

HEURÍSTICA CONSTRUTIVA PARA A SOLUÇÃO INTEGRADA DO PROBLEMA DE PROGRAMAÇÃO DE TRIPULANTES DE AERONAVES

Wagner P. Gomes

Universidade de São Paulo – Escola Politécnica – Departamento de Engenharia de Transportes
Av. Prof. Almeida Prado, Travessa 2, 83 – Cidade Universitária – São Paulo – SP - Brasil
wagomes@usp.br

Nicolau D. F. Gualda

Universidade de São Paulo – Escola Politécnica – Departamento de Engenharia de Transportes
Av. Prof. Almeida Prado, Travessa 2, 83 – Cidade Universitária – São Paulo – SP - Brasil
ngualda@usp.br

RESUMO

Este artigo trata o Problema de Programação de Tripulantes (PPT), presente no planejamento operacional das empresas aéreas. O principal objetivo do PPT é atribuir o conjunto de tripulantes requeridos para operação dos voos de uma malha aérea, de tal maneira que a minimização do custo total da tripulação leve em consideração a satisfação dos tripulantes. O PPT é normalmente dividido na literatura em dois subproblemas independentes: Problema de Determinação de Viagens (PDV) e Problema de Atribuição de Escalas (PAE). Esta decomposição deixa de proporcionar um tratamento global do problema. Portanto, o estado da arte envolve a solução integrada do PPT. O problema, no entanto, é NP-Difícil. Uma nova heurística construtiva foi proposta e implementada, considerando instâncias baseadas na malha real de duas empresas aéreas brasileiras. Os resultados da heurística construtiva foram comparados com os obtidos no modelo exato adaptado da literatura.

PALAVRAS-CHAVE: transporte aéreo, programação de tripulantes, heurística construtiva.

Área principal: Logística e Transportes

ABSTRACT

This paper treats the Crew Scheduling Problem (CSP) as part of the airlines operational planning. The CSP consists to optimally assign the required crew members to planned flights, in such a way to minimize the total cost of the aircrew take into consideration the satisfaction of the crew members. The CSP is usually divided into two independent subproblems: Crew Pairing Problem (CPP) and Crew Rostering Problem (CRP). This decomposition is justified by the combinatorial nature of the CSP, but it does not provide a global treatment to the CSP. Therefore, the state of the art involves the integrated solution of CSP. The problem, however, is NP-Hard. A new constructive heuristic was proposed, implemented, and applied to instances related to the network of two Brazilian airlines. The results were compared with those obtained by the application of an exact model adapted from the literature.

KEYWORDS: air transport, airline crew assignment, constructive heuristic.

Main area: Logistics and Transport

1. Introdução

Os custos diretos com tripulantes representam cerca de 20% do custo operacional total de uma empresa aérea, de acordo com Cabral *et al.* (2000) e Kohn e Karisch (2004), sendo superados apenas pelos custos com combustível.

O PPT tratado neste trabalho é definido como o problema de atribuir o conjunto de tripulantes de mesma categoria (neste caso, apenas os pilotos) requerido para operação dos voos de uma dada malha aérea, respeitando as regulamentações trabalhistas, os acordos sindicais, as regras de segurança e as políticas das empresas, de tal forma que a minimização do custo total leve em consideração a satisfação dos tripulantes.

O PPT é classificado por Andersson *et al.* (1998) como NP-Difícil, o que dificulta (ou impossibilita), em instâncias reais, a sua solução por métodos exatos, levando à necessidade de utilização de heurísticas e meta-heurísticas para obtenção de soluções de boa qualidade em tempo computacional razoável.

Dada a sua natureza combinatória, o PPT é normalmente dividido na literatura em dois subproblemas, formulados e resolvidos sequencialmente: Problema de Determinação de Viagens – PDV (*Crew Pairing Problem*) e Problema de Atribuição de Escalas – PAE (*Crew Rostering / Assignment Problem*). O PDV busca fornecer um conjunto ótimo de viagens que cobre todos os voos planejados. Em seguida, no PAE, a melhor combinação de escalas (compostas pelas viagens do PDV e outras atividades pré-definidas) para os tripulantes é determinada, buscando a cobertura ótima dos voos e, eventualmente, o balanceamento de trabalho entre os tripulantes.

Viagem é o trabalho realizado pelo tripulante, contado desde sua saída da base domiciliar até o seu regresso à mesma, caracterizando um ciclo. Uma viagem pode ser formada por uma ou mais jornadas de trabalho. Jornada é a duração do trabalho do tripulante, contada a partir da hora de sua apresentação no local de trabalho até a hora em que o mesmo é encerrado.

Os subproblemas PDV e PAE são usualmente modelados como problemas de particionamento (ou cobertura) de conjuntos, e resolvidos por meio de estratégias baseadas em métodos heurísticos ou meta-heurísticas, sendo que os métodos exatos são empregados apenas em problemas de pequeno porte, conforme apresentado por Andersson *et al.* (1998), Cabral *et al.* (2000), Barnhart *et al.* (2003), Pimentel (2005), Lucic e Teodorovic (2007), Kohn e Karisch (2004), Gopalakrishnan e Johnson (2005) e Maenhout e Vanhoucke (2010).

A decomposição do PPT em dois subproblemas reduz a sua complexidade de solução, porém não conduz a uma estimativa adequada de custo e influi na qualidade da solução final. No PDV, o custo total do conjunto ótimo de viagens é minimizado, mas o custo da programação só pode ser apurado após a atribuição das viagens aos tripulantes, ou seja, após a solução do PAE. Além disso, a disponibilidade e as preferências (atributos) dos tripulantes não são consideradas na solução do PDV. Com isso, podem surgir conflitos durante a atribuição das escalas aos tripulantes no PAE, o que ocasiona custos extras e perda de qualidade da solução final.

Assim sendo, o estado da arte do PPT envolve a sua solução integrada, em que ambos os subproblemas (PDV e PAE) são resolvidos simultaneamente.

As estratégias para a solução integrada do PPT ainda estão em fase de desenvolvimento na literatura. Zeghal e Minoux (2006), Souai e Teghem (2009) e Gomes (2009) propuseram estratégias de solução integrada em que as escalas dos tripulantes passam a ser formadas a partir do agrupamento das jornadas (e não das viagens) com outras atividades pré-atribuídas, eliminando assim a fase intermediária de solução do PDV e provendo uma solução mais realista. A solução integrada, no entanto, também demanda um esforço computacional elevado.

Zeghal e Minoux (2006) formularam o PPT como um modelo de programação linear inteira de grande escala. Visto que uma solução inteira viável não foi obtida em alguns problemas testes, os autores propuseram também uma heurística baseada em uma estratégia de arredondamento incorporada a um procedimento de busca em árvore.

Souai e Teghem (2009) adotaram um algoritmo genético híbrido, em que os operadores de cruzamento e mutação foram aplicados de forma alternada (e não sequencial). Gomes (2009) propôs um algoritmo genético híbrido inspirado nas abordagens de Zeghal e Minoux (2006) e Souai e Teghem (2009), porém incorporando novos mecanismos na geração da população inicial,

na estratégia de cruzamento, e na heurística de busca local.

Saddoune *et al.* (2011) afirmaram que resolveram o PPT de forma integrada. Porém, adotaram uma estratégia capaz de tornar o método de geração de colunas mais eficiente na solução de problemas de particionamento de conjuntos, podendo representar um avanço na solução integrada do PPT somente se incorporar os atributos dos tripulantes de forma global. Os autores reconheceram tal limitação, a ser tratada em pesquisas futuras.

O foco desta pesquisa é o desenvolvimento de uma heurística construtiva para a solução integrada do PPT, levando em conta o mercado doméstico regional brasileiro.

Na Seção 2 deste artigo é apresentada uma visão geral e as restrições do PPT. Na Seção 3 descreve-se a heurística construtiva proposta e na Seção 4 apresentam-se os resultados dos testes e aplicações práticas. Por fim, as conclusões da pesquisa são apresentadas na Seção 5.

2. Particularidades do Problema

A cobertura de cada voo de uma determinada malha aérea requer um conjunto de tripulantes de categorias distintas, denominado tripulação. Os tripulantes são classificados em duas categorias: técnicos (instructor, piloto e copiloto) e não técnicos (comissários de bordo).

O PPT pode ser resolvido separadamente para cada categoria de tripulante e tipo de aeronave, o que reduz a sua complexidade sem afetar a qualidade da solução final, segundo Barnhart *et al.* (2003), Kohl e Karisch (2004) e Gopalakrishnan e Johnson (2005).

A tripulação de um determinado voo é composta de acordo com as especificações técnicas do manual de operação da aeronave, tipo do voo (doméstico ou internacional), e o nível de serviço desejado pela empresa aérea. A tripulação técnica dos voos domésticos brasileiros, por exemplo, é composta normalmente por um piloto (ou instructor) e um copiloto (ou instructor).

Os tripulantes recebem remuneração fixa por uma garantia mínima mensal de créditos de voo, e remuneração adicional por crédito de voo excedente. Os créditos de voo correspondem ao tempo efetivo de voo mais o tempo equivalente de voo associado às outras atividades em terra, tais como treinamentos, reuniões, sobreaviso, reservas e serviços administrativos. Adicionalmente, os tripulantes recebem diárias de alimentação (café da manhã, almoço, jantar e ceia) quando estão prestando serviço, ou à disposição da empresa. As empresas aéreas também arcam com os custos de pernoite (translado e hospedagem) fora das bases domiciliares.

Cada tripulante possui um calendário individual de disponibilidade, o qual leva em conta um conjunto de atividades previamente atribuídas (tais como folga, reserva, sobreaviso, reunião, férias, treinamento, exame periódico, dispensa médica, dia livre e atividade sindical). Além disso, cada tripulante está associado a uma base domiciliar, a qual é a localidade onde mantém domicílio e recebe suas folgas.

O tripulante pode se deslocar sem exercer função a bordo da aeronave, a serviço da empresa, para substituir outro tripulante em determinado aeroporto, iniciar uma jornada de trabalho fora de sua base domiciliar, ou retornar à sua base domiciliar no final de uma jornada de trabalho. Este tripulante tem a designação de tripulante extra.

2.1. Restrições

As restrições do PPT derivam das regulamentações trabalhistas, acordos sindicais, regras de segurança e políticas das empresas. Tais restrições podem ser classificadas em dois tipos: restrições regulares, que são obrigatórias (isto é, devem ser satisfeitas para obtenção de uma solução viável); e, restrições complementares, que são opcionais (isto é, quando satisfeitas, melhoram a qualidade da solução, porém, se não forem satisfeitas, não inviabilizam a mesma).

Cabe destacar que as restrições apresentadas a seguir satisfazem as normas internacionais, sendo válidas tanto no contexto brasileiro quanto nos contextos norte-americano e europeu, conforme observado nos trabalhos de Barnhart *et al.* (2003), Kohl e Karisch (2004), Gopalakrishnan e Johnson (2005), Pimentel (2005), Zeghal e Minoux (2006), Souai e Teghem (2009), Gomes (2009), Maenhout e Vanhoucke (2010), ANAC (2013) e SNA (2013).

O PPT está sujeito às seguintes restrições regulares:

1. Em uma jornada de trabalho, os voos devem ser agrupados sequencialmente no espaço e no tempo;

2. O intervalo entre dois voos consecutivos deve respeitar um tempo mínimo e um tempo máximo pré-estabelecidos por cada aeroporto em função de sua infraestrutura e das características operacionais das aeronaves;
3. A duração de uma jornada de trabalho, incluindo o tempo de preparação e tempo de parada dos motores, deve respeitar uma duração máxima permitida, a qual varia conforme o tipo de voo (doméstico ou internacional). O tempo de preparação equivale a um tempo mínimo necessário para que o tripulante esteja apto a operar o primeiro voo de uma jornada de trabalho. O tempo de parada dos motores equivale a um tempo mínimo necessário para que o tripulante encerre uma jornada de trabalho após o término do último voo;
4. O tempo total de voo e o número de pousos em uma mesma jornada de trabalho não devem exceder os limites determinados em função do tipo de voo e do tipo de aeronave (avião a jato, ou turboélice);
5. O intervalo (repouso) entre duas jornadas de trabalho consecutivas deve respeitar um tempo mínimo, definido com base na duração da primeira jornada;
6. O tripulante deve retornar à sua base domiciliar em um número máximo de dias;
7. O tripulante deve receber, em sua base domiciliar, um número mínimo de folgas por mês, definido nas regulamentações trabalhistas e acordos sindicais;
8. O tempo total de voo atribuído ao tripulante deve atender os limites mensais, trimestrais e anuais determinados com base no tipo de aeronave;
9. A duração de trabalho do tripulante (tempo total de voo e serviço em terra) não deve exceder os limites semanais e mensais estipulados;
10. O tripulante deve ser qualificado para operar todos os voos de uma mesma jornada de trabalho. A qualificação está relacionada à proficiência em idiomas, ou à licença adicional requerida para operar em determinados aeroportos. No Brasil, por exemplo, os pilotos necessitam de licença adicional para atuarem nos aeroportos de Congonhas (São Paulo, SP) e Santos Dumont (Rio de Janeiro, RJ);
11. Os tripulantes atribuídos a uma mesma jornada de trabalho não devem ser incompatíveis tecnicamente. Por exemplo, os tripulantes técnicos com pouca experiência (piloto ou copiloto) devem ser supervisionados por um piloto instrutor;
12. As atividades previamente atribuídas ao tripulante devem ser atendidas.

As seguintes restrições complementares podem ser adotadas com o intuito de melhorar a qualidade da solução final do PPT, em termos da satisfação dos tripulantes e eficiência operacional da empresa aérea, segundo Cabral *et al.* (2000), Kohl e Karisch (2004), Gomes, (2009) e Maenhout e Vanhoucke (2010):

1. O número de vezes que um tripulante troca de aeronave em uma mesma jornada de trabalho deve ser reduzido, evitando atrasos nos voos;
2. Os créditos de voo devem ser balanceados entre os tripulantes, visando à equiparação salarial;
3. As solicitações prévias dos tripulantes por folgas e jornadas de trabalho em datas específicas devem ser preferencialmente atendidas, aumentando a satisfação da tripulação. Tais solicitações são geralmente atendidas ou rejeitadas conforme um critério baseado na senioridade dos tripulantes, isto é, baseado no tempo de serviço acumulado na empresa.

3. Heurística Construtiva

A heurística construtiva é baseada na otimização da cobertura de jornadas de trabalho, considerando as restrições regulares e complementares. As jornadas equivalem a um dia de trabalho do tripulante. Elas representam tanto as atividades relacionadas à operação dos voos quanto as atividades associadas às tarefas administrativas e legais em terra.

As jornadas viáveis associadas à operação dos voos e às folgas são enumeradas em um estágio inicial da heurística construtiva. As jornadas associadas às tarefas administrativas e legais em terra são obtidas na entrada de dados do PPT e pré-atribuídas aos tripulantes.

O critério de satisfação dos tripulantes é incluído no modelo por meio do balanceamento dos créditos de voo e do atendimento preferencial das solicitações prévias dos tripulantes por folgas e jornadas de trabalho em datas específicas.

3.1. Representação da Solução

A solução do PPT é representada por uma matriz $S = (s_{kj})_{|K| \times |J|}$, em que K é o conjunto de tripulantes e J é o conjunto de dias do horizonte de planejamento. Uma célula s_{kj} recebe um valor d (inteiro e positivo) associado à jornada de trabalho $d \in D_j \cup D_j^{off} \cup D_j^{PA} \cup D_j^S$, o qual representa que o tripulante k foi atribuído à jornada d no dia j . O valor d é utilizado para identificar de forma única cada jornada durante a solução do PPT e é definido sequencialmente na enumeração inicial das jornadas (seção 3.2 e seção 3.3).

Neste caso, D_j é o conjunto de jornadas associadas à operação dos voos $i \in F_j$ que se iniciam no dia j ($D = \cup_{j \in J} D_j$), D_j^{off} é o conjunto de jornadas associadas às folgas que se iniciam no dia j ($D^{off} = \cup_{j \in J} D_j^{off}$), D_j^{PA} é o conjunto de jornadas associadas às atividades pré-atribuídas (e obrigatórias) aos tripulantes $k \in K$ no dia j ($D^{PA} = \cup_{j \in J} D_j^{PA}$), e D_j^S é o conjunto de jornadas associadas às atividades solicitadas (e não obrigatórias) pelos tripulantes $k \in K$ no dia j ($D^S = \cup_{j \in J} D_j^S$).

Uma solução do PPT é ilustrada na Figura 1, com $|K| = 4$ e $|J| = 7$. Neste exemplo, o tripulante 1 foi atribuído às jornadas 4, 19, 22, 30, 47, 55 e 60 (respectivamente entre os dias 1 e 7), em que as jornadas 47 e 55 são associadas às folgas ($s_{15} = 47$ e $s_{16} = 55$) e as demais jornadas associadas à operação dos voos.

Já o tripulante 2 foi adicionalmente pré-atribuído a duas jornadas associadas à atividade de treinamento ($s_{24} = 31$ e $s_{25} = 48$). Vale ressaltar que, neste caso, as jornadas 25 e 51 devem ser sequenciais no espaço e no tempo para que a programação do tripulante 2 não se torne inviável. O mesmo ocorre com os tripulantes 3 e 4, os quais foram pré-atribuídos às jornadas associadas às atividades de reserva e sobreaviso ($s_{37} = 63$ e $s_{42} = 15$), respectivamente.

		Dias						
		1	2	3	4	5	6	7
Tripulantes	1	4 → →	19 →	22 → → →	30 →	47 Folga	55 Folga	60 → →
	2	Folga	11 → → → → → →	25 → →	31 Treina- mento	48 Treina- mento	51 → → → → → →	61 Folga
	3	5 →	13 → → → → → →	23 Folga	35 → → → → → →	49 → → →	53 → → → → → →	63 Reserva
	4	9 Folga	15 Sobreaviso	21 → →	38 Dia Livre	42 → → → → → →	58 Folga	68 →

Figura 1: Representação da solução do PPT

A heurística construtiva não garante a cobertura de todos os voos e, em alguns casos, o tripulante extra (tripulante que voa como passageiro em uma jornada) pode ser utilizado. Dessa forma, o custo da solução é penalizado, devido à não cobertura ou sobre-cobertura (utilização do tripulante extra) dos voos.

O custo da solução é calculado através de um modelo matemático adaptado de Zeghal e Minoux (2006), cuja função objetivo foi modificada para ser mais flexível na cobertura dos voos (o que possibilita a não coberta ou sobre-coberta de um voo), além de incorporar os critérios de satisfação da tripulação:

$$\text{Min } \text{Custo}_S = \overbrace{\sum_{k \in K} \sum_{d \in D} c_{kd} x_{kd}}^1 + \overbrace{\sum_{k \in K} CVE_k}^2 + \overbrace{\sum_{i \in F} \delta_i v_i}^3 + \overbrace{\sum_{i \in F} \omega_i e_i}^4 - \overbrace{\sum_{k \in K} \sum_{d \in D^s} s_k x_{kd}}^5 - \overbrace{\tilde{W}}^6 \quad (1)$$

em que Custo_S é o custo da solução S ; c_{kd} é o custo de atribuição do tripulante k à jornada d ; x_{kd} é igual a 1 se o tripulante k for atribuído à jornada d e zero, caso contrário; CVE_k é o número de créditos de voo que excedem a garantia mínima do tripulante k ; δ_i é a penalidade associada ao não atendimento do voo i ; v_i é o número de tripulantes que faltam para satisfazer a requisição de cobertura do voo i ; ω_i é a penalidade associada à sobre-cobertura do voo i ; e_i é o número de tripulantes que excede a requisição de cobertura do voo i ; s_k é a bonificação associada à senioridade do tripulante k ; W é o número total de créditos de voo atribuídos aos tripulantes.

A primeira parcela da expressão (1) equivale ao custo total associado às jornadas de trabalho, com c_{kd} calculado da seguinte forma:

$$c_{kd} = cda_d + cp_d + cta \times ta_d + \alpha_k \times (d_{max} - BT_d) \quad (2)$$

em que cda_d é o custo das diárias de alimentação (café da manhã, almoço, jantar e ceia) da jornada d ; cp_d é o custo de pernoite (hospedagem e traslado) da jornada d ; cta é a penalidade associada à troca de aeronaves na mesma jornada; ta_d é o número de trocas de aeronaves na jornada d ; α_k é o custo do minuto de trabalho ocioso do tripulante k ; d_{max} é a duração máxima permitida para uma jornada de trabalho; BT_d é o tempo de voo da jornada d .

A segunda parcela representa o custo associado aos créditos de voo que excedem a garantia mínima. A terceira parcela equivale à penalidade relativa a não cobertura dos voos pelo número requerido de tripulantes técnicos. A quarta parcela representa uma penalidade relativa à sobre-cobertura dos voos. Em síntese, v_i representa o número de tripulantes que devem ser contratados para cobertura do voo i (ou determina o cancelamento do voo i não coberto por completo), e e_i representa o número de tripulantes extras utilizados na cobertura do voo i .

A satisfação dos tripulantes é tratada nas últimas parcelas. A quinta parcela representa uma bonificação pelo atendimento das solicitações prévias dos tripulantes por folgas ou jornadas de trabalho em dias específicos, levando em conta o critério de senioridade. A sexta parcela contempla o balanceamento dos créditos de voo entre os tripulantes. A minimização de $-W$ aumenta o número mínimo de créditos de voos atribuído a cada tripulante (ou seja, o número de créditos de voo será mais próximo do valor médio dos créditos de voo, o qual corresponde ao total de créditos de voo da malha aérea dividido pelo número de tripulantes).

3.2. Enumeração das Jornadas Associadas à Operação dos Voos

As jornadas associadas à operação dos voos são enumeradas por um método baseado na versão paralela da heurística de economias de Clarke e Wright (1964). Com isso, busca-se reduzir o número de tripulantes necessários para a cobertura dos voos da malha aérea e os intervalos prolongados entre os voos das jornadas de trabalho.

Inicialmente, cada voo $i \in F$ representa uma jornada de trabalho a ser atendida por uma tripulação técnica distinta. A seguir, iterativamente, as jornadas são agregadas com base na economia $e_{ij} = t_{ic} + t_{cj} - t_{ij}$, em que e_{ij} é a economia obtida pela agregação dos voos i e j na mesma jornada, t_{ic} é o tempo de parada dos motores do voo i no aeroporto c , t_{cj} é o tempo de preparação do voo j no aeroporto c , e t_{ij} é o intervalo de tempo entre os voos i e j .

3.3. Enumeração das Jornadas Associadas às Folgas

As jornadas associadas às folgas são enumeradas por completo através de um método que examina as oportunidades de folga existentes após o término das jornadas de trabalho.

Inicialmente, para qualquer dia $j \in J$, um conjunto $D_j^* = \{d: d \in D_j \cup D_j^{PA} \cup D_j^s\}$ é formado com as jornadas associadas à operação dos voos $i \in F_j$, às atividades pré-atribuídas aos tripulantes $k \in K$ e às jornadas solicitadas pelos tripulantes $k \in K$.

Em seguida, cada jornada $d \in D_j^*$ é examinada. Se o aeroporto de destino da jornada

atual $d \in D_j^*$ coincidir com uma base domiciliar da tripulação, uma jornada associada à folga $d \in D_j^{off}$ é enumerada, considerando-se: o horário de início igual ao horário de término da jornada $d \in D_j^*$ mais o intervalo mínimo (repouso) entre jornadas consecutivas; o aeroporto de início igual ao aeroporto de destino da jornada $d \in D_j^*$; e, a duração da folga igual a 24 horas. Este processo controla a viabilidade das novas jornadas $d \in D_j^{off}$ e não permite a enumeração de jornadas repetidas.

3.4. Funcionamento da Heurística Construtiva

A heurística construtiva explora iterativamente os dias $j \in J$, em que a programação de tripulantes técnicos é definida para o primeiro dia do horizonte de planejamento, a seguir, para o segundo dia, e assim por diante. O método é finalizado quando todos os tripulantes recebem a atribuição máxima de trabalho.

O pseudocódigo da heurística construtiva é apresentado na Figura 2. Nesta figura, para cada dia $j \in J$, a construção da solução inicia-se com a enumeração das jornadas $d \in D_j$ associadas à operação dos voos $i \in F_j$ e das jornadas $d \in D_j^{off}$ associadas às folgas (Passos 4 e 5). Além disso, o conjunto de tripulantes $k \in K_j$ disponíveis para receberem uma atribuição no dia j é determinado (Passo 6).

Entrada: $j \in J$, $i \in F$, $k \in K$ e $S = (s_{kj})_{K \times |J|}$
Saída: S [viável|inviável]

1. **Início** Heurística Construtiva ();
2. Inicializar os parâmetros: $nmin^{off} \leftarrow 8$ e $Q^{off} \leftarrow 6$;
3. **Para** (cada dia $j \in J$) **faça**
4. $D_j \leftarrow$ Enumerar_Jornadas(F_j);
5. $D_j^{off} \leftarrow$ Enumerar_Folgas(D_j, D_j^A, D_j^S);
6. $K_j \leftarrow$ Determinar_Tripulantes($nmin^{off}, Q^{off}$);
7. **Se** ($|K_j^{P1} \leftarrow$ Atribuir_Folgas(K_j^{P1}, D_j^{off})| > 0) **então**
8. Retorne S *inviável*;
9. **Fim-se**;
10. **Se** ($|K_j^{P2} \leftarrow$ Atribuir_Jornadas(K_j^{P2}, D_j)| > 0) **então**
11. **Se** ($|K_j^{P2} \leftarrow$ Atribuir_Folgas(K_j^{P2}, D_j^{off})| > 0) **então**
12. Retorne S *inviável*;
13. **Fim-se**;
14. **Fim-se**;
15. **Se** ($|K_j^{P3} \leftarrow$ Atribuir_Jornadas(K_j^{P3}, D_j)| > 0) **então**
16. **Se** ($|K_j^{P3} \leftarrow$ Atribuir_Folgas(K_j^{P3}, D_j^{off})| > 0) **então**
17. Retorne S *inviável*;
18. **Fim-se**;
19. **Fim-se**;
20. **Para** (cada jornada $d \in D_j$) **faça**
21. Atribuir_Tripulação(d, K_j^{P4});
22. **Fim-para**;
23. Atribuir_Folgas(K_j^{P4}, D_j^{off});
24. Atribuir_Dia_Livre(K_j^{P4});
25. Atualizar_Cobertura_Voos(F_j);
26. **Fim-para**;
27. **Fim**
28. Retorne S *viável*;

Figura 2: Heurística Construtiva

Entrada: $d \in D_j$ e K_j^{P4}
Saída: S_j [viável]

29. **Início** Atribuir_Tripulação ();
30. Inicializar os parâmetros: $nkmin \leftarrow 2, nkmax_{h=1} \leftarrow 1$,
31. $nkmax_{h=2} \leftarrow 1$ e $nkmax_{h=3} \leftarrow 2$;
32. **Para** (cada habilitação $h \in H$) **faça**
33. $\Delta_{hd} \leftarrow 0$;
34. **Enquanto** ($\Delta_{hd} < nkmax_h$ e $nk_d < nkmin$) **faça**
35. $K_{dh} \leftarrow$ Determinar_Tripulantes_Compatíveis(K_j^{P4});
36. $k^* \leftarrow \emptyset$;
37. **Para** (cada tripulante $k \in K_{dh}$) **faça** {Sist. Especialista}
38. **Se** ($k^* \neq \emptyset$) **então**
39. **Se** ($d.Destino = k^*.Base$ e {Regra 1}
40. $d.Destino = k.Base$) **então**
41. $k^* \leftarrow \max\{k^*.Q_k, k.Q_k\}$
42. **Senão Se** ($d.Destino \neq k^*.Base$ e {Regra 2}
43. $d.Destino \neq k.Base$) **então**
44. $k^* \leftarrow \min\{k^*.Q_k, k.Q_k\}$;
45. **Senão Se** ($d.Destino \neq k^*.Base$ e {Regra 3}
46. $d.Destino = k.Base$) **então**
47. $k^* \leftarrow k$;
48. **Fim-se**;
49. **Senão**
50. $k^* \leftarrow k$;
51. **Fim-se**;
52. **Fim-para**;
53. **Se** ($k^* \neq \emptyset$) **então**
54. $s_{k^*j} \leftarrow d \in D_j$ e $nk_d \leftarrow nk_d + 1$;
55. **Fim-se**;
56. $\Delta_{hd} \leftarrow \Delta_{hd} + 1$;
57. **Fim-enquanto**;
58. **Fim-para**;
59. **Fim**
60. Retorne S_j *viável*;

Figura 3: Atribuição da Tripulação

Os tripulantes $k \in K_j$ são classificados por ordem crescente de prioridade de atribuição, considerando quatro grupos: primeiro, os tripulantes $k \in K_j^{P1} \subseteq K_j$ que precisam receber uma folga no dia j para atender as restrições de folga por período ou por mês; segundo, os tripulantes $k \in K_j^{P2} \subseteq K_j$ que precisam receber uma folga até o dia $j+1$ (isto é, precisam receber uma jornada no dia j que permite o retorno à sua base domiciliar, ou receber uma folga no dia j ou $j+1$); terceiro, os tripulantes $k \in K_j^{P3} \subseteq K_j$ que precisam receber uma jornada ou folga no dia j

para atender a uma jornada pré-atribuída no dia $j+1$ ou $j+2$ e não inviabilizarem a solução, em termos de sequência no tempo e no espaço; quarto, os tripulantes $k \in K_j^{P4} \subseteq K_j$ que não precisam receber uma folga ou jornada no dia j para manter a solução viável.

A atribuição de jornadas e folgas aos tripulantes dos três primeiros grupos (K_j^{P1} , K_j^{P2} e K_j^{P3}) é realizada entre os passos 7 e 19, sendo que a viabilidade da solução deve ser mantida durante o processo (passos 8, 12 e 17). Q^{off} representa o número máximo de dias consecutivos em que um tripulante pode trabalhar sem folga, e $nmin^{off}$ o número mínimo de folgas que um tripulante deve receber por mês. Esses parâmetros são utilizados para determinar se um tripulante $k \in K_j$ precisa ou não receber uma folga no dia j ou $j+1$.

A atribuição de jornadas e folgas aos tripulantes $k \in K_j^{P4} \subseteq K_j$ do quarto grupo é realizada entre os passos 20 e 24. Este grupo de tripulantes é adicionalmente classificado em ordem crescente de créditos de voo acumulado. Tal estratégia busca reduzir o desbalanceamento de créditos de voo entre os tripulantes, já que o tripulante com o menor número de créditos de voo acumulado terá prioridade sobre os demais ao receber uma nova atribuição. Por fim, no passo 25, atualiza-se a cobertura dos voos $i \in F_j$ (nos passos 10 e 15, pode-se incluir o tripulante extra).

Neste caso, as restrições dos tripulantes (em termos de número de folgas e continuidade da sequência no tempo e no espaço) são priorizadas em relação às restrições de cobertura dos voos, dado que a solução não é inviabilizada se os voos não forem atendidos por completo.

Na Figura 3, o pseudocódigo da função principal (passo 21 da Figura 2) utilizada para atribuir os tripulantes $k \in K_j^{P4} \subseteq K_j$ às jornadas $d \in D_j$ é apresentado. Neste exemplo, considera-se a programação da tripulação técnica (passos 30 e 31), composta por três habilitações $h \in H$ (1 - Copiloto, 2 - Piloto e 3 - Piloto instrutor), sendo que a operação de cada voo $i \in F_j$ requer no mínimo dois tripulantes técnicos ($nkmin \leftarrow 2$): um piloto (ou instrutor) e um copiloto (ou instrutor), em que $nkmax_h$ representa o número máximo de tripulantes da habilitação h por voo.

O parâmetro Δ_{hd} representa o número de tentativas de atribuição de um tripulante com habilitação $h \in H$ à jornada $d \in D_j$. Tal parâmetro permite que a ordem de atribuição dos tripulantes seja controlada conforme a habilitação (em que se explora inicialmente a habilitação mais restritiva): primeiro, os copilotos; segundo, os pilotos; e, por último, os pilotos instrutores. Com isso, o número de jornadas $d \in D_j$ não atendidas é reduzido.

Dada uma jornada $d \in D_j$, para cada habilitação $h \in H$ (passo 32), determinam-se os tripulantes $k \in K_{dh} \subseteq K_j^{P4}$ que atendem as restrições regulares (passo 35). Em seguida, o tripulante $k^* \in K_{dh}$ a ser atribuído à jornada atual $d \in D_j$ é escolhido com base em três regras (entre os passos 36 e 55). Essas regras são adotadas com o propósito de reduzir a probabilidade de a solução tornar-se inviável (dado que o PPT é muito restritivo), além de simular um sistema especialista. Os sistemas especialistas são programas que têm como objetivo simular o comportamento (ou raciocínio) de especialistas humanos, conforme Schildt (1989).

Nesta etapa, iterativamente, os tripulantes $k \in K_{dh}$ são examinados (passo 37). Considerando a existência de um tripulante $k^* \in K_{dh}$, na primeira regra (passo 39), se o aeroporto de destino da jornada atual $d \in D_j$ equivale à base domiciliar dos dois tripulantes selecionados (k^* e k), escolhe-se o tripulante com a folga mais distante para retornar à sua base domiciliar (Q_k é o número de dias consecutivos em que o tripulante k trabalhou após a última folga, ou seja, número de dias consecutivos fora da base domiciliar). Já na segunda regra (passo 42), se o aeroporto de destino da jornada atual $d \in D_j$ não equivale à base domiciliar de ambos os tripulantes selecionados (k^* e k), escolhe-se o tripulante com a folga mais próxima para sair da base domiciliar. Por fim, na terceira regra (passo 45), se o aeroporto de destino da jornada atual $d \in D_j$ não equivale à base domiciliar do tripulante k^* , mas equivale à base domiciliar do tripulante atual k , então $k^* \leftarrow k$.

As três regras priorizam o retorno dos tripulantes às bases domiciliares. Com isso, busca-se reduzir a probabilidade de que as restrições de folgas não sejam atendidas, já que as oportunidades de folgas dos tripulantes passam a serem maiores, além de reduzir os custos (pois

não há custo de pernoite nas bases domiciliares). Ao final da função principal de atribuição da tripulação (passo 60), tem-se definida a programação de tripulantes para o dia $j \in J$ atual.

4. Testes e Aplicações Práticas

Os testes foram realizados em um microcomputador PC Intel Core i5-2500K, 3,30 GHz, com 4GB de RAM, sob o sistema operacional Microsoft Windows 7 (Professional).

Três métodos de solução foram comparados: o modelo de programação linear inteira proposto por Zeghal e Minoux (2006), com as jornadas de trabalho enumeradas exaustivamente através do método de busca em profundidade adotado por Gomes (2009), denominado Exato – BP; o modelo de programação linear inteira proposto por Zeghal e Minoux (2006), com as jornadas enumeradas através do método de Clarke e Wright (1964), denominado Exato – CW (descrito na seção 3.2); e, a heurística construtiva (com as mesmas jornadas do método Exato – CW), denominada Heurística. Cabe destacar que se adotou como base o modelo de Zeghal e Minoux (2006) com uma função objetivo modificada (expressão 1 da seção 3.1).

A comparação dos três métodos foi considerada para possibilitar uma validação mais adequada da heurística construtiva em termos das variáveis (jornadas), já que o método Exato – BP tem vantagem sobre os demais por considerar todas as variáveis possíveis do PPT.

Os resultados dos modelos exatos foram obtidos através do pacote de otimização Gurobi Optimizer 5.0.2, sem alteração dos parâmetros de execução padrões (inclusive com processamento paralelo), porém com tempo de processamento limitado a 3.600 segundos (1h).

Os procedimentos de enumeração de jornadas (busca em profundidade e método de Clarke e Wright) e a heurística construtiva foram implementados em Linguagem C e compilados no Microsoft Visual Studio 2010 (Professional), sem explorar as técnicas de processamento paralelo e sem limitação no tempo de processamento.

4.1. Instâncias

Foram criadas 17 instâncias de testes (Tabela 1), com base na malha aérea de duas empresas da aviação regional brasileira. Vale ressaltar que são utilizadas as mesmas jornadas associadas às folgas nos três métodos de solução, sendo apenas modificadas as jornadas associadas à operação dos voos. Os parâmetros adotados são apresentados na Tabela 2.

Tabela 1: Instâncias de testes

Instância	Voos	Aeronaves	Bases	Tripulantes Técnicos	Jornadas – Exato CW e Heurística	Jornadas – Exato BP	Jornadas Associadas às Folgas	Período
i1	176	1	1	8	48	644	165	fev/11
i2	80	1	1	8	40	140	115	fev/11
i3	160	1	1	4	40	420	113	fev/11
i4	416	3	1	16	128	1.204	305	fev/11
i5	256	2	1	12	88	784	221	fev/11
i6	336	2	1	12	88	1.064	249	fev/11
i7	240	2	1	12	80	560	169	fev/11
i8	286	1	1	8	44	1.760	61	mar/12
i9	172	1	1	8	53	423	93	mar/12
i10	194	1	1	10	75	599	93	mar/12
i11	198	1	1	4	44	1.210	121	mar/12
i12	44	1	1	6	44	44	61	mar/12
i13	330	2	2	14	88	1.804	182	mar/12
i14	656	3	1	18	141	3.393	214	mar/12
i15	850	4	1	28	216	3.992	275	mar/12
i16	700	4	2	24	185	3.437	337	mar/12
i17	894	5	2	34	260	4.036	398	mar/12

Tabela 2: Parâmetros adotados

Tipo de aeronave	Turboélice
Número mínimo de tripulantes técnicos por voo	2
Número máximo de copilotos por voo	1
Número máximo de pilotos por voo	1
Número máximo de instrutores por voo	2
Intervalo mínimo entre dois voos consecutivos – sem troca de aeronaves	15min
Intervalo mínimo entre dois voos consecutivos – com troca de aeronaves	30min
Número máximo de troca de aeronaves em uma mesma jornada de trabalho	1
Penalidade associada à troca de aeronaves na mesma jornada de trabalho	1.000
Duração máxima de uma jornada de trabalho	11h
Tempo mínimo de preparação	30min
Tempo mínimo de parada dos motores	30min
Tempo total de voo em uma jornada de trabalho	9h30min
Número máximo de pousos em uma jornada de trabalho	9
Intervalo mínimo entre duas jornadas de trabalho consecutivas (repouso)	12h
Número máximo de dias em que o tripulante deve retornar à sua base domiciliar	6
Número mínimo de folgas por período de 6 dias	1
Número mínimo de folgas por mês	8
Duração de uma folga	24h
Limite de tempo total de voo atribuído ao tripulante por mês	100h
Limite de tempo total de voo atribuído ao tripulante por trimestre	255h
Limite de tempo total de voo atribuído ao tripulante por ano	935h
Duração máxima de trabalho do tripulante (tempo total de voo e serviço em terra) por semana	44h
Duração máxima de trabalho do tripulante (tempo total de voo e serviço em terra) por mês	176h
Garantia mínima mensal de créditos de voo	54h

Fonte de Dados: ANAC, 2013 e SNA, 2013.

4.2. Resultados

Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 3. Nesta tabela, o desvio médio de créditos de voo atribuídos aos tripulantes é dado por $DesvioMédio = \sum_{k \in K} |cv_k - \bar{cv}| / |K|$, em que cv_k é o número de créditos de voo atribuído ao tripulante k e $\bar{cv} = \sum_{k \in K} cv_k / |K|$ é a média de créditos de voo atribuída aos tripulantes. O $Gap\%$ é o intervalo percentual entre o valor da função objetivo da melhor solução obtida e o limite inferior calculado pelo software Gurobi.

O modelo Exato-BP, com as jornadas enumeradas através da busca em profundidade, levou a solução ótima (ou próxima da ótima) somente em 6 instâncias (i2, i3, i7, i8, i11 e i12). Para as demais instâncias, as soluções obtidas apresentaram um gap superior a 42%. Nas instâncias mais densas (i14, i15 e i16), uma solução praticável não foi obtida, dado que se observou um número elevado de voos não atendidos por completo. Na instância i17, o método não foi capaz de obter uma solução inicial viável.

Já o modelo Exato-CW, com as jornadas enumeradas através do método de Clarke e Wright (1964) (descrito na seção 3.1), apresentou um desempenho melhor, devido à redução no número de jornadas (variáveis) associadas à operação dos voos, conforme observado na Tabela 1. Neste caso, o modelo Exato-CW levou à solução ótima em 6 instâncias (i2, i3, i8, i11, i12 e i13) e a uma solução próxima da ótima em 2 instâncias (i4 e i7). Nas instâncias i14, i15 e i16, o número de voos não atendidos por completo foi reduzido significativamente. Uma solução inicial viável foi obtida na instância i17, porém o número de voos não atendidos manteve a solução impraticável.

A heurística construtiva levou a uma solução ótima em 6 instâncias (i2, i3, i8, i11, i12 e i13), a uma solução próxima da ótima em 2 instâncias (i4 e i7) e a uma solução melhor do que a obtida nos modelos exatos para as instâncias restantes, com destaque para as instâncias mais densas (i14, i15, i16 e i7), em que uma solução factível com todos os voos cobertos foi obtida.

Com relação ao balanceamento dos créditos de voo entre os tripulantes, a heurística construtiva obteve um bom resultado em 5 das 7 instâncias (i2, i3, i7, i8, i11, i12 e i13), nas quais foram obtidas soluções com todos os voos cobertos pelos três métodos testados.

Tabela 3: Resultados obtidos nos testes

Instância	Modelo	Função Objetivo ¹	Custos e Parâmetros Principais				Desvio Médio de Créditos de Voo	Tempo (s)	Gap % ³
			Diárias	Pernoite	Voos Não Cobertos (v_i) ²	Voos Sobre-Cobertos (e_i) ²			
i1	Exato - BP	5.423.180,70	9.331,20	13.849,50	27	0	83,13	3.600	74,40
	Exato - CW	10.027.512,48	11.658,48	15.854,00	50	0	97,50	3.600	20,30
	Heurística	32.383,52	12.267,52	20.116,00	0	0	40,00	3	-
i2	Exato - BP	18.133,28	4.437,28	13.696,00	0	0	0,00	49	0,00
	Exato - CW	18.133,28	4.437,28	13.696,00	0	0	0,00	1	0,00
	Heurística	18.133,28	4.437,28	13.696,00	0	0	0,00	1	-
i3	Exato - BP	4.895,20	2.175,20	0,00	0	0	800,00	81	0,00
	Exato - CW	4.895,20	2.175,20	0,00	0	0	800,00	1	0,00
	Heurística	4.895,20	2.175,20	0,00	0	0	800,00	1	-
i4	Exato - BP	3.225.432,64	8.352,64	17.080,00	16	0	109,38	3.600	99,23
	Exato - CW	32.818,72	10.962,72	21.856,00	0	0	33,75	3.600	0,15
	Heurística	32.818,72	10.962,72	21.856,00	0	0	155,00	1	-
i5	Exato - BP	2.425.103,96	6.829,96	18.274,00	12	0	38,89	3.600	98,81
	Exato - CW	1.629.665,88	8.406,88	21.259,00	8	0	70,00	3.600	98,23
	Heurística	30.643,52	8.787,52	21.856,00	0	0	395,56	1	-
i6	Exato - BP	12.429.635,44	9.233,44	10.402,00	62	2	156,67	3.600	99,89
	Exato - CW	1.034.403,60	14.671,10	19.732,50	5	0	120,00	3.600	96,89
	Heurística	34.558,72	14.442,72	20.116,00	0	0	153,33	1	-
i7	Exato - BP	20.308,48	6.612,48	13.696,00	0	0	11,67	3.600	0,05
	Exato - CW	20.308,48	6.612,48	13.696,00	0	0	25,00	3.600	0,15
	Heurística	20.308,48	6.612,48	13.696,00	0	0	370,00	4	-
i8	Exato - BP	17.578,80	6.568,80	11.010,00	0	0	177,00	1.012	0,00
	Exato - CW	17.578,80	6.568,80	11.010,00	0	0	177,00	9	0,00
	Heurística	17.578,80	6.568,80	11.010,00	0	0	177,00	1	-
i9	Exato - BP	5.448.194,04	8.124,04	20.070,00	27	4	269,38	3.600	83,45
	Exato - CW	7.227.955,24	9.766,24	18.189,00	36	0	175,38	3.600	34,12
	Heurística	33.326,08	11.267,08	22.059,00	0	0	30,75	2	-
i10	Exato - BP	4.829.798,00	13.703,00	16.095,00	24	0	336,92	3.600	99,30
	Exato - CW	4.031.092,16	14.431,66	16.660,50	20	0	244,80	3.600	75,70
	Heurística	34.670,08	15.544,08	19.227,00	0	0	85,92	1	-
i11	Exato - BP	6.576,00	3.828,00	0,00	0	0	618,00	2	0,00
	Exato - CW	6.576,00	3.828,00	0,00	0	0	0,00	1	0,00
	Heurística	6.576,00	3.828,00	0,00	0	0	0,00	1	-
i12	Exato - BP	15.186,08	4.176,08	11.010,00	0	0	248,89	50	0,00
	Exato - CW	15.186,08	4.176,08	11.010,00	0	0	248,89	33	0,00
	Heurística	15.186,08	4.176,08	11.010,00	0	0	125,78	2	-
i13	Exato - BP	51.875,38	10.875,38	21.000,00	0	4	759,88	3.600	42,22
	Exato - CW	32.764,88	10.744,88	22.020,00	0	0	772,65	341	0,00
	Heurística	32.764,88	10.744,88	22.020,00	0	0	772,65	2	-
i14	Exato - BP	258.000.801,14	424,14	377,00	1.290	0	*	3.600	100,0
	Exato - CW	6.852.368,34	20.837,34	31.531,00	34	0	81,50	3.600	99,20
	Heurística	55.824,64	21.946,64	33.436,00	0	0	148,42	2	-
i15	Exato - BP	336.201.706,40	750,40	956,00	1.681	0	*	3.600	100,0
	Exato - CW	33.669.182,50	29.853,00	39.329,50	168	0	404,39	3.600	99,70
	Heurística	90.052,72	37.389,72	52.663,00	0	0	204,56	3	-
i16	Exato - BP	275.601.761,02	913,52	847,50	1.378	0	*	3.600	100,0
	Exato - CW	30.656.989,12	20.761,12	36.228,00	153	0	567,03	3.600	99,70
	Heurística	71.660,48	26.405,48	44.813,00	0	0	737,58	4	-
i17	Exato - BP	**	**	**	**	**	**	3.600	**
	Exato - CW	350.106.895,06	1.131,06	764,00	1.750	21	102,08	3.600	99,80
	Heurística	105.888,56	41.848,56	64.040,00	0	0	383,54	4	-

¹Expressão 1 (seção 3.1); ²Penalidade $\delta_i = 200.000$ e $\omega_i = 20.000$; ³Um gap igual a 0% representa que a solução obtida é ótima; *Uma solução viável não foi obtida no software Gurobi; **Uma solução inicial não foi obtida no software Gurobi.

5. Conclusões

A heurística construtiva proposta para a solução integrada do Problema de Programação de Tripulantes (PPT) apresentou resultados iguais ou melhores do que os obtidos pelo modelo exato para as instâncias testadas, com tempos de processamento inferiores a 5 segundos.

Deste modo, é possível afirmar que a heurística construtiva pode ser utilizada na solução de instâncias de pequeno e médio porte e, em instâncias de grande porte, fornecer uma solução inicial para métodos mais sofisticados, como meta-heurísticas.

Vale observar que a heurística proposta pode ser utilizada para a programação de tripulantes técnicos (pilotos), não técnicos (comissários de bordo), ou ambos simultaneamente.

Agradecimentos: Os autores agradecem o apoio da CAPES, do CNPq e do LPT/EPUSP (Laboratório de Planejamento e Operação de Transportes da Escola Politécnica da USP).

Referências

- ANAC** – Agência Nacional de Aviação Civil (2013). Lei do aeronauta nº 7.183/84. Disponível em: < <http://www2.anac.gov.br/biblioteca/leis/lei7183%20.pdf> >. Acesso em: 12 Abril 2013.
- Andersson, E., Housos, E., Kohl, N. e Wedelin, D.** (1998). Crew pairing optimization. In: *Operations Research in the Airline Industry*, Editado por Gang Yu. Kluwer Academic Publishers, Boston, USA.
- Barnhart, C., Cohn, A., Johnson, E. L., Klabjan, D., Nemhauser, G. e Vance, P.** (2003). Airline crew scheduling. In: *Handbook of Transportation Science*, 2ª edição, Editado por Randolph Hall. Springer.
- Cabral, L. A. F., Freitas, M. J., Maculan, N. e Pontes, R. C .V.** (2000). A heuristic approach for large scale crew scheduling problems at Rio-Sul Airlines. *40th International Symposium of the AGIFORS*, Istambul, Turquia.
- Clarke, G. e Wright, J. W.** (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations Research*, v. 12, p. 568-581.
- Gopalakrishnan, B. e Johnson, E. L.** (2005). Airline crew scheduling: State-of-the-art. *Annals of Operations Research*, v. 140, p. 305-337.
- Gomes, W. P.** (2009). *Programação de tripulantes de aeronaves no contexto brasileiro*. Dissertação (Mestrado), Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, SP.
- Kohn, N e Karisch, S.** (2004). Airline crew rostering: Problem types, modeling and optimization. *Annals of Operations Research*, v. 127, p. 223-257.
- Lucic, P e Teodorovic, D.** (2007). Metaheuristics approach to the aircrew rostering problem. *Annals of Operations Research*, v. 155, p. 311-338.
- Maenhout, B. e Vanhoucke, M.** (2010). A hybrid scatter search heuristic for personalized crew rostering in the airline industry. *European Journal of Operational Research*, v. 206, p. 155-167.
- Pimentel, A. L. G.** (2005). Uma abordagem heurística para a solução de problemas de recobrimento de conjuntos de grande porte, com aplicação à alocação de tripulações para companhias aéreas. Tese (Doutorado) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas e Computação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ.
- Saddoune, M., Desaulniers, G., Elhallaoui, I. e Soumis, F.** (2011). Integrated airline crew scheduling: A bi-dynamic constraint aggregation method using neighborhoods. *European Journal of Operational Research*, v. 212, p. 445-454.
- Schildt, H.** (1989) *Inteligência Artificial – Utilizando Linguagem C*, McGraw-Hill, São Paulo.
- SNA** – Sindicato Nacional dos Aeronautas (2013). *Convenção coletiva de trabalho da aviação regular 2012/2013*. Disponível em: < <http://aeronautas.aero/snadocs/cctregular.html> >. Acesso em: 12 Abril 2013.
- Souai, N. e Teghem, J.** (2009). Genetic algorithm based approach for the integrated airline crew-pairing and rostering problem. *European Journal of Operational Research*, v. 199, p. 674-683.
- Zeghal, F. M. e Minoux, M.** (2006). Modeling and solving a crew assignment problem in air transportation. *European Journal of Operational Research*, v. 175, p. 187-209.