90	2.32	-3.27	0.42
3	-2.02	-0.70	-1.00	-0.02	-1.59	0.32	-0.76	0.21
4	-1.03	-1.75	-0.50	-1.38	-2.14	-4.60	-1.55	-3.75
5	-2.00	-1.18	-0.69	-0.38	-2.07	-2.80	-0.75	-2.32
6	-1.20	-6.13	-0.51	-5.86	-2.45	-6.96	-0.80	-6.83
7	-1.49	-3.18	-0.58	-2.84	-1.41	-9.76	-0.53	-9.05
8	-1.77	-5.17	-0.53	-4.45	-1.77	-1.11	-0.51	-0.53
média	-1.63	-3.35	-0.71	-2.90	-2.34	-3.05	-1.18	-2.91

A redução do excesso de carga obtido pela  $LS_A$  é em média 1% maior comparada à  $LS$ . Além disso, a  $LS_A$  obteve soluções melhores em 85% das instâncias. Nossa hipótese para este resultado é que no processo de melhoria em uma busca local, o importante é uma ordenação das soluções, que pode ser obtido através de uma análise relativa, sem a necessidade de computar exatamente a qualidade de cada solução. Havendo tempo para refinar a solução, pode-se aplicar a  $LS$  sobre a solução obtida pela  $LS_A$ , mas sem grandes ganhos. Testes preliminares mostram que a redução do excesso de carga obtida pela  $LS$  (com tempo limite de 1800 s) em relação à solução obtida pela  $LS_A$  é de em média 0,17%.

Comparando com o método exato, a  $LS_A$  obteve melhores resultados em todas as instâncias da

família Heskia e obteve soluções piores em apenas duas instâncias Roszieg (gap de 2, 32% e 0, 32%), apresentando gap médio de  $-3.20\%$ . Tais resultados indicam a acurácia do método de aproximação proposto mesmo se comparado ao método de avaliação exato rodando por tempos superiores em cinco ordens de grandeza. Notemos que esta redução do tempo computacional torna possível a resolução de instâncias de tamanho prático em menos de 3 s.

## 6 Conclusões

Neste trabalho, propomos três heurísticas construtivas e um algoritmo de busca local para resolução do problema de sequenciamento em linhas de produção multi-modelo com trabalhadores heterogêneos. Trata-se de um problema combinatorial de difícil resolução com aplicações práticas em centros de trabalho para pessoas com deficiências. Uma série exaustiva de testes computacionais indicam a eficácia dos critérios propostos em relação a um critério existente na literatura. Adicionalmente, o critério de avaliação aproximado mostrou-se mais eficiente que uma avaliação exata durante o processo de busca local, reduzindo o tempo computacional necessário para obtenção de soluções em várias ordens de grandeza e permitindo a resolução de instâncias de tamanho prático. Trabalhos futuros incluem a análise de novos modelos inteiro-mistos e a proposta de outros métodos de resolução.

## Referências

- Akgündüz, O. S. & Tunali, S. (2010). An adaptive genetic algorithm approach for the mixed-model assembly line sequencing problem, *International Journal of Production Research* **48**: 5157–5179.
- Alpay, S. (2009). GRASP with path relinking for a multiple objective sequencing problem for a mixed-model assembly line, *International Journal of Production Research* **47**: 6001–6017.
- Araújo, F. F. B., Costa, A. M. & Miralles, C. (2012). Two extensions for the assembly line worker assignment and balancing problem: parallel stations and collaborative approach, *International Journal of Production Economics* **140**: 483–495.
- Boysen, N., Kiel, M. & Scholl, A. (2011). Sequencing mixed-model assembly lines to minimise the number of work overload situations, *International Journal of Production Research* **49**: 4735–4760.
- Cortez, P. M. C. & Costa, A. M. (2011). A mathematical model and a hybrid heuristic for sequencing mixed-model assembly lines with disabled workers, *Anais do XLIII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Ubatuba, pp. 2046–2055.
- Costa, A. M. & Miralles, C. (2009). Job rotation in assembly lines employing disabled workers, *International Journal of Production Economics* **120**: 625–632.
- Erel, E., Gocgun, Y. & Sabuncuoğlu, I. (2007). Mixed-model assembly line sequencing using beam search, *International Journal of Production Research* **45**: 5265–5284.

- Gouveia, L. (1995). A classification of formulations for the (time-dependent) traveling salesman problem, *European Journal of Operational Research* **83**: 69–82.
- Mansouri, S. A. (2005). A Multi-Objective Genetic Algorithm for mixed-model sequencing on JIT assembly lines, *European Journal of Operational Research* **167**: 696–716.
- McMullen, P. (2010). JIT mixed-model sequencing with batching and setup considerations via search heuristics, *International Journal of Production Research* **48**: 6559–6582.
- McMullen, P. R. & Frazier, G. V. (2000). A simulated annealing approach to mixed-model sequencing with multiple objectives on a just-in-time line, *IEEE Transactions on Institute of Industrial Engineers* **32**: 679–686.
- McMullen, P. R. & Tarasewich, P. (2006). Multi-objective assembly line balancing via a modified ant colony optimization technique, *International Journal of Production Research* **44**: 27–42.
- Miralles, C., Garcia-Sabater, J. P., Andres, C. & Cardos, M. (2007). Advantages of assembly lines in Sheltered Work Centres for Disabled. A case study, *International Journal of Production Economics* **110**: 187–197.
- Moreira, M. C. O. & Costa, A. M. (2013). Hybrid Heuristics for planning job rotation in Assembly Lines with disabled workers, *International Journal of Production Economics* **141**: 552–560.
- Moreira, M. C. O., Santos, L. M. R. & Costa, A. M. (2009). Trabalhadores com deficiência em linhas de produção: modelo, resultados e discussões, *Anais da XIV Escuela Latinoamericana de Investigacion Operativa*, El Fuerte, México.
- Ponnambalam, S., Aravindan, P. & Subba Rao, M. (2003). Genetic algorithms for sequencing problems in mixed model assembly lines, *Computers & Industrial Engineering* **45**: 669–690.
- Scholl, A., Klein, R. & Domschke, W. (1998). Pattern Based Vocabulary Building for Effectively Sequencing Mixed-Model Assembly Lines, *Journal of Heuristics* **4**: 359–381.
- Shao, X., Wang, B., Rao, Y., Gao, L. & Xu, C. (2009). Metaheuristic approaches to sequencing mixed-model fabrication/assembly systems with two objectives, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* **48**: 1159–1171.
- Thomopoulos, N. T. (1970). Mixed Model Line Balancing with Smoothed Station Assignments, *Management Science* **16**: 593–603.
- Wang, B. (2010). Sequencing mixed-model production systems by modified multi-objective genetic algorithms, *Chinese Journal of Mechanical Engineering (English Edition)* **23**: 537–546.