

UMA PROPOSTA DE REDISTRIBUIÇÃO DE MUNICÍPIOS POR SUBÁREAS EM OPERAÇÕES CENSITÁRIAS DO IBGE NO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Raphael Soares de Moraes

Ivail Muniz Junior

Simone Aldrey

Juliana Beatriz

Paulo Oswaldo Boaventura Netto

Samuel Jurkiewicz

Laura Bahiense

Programa de Engenharia de Produção, COPPE/UFRJ

Av. Athos da Silveira Ramos 149, bl. F, sl. F103

E-mails: raphasm@gmail.com, ivailmuniz@gmail.com, simonealdrey@yahoo.com.br,
juliana_bcos@yahoo.com.br, boaventu@po.coppe.ufrj.br, jurki@pep.ufrj.br,
laura.bahiense@gmail.com

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta para o processo de escolha e agrupamento de municípios na formação de regiões populacionais, definidas como subáreas, em operações censitárias do IBGE. O objetivo principal é analisar e redesenhar a atual distribuição dos municípios do Estado do Rio de Janeiro, definindo novas subáreas para as atuais sedes com o objetivo de minimizar o trânsito dos respectivos coordenadores pelos postos de coleta. Utiliza-se um modelo de grafo, elaborado com o uso de diagramas de Voronoi e um modelo em programação inteira, a partir de uma adaptação do problema de localização de facilidades (Facility Location Problem). Os dados foram obtidos da base do IBGE, aplicando-se os sistemas de Geoprocessamento do *Google Maps* e do *ArcGIS*. Os resultados obtidos são apresentados e comparados à situação atual.

Palavras-chave: Censo geográfico, Diagramas de Voronoi, Localização de Facilidades.

Área principal: Localização.

Abstract

This paper presents a proposal for selection and grouping process of municipalities in the formation of populated areas, defined as subareas in the IBGE census operations. The main objective is to analyze and redraw the current distribution of the municipalities of the State of Rio de Janeiro, Brazil, defining new subareas for the current headquarters in order to minimize coordinator travels to visit their respective collection points. We used a graph model mounted by applying Voronoi diagrams. The resolution was made by integer programming from an adaptation of the Facility Location Problem. Data were obtained from the IBGE database, applying Google Maps and ArcGIS geoprocessing systems. The results are presented and compared to the current situation.

Keywords: Location of census subareas, Voronoi Diagram, Facility Location Problem.

Main Area: Location.

1. Introdução

O Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) realizou, entre os meses de agosto e novembro de 2010, o XII Censo Demográfico – Censo 2010, utilizando aproximadamente 220.000 recenseadores e agentes de pesquisa, que visitaram aproximadamente 58 milhões de domicílios de 5.565 municípios de todo o país. Para operações desse tipo, os municípios brasileiros foram divididos em pequenas unidades geográficas denominadas *setores censitários*. Cada um deles é essencialmente uma unidade de controle cadastral com área contínua, integralmente urbana ou rural, cuja dimensão, número de domicílios e de estabelecimentos permitem a um único recenseador visitá-lo e coletar as informações em um prazo determinado, respeitando o cronograma de atividades. Em áreas urbanas, cada setor contém 300 domicílios aproximadamente [IBGE1].

Neste Censo, os recenseadores utilizam equipamentos especializados portáteis, os *Personal Digital Assistants (PDAs)*, para coletar digitalmente as informações nos domicílios existentes em seus setores censitários, devendo periodicamente retornar a um *posto de coleta* de dados pré-determinado para armazenar e transmitir as informações coletadas. Estes postos funcionam comumente em salas cedidas pela prefeitura ou outro órgão público, e servem como base local de operações, com *notebook*, acesso à Internet e material físico utilizado pelos recenseadores (colete, boné, cartazes, mapas e manuais). A cada posto vincula-se um grupo de setores censitários de um município. Conforme o tamanho, população e densidade de um município, este pode ter apenas um ou mais de um posto de coleta. Em 2010, foram utilizados aproximadamente 7000 postos de coleta de dados em todo o Brasil.

O posto de coleta é gerenciado por um supervisor, que acompanha o trabalho de coleta dos recenseadores, monitorando a velocidade, o tempo e a quantidade de domicílios pesquisados dentro das metas estabelecidas. A atividade principal do supervisor é a de operar o *notebook* de onde são transmitidas as informações. Cada supervisor, por sua vez, está vinculado a um funcionário denominado *coordenador de subárea*.

O IBGE define a subárea de duas formas: 1. como um agrupamento de municípios, cada qual pertencente a uma única subárea, ou 2. como uma parte de um município maior. O primeiro caso abrange as situações em que um ou mais municípios pertencem a uma única subárea. Já no segundo caso, um único município é dividido em duas ou mais subáreas. Este caso corresponde aos municípios de grande população. As subáreas são sempre disjuntas e não existe uma subárea que atenda parcialmente mais de um município.

Outro ponto importante é a localização da sede de subárea, base de trabalho do coordenador de subárea. Este funcionário é responsável por acompanhar os trabalhos realizados por todos os supervisores dos postos de coleta sob sua coordenação [IBGE2]. Ele realiza visitas periódicas aos postos de coleta, partindo da sede da subárea. Em função das 538 agências de atendimento próprias do IBGE já existentes e espalhadas pelo território brasileiro, a instituição considerou mais conveniente estabelecer tais agências como sedes de subáreas na maioria dos casos, ficando então suas localizações já pré-estabelecidas.

A operação censitária realizada em 2010 apresentou um agrupamento de municípios em subáreas sem um critério específico de menor distância a ser percorrida pelos seus coordenadores. Este percurso inicia-se na sede da subárea, passa em cada posto de coleta em um ou mais municípios pertencentes à subárea e termina no retorno à sede. É claro que, quanto maior o percurso, maior o gasto com combustível e eventuais diárias. Além destes custos, há o impacto no andamento dos trabalhos e na solução dos problemas.

Este trabalho propõe uma forma de realizar melhorias no particionamento por subáreas, visando as próximas operações censitárias, como a contagem da população em 2015 e o Censo Demográfico de 2020. O seu objetivo é propor um método para o reagrupamento de municípios que esteja de acordo com as normas do IBGE e que procure minimizar o deslocamento de um coordenador por seus postos de coleta. Em função disso, o trabalho envolve os agrupamentos

possíveis de municípios que atendam às restrições impostas pelo modelo. Neste ponto, ele difere da maioria dos trabalhos envolvendo localização de serviços, no sentido em que, aqui, se procura redistribuir os clientes (municípios) e não os servidores (subáreas).

O território analisado corresponde a parte do Estado do Rio de Janeiro. Foram excluídos dele os municípios do Rio de Janeiro, São Gonçalo, Duque de Caxias, Nova Iguaçu, Niterói e São João de Meriti, por estes se encontrarem no segundo caso de definição de subáreas, ou seja, municípios contendo mais de uma subárea.

O texto está distribuído da seguinte forma: a Seção 2 é de revisão bibliográfica e de descrição do Diagrama de Voronoi e do Problema de Localização de Facilidades, especificamente o modelo de p -medianas, ambos relacionados aos modelos formulados para o problema em questão. Na Seção 3, analisa-se o problema a ser resolvido, apresentando-se uma descrição metodológica do estudo realizado, incluindo a modelagem matemática do problema de programação inteira. Os dados utilizados foram, obtidos junto ao IBGE. Finalmente, na Seção 4, analisam-se os resultados obtidos, comparando-se a atual distribuição, utilizada no Censo 2010, com as redistribuições obtidas pela aplicação do diagrama de Voronoi, e do modelo em programação inteira, utilizando-se distâncias euclidianas e distâncias por malha rodoviária.

2. Revisão Bibliográfica

2.1. Modelagem por Diagramas de Voronoi

Os diagramas de Voronoi presentes no estudo se baseiam na ideia de particionar o plano em regiões, a partir de um dado conjunto de pontos $P = \{P_1, P_2, \dots, P_n\} \in \mathbb{R}^2$, de modo que todos os demais pontos do plano estejam associados ao elemento mais próximo de P , chamado *conjunto gerador* do diagrama de Voronoi. Considerando $\psi(X, Y)$ a distância, em uma dada métrica, entre dois pontos X e $Y \in \mathbb{R}^2$, o diagrama de Voronoi é definido matematicamente por:

$$V(P_i) = \{X \in \mathbb{R}^2 \mid \psi(X, P_i) \leq \psi(X, P_j) \forall j \in \{1, \dots, n\}\}$$

O exemplo clássico é o diagrama de Voronoi ordinário, em que a distância entre dois pontos é a Euclidiana, com $\psi(X, Y) = |X - Y|$, com as regiões resultantes formadas por polígono convexos (Novaes, 2007).

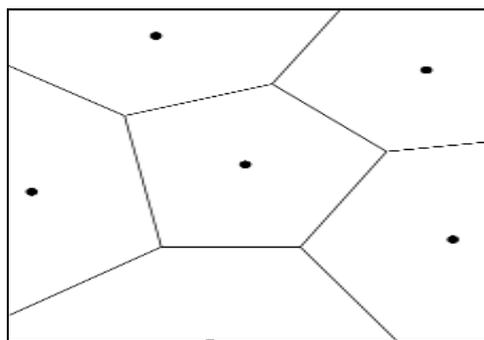


Figura 1 - Diagrama de Voronoi - Particionamento do plano a partir das mediatrizes.

Neste estudo, P é o conjunto de sedes das subáreas, o plano é o Estado do Rio de Janeiro e as regiões formadas por Voronoi são aproximações do território das subáreas a serem formadas, levando-se em conta ainda o conjunto de postos de coletas presentes em cada região.

Os diagramas de Voronoi têm sido utilizados com sucesso em diversos problemas, envolvendo problemas de zoneamento e de localização, tais como os apresentados na literatura (Suzuki e Okabe, 1995; Boots et al., 1997; Okabe et al., 2000; Galvão et al., 2006; Novaes et al., 2007).

2.2. Problemas de Localização de Facilidades (PLF)

Os Problemas de Localização de Facilidades (*Facility Location Problems*) tratam de decisões envolvendo a localização de um conjunto de p facilidades em uma rede, considerando-se que existe um conjunto de m clientes a serem atendidos, de forma a otimizar um determinado critério. As “facilidades” podem ser, por exemplo, indústrias, centros de distribuição, escolas ou postos de saúde, enquanto os “clientes” podem ser depósitos, lojas, pacientes, estudantes etc..

Resultados para as muitas variantes do problema estão em (Love e Moris, 1988); (Drezner e Hamacher, 2002); (Church e ReVelle, 1974) e (Pizzolato et al, 2004). Segundo (Current et al, 2002) esses problemas aparecem em todos os níveis de organização humana; estão associados a decisões estratégicas com efeitos de longo prazo; são geralmente muito difíceis de resolver, além de frequentemente precisarem de adaptações na modelagem das situações apresentadas, ou seja, tendem a ser específicos a cada aplicação. Dentre os principais problemas de localização estão os problemas das p -medianas, dos p -centros, de localização de facilidades com capacidade ilimitada e os de capacidade limitada (sem ou com fonte única) (Arenales, 2007).

Dentre as variações do PLF encontradas na literatura, não consta um problema semelhante ao aqui descrito, uma vez que as facilidades (sedes de subáreas) de onde partem os coordenadores, não são escolhidas e sim previamente determinadas. O que se escolhe, portanto, são os clientes (municípios) que deverão ser atendidos pelas respectivas facilidades, com base na distância total a ser percorrida pelo coordenador da sede até os postos de coleta. O problema que mais se assemelha a este é o das p -medianas, apresentado a seguir.

2.2.1. Problema das p -medianas

Este problema envolve a localização de p facilidades e a designação dos clientes a essas facilidades, de modo a minimizar a soma das distâncias de clientes a facilidades. Sua formulação é como segue.

Consideremos as seguintes variáveis e parâmetros:

- J conjunto dos nós que representam os clientes, em que $j = 1, \dots, n$
- I conjunto dos locais candidatos à localização de facilidades, em que $i = 1, \dots, m$
- q_j demanda do cliente j
- d_{ij} distância do cliente j à facilidade localizada em i
- c_{ij} custo de atender à demanda q_j a partir de uma facilidade localizada em i
- f_i custo fixo de instalação de uma facilidade no local i
- Q_i capacidade da facilidade instalada no local i

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{se a facilidade é aberta no local } i \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$\min \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ij} x_{ij} \quad (E1)$$

s.a.

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = 1 \quad \forall j \in J \quad (E2)$$

$$x_{ij} \leq x_i \quad \forall i \in I, \forall j \in J \quad (E3)$$

$$\sum_{i \in I} y_i = p \quad (E4)$$

$$x \in B^{|I||J|}, y \in B^{|I|} \quad (E5)$$

2.3. Sistemas de Informações Geográficas

No estudo, foi utilizado o *software* ArcGIS, da família dos sistemas de Informação Geográfica (SIGs, ou GIS em inglês). Chamamos de *informação geográfica* à informação sobre locais na superfície da Terra, que variam desde o conhecimento sobre em que lugar está algo, até o que se pode encontrar, ou se ter disponível, dada uma localização.

Os SIGs são ferramentas computacionais de geoprocessamento, que permitem a realização de análises complexas, ao integrar dados de diversas fontes e criar bancos de dados georreferenciados. Tais sistemas são ferramentas que associam bancos de dados com informações espaciais, na forma de mapas digitalizados, permitindo o georreferenciamento, ou seja, identificando mapas associados a dados relativos à geografia da região. Conforme (Barcelos et al, 2004), além de favorecer a representação visual das análises, esses sistemas permitem efetuar diversas operações entre bancos de dados descritivos de ambientes geográficos, além de permitir calcular áreas restritas a aspectos pré-definidos; servir, eles mesmos, como bancos de dados; simplificar a tarefa de manipulação de dados; permitir melhor compreensão e apresentação do problema; e facilitar a análise dos resultados obtidos por meio da visualização espacial.

3. O Problema

Este trabalho apresenta recursos para propor e avaliar melhorias no particionamento de um território por subáreas, visando as próximas operações censitárias, através de um método para o reagrupamento de municípios em acordo com as normas do IBGE, que procure minimizar o deslocamento de um coordenador por seus postos de coleta. É importante destacar que o deslocamento dar-se-á da sede da subárea a cada um dos postos de coleta pertencentes à respectiva subárea, analisando-se a distância de ida somente, sem perda de generalidade. O problema é modelado através da construção de um grafo bipartido completo, associando-se cada posto de coleta e cada sede de subárea a um vértice. Cada aresta representa uma possível ligação (percurso a ser realizado pelo coordenador) entre a sede da subárea e o posto de coleta. A partir desse grafo, realizaram-se dois estudos complementares: o primeiro usando o diagrama de Voronoi e o segundo utilizando um modelo baseado em programação inteira.

O primeiro passo foi a delimitação do território a ser estudado no Estado do Rio de Janeiro. Em vista do particionamento interno em subáreas de municípios com grandes populações (acima de 500 mil habitantes), os municípios do Rio de Janeiro, Caxias, São João de Meriti, Nova Iguaçu, Niterói e São Gonçalo foram excluídos do território a ser estudado. O território a analisar ficou composto de 86 municípios, 28 sedes de subáreas e 139 postos de coleta.

O passo seguinte foi a obtenção, junto ao IBGE, de todos os endereços dos postos e das sedes de subárea do território de estudo. Os dados foram obtidos em forma de planilha eletrônica. As informações de localização, tanto das sedes de subáreas, quanto dos postos de coleta, estavam limitadas à descrição do endereço, ou seja, logradouro, número, bairro e demais dados, não constando do banco as coordenadas geográficas (latitude e longitude). Foi necessário então realizar um trabalho inicial de obtenção dessas coordenadas. Para isso, optou-se pelo uso da aplicação *Google Maps*, que permite localizar as coordenadas geográficas, com boa precisão, de um endereço fornecido, exibindo um mapa com fotos de satélite. A partir destas imagens, foi possível localizar com boa precisão as sedes de subárea e os postos de coleta pesquisados, registrando-se suas coordenadas. Foram gerados dois arquivos KML, o primeiro com a camada das sedes das subáreas e o segundo com a camada dos postos de coleta. A partir deles, foram seguidas duas linhas de trabalho:

1. Uso das coordenadas geográficas existentes nos arquivos KML como entrada de um programa criado para obter a matriz de todas as distâncias (euclidianas e rodoviárias) formadas pelas 28 sedes x 139 postos de coleta = 3892 distâncias, através do *Google Maps*.

2. Importação dos arquivos KML para o software ArcMap do pacote ESRI [ESRI] para tratamento, análise dos mapas e confecção do modelo com diagramas de Voronoi.

A partir da matriz de distâncias em (1), foi possível a modelagem do problema de programação linear inteira, utilizando o software *XPRESS*, V.7.2. da FICO. A partir dos arquivos em (2) elaborou-se um diagrama de Voronoi baseado nos pontos das sedes das subáreas, obtendo-se o primeiro modelo para melhoria de agrupamentos de municípios por subáreas.

3.1. Modelagem Matemática

O problema acima descrito foi modelado como programação inteira, baseado na minimização da distância percorrida pelo coordenador de subárea aos seus postos de coleta, exibindo uma nova distribuição de municípios por subáreas. O resultado corresponde à definição de quais municípios estão associados a cada sede de subárea, formando assim as novas subáreas.

Conforme apontamos na Seção 2, este problema se assemelha ao problema das *p*-medianas, muito embora o objetivo aqui não seja encontrar a localização de servidores (facilidades), dentre possíveis candidatos.

Denominamos nosso problema como Problema de Localização de Clientes com Servidores Pré-Estabelecidos, denominado por (LCSE). Na formulação matemática, os autores utilizaram a seguinte notação, nomeando o território de estudo acima descrito como TERJ:

3.1.1. Função objetivo

$$z(\text{LCSE}) = \min \sum_{i \in I} \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} d_{jk} \cdot X_{ij} \cdot Y_{ik}$$

Consideramos as distâncias da sede *j* ao posto *k*, com o município *i* pertencendo à subárea *j*, e o posto *k* pertencendo ao município *i*. Por isso, foram usadas duas variáveis binárias na função objetivo, uma para a relação de pertinência município-subárea e outra para a relação de pertinência posto de coleta-município.

3.1.2. Restrições de população por subárea

$$\sum_{i \in I} p_i \cdot X_{ij} \leq M \quad \forall j \in J$$

A população de cada subárea não pode ultrapassar o valor de *M* habitantes (*M* = 500.000 hab.)

p_i = População do município *i* [IBGE3]

3.1.3. Restrição de número de municípios por subárea.

$$\sum_{i \in I} X_{ij} \leq \max \text{Munic}, \quad \forall j \in J$$

$$\sum_{i \in I} X_{ij} \geq \min \text{Munic}, \quad \forall j \in J$$

Cada subárea tem uma capacidade mínima e uma capacidade máxima de municípios. Em nosso caso, a mínima é igual a 1 e a máxima igual a 8, conforme normas do IBGE.

3.1.4. Restrições de garantia de existência de subárea para todas as sedes.

$$\sum_{i \in I} X_{ij} \geq 1, \quad \forall j \in J$$

Cada subárea deve ter no mínimo 1 município.

3.1.5. Restrição da unicidade de associação de município com subárea (*assignment*).

$$\sum_{j \in J} X_{ij} \geq 1, \quad \forall i \in I$$

Cada município pertence a exatamente uma subárea. Assim, um município não pode ser atendido por mais de uma sede de subárea.

3.1.6. Variáveis Binárias.

$$X_{ij} = \langle 1, \text{se município } i \text{ pertence à sede } j; 0, \text{ caso contrário} \rangle$$

$$Y_{ik} = \langle 1, \text{se posto } k \text{ pertence ao município } i; 0, \text{ caso contrário} \rangle$$

3.1.7. Fixação de Variáveis

$$X_{ij} = \langle 1, \text{se a sede da subárea } j \text{ está dentro do território do município } i; \\ 0, \text{ caso contrário} \rangle$$

Esta fixação é importante para garantir que o município que possui uma sede de subárea pertença, necessariamente, a esta subárea.

4. Resultados computacionais

Utilizaram-se, na análise do problema, cinco modelos distintos, sendo a formulação matemática proposta no artigo implementada em *Mosel/Xpress-MP*, com exceção do primeiro modelo.

Modelo 1: modelo utilizando diagrama de Voronoi, a partir da ferramenta do *ArcGIS* para aplicação dessa técnica.

Modelos utilizando programação inteira.

Modelo 2: PI1 – considerando distância euclidiana sem as restrições 3.4 e 3.5

Modelo 3: PI2 – considerando distância euclidiana com as restrições 3.4 e 3.5

Modelo 4: PI3 – considerando distância rodoviária sem as restrições 3.4 e 3.5

Modelo 5: PI4 – considerando distância rodoviária com as restrições 3.4 e 3.5

4.1. Cenário atual (Censo de 2010)

A distribuição atual corresponde ao censo de 2010. A distância total euclidiana totalizou 1.759 quilômetros e a distância rodoviária, 2.881 quilômetros.

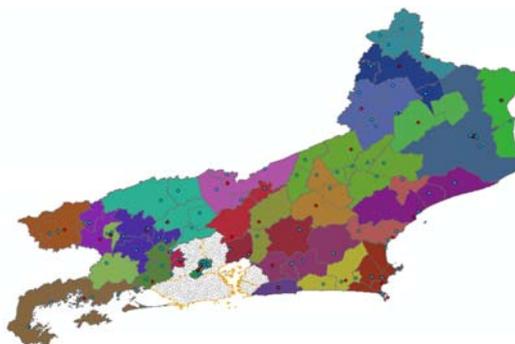


Figura 2- Atual distribuição de municípios por subáreas – Censo 2010

4.2. Resultados do Modelo 1

Neste modelo, compararam-se as distâncias euclidianas da sede a cada um dos postos de coleta de uma subárea, considerando a distribuição atual e a obtida pelo diagrama de Voronoi. O

critério adotado para associar um município, cujo território pertencesse a mais de uma região poligonal, a uma sede, foi o número de postos de coleta presentes em cada região poligonal. Após a aplicação do Voronoi, algumas modificações ocorreram: das 28 subáreas existentes, 17 sofreram alterações quanto aos municípios que abrangiam. A Figura 3 apresenta a variação da quantidade de municípios por subáreas no modelo 1 e as Figuras 2 e 4 ilustram o cenário atual e o cenário pós-aplicação do modelo 1.



Figura 3 – Subáreas que sofreram alterações na quantidade de municípios

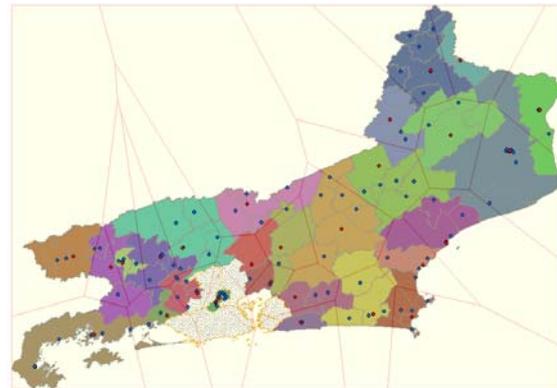


Figura 4 – Distribuição de municípios por subáreas com a aplicação do Voronoi

Observa-se que a divisão obtida com o Voronoi, apesar de simples e limitada por considerar distâncias euclidianas e desconsiderar fatores demográficos e operacionais (como densidade populacional e distância pela malha rodoviária), gerou ganhos consideráveis na comparação com o cenário atual. A distância total percorrida pelo coordenador de subárea sofreu uma redução de 10,04%, passando de 1.759 km para 1.583 km, trabalhando-se em sentido único como indicado acima.

Em relação ao número de municípios, 9 subáreas tiveram redução, 8 apresentaram aumento e 11 mantiveram o mesmo número de municípios. Já em relação à população, 9 subáreas tiveram redução, 14 apresentaram aumento entre 0% e 10% e 5 subáreas apresentaram aumento maior que 10%. Apesar da melhora, é importante observar que os instrumentos utilizados não consideram a malha rodoviária, o que pode gerar distorções na avaliação da menor distância *efetivamente* percorrida em regiões montanhosas, ou em lugares cujas distâncias em linha reta se desviem consideravelmente das distâncias rodoviárias.

4.3. Resultados dos Modelos 2 e 3 (PI1 e PI2)

Nos modelos **PI1** e **PI2**, compararam-se as *distâncias euclidianas* percorridas pelo coordenador, de sua sede a cada posto de coleta de sua subárea, considerando o cenário atual e a distribuição obtida pela utilização do modelo LCSE. Os resultados obtidos sem as restrições 3.4 e 3.5 foram iguais entre si.

Com a aplicação dos modelos PI1 e PI2, a distância total percorrida pelo coordenador de subárea sofreu uma redução de 13,96%, passando de 1.759 km para 1.514 km, com base em sentido único. Cabe a mesma observação feita a respeito do modelo Voronoi.

Em relação ao número de municípios, 10 subáreas tiveram redução, 9 subáreas apresentaram aumento e 9 mantiveram o mesmo número de municípios. Já em relação à população, 10 subáreas tiveram redução, 13 apresentaram aumento entre 0% e 10% e 5 subáreas apresentaram aumento maior que 10%.

As Figuras 2 e 6 permitem comparar a atual distribuição, utilizada no Censo 2010, com a obtida pela aplicação do modelo LCSE, utilizando distâncias euclidianas, onde é possível visualizar as alterações na composição das subáreas. Das 28 subáreas existentes, 19 sofreram alterações

quanto a que municípios abrigavam. A Figura 5 apresenta a variação da quantidade de municípios por subáreas nos modelos 2 e 3.

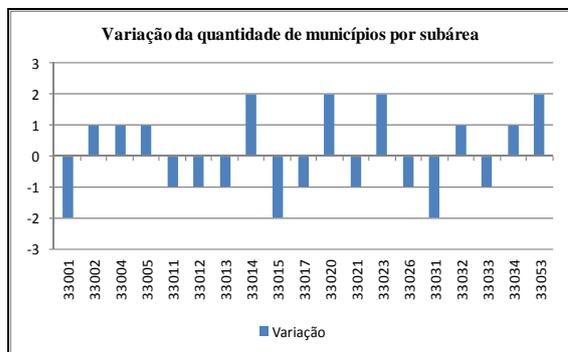


Figura 5 –Subáreas que sofreram alterações na quantidade de municípios

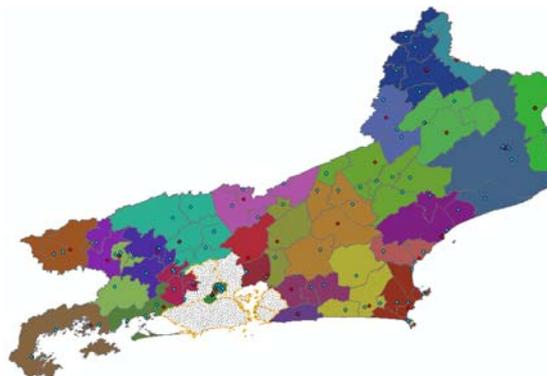


Figura 6 - Distribuição de municípios por subáreas com a aplicação do LCSE, considerando distâncias euclidianas (Modelos PI1 e PI2)

4.4. Resultados dos Modelos 4 e 5 (PI3 e PI4)

Nos modelos **PI3** e **PI4**, compararam-se as *distâncias rodoviárias* percorridas pelo coordenador, de sua sede a cada posto de coleta de sua subárea, considerando o cenário atual e a distribuição obtida pela utilização do modelo LCSE. Os resultados obtidos sem as restrições 3.4 e 3.5 também foram iguais entre si. Com a aplicação dos modelos PI3 e PI4, a distância total sofreu uma redução de 18,98%, de 2.881 km para 2.334 km, com base em sentido único.

Em relação ao número de municípios, 10 subáreas tiveram redução, 9 subáreas apresentaram aumento e 9 mantiveram o mesmo número de municípios. Já em relação à população, 12 subáreas tiveram redução, 10 apresentaram aumento entre 0% e 10% e 6 subáreas apresentaram aumento maior que 10%.

As Figuras 2 e 8 permitem comparar o cenário atual com o obtido pela aplicação do modelo LCSE, utilizando distâncias rodoviárias. Das 28 subáreas existentes, 19 sofreram alterações na composição de seus municípios. A Figura 7 apresenta a variação da quantidade de municípios por subáreas nos modelos 4 e 5.

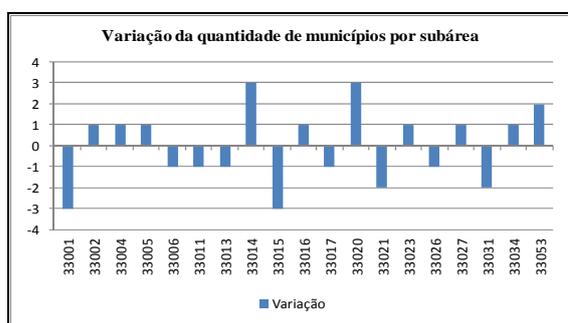


Figura 7 – Subáreas que sofreram alterações na quantidade de municípios

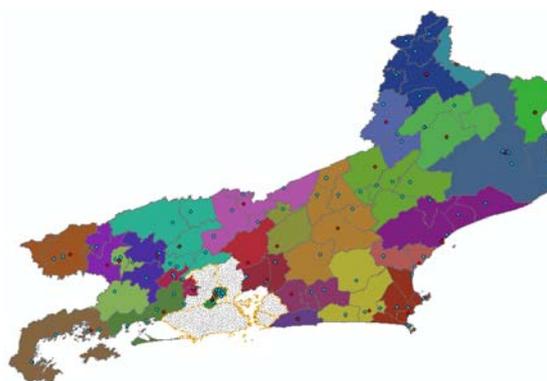


Figura 8 - Distribuição de municípios por subáreas com a aplicação do LCSE, considerando distâncias rodoviárias (Modelos PI3 e PI4)

4.5. Comparação entre os modelos

Os modelos PI1 e PI2, apresentaram resultados iguais, tanto nos valores da função objetivo quanto na composição das subáreas, assim como os gerados pelos modelos PI3 e PI4 também foram iguais entre si.

Todos os modelos utilizados apresentaram melhoras significativas, fornecendo um reagrupamento de municípios por subáreas que gerou reduções de, no mínimo, 10% da distância percorrida pelo coordenador considerando o cenário atual. Tal redução é importante, principalmente se considerarmos fatores diretamente correlacionados, como custo de combustível, manutenção dos veículos, ocupação do veículo, tempo de viagem, tempo de atendimento aos postos de coletas (Figura 6):

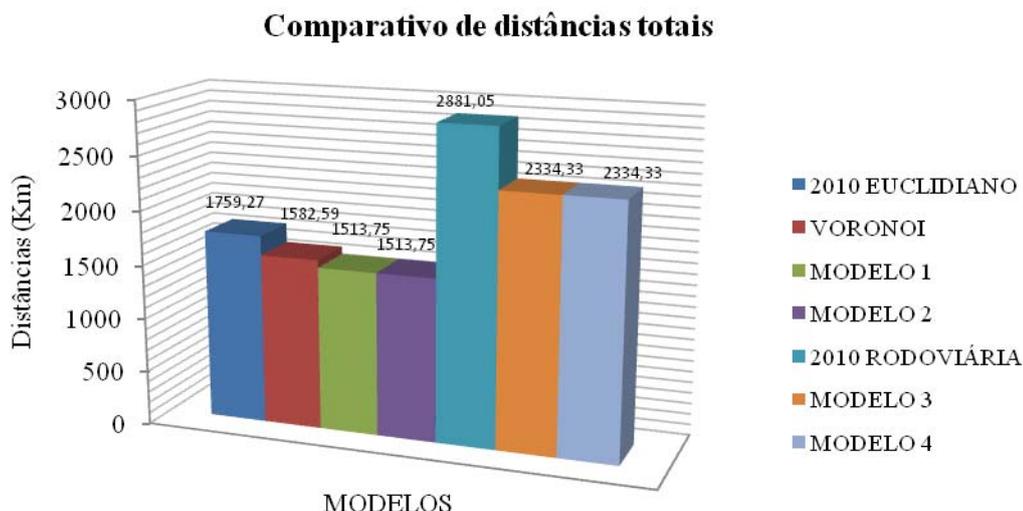


Figura 6 - Gráfico comparativo das distâncias totais entre os modelos aplicados

As figuras abaixo permitem identificar que subáreas sofreram mais mudanças, tanto do ponto de vista da distância percorrida (Figura 7), como das variações do número de municípios por subárea (Figura 8).

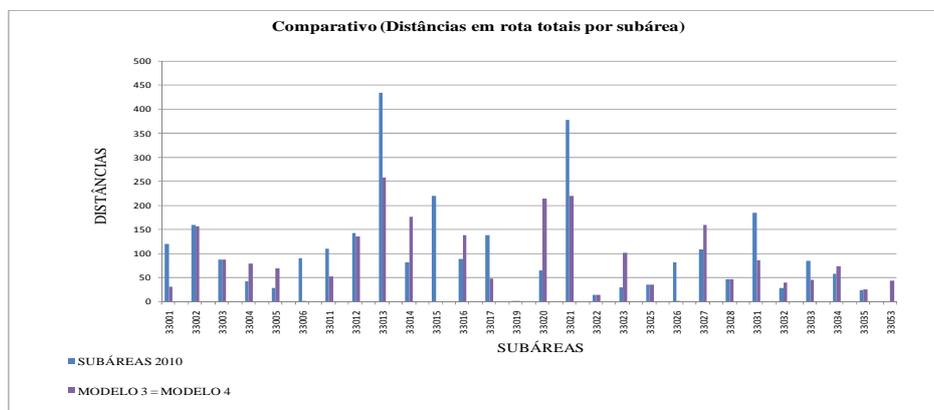


Figura 7 - Gráfico comparativo das distâncias médias entre os modelos aplicados por subáreas

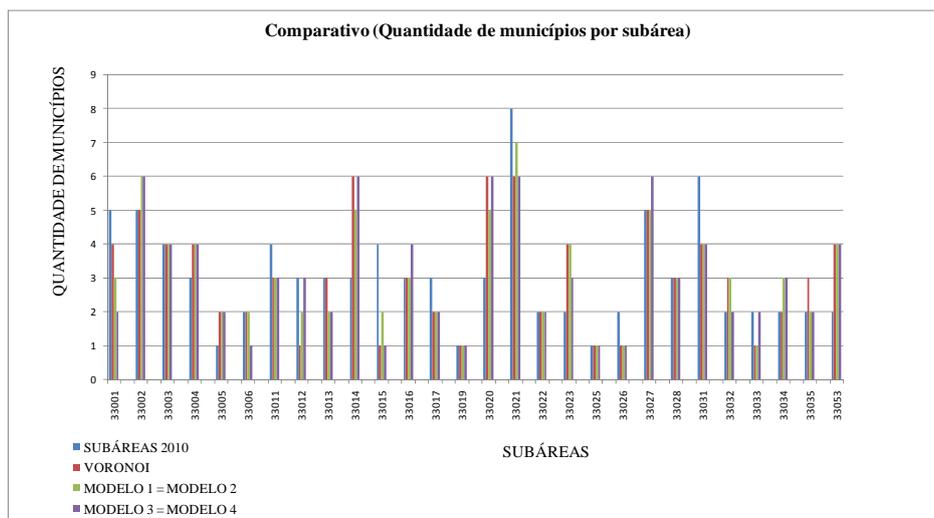


Figura 8 - Gráfico comparativo do número de municípios por subáreas

Além da análise da distância, observou-se uma melhora em termos de distribuição geográfica em, pelo menos duas subáreas. A subárea 33021 abrangia 8 municípios, e seu desenho territorial não era compacto como o apresentado por outras subáreas. Após a aplicação do modelo LCSE, com malha rodoviária, percebe-se nitidamente uma melhora no redesenho do ponto de vista geográfico.

5. Conclusões

O modelo LCSE, aliado às aplicações com os softwares da família GIS, se mostrou uma ferramenta eficiente e poderosa da redistribuição de municípios por subáreas no território estudado, como se pode observar pela redução de pelo menos 14% na distância total.

A aplicação por Voronoi, mesmo com suas limitações, já apontava para reduções maiores, que de fato ocorreram ao se considerar um modelo mais preciso usando a malha rodoviária e outras variáveis demográficas e operacionais, como o limite populacional e o número de municípios.

O redesenho das subáreas também se mostrou mais razoável, como esperado, tanto do ponto de vista geográfico, quanto do ponto de vista de minimização de distâncias, sem impactar significativamente a variação no número de habitantes por subárea.

Ainda no Estado do Rio de Janeiro, um próximo passo natural seria adaptar o LCSE para cada um dos municípios do Rio de Janeiro, Nova Iguaçu, São João de Meriti, Duque de Caxias, Niterói e São Gonçalo, excluídos do território de estudo por serem repartidos em subáreas. Em nível nacional, seriam interessantes pesquisas em outros estados, com características geográficas e demográficas diferentes, para se avaliar a eficiência do modelo aqui apresentado.

Finalmente, seriam pertinentes explorações e análises de cenários envolvendo a possibilidade de mudanças, tanto na localização destas sedes quanto no número das mesmas, utilizando-se a densidade populacional dos setores censitários, o que em princípio geraria uma simbiose entre o modelo da p-médianas e o modelo LCSE.

Referências

[ARCGIS] *ARCGIS*. Versão Trial disponível em <http://www.fico.com/en/Products/DMTools/Pages/FICO-Xpress-Optimization-Suite.aspx>. Acessado em 20/07/ 2012.

- [AAMY07] Arenales, M., Armentano, V.A., Morábito, R. e Yanasse, H. (2007). *Pesquisa Operacional*. Editora Campus..
- [BPL04] Barcelos, F.B, Pizzolato, N.D., Lorena, L.A.N. *Localização de escolas do ensino fundamental como modelos capacitado e não-capacitado: Caso de Vitória/ES*. Pesquisa Operacional, v.24, n.1, Janeiro a Abril de 2004.
- [Bo97] Boots B, e R. South (1997) *Modeling Retail Trade Areas Using Higher-order, Multiplicatively Weighted Voronoi Diagrams*. Journal of Retailing, v. 73, n. 4, p.519-536
- [CDS02] Current, J., Daskin, M., Schilling, D. *Discrete Network Location Models*. Disponível em http://fisher.osu.edu/~schilling_1/pub/ch3-DiscreteNetworkLocnModels.pdf. 2002
- [DR 95] Drezner, Z.. (1995). *Facility location: a survey of applications and methods*. Springer Verlag.
- [DH02] Drezner, Z. e, Hamacher, H. W. (2002). *Facility location: applications and theory*, Springer Verlag..
- [ESRI] ESRI. *Understanding GIS: The Arc/Info Method, Lesson 1: Why GIS?* Rev. 6. Redlands, CA:Environmental Systems Research Institute, 1992. Disponível em <http://ciesin.columbia.edu/docs/005-331/005-331.html>. Acesso em 09/09/2012.
- [Ga04] Galvão, R. D. (2004). *Uncapacitated facility location problems: contributions*. Pesquisa Operacional, 24, 1.
- [GNCS06] Galvão, L.C.; Novaes, A.G.; de Cursi, J.E.S. e J.C. Souza (2006) *A Multiplicatively-weighted Voronoi Diagram. Approach to Logistics Districting*. Computers & Operations Research, v.33, p. 93-114
- [IBGE1] IBGE - *Censo Demográfico 2010 - Manual do Recenseador CD-1.09*
- [IBGE2] IBGE - *Censo Demográfico 2010 - Manual da Coordenação Técnica CD-1.13*.
- [IBGE3] IBGE - *População dos municípios do Estado do Rio de Janeiro - Censo 2010*
- [No07] Novaes, A.G.; Souza de Cursi, J.E., da Silva, A.L. e J.C. Souza (2007) *Solving Continuous Location-districting Problems with Voronoi Diagrams*, Computers & Operations Research
- [Ok 00] Okabe, A; Boots B. e K. Sugihara (2000) *Spatial Tessellations Concepts and Applications of Voronoi Diagrams* (second edition). Wiley, Chichester.
- [PBBG04] Pizzolato, N.D, Barros, A.G, Barcelos, Canen, A.G. (2004). *Localização de escolas públicas: Síntese de algumas linhas de experiências no Brasil*. Pesquisa Operacional, 24, 1.
- [RS70] ReVelle, C.S & Swain, R.W.(1970). *Geographical Analysis*. Onlinelibrary, Volume 2, 1ª edição, pp 30-42. Disponível em:<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1538-4632.1970.tb00142.x/pdf>
- [SO 95] Suzuki, e Okabe, Suzuki, A. e A. Okabe (1995) *Using Voronoi Diagrams*. In: Drezner Z.(ed.). *Facility Location: a Survey of Applications and Methods*, p. 103-118, Springer, New York.