

OTIMIZAÇÃO DE CARTEIRAS: MARKOWITZ ASSOCIADO À ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

Paulo Rotela Junior

Universidade Federal de Itajubá
Av. BPS, 1303, Itajubá-MG, CEP: 37500-903
paulo.rotela@gmail.com

Edson de Oliveira Pamplona

Universidade Federal de Itajubá
Av. BPS, 1303, Itajubá-MG, CEP: 37500-903
pamplona@unifei.edu.br

Fernando Luiz RiêraSolomon

Universidade Federal de Itajubá
Av. BPS, 1303, Itajubá-MG, CEP: 37500-903
fer.salomon@hotmail.com

RESUMO

A seleção de ativos para construção de portfólios é de extrema importância para os investidores, já que pode definir seu lucro ou prejuízo. Este artigo tem como objetivo investigar se a aplicação do modelo de otimização de Markowitz sobre carteiras selecionadas por meio da Análise Envoltória de Dados – DEA gera retornos maiores que carteiras de ativos obtidas somente com a DEA ou Markowitz. Para isso, utilizou-se o modelo da Análise Envoltória de Dados para avaliar a eficiência de ações da Bolsa de Valores de São Paulo, empregando retorno, variância e outros indicadores como variáveis de entrada e saída. E, utilizou-se o modelo de Markowitz para otimizar a composição da carteira. Na comparação das carteiras, observa-se que a resultante da combinação de ambos apresentou melhor desempenho do que as carteiras otimizadas por apenas um dos modelos.

PALAVRAS CHAVE.Seleção de Carteiras, Otimização Multiobjetivo, Análise Envoltória de Dados.

Área principal: GF

ABSTRACT

The assets selection for portfolios is of extreme importance to investors, since you can set your profit or loss. This paper aims to investigate whether the application of Markowitz optimization model on portfolio selected by Data Envelopment Analysis - DEA generates higher returns than assets portfolios obtained only in DEA or Markowitz. For this, we used the models of Data Envelopment Analysis to evaluate the efficiency of São Paulo Stock Exchange assets, employing return, variance and other indicators as input variables and output. And we used the Markowitz optimization model to compose the portfolio. In the portfolios' comparison, we observe that the resulting combination of both performed better than the portfolios optimized for only one of the models.

KEYWORDS.Portfolio Selection, Multiobjective Optimization, Data Envelopment Analysis.

Mainarea: GF

1. Introdução

Os investimentos em ações se tornam uma ótima alternativa quando comparados a outras aplicações, especialmente a prazos mais longos. Porém, em geral, esta maior rentabilidade é acompanhada de um determinado nível de risco. Desta forma, objetivando a maximização do retorno, o investidor deve buscar as melhores formas de aplicar seu capital, evitando riscos maiores do que está disposto a aceitar.

As técnicas de composição de carteiras de ações vêm chamando a atenção, não somente da academia como do mercado financeiro. Segundo Krokmal, Zabarankin e Uryasev (2011), o trabalho de Markowitz (1952) estimulou o desenvolvimento de vários outros modelos de seleção de carteiras.

Como o modelo de Markowitz (1952) é estático, para um único período, segundo Cover e Julian (2000), encontram-se agora modelos dinâmicos ou de extensões multiperíodo. Belentepe (2005) acredita que o desempenho das técnicas mais desenvolvidas de seleção de carteiras parece não ter conseguido boa aceitação sobre as técnicas tradicionais, como a proposta de Markowitz (1952).

Neste contexto, as técnicas de Pesquisa Operacional (PO), sobretudo a Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis - DEA*) tem demonstrado boa aplicabilidade na avaliação de portfólios financeiros. É o que afirmam autores como Ceretta e Costa Jr (2001), Haslem e Scheraga (2003) e Gregorious (2003).

A Análise Envoltória de Dados é uma técnica da Pesquisa Operacional, desenvolvida por Charnes, Cooper e Rhodes(1978) e Banker, Charnes e Cooper (1984). Sendo considerada uma poderosa ferramenta gerencial, que segundo Ceretta e Costa Jr. (2001) e Lopes, Lanzer e Lima (2006), é utilizada para avaliação e comparação de unidades organizacionais, destacando-se pelas vantagens operacionais oferecidas em avaliações multi-atributos das unidades organizacionais.

Contextualizado o problema de pesquisa, o presente artigo tem como objetivo a avaliar a eficiência de ações de empresas de capital aberto, por meio da Análise Envoltória de Dados (DEA).

Como objetivos específicos:

- Montar uma carteira com todas as ações consideradas eficientes por meio da DEA;
- Utilizar um modelo de Markowitz na montagem de uma carteira de ações consideradas eficientes por meio da DEA, a fim de determinar a alocação de capital que minimiza riscos para os investidores;
- Aplicar o modelo que apenas incorpora os conceitos da teoria de Markowitz, e compará-lo aos modelos que utilizam a técnica DEA.

2. Modelo de Markowitz

A teoria base da seleção de portfólios teve início com Markowitz (1952), no qual a seleção de portfólio é baseada em um modelo de investimentos de período simples.

O modelo proposto por Markowitz (1952), dado por (1) - (3), é operacionalizado por técnicas de Programação Quadrática, cujo objetivo é otimização de carteiras levando-se em conta a média, variância e a covariância dos retornos esperados das ações, que são opções a fazerem parte da carteira. Sendo, estes parâmetros estimados a partir de informações de séries históricas, tendo como base um vetor de médias e uma matriz de covariância destes retornos.

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i \cdot x_j \text{COV}_{ij} \quad (1)$$

S.a:

$$\sum_{i=1}^j x_i E_{(ri)} = E^* \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^j x_i = 1 \quad (3)$$

Onde, x_i e x_j representam a participação percentual do ativo i e do ativo j na carteira ótima, $E_{(ri)}$ é o retorno esperado para o ativo de i , de $i=1$ a j , e E^* é o retorno esperado da carteira.

Segundo Ben Abdelaziz, Aouni e El Fayedh (2007), a metodologia de média-variância proposta por Markowitz (1952) para seleção de portfólio tem sido fundamental para a atividade de pesquisa e tem servido como base para o desenvolvimento da teoria financeira moderna.

Na literatura, alguns algoritmos, como os propostos por Sharpe (1963, 1967) e Elton, Gruber e Padberg (1976) foram criados a fim de linearizar e melhorar a eficiência do modelo de covariância de Markowitz (NAWROCKI e CARTER, 1998; SHING e NAGASAWA, 1999).

O modelo de Markowitz é geralmente criticado como não eficiente. E, com objetivo de se criar um modelo mais eficiente, pesquisadores têm desenvolvido modelos mais sofisticados que utilizam extensões multiperíodicas ou dinâmicas (COVER e JULIAN, 2000).

Entretanto, segundo Lopes, Carneiro e Schneider (2010), passaram-se mais de 30 anos e a teoria de Markowitz (1952) continua a embasar pesquisas sobre a gestão de portfólios.

3. Análise Envoltória de Dados

Segundo Lopes, Lanzer e Lima (2006), a técnica de medição de desempenho Análise Envoltória de Dados (DEA), proposto originalmente por Charnes, Cooper e Rhodes em 1978, consiste justamente em determinar a eficiência relativa de uma unidade produtiva, considerando-se a aproximação de uma fronteira eficiente. Pode-se dizer, que o DEA é um método não paramétrico de construção de uma fronteira eficiente, relativamente à qual pode-se estimar a eficiência de cada unidade, e determinar as unidades referenciais para os casos de ineficiência.

Embora a maioria das aplicações DEA sejam predominantemente sobre organizações sem fins lucrativo (AVKIRAN, 2001; CALHOUN, 2003; ZHU, 2003; LOPES, LANZER e LIMA, 2006), alguns trabalhos tem sido publicados na área de finanças, inclusive na otimização de portfólios (LOPES, LANZER e LIMA, 2006; EMROUZNEJAD, PARKER e TAVARES, 2008; CHEN, 2008; HALIM, 2010; LOPES, CARNEIRO e SCHNEIDER, 2010).

O objetivo da Análise Envoltória de Dados é determinar indicadores de desempenho relativo entre unidades produtivas, considerando determinados conjuntos de insumos e produtos (*inputs* e *outputs*). Segundo Lopes, Lanzer e Lima (2006), este é o único método de fácil utilização pelas empresas que possibilita avaliar a eficiência relativa de unidades que produzem múltiplos produtos utilizando múltiplos insumos. De modo geral, pode-se dizer que os modelos DEA determinam as melhores condições de operação para cada unidade produtiva separadamente, de modo a maximizar o seu índice de desempenho, e aplicam as mesmas condições às demais unidades da amostra em análise. Resolvendo-se o problema para todas as unidades produtivas, obtêm-se as unidades produtivas que devem ser consideradas eficientes, que servirão de base para a determinação da fronteira de eficiência, e para o estabelecimento de metas as unidades ineficientes (LOPES, LANZER e LIMA, 2006).

Bal,Orkcu e Çelebioglu(2010) apontam que a DEA tem se destacado dentre as modelagens quantitativas no auxílio à tomada de decisão pelos gestores. Charnes, Cooper e Rhodes (1978) abordaram este tema pela primeira vez ao desenvolverem um modelo para uma nova medida de eficiência na avaliação de programas públicos. Comenta-se a seguir os modelos clássicos DEA: CCR e BCC.

Conforme Cooper, Seiford e Tone (2007), as variáveis de entrada e saída para cada Unidade Tomadora de Decisão - DMU (*Decision Making Unit*) devem atender alguns critérios como:

- a) As variáveis e DMU's devem ser escolhidas de modo a representar o interesse dos gestores;

b) Há dados numéricos positivos para cada entrada e saída, sendo que se deve preferir um uso menor do número de entradas comparado ao de saídas;

Os pesos para variável de entrada e saída do modelo geral da DEA podem ser obtidos a partir da solução do modelo proposto por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), dado por (4) – (7):

$$w_o = \max \frac{\sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i \cdot x_{i0}} \quad (4)$$

S.a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s. \quad (6)$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (7)$$

Com j representando o índice da DMU, $j=1, \dots, n$; r é o índice da saída, com $r = 1, \dots, s$; i é o índice da entrada, $i = 1, \dots, m$; y_{rj} é o valor da r -ésima saída para a j -ésima DMU, x_{ij} é o valor da i -ésima entrada para a j -ésima DMU, u_r é o peso associado a r -ésima saída; v_i é o peso associado a i -ésima entrada, w_o é a eficiência relativa de DMU_o, que é a DMU sob avaliação; e y_{r0} e x_{i0} são os coeficientes tecnológicos das matrizes de dados de saídas e entradas, respectivamente.

Caso $w_o = 1$, a DMU_o é eficiente quando comparada às demais unidades consideradas no modelo. Caso $w_o < 1$, esta DMU é ineficiente. Este modelo não é linear, sendo um caso da Programação Fracionária, mas que pode ser linearizado, conforme (8) – (12), pelo modelo conhecido por CCR, proposto por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), ou com Retornos Constantes de Escala:

$$w_o = \max \sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{r0} \quad (8)$$

S.a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \quad (9)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s. \quad (11)$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (12)$$

Banker, Charnes e Cooper (1984) relaxaram a suposição de retorno de escala constante do modelo CCR, por meio de uma restrição de convexidade, na qual a fronteira é formada por combinações convexas de unidades eficientes; passando-se a admitir retorno variável de escala,

conhecido como modelo BCC que são as iniciais dos seus autores, conforme (13) – (17):

$$w_o = \max \sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{r0} + c_0 \tag{13}$$

S.a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \tag{14}$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + c_0 \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \tag{15}$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s. \tag{16}$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \tag{17}$$

Entretanto, a literatura recomenda que o número de DMU's deva ser igual a 1/3 do número total de variáveis de entrada e saída. Quando tal cenário não ocorre os modelos tradicionais de DEA (CCR e BCC) não proporcionam uma boa discriminação dos dados (COOPER, SIEFORD e TONE, 2007).

4. Método de Pesquisa

Segundo Bertrand e Fransoo (2002), esta pesquisa pode ser classificada como aplicada, tendo objetivo empírico descritivo, já que os pesquisadores estão interessados em criar um modelo que adequadamente descreve as relações causais que podem existir na realidade, conduzindo ao entendimento dos processos atuais. Com isso, favorecendo a compreensão de processos reais. A forma de abordar o problema foi quantitativa, sendo a modelagem matemática o método de pesquisa adotado.

Esta pesquisa utilizará a base científica desenvolvida por Markowitz para propor um método para seleção de portfólios de investimentos no mercado de ações. Entretanto, antes, para a seleção das ações eficientes será utilizado um modelo de Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis – DEA*).

Aqui descreve-se um método para seleção de portfólios de investimentos, aplicando o conceito proposto por Markowitz, com a incorporação de modelos matemáticos da Pesquisa Operacional comentados na seção anterior. A Figura 1 apresenta os passos que serão seguidos para condução desta pesquisa.

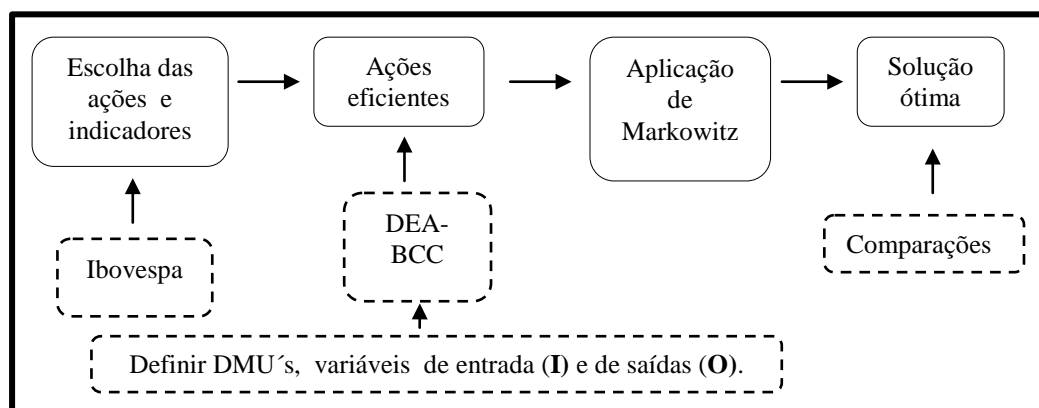


Figura 1: Fluxograma da pesquisa

A amostra inicial foi constituída por ações de empresas de capital aberto na Bolsa de Valores de São Paulo – BOVESPA, obtidas por meio de consultas ao banco de dados Economática[®]. Nesta pesquisa, optou-se pelas 40 empresas com maior participação no IBOVESPA, seja o tipo de ativo ON ou PN.

Após a seleção da amostra, selecionou-se o conjunto de indicadores de entrada e saída (*inputs* e *outputs*) utilizados na análise de eficiência por meio do modelo DEA. Optou-se pelos indicadores propostos por Powers e McMullen (2000), Lopes, Lanzer e Lima (2008) e Lopes, Carneiro e Schneider (2010).

Os autores propõem que os indicadores de retorno de 1, 2 e 3 anos e lucro por ação compõem o conjunto de *outputs*, enquanto os indicadores como Beta (60 meses), Preço/Lucro e volatilidade de 36 meses compõem o conjunto de *inputs*. Segundo Powers e McMullen (2000), os indicadores buscam ativos que proporcionem os maiores valores de retornos e lucro por ação enquanto que apresentam o menor Preço/Lucro e risco.

Entretanto, neste trabalho, realizaram-se algumas alterações com o objetivo de avaliar o impacto do uso de variáveis de entrada (*inputs*) que reflitam o risco associado aos períodos dos retornos analisados. A proposta foi utilizar como indicadores de risco a volatilidade das ações selecionadas em prazos iguais aos utilizados nos retornos, em janelas de 12 meses, ou seja, anos 1,2 e 3. Assim, utilizando-se períodos iguais para risco e retorno, pretende-se fornecer, ao modelo, variáveis de entrada (*inputs*) equivalentes quanto ao período das observações.

Os dados foram coletados com o software Economática[®]. Desta forma, este artigo visa avaliar a eficiência de ações (DMU's), no qual as entradas ou *inputs* (I) são todos os indicadores que deseja-se minimizar, e saídas ou *outputs* (O) são todos os indicadores que se deseja maximizar, como mostra a Tabela 1. Nesta tabela, os dados negativos foram tratados conforme propõem Cook e Zhu (2008), sendo acrescidos do valor que tornava positivo o valor mais negativo, sem alterar a análise.

Tabela 1: Dados de entradas (I) e saídas (O) e resultados da avaliação da eficiência

DMU's	V1	V2	V3	PL	LPA	R1	R2	R3	Eficiência
-	I	I	I	I	O	O	O	O	E
DMU1	21,32	25,14	25,67	42,08	3,62	34,13	40,14	66,08	0,84
DMU2	25,63	17,85	25,50	48,75	3,90	56,85	44,08	70,92	0,86
DMU3	27,44	23,54	18,08	43,45	4,80	53,69	58,42	89,82	0,90
DMU4	28,32	17,51	14,20	43,57	4,69	66,48	57,87	107,83	1,00
DMU5	28,98	18,53	32,30	37,88	5,93	56,60	55,42	99,44	1,00
DMU6	22,54	25,66	23,59	55,68	2,56	56,91	60,70	108,95	0,80
DMU7	28,07	44,06	36,65	29,51	0,16	66,41	26,61	32,30	0,79
DMU8	26,50	23,53	16,94	41,87	2,94	58,43	58,50	89,78	0,94
DMU9	25,92	18,22	26,25	49,61	3,90	56,01	34,74	72,55	0,85
DMU10	28,00	38,06	67,34	24,69	1,65	68,39	42,59	0,55	0,85
DMU11	21,73	27,83	35,33	41,22	3,62	35,79	30,31	56,18	0,78
DMU12	27,63	32,00	21,96	48,87	2,84	29,22	43,42	71,32	0,79
DMU13	32,46	38,35	59,20	13,85	1,35	29,71	14,48	77,64	0,83

DMU14	28,04	18,42	21,44	47,76	5,54	41,02	134,07	104,35	1,00
DMU15	22,78	25,41	16,18	55,50	5,37	94,66	126,08	97,20	1,00
DMU16	15,52	16,35	9,72	62,33	2,67	75,05	85,80	127,01	1,00
DMU17	17,88	21,67	38,47	35,67	7,01	73,59	111,96	64,27	1,00
DMU18	16,59	20,54	19,76	79,54	2,94	87,84	79,35	114,94	0,99
DMU19	34,74	39,68	12,65	41,88	3,61	23,99	73,05	96,12	1,00
DMU20	31,06	63,88	25,05	78,25	2,33	45,07	13,74	109,43	0,62
DMU21	24,38	20,24	36,64	45,43	2,60	62,70	103,32	59,07	0,88
DMU22	28,93	51,45	55,47	38,88	3,10	60,23	55,18	56,43	0,68
DMU23	30,03	31,12	34,58	0,11	1,71	34,42	25,67	42,76	1,00
DMU24	34,29	47,91	64,99	17,12	1,71	33,35	0,12	82,99	0,77
DMU25	24,36	19,64	16,95	37,32	5,86	112,30	86,53	87,29	1,00
DMU26	23,75	28,13	40,08	40,98	2,60	61,80	47,37	67,18	0,74
DMU27	11,90	14,64	19,65	44,30	5,96	75,57	98,81	88,13	1,00
DMU28	32,42	32,37	17,92	56,43	4,89	92,58	69,72	105,43	0,87
DMU29	32,69	34,42	54,94	0,78	1,74	33,51	7,20	84,69	1,00
DMU30	29,84	46,56	52,26	57,26	2,25	32,28	84,03	70,29	0,57
DMU31	32,07	41,41	24,84	50,26	3,90	217,50	113,06	63,72	1,00
DMU32	25,49	28,30	21,24	55,15	4,01	88,65	41,72	111,10	0,82
DMU33	20,99	27,04	27,36	59,52	2,35	0,28	21,28	94,46	0,72
DMU34	27,29	26,52	26,93	48,55	2,96	89,06	53,03	104,51	0,82
DMU35	28,90	27,13	24,07	71,23	2,43	60,37	75,82	113,41	0,68
DMU36	22,07	16,66	20,56	54,89	3,87	66,60	86,75	120,11	1,00
DMU37	24,79	27,38	20,28	47,61	2,85	63,56	99,94	157,73	1,00
DMU38	29,17	49,91	57,83	26,34	1,27	52,50	26,44	22,30	0,75
DMU39	26,45	25,65	25,39	52,96	3,08	111,63	87,08	64,11	0,79
DMU40	23,96	29,47	19,39	57,95	6,02	67,76	79,78	112,87	1,00

Neste trabalho propõe-se um modelo DEA-BCC, optou-se pelo modelo BCC devido ao fato das empresas atuarem em diferentes setores industriais, o que caracteriza um cenário de retorno variável de escala.

Para a modelagem do modelo DEA, utilizou-se o *software The General Algebraic Modeling (GAMS®)* na versão 23.6.5 e *solver CPLEX* na versão 12.2.1.

E, os resultados de eficiência (E) são apresentados pela última coluna da Tabela 1. Os modelos considerados eficientes, ou seja, com valor igual a 1 no resultado, foram considerados participantes da carteira. Observa-se que das 40 ações iniciais, apenas 15 foram consideradas eficientes de acordo com os indicadores selecionados.

Com o objetivo de comparação, três propostas de carteiras foram realizadas. Para isso, utilizou-se os retornos mensais dos últimos 36 meses para cada um dos ativos, ou seja, de abril de 2010 à março de 2013.

Na primeira delas utilizou-se o suplemento *Solver* do Microsoft Excel® para otimizar os 40 ativos iniciais através do modelo de Markowitz, anteriormente apresentado e representado pelas equações (1) – (3), obtendo os pesos recomendados para cada um dos 40 ativos, denominada de carteira Markowitz.

Para a segunda proposta, a mesma atividade foi realizada, entretanto desta vez, considerou-se apenas os 15 ativos considerados eficientes pelo modelo DEA, ou seja, DMU's com valores de eficiência iguais a 1, denominada carteira DEA Markowitz.

E, por fim, a terceira proposta, na qual utilizou-se os 15 ativos considerados eficientes através do DEA, contudo, o critério para alocação de capital foi simplesmente a divisão por igual do montante a ser investido entre os ativos eficientes, denominada de carteira DEA (1/N).

5. Resultados

Na Tabela 2 são apresentados os resultados de variância, retorno e relação retorno/risco, obtidos com as carteiras propostas. Observa-se que a carteira otimizada pelo modelo de Markowitz apresenta menor risco, e também menor retorno entre as carteiras propostas. Onde, a carteira otimizada é composta por 13 ativos diferentes.

Já a carteira DEA (1/N) apresenta um aumento expressivo da variância quando comparado à carteira otimizada pelo modelo de Markowitz, obtendo a pior relação Retorno/Risco. Sendo composta pelos 15 ativos considerados eficientes por meio da Análise Envoltória de Dados.

E, por fim a carteira DEA Markowitz, no qual avaliou a eficiência de 40 ações, inicialmente propostas, e obteve-se 15 ações consideradas eficientes. Otimizou-se então por meio do modelo de Markowitz, obtendo a participação de cada um dos ativos a fim de minimizar a variância, no qual a carteira otimizada é composta por apenas 8 dos 15 ativos avaliados como eficientes e ainda resulta na melhor relação Retorno/Risco.

Tabela 2: Tabela de resultados

	Markowitz	DEA (1/N)	DEA Markowitz
Variância	0,07%	0,16%	0,08%
Retorno	1,49%	1,54%	2,43%
Retorno/Risco	22,88	9,54	30,78
Nº de Ativos	13	15	8

A Tabela 3 mostra o retorno acumulado nos 36 meses em estudo obtidos a partir da aplicação das três carteiras: Markowitz, DEA (1/N) e DEA Markowitz. Comparam-se os retornos acumulados dessas carteiras com o do índice da Bolsa de Valores de São Paulo – Ibovespa.

Tabela 3: Retorno acumulado dos modelos e do Ibovespa

Mês	Markowitz	DEA (1/N)	DEA Markowitz	Ibovespa
1	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
2	-2,89%	-3,34%	-2,31%	-13,41%
3	-2,96%	-1,95%	0,03%	-4,06%
4	2,05%	8,84%	6,00%	-7,43%
5	2,91%	8,88%	9,51%	-1,34%
6	8,38%	14,88%	15,36%	0,43%
7	13,07%	22,46%	22,01%	-3,79%
8	14,31%	22,47%	24,30%	-1,52%
9	17,01%	22,91%	26,95%	-5,40%
10	12,62%	15,75%	22,25%	-4,25%
11	15,06%	16,05%	24,26%	-2,53%
12	21,38%	23,56%	31,62%	-6,02%
13	24,03%	27,06%	35,93%	-8,17%

14	25,41%	28,81%	40,22%	-11,32%
15	23,36%	27,86%	38,07%	-16,41%
16	24,58%	22,97%	38,47%	-19,72%
17	27,54%	25,68%	42,68%	-25,65%
18	28,30%	21,68%	41,88%	-17,10%
19	31,67%	32,50%	47,47%	-19,18%
20	31,25%	33,60%	48,13%	-19,35%
21	37,23%	35,23%	54,34%	-10,38%
22	38,47%	45,11%	57,04%	-6,49%
23	50,80%	58,03%	72,40%	-8,34%
24	60,74%	65,82%	84,30%	-12,16%
25	62,54%	69,59%	88,07%	-22,58%
26	53,38%	56,63%	79,74%	-22,77%
27	57,99%	58,70%	86,33%	-20,29%
28	60,09%	63,40%	90,41%	-18,92%
29	62,76%	67,19%	93,06%	-15,92%
30	64,11%	69,51%	97,69%	-18,92%
31	64,76%	72,44%	101,53%	-18,34%
32	69,78%	79,07%	107,60%	-13,40%
33	75,76%	80,33%	114,56%	-15,09%
34	79,82%	82,81%	121,82%	-18,41%
35	78,80%	83,06%	121,04%	-19,94%
36	82,46%	84,44%	127,29%	-21,78%

Por meio da Tabela 3 e da Figura 2 pode-se observar que as carteiras construídas superam o Ibovespa. A carteira otimizada DEA Markowitz obtém o melhor desempenho, com um retorno acumulado de 127,29%, superando as carteiras otimizadas apenas com as teorias de Markowitz ou Análise Envoltória de Dados.

Observa-se que os resultados da carteira Markowitz e DEA (1/N) apresentam comportamento e retornos acumulados próximos, com 82,46% e 84,44% respectivamente. Entretanto, a carteira otimizada DEA (1/N) apresenta maior variância, e uma pior relação retorno/risco, quando comparada à carteira otimizada pela teoria de Markowitz.

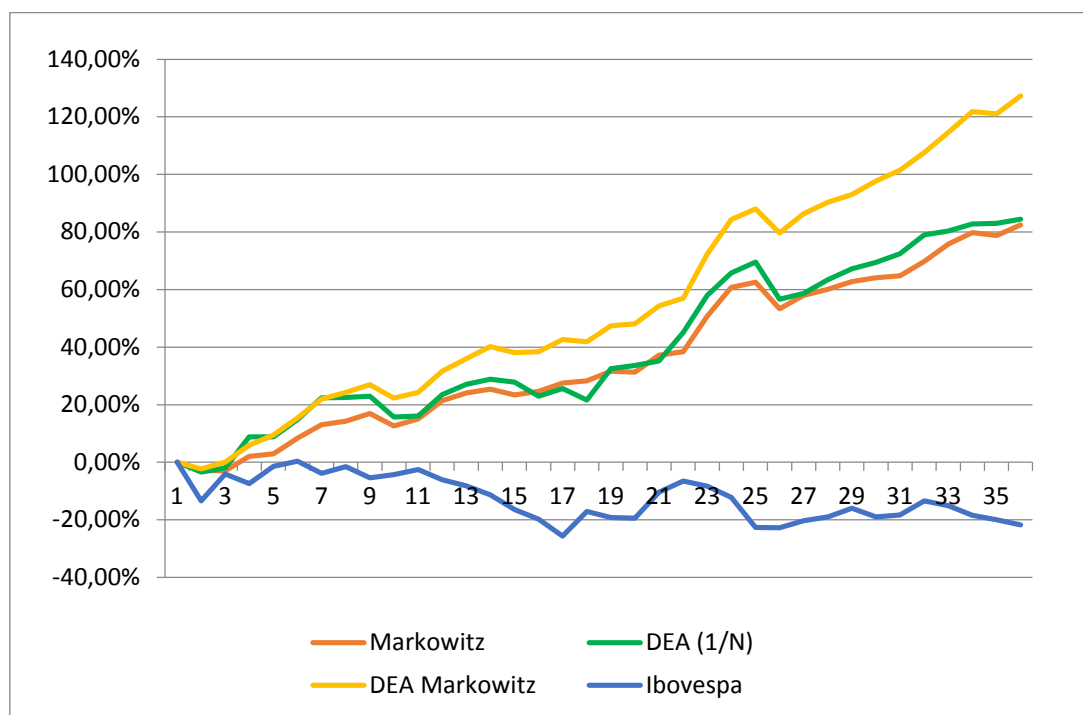


Figura 2: Retorno acumulado das carteiras otimizadas no período de 36 meses

6. Conclusões

Nesta pesquisa avaliou-se a possibilidade da utilização do DEA na montagem de carteiras para investimentos na Bolsa de Valores de São Paulo – BOVESPA. Para isso, três carteiras foram propostas: uma delas otimizada pela teoria de Markowitz, uma segunda utilizando o DEA e considerando pesos iguais para os ativos considerados eficientes - DEA (1/N), e outra no qual os pesos de ações consideradas eficientes foram otimizados pelo modelo de Markowitz - DEA Markowitz.

Buscou-se obter o modelo que apresenta melhor relação retorno/risco, de forma a obter um melhor retorno do que o modelo de Markowitz, entretanto, sem resultar em um aumento brusco na variância.

Os resultados apontam que o modelo DEA (1/N) apresenta um melhor retorno do que o modelo de Markowitz, entretanto observa-se uma variância alta e a pior relação retorno/risco dentre os modelos.

A consagrada teoria de Markowitz se mostra eficiente em seu objetivo, ou seja, minimização do risco, retornando a carteira com a menor variância. Entretanto, em muitas das vezes obtém-se um grande número de ativos compondo a carteira, e participações que são impossíveis de serem realizadas na prática, o que dificulta sua utilização.

A metodologia DEA já vem sendo considerada parte integrante de um conjunto de um conjunto de técnicas capazes de auxiliar na seleção de ativos para a composição de carteira. Já a combinação da DEA com a teoria de Markowitz auxiliando na composição da carteira se mostrou eficiente, no qual algumas vantagens podem ser citadas: utilizou-se um maior número de variáveis na análise, ou seja, uma melhor análise que pode contemplar diferentes indicadores; como resultado obteve-se um número reduzido de ativos compondo a carteira, o que torna viável sua utilização; e obteve-se a melhor relação retorno/risco, sendo que a variância sofreu um pequeno incremento.

A carteira obtida com a associação da Análise Envoltória de Dados e o modelo de Markowitz resultam em uma maior rentabilidade, e o mais importante, reduz as perdas em períodos de crise.

Como sugestão para futuras pesquisas, propõe-se a utilização de um maior número de indicadores e uma análise em longo prazo.

Agradecimentos

Agradecimentos à FAPEMIG, CNPq e CAPES pelo apoio financeiro e incentivo à pesquisa.

Referências

- Avkiran, N K.** (2001) Investigating technical and scale efficiencies of Australian Universities through data envelopment analysis. *Socio-Economic Planning Sciences*, 35, 1.
- Bal, H; Örkücü, H; Çelebioglu, S.** (2010), Improving the discrimination power and weights dispersion in the data envelopment analysis, *Computers & Industrial Engineering*, 37, 1.
- Banker, R D; Charnes, A; Cooper, W W.** (1984), Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis, *Management Science*, 30, 9.
- Belentepe, C.** *A statistical view of universal portfolios*, PhD. Dissertation, University of Pennsylvania, 2005.
- BenAbdelaziz, F; Aouni, B; ElFayedh, R.** (2007) Multi-objective stochastic programming for portfolio selection, *European Journal of Operational Research*, 177.
- Bertrand, J W M; Fransoo, J C.** (2002) Operations management research methodologies using quantitative modeling, *International Journal of Operations & Production Management*, 22, 2.
- Calhoun, J.** (2003) *Data envelopment analysis of relative efficiencies of institutions of higher learning*, Association for the Study of Higher Education, Portland, OR.
- Ceretta, P; Costa Jr, N.** (2001) Avaliação e seleção de fundos de investimentos: um enfoque sobre múltiplos atributos, *Revista de Administração Contemporânea*, 5, 1.
- Charnes, A; Cooper, W W; Rhodes, E.** (1978), Measuring the efficiency of decision-making units, *European Journal of Operational Research*, 2, 6.
- Chen, H-H.** (2008) Stock selection using data envelopment analysis, *Industrial Management & Data Systems*, 108, 9.
- Cook, W; Zhu, J.** *Data Envelopment analysis: Modeling Operational Processes and Measuring Productivity*, 1.ed. Independent Publishing Platform, 2008.
- Cooper, W W; Seiford, L M; Tone, K.** *Data Envelopment analysis: A comprehensive text with models, application, references and DEA-Solver Software*, 2.ed. Springer Science + Business, New York, 2007.
- Cover, T; Julian, D.** (2000) Performance of universal portfolios in the stock market - Information Theory – Proceedings, *IEEE International Symposium on Information Theory*.
- Elton, E J; Gruber, M J; Padberg, M.** (1976) Simple rules for optimal portfolio selection, *Journal of Finance*, 31.
- Emrouznejad, A; Parker, B, Tavares, G.** (2008) Evaluation of research in efficiency and productivity: A survey and analysis of the first 30 years of scholarly literature in DEA, *Social Economic Planning Sciences*, 42.
- Gregorious, G.** (2003) Performance appraisal of funds of hedge funds using data envelopment analysis, *Journal of Wealth Management*, 5, 4.

- Halim, R E.**(2010) Marketing productivity and profitability on Indonesian public listed manufacturing firms: An application of data envelopment analysis (DEA),*An International Journal*, 17, 6.
- Haslem, J; Scheraga, C.** (2003) Data envelopment analysis of Morningstar's large-cap mutual funds,*Journal of Investing*, 12, 4.
- Krokhmal, P; Zabarankin, M; Uryasev, S.**(2011) Modeling and optimization of risk,*Surveys in Operations Research and Management Science*, 16.
- Lopes, A L, Lanzer, E, Lima, M V.**(2006) Avaliação do Desempenho de Carteiras de Ações Seleccionadas pelo Modelo de Análise Envoltória de Dados - DEA, *In: Anais do 19º Congresso da APIMEC - Associação dos Analistas e Profissionais de Investimento do Mercado de Capitais*.
- Lopes, A L; Carneiro, M; Schneider, A.**(2010) Markowitz na otimização de carteiras seleccionadas por Data Envelopment Analysis – DEA,*Revista Gestão e Sociedade*, 4, 9.
- Markowitz, H.**(1952) Portfolio Selection,*Journal of Finance*, 7, 1.
- Nawrocki, D N; Carter, W L.**(1998) Earnings announcements and portfolio selection. Do they add value? *International Review of Financial Analysis*, 7.
- Powers, J; McMullen, P.**(2000) Using data envelopment analysis to select efficient large market cap securities,*Journal of Business and Management*, 7, 2.
- Sharp, W F.**(1963) A simplified model for portfolio analysis,*Management Science*, 9.
- Shing, C; Nagasawa, H.**(1999) Interactive decision system in stochastic multi-objective portfolio selection,*International Journal of Production Economics*, 60.
- Zhu, J.**(2003) *Quantitative models for performance evaluation and benchmarking*, Massachusetts, EUA: Kluwer Academic Publishers.