

SEQUENCIAMENTO DE BATELADAS EM UMA REDE DE DUTOS REAL COM MINIMIZAÇÃO DE REVERSÕES DE FLUXO E JANELAS DE TEMPO DINÂMICAS

**Helton Luis Polli, William Magalhães Brondani,
Leandro Magatão, Flávio Neves Junior, Lúcia Valéria Ramos de Arruda**
UTFPR / CPGEI
Av. Sete de Setembro, 3165, 80230-901, Curitiba, PR
helton.polli@gmail.com, wmbondani@gmail.com
magatao@utfpr.edu.br, neves@utfpr.edu.br, lvrarruda@utfpr.edu.br

RESUMO

Este trabalho propõe um novo modelo em Programação Linear Inteira Mista para o sequenciamento de bateladas em uma rede dutoviária da Petrobras que transporta derivados leves de petróleo, localizada no estado de São Paulo. Particular atenção foi dada à modelagem da minimização do número de reversões nos dutos e à criação de janelas de tempo dinâmicas, as quais permitem minimizar violações de inventário em todos os órgãos da rede. Desta forma, tópicos não endereçados na literatura foram abordados, agregando-se qualidade à solução de *scheduling* obtida. Testes foram executados utilizando-se cenários reais contendo mais de 200 bateladas a serem bombeadas em um horizonte de 30 dias. Em todos os casos testados, comparativamente a abordagens anteriores, houve redução do número de reversões com melhorias no gerenciamento dos inventários. O modelo proposto está imerso em uma ferramenta de auxílio à tomada de decisões operacionais, sendo possível a automática visualização/análise das soluções sugeridas.

PALAVRAS CHAVE. *Scheduling*, Rede de Dutos, Programação Linear Inteira Mista.

Área principal. P&G (PO na Área de Petróleo e Gás), L&T (Logística e Transportes), IND (PO na indústria).

ABSTRACT

This paper proposes a new Mixed Integer Linear Programming model for sequencing batches at a Petrobras pipeline network, which transports oil derivatives, and is located in the state of São Paulo, Brazil. Particular attention was given to modeling the minimization of reversions in pipelines and the creation of dynamic time windows, which allow minimizing violations of inventory in all operational areas of the network. Thus, topics not addressed in the literature were covered, adding quality to obtained scheduling solutions. Tests were performed using real scenarios with more than 200 batches to be pumped during a horizon of 30 days. In all tested cases, compared with previous approaches, reduction in the number of reversions and improvements in the management of inventories were obtained. The proposed model is immersed in a tool to aid the operational decision making, which allows automatic visualization/analysis of the suggested solutions.

KEYWORDS. *Scheduling*, Pipeline Network, Mixed Integer Linear Programming.

Main area. P&G (OR in Oil and Gas), L&T (Logistics and Transportation), IND (OR in Industry).

1. Introdução

Atualmente, a programação das atividades de transferência e estocagem na malha dutoviária brasileira (*scheduling* dutoviário) é realizada por especialistas, auxiliados por sistemas que realizam a consistência das operações. Todavia, o crescente incremento do uso do modal dutoviário motiva o desenvolvimento de ferramentas de auxílio à tomada de decisão, principalmente as que empregam técnicas de otimização. Objetiva-se a utilização dos polidutos de forma mais eficaz, segura e lucrativa. Neste trabalho aborda-se uma rede de dutos real da Petrobras e propõe-se um novo modelo em Programação Linear Inteira Mista (PLIM, ou MILP – *Mixed Integer Linear Programming*) para realizar o sequenciamento de bateladas no cenário de estudo, relevando-se também questões relativas à minimização de reversões de fluxo nos dutos. O modelo está imerso em uma ferramenta de auxílio ao processo de tomada de decisões, sendo possível a automática visualização/análise das soluções sugeridas pelo modelo.

O cenário de estudo é a malha de transporte de derivados leves (produtos claros) da Petrobras localizada no estado de São Paulo. Este cenário (Figura 1) envolve 4 refinarias (nós N3, N4, N5 e N6), 2 terminais portuários (N7 e N10), 2 clientes finais (N2 e N14) e 5 terminais de distribuição (N8, N9, N11, N12 e N13), que recebem ou enviam produtos. Em particular, o nó N1 não possui tanques para armazenamento de produtos, representando apenas um entroncamento de válvulas e bombas. Os órgãos são interligados através de 30 dutos unidirecionais ou bidirecionais (podem ter seu sentido de fluxo revertido). Mais de 14 derivados de petróleo e etanol podem ser transportados nesta rede. A seguir elencam-se algumas considerações operacionais que influenciam no *scheduling* da rede. Detalhes adicionais podem ser obtidos em Boschetto *et al.* (2010).

- As transferências devem ocorrer, preferencialmente, dentro do horizonte de programação, tipicamente, 30 dias.
- Cada batelada transporta um volume de um determinado produto através de uma “rota”. Cada rota indica um caminho de movimentação de um nó de origem até um nó de destino passando por uma sequência de dutos. Um exemplo de uma rota é $\{N6 \rightarrow 25 \rightarrow N8 \rightarrow 28 \rightarrow N1 \rightarrow 4 \rightarrow N11\}$. Pela mesma rota podem trafegar diferentes bateladas de diferentes produtos a diferentes vazões.
- Cada nó possui um conjunto de tanques para cada produto. Observam-se limites mínimo, máximo e meta de inventário para cada produto.
- Operações chamadas de “pulmão” ocorrem quando um nó está recebendo uma batelada a uma determinada vazão e a rebombeia para outro nó em uma vazão diferente. Neste caso, armazenamento intermediário deve ser realizado.
- Todos os dutos inicializam completamente preenchidos com algumas bateladas que já foram bombeadas. Essas bateladas são chamadas de “estoque duto”.
- Alguns dutos podem ter seu sentido de fluxo revertido, ou seja, pode ocorrer bombeio a partir das duas extremidades do duto. A “reversão”, Figura 2, necessita de uma batelada adicional (ex., batelada 3 da Figura 2) para a efetiva entrega de bateladas em seus destinos.

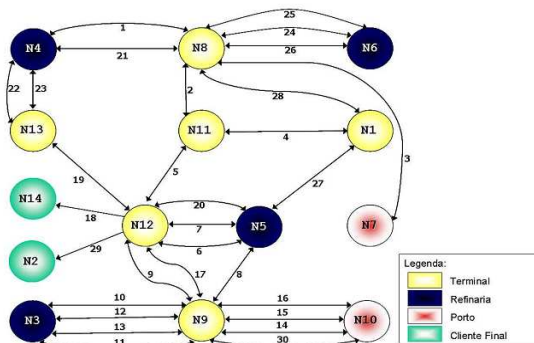


Figura 1. Ilustração da rede de dutos em estudo (Boschetto *et al.*, 2010).

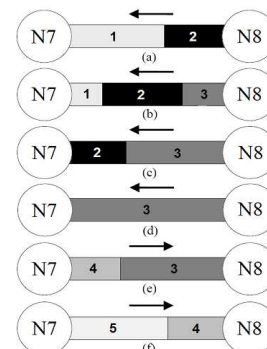


Figura 2. Ilustração da operação de reversão (Boschetto *et al.*, 2010).

2. Metodologia

Em virtude da complexidade do problema envolvido, uma estratégia de decomposição para a obtenção do *scheduling* dutoviário foi adotada. A Figura 3 ilustra essa abordagem e destaca a imersão do modelo proposto no procedimento de solução. Os dados do cenário em análise, tais como: previsões de produção e demanda, estoque inicial dos tanques e estado inicial dos dutos são utilizados nos três módulos. A decomposição foi baseada nos três elementos chaves do *scheduling*: alocação dos recursos, sequenciamento das atividades e a determinação temporal do uso dos recursos pelas atividades (Reklaitis, 1992). Primeiramente, o módulo de alocação dos recursos determina as bateladas a serem bombeadas. Em seguida, o módulo de sequenciamento das atividades determina a ordem de passagem das bateladas pelos dutos da rede. Por último, o módulo de determinação temporal define os tempos de bombeio e recebimento das bateladas, indicando detalhes operacionais do *scheduling* de curto prazo. Esta estratégia de decomposição e passagem de informações entre módulos é detalhada em Boschetto *et al.* (2010).

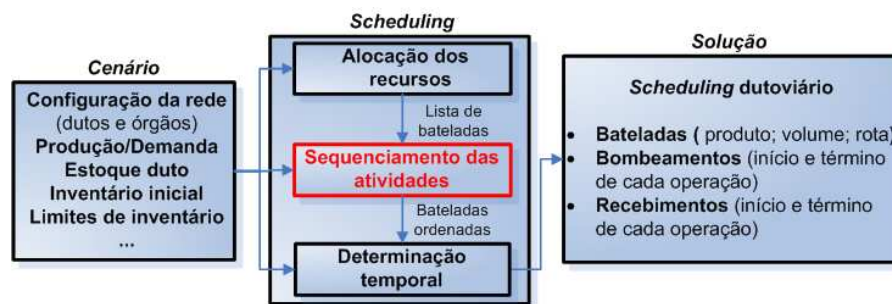


Figura 3. Decomposição baseada nos três elementos chave do *scheduling* (Boschetto *et al.*, 2010).

Modelos MILP para rede de dutos que consideram o gerenciamento de inventários podem apresentar elevada carga computacional, ainda mais considerando o número de nós e produtos da rede em estudo. Desta forma, o módulo de alocação de recursos determina “janelas de tempo” para o órgão de origem e destino de cada batelada alocada. Assim, os módulos seguintes gerenciam violações de janelas de tempos (Boschetto *et al.*, 2010). A Figura 4(a) ilustra uma janela de tempo de envio na origem, a qual compreende o intervalo entre o TED (tempo de envio disponível) e o TEC (tempo de envio crítico). A Figura 4(b) ilustra uma janela de tempo de recebimento no destino, compreendida entre TRD (tempo de recebimento disponível) e TRC (tempo de recebimento crítico). As janelas de tempo são calculadas em função três faixas de estocagem, ilustradas na Figura 5. A primeira faixa está compreendida entre a capacidade e o lastro, definida como faixa de capacidade (“CAP”); entre o estoque máximo e o estoque mínimo, define-se a faixa de estoque Min-Max (“MnMx”); e, entre o estoque meta mínimo e meta máximo, define-se a faixa meta (“Meta”). Deste modo, a alocação de recursos gera três janelas de tempos para cada batelada, cada janela referente a uma faixa de estoque.

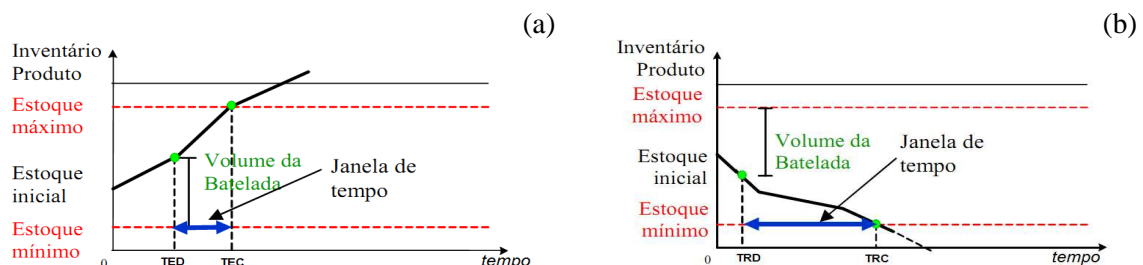


Figura 4. Janelas de tempo na origem (a) e no destino (b).

Em Boschetto *et al.* (2010) heurísticas construtivas, baseadas no conhecimento de especialistas do sistema, foram utilizadas para o desenvolvimento de módulos de alocação de recursos e sequenciamento das atividades. Adicionalmente, modelos MILP foram utilizados para um módulo de temporização. Em Felizari *et al.* (2009) é apresentada uma solução para o sequenciamento das atividades utilizando programação por restrições (CP - *Constraint*

Programming), entretanto o trabalho apresenta a modelagem de somente uma parte da rede de dutos em estudo, além de simplificações no tratamento de condições operacionais. Reversões de fluxo não são consideradas. Recentemente, em Boschetto *et al.* (2012) apresenta-se uma solução utilizando modelos MILP que abordam os módulos de alocação e sequenciamento. Contudo, o trabalho apresenta alto custo computacional (muitos minutos a horas) para um relativo curto horizonte de tempo (sete dias). No contexto de estudo, horizontes de trinta dias são desejáveis. Desta forma, em relação à Felizari *et al.* (2009) existe a possibilidade de expansão da rede abordada e aprimoramento de condições operacionais observadas; em relação a Boschetto *et al.* (2012) há necessidade de diminuição da carga computacional da abordagem e aumento do horizonte temporal observado, além do tratamento formal das reversões de fluxo. Assim, o presente trabalho propõe uma nova abordagem para o problema de sequenciamento das atividades da rede de dutos apresentada utilizando a técnica MILP.

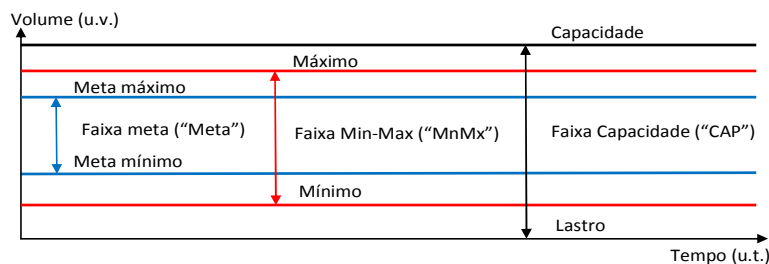


Figura 5. Definição das faixas de estoques.

3. Formulação Matemática em PLIM

O modelo matemático objetiva determinar a melhor sequência de bateladas que serão bombeadas, minimizando as violações das janelas de tempo de cada batelada para os nós de origem e destino, assim como minimizar o número de reversões de dutos. MILP foi aplicada para o desenvolvimento do modelo, utilizando o *software IBM-ILOG CPLEX STUDIO 12.2*, executando o *solver CPLEX 12.2*. A notação utilizada para a elaboração do modelo, que envolve definições de índices, parâmetros, conjuntos (esparços) e variáveis, é apresentada no apêndice.

3.1 Função Objetivo

A Expressão 1 é a função objetivo do modelo. Minimizam-se custos das violações das faixas de estoques e das operações de reversão. Para os nós de origem das bateladas, representado pelo conjunto BO_{fx} , considera-se os adiantamentos do bombeio da batelada b no nó n em relação à faixa de estoque fx ($adOrig_{b,n,fx}$), ponderado pelo fator de custo Kto_{fx} . De forma similar, o atraso do bombeio ($atOrig_{b,n,fx}$) também é ponderado pelo fator de custo Kto_{fx} . Em relação aos nós de destino das bateladas, distingue-se os nós e produtos onde são consideradas as janelas dinâmicas (vide seção 3.3). Assim, para os nós que não consideram janelas dinâmicas (BD_{fx}), penaliza-se os adiantamentos ($adDest_{b,n',fx}$) e atrasos ($atDest_{b,n',fx}$) no recebimento pelo fator de custo Ktd_{fx} . Já para os nós que consideram as janelas dinâmicas ($BD_{fx}Din$), os adiantamentos ($adDestDin_{b,n',fx}$) e atrasos ($atDestDin_{b,n',fx}$) no recebimento são penalizados pelo fator de custo $KtdDin_{fx}$, o qual possui uma ordem de grandeza superior ao Ktd_{fx} . Por último, penaliza-se o número de reversões ($numReversoes_d$) que ocorrem no duto d pelo fator de custo $Krev$ a fim de evitar a ocorrência desta operação, salvo quando necessário para manter os inventários dentro das faixas de estoques. Desta forma, a solução deve ponderar violações de estoques e minimizações de reversões.

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar} \quad & \sum_{\{b,n,fx\} \in BO_{fx}} (adOrig_{b,n,fx} * Kto_{fx}) + \sum_{\{b,n,fx\} \in BO_{fx}} (atOrig_{b,n,fx} * Kto_{fx}) + \\
 & \sum_{\{b,n',fx\} \in BD_{fx}} (adDest_{b,n',fx} * Ktd_{fx}) + \sum_{\{b,n',fx\} \in BD_{fx}} (atDest_{b,n',fx} * Ktd_{fx}) + \\
 & \sum_{\{b,n',fx\} \in BDFxDin} (adDestdin_{b,n',fx} * KtdDin_{fx}) + \sum_{\{b,n',fx\} \in BDFxDin} (atDestdin_{b,n',fx} * KtdDin_{fx}) + \\
 & \sum_{d \in DutosRev} numReversoes_d * Krev
 \end{aligned} \tag{1}$$

3.2 Restrições para Cálculo das Violações das Faixas de Estoques

Conforme Equação 2, assume-se que não pode ocorrer adiantamento no bombeio de uma batelada em seu nó de origem, quando analisada a faixa de capacidade (“CAP”).

$$adOrig_{b,n,fx} = 0 \quad \forall \{b,n,fx\} \in BOfx \mid fx = CAP \quad (2)$$

A Inequação 3 indica que o início de bombeio da batelada b no nó de origem n ($ib_{b,n,n',d}$) deverá ser maior que o seu tempo de envio disponível em relação à faixa de estoque fx . Contudo, violações podem ocorrer, conforme valores da variável $adOrig_{b,n,fx}$ que é penalizada na função objetivo. A Inequação 4 limita o final de bombeio da batelada b no nó de origem n ($fb_{b,n,n',d}$) ao tempo de envio crítico em relação à faixa de estoque fx . Novamente violações podem ocorrer ($atOrig_{b,n,fx}$), sendo penalizadas na função objetivo. Ressalta-se que na definição dos conjuntos esparsos como, por exemplo, $BNND$, definiu-se $n \neq n'$ simplificando-se a notação das restrições.

$$ib_{b,n,n',d} \geq TED_{b,fx} - adOrig_{b,n,fx} \quad \forall \{b,n,n',d\} \in BNND, \{b,n,fx\} \in BOfx \quad (3)$$

$$fb_{b,n,n',d} \leq TEC_{b,fx} + atOrig_{b,n,fx} \quad \forall \{b,n,n',d\} \in BNND, \{b,n,fx\} \in BOfx \quad (4)$$

Em relação ao recebimento da batelada, a Inequação 5 restringe o início de recebimento da batelada b no nó de destino n' ($ir_{b,n,n',d}$) a ser maior que o seu tempo de recebimento disponível em relação à faixa de estoque fx . Contudo, violações podem ocorrer conforme variável $adDest_{b,n',fx}$, que é penalizada na função objetivo. De forma similar a Inequação 5, a Inequação 6 limita o final de recebimento da batelada b no nó de destino n' ($fr_{b,n,n',d}$) ao tempo de recebimento crítico em relação a faixa de estoque fx . Novamente violações podem ocorrer ($atDest_{b,n',fx}$), sendo penalizadas na função objetivo.

$$ir_{b,n,n',d} \geq TRD_{b,fx} - adDest_{b,n',fx} \quad \forall \{b,n,n',d\} \in BNND, \{b,n',fx\} \in BDFx \quad (5)$$

$$fr_{b,n,n',d} \leq TRC_{b,fx} + atDest_{b,n',fx} \quad \forall \{b,n,n',d\} \in BNND, \{b,n',fx\} \in BDFx \quad (6)$$

3.3 Restrições para Cálculo das Violações das Janelas de Tempo Dinâmicas

Na rede em estudo (Figura 1), há casos em que o suprimento da demanda de um produto em um determinado nó pode ser realizado por mais de uma fonte (nó de origem). Por exemplo, o nó N14 pode receber produto oriundo de N4, N6 e N7. Nestes casos, o cálculo de violações de janelas (seção anterior) restringe a possibilidade de melhorias de sequenciamento. A limitação ocorre porque cada batelada é previamente associada a uma janela de tempo do nó de destino e, por questões práticas de penalização, a ordem de recebimento previamente sugerida é mantida. Para transpor essa limitação, o conceito de janelas dinâmicas foi criado. Nas janelas dinâmicas gera-se uma lista de janelas para o órgão de destino, que são inicialmente desvinculadas de bateladas. Na sequência, o modelo determina qual batelada deve suprir a necessidade indicada por cada janela. O cálculo das violações influencia a escolha das bateladas que serão alocadas a cada janela de tempo, levando-se em consideração o tempo de recebimento das bateladas que o modelo determina. Primeiramente, através do início de recebimento das bateladas no nó de destino, identifica-se a precedência das bateladas. As inequações 7 e 8 definem o valor da binária $binBBDdin_{b,b',n'}$ em relação ao início de recebimento das bateladas b e b' . A Inequação 7 atribui a $binBBDdin_{b,b',n'}$ o valor 1 caso o $ir_{b,n,n',d}$ seja maior que o $ir_{b',n,n',d}$. Caso contrário, a Inequação 8 atribui a $binBBDdin_{b,b',n'}$ o valor 0. Dessa forma, se $binBBDdin_{b,b',n'}$ possuir o valor 1, sabe-se que a batelada b' precede a batelada b , senão b precede b' . Assim, a Inequação 9, juntamente com a limitação do valor que a variável inteira $indiceRecBat_{n',pr,b}$ define a ordem que as bateladas b e b' chegam no nó destino n' . O valor +1 no primeiro termo da inequação garante que as ordens devem ser diferentes. Desta forma, cada batelada possui uma ordem de chegada no destino n' diferente.

$$ir_{b',n,n',d} - ir_{b,n,n',d} \leq U * (1 - binBBDdin_{b,b',n'}) \quad (7)$$

$$\forall \{b,n,n',d\} \in BNND, \{b',n,n',d\} \in BNND, \{b,n'\} \in BD, \{b',n'\} \in BD, \{b,b',n'\} \in BBNDin$$

$$ir_{b,n,n',d} - ir_{b',n,n',d} \leq U * binBBDdin_{b,b',n'} \quad (8)$$

$$\forall \{b,n,n',d\} \in BNND, \{b',n,n',d\} \in BNND, \{b,n'\} \in BD, \{b',n'\} \in BD, \{b,b',n'\} \in BBNDin$$

$$indiceRecBat_{n',pr,b'} - indiceRecBat_{n',pr,b} + 1 \leq U * (1 - binBBDdin_{b,b',n'}) \quad (9)$$

$$\forall \{n',pr,b\} \in BDPdin, \{n',pr,b'\} \in BDPdin, \{b,n'\}, \{b',n'\} \in BBNDin$$

A próxima etapa consiste em identificar a janela de tempo no destino que corresponde a ordem de chegada da batelada b , definida pela variável $indiceRecBat_{n',pr,b}$. A variável binária $binBNPind_{b,n',pr,i}$ é utilizada para este fim. Assim, quando $binBNPind_{b,n',pr,i}$ possuir valor 1, sabe-se que a batelada b irá ser avaliada no nó de destino n' pela janela de tempo correspondente ao índice i . As Inequações 10 até 14 representam a lógica de equivalência em uma igualdade. Assim, se o $indiceRecBat_{n',pr,b}$ for igual a i , a binária $binBNPind_{b,n',pr,i}$ receberá valor 1, caso contrário, 0. A Equação 15 limita cada batelada b possuir apenas um índice i , garantindo que uma batelada será avaliada por apenas uma janela de tempo. A Equação 16 limita cada índice i estar associado a apenas uma batelada b , limitando que cada janela será atribuída a apenas uma batelada.

$$i - indiceRecBat_{n',pr,b} \leq U * (1 - binBNPind1_{b,n',pr,i}) \quad \forall \{b, n', pr, i\} \in BNPind \quad (10)$$

$$i - indiceRecBat_{n',pr,b} \geq (L - e) * (binBNPind1_{b,n',pr,i}) + e \quad \forall \{b, n', pr, i\} \in BNPind \quad (11)$$

$$i - indiceRecBat_{n',pr,b} \geq L * (1 - binBNPind2_{b,n',pr,i}) \quad \forall \{b, n', pr, i\} \in BNPind \quad (12)$$

$$i - indiceRecBat_{n',pr,b} \leq (U + e) * (binBNPind2_{b,n',pr,i}) - e \quad \forall \{b, n', pr, i\} \in BNPind \quad (13)$$

$$binBNPind_{b,n',pr,i} = binBNPind1_{b,n',pr,i} + binBNPind2_{b,n',pr,i} - 1 \quad \forall \{b, n', pr, i\} \in BNPind \quad (14)$$

$$\sum_{\{b, n', pr, i\} \in BNPind} binBNPind_{b,n',pr,i} = 1 \quad \forall \{n', pr, b\} \in BDPdin \quad (15)$$

$$\sum_{\{b, n', pr, i\} \in BNPind} binBNPind_{b,n',pr,i} = 1 \quad \forall \{bx, n', pr, i\} \in BNPind \quad (16)$$

Finalmente, as Inequações 17 e 18 realizam o cálculo das violações das janelas dinâmicas. A Inequação 17 limita o início de recebimento da batelada b no nó de destino n' ($ir_{b,n,n',d}$) a ser maior que o trd da janela de tempo de índice i em relação a faixa de estoque fx , se este índice estiver selecionado para está batelada ($binBNPind_{b,n',pr,i}=1$). Novamente violações são aceitas ($adDestDin_{b,n',fx}$) e penalizadas na função objetivo. Já a Inequação 18 limita o final de recebimento da batelada b no nó de destino n' ($fr_{b,n,n',d}$) a ser menor que o trc da janela de tempo de índice i em relação a faixa de estoque fx , se este índice estiver selecionado para está batelada ($binBNPind_{b,n',pr,i}=1$). Violações são aceitas ($atDestDin_{b,n',fx}$) e penalizadas na função objetivo.

$$ir_{b,n,n',d} - (trd - adDestDin_{b,n',fx}) \geq L * (1 - binBNPind_{b,n',pr,i}) \quad (17)$$

$$\forall \{b, n, n', d\} \in BNND, \{b, n', pr, i\} \in BNPind, \{n', pr, i, fx, trd, trc\} \in NPIJan$$

$$fr_{b,n,n',d} - (trc + atDestDin_{b,n',fx}) \leq U * (1 - binBNPind_{b,n',pr,i}) \quad (18)$$

$$\forall \{b, n, n', d\} \in BNND, \{b, n', pr, i\} \in BNPind, \{n', pr, i, fx, trd, trc\} \in NPIJan$$

3.4 Restrições de Fluxo das Bateladas pela Rede

As equações 19 a 23 relacionam movimentações das bateladas na rede de dutos. A Equação 19 define o final de bombeio de uma batelada b em um duto d no sentido de n para n' ($fb_{b,n,n',d}$) como sendo o início de bombeio ($ib_{b,n,n',d}$) acrescentado do tempo de bombeio da batelada no referido duto ($TempBombBat_{b,d}$). Está restrição é válida para os dutos por onde a batelada irá trafegar. Para as bateladas de estoque em duto, as quais os bombeamentos já foram realizados, considera-se o final de bombeio como sendo igual ao início de bombeio (Equação 20). De modo análogo às Equações 19 e 20, as Equações 21 e 22 indicam o final de recebimento ($fr_{b,n,n',d}$). A Equação 23 indica que o início de recebimento ($ir_{b,n,n',d}$) de uma batelada b por um duto d será igual ao início de bombeio ($ib_{b,n,n',d}$) acrescido do tempo gasto para a batelada b ser deslocada através do duto d . Está restrição é uma simplificação do processo de movimentação. Neste caso, considera-se que uma batelada irá ser movimentada pelos dutos sem a necessidade de ser empurrada por outra batelada. A Equação 24 realiza o alinhamento da batelada b entre o duto de chegada d no nó n' com o duto de saída d' . Assim o $ib_{b,n',nx,d'}$ deverá ser igual ao $ir_{b,n,n',d}$.

$$fb_{b,n,n',d} = ib_{b,n,n',d} + TempBombBat_{b,d} \quad \forall \{b, n, n', d\} \in BNNDbomb \quad (19)$$

$$fb_{b,n,n',d} = ib_{b,n,n',d} \quad \forall \{b, n, n', d\} \in BNNDEstDuto \quad (20)$$

$$fr_{b,n,n',d} = ir_{b,n,n',d} + TempBombBat_{b,d} \quad \forall \{b, n, n', d\} \in BNNDbomb \quad (21)$$

$$fr_{b,n,n',d} = ir_{b,n,n',d} \quad \forall b \in B, (n, n') \in N, d \in D, \{b, n, n', d\} \in BNNDEstDuto \quad (22)$$

$$ir_{b,n,n',d} = ib_{b,n,n',d} + TempDeslBat_{b,d} \quad \forall \{b, n, n', d\} \in BNND \quad (23)$$

$$ib_{b',n',nx',d'} = ir_{b,n,n',d} \quad \forall \{b',n',nx',d'\} \in BNND, \{b,n,n',d\} \in BNND \mid n \neq n' \wedge n' \neq nx \wedge d \neq d' \quad (24)$$

3.5 Restrições de Troca de Ordem

Bateladas de estoque em duto não podem ter sua ordem alterada. Alterações nestas ordens gerariam soluções inviáveis. Assim, para as tuplas presentes no conjunto $BBDrestringe$, a Equação 25 define o valor da binária $binManterOrdem_{b,b',d}$ em 1, mantendo a ordem inicial (a batelada b precede b' no duto d). As Inequações 26 e 27 definem a precedência das bateladas b e b' no duto d . Se o início de bombeio da batelada b' ($ib_{b',nx,nx',d}$) for maior que o final de bombeio da batelada b ($fb_{b,n,n',d}$) no duto d , então a binária $binManterOrdem_{b,b',d}$ possuirá o valor 1 representando que b precede b' no duto d (Inequação 26). Caso contrário, a Inequação 27 definirá o valor de $binManterOrdem_{b,b',d}$ igual a 0. Neste caso, a batelada b' precede b no duto d .

$$binManterOrdem_{b,b',d} = 1 \quad \forall \{b,b',d\} \in BBDrestringe \quad (25)$$

$$fb_{b,n,n',d} - ib_{b',nx,nx',d} \leq U * (1 - binManterOrdem_{b,b',d}) \quad (26)$$

$$\forall \{b,n,n',d\} \in BNND, \{b',nx,nx',d\} \in BNND, \{b,b',d\} \in BBDtotal$$

$$fb_{b',nx,nx',d} - ib_{b,n,n',d} \leq U * binManterOrdem_{b,b',d} \quad (27)$$

$$\forall \{b,n,n',d\} \in BNND, \{b',nx,nx',d\} \in BNND, \{b,b',d\} \in BBDtotal$$

As Inequações 28 e 29 tem como objetivo restringir o espaço de busca de solução. Considerando duas bateladas b e b' que trafegam pelo mesmo duto d e que após um nó de entroncamento n' continuam por dutos distintos (d' e dx'), caso a batelada b preceda b' no duto d ($binManterOrdem_{b,b',d} = 1$), sabe-se que o início de bombeio da batelada b no duto d' ($ib_{b,n',nx',d'}$) será menor que o início de bombeio da batelada b' no duto dx' ($ib_{b',n',nx',dx'}$), conforme Inequação 28. Já a Inequação 29 funciona de modo análogo a 28, porém quando a batelada b' precede b ($binManterOrdem_{b,b',d} = 0$).

$$ib_{b,n',nx',d'} - ib_{b',n',nx',dx'} \leq U * (1 - binManterOrdem_{b,b',d}) \quad (28)$$

$$\forall \{b,n',nx',d'\} \in BNND, \{b',n',nx',dx'\} \in BNND, \{b,b',d\} \in BBDtotal$$

$$\mid b \neq b' \wedge nx \neq nx' \wedge d' \neq dx' \wedge d \neq d'$$

$$ib_{b',n',nx',dx'} - ib_{b,n',nx',d'} \leq U * binManterOrdem_{b,b',d} \quad (29)$$

$$\forall \{b,n',nx',d'\} \in BNND, \{b',n',nx',dx'\} \in BNND, \{b,b',d\} \in BBDtotal$$

$$\mid b \neq b' \wedge nx \neq nx' \wedge d' \neq dx' \wedge d \neq d'$$

3.6 Restrições para a Operação de Pulmão

Para as operações de pulmão, abordam-se dois casos: (i) vazão do duto de entrada do nó de pulmão (d) menor que a vazão do duto de saída do nó de pulmão (d'); (ii) vazão do duto de entrada do nó de pulmão (d) maior que a vazão do duto de saída do nó de pulmão (d'). No primeiro caso, Equação 30, o sincronismo é realizado no final da operação. Deste modo, o início de bombeio da batelada b' é atrasado até que haja volume suficiente em tanque para que o final de recebimento da batelada b ($fr_{b,n,n',d}$) coincida com o final de bombeio da batelada b' ($fb_{b',n',nx',d'}$). Já no segundo caso, Equação 31, o sincronismo é realizado no início da operação. Assim, o início de bombeio da batelada b' ($ib_{b',n',nx',d'}$) deverá ser igual ao início de recebimento da batelada b ($ir_{b,n,n',d}$).

$$fb_{b',n',nx',d'} = fr_{b,n,n',d} \quad \forall \{b,b',n,n',nx',d,d'\} \in PULMAO \mid vazBomb_{b,d} \leq vazBomb_{b',d'} \quad (30)$$

$$ib_{b',n',nx',d'} = ir_{b,n,n',d} \quad \forall \{b,b',n,n',nx',d,d'\} \in PULMAO \mid vazBomb_{b,d} \geq vazBomb_{b',d'} \quad (31)$$

3.7 Restrições para Operações de Reversão

O conjunto $BBDrev$ possui todas as combinações de bateladas b e b' ($b \neq b'$) onde irá ser necessário considerar a operação de reversão no duto d . Adicionalmente, a variável binária $binRev_{b,b',d}$ identifica a precedência entre as bateladas b e b' no duto d , sendo valor 0 quando b precede b' e 1 caso contrário. Contudo, apenas no módulo de determinação temporal é possível considerar a operação de reversão de fluxo de forma detalhada, conforme apresentado em Boschetto *et al.* (2010). Desta forma, uma abordagem simplificada é proposta na Inequação 32. Nesta abordagem, acrescenta-se ao início de bombeio da batelada b ($ib_{b,n,n',d}$) um tempo estimado da operação de reversão de fluxo ($TempDeslBat_{b,d}$) em relação ao final de bombeio da batelada b'

$(fb_{b',nx,nx',d})$ a fim de representar o tempo que será despendido para a reversão do duto, caso a binária $binRev_{b,b',d}$ seja 1. A Equação 33 indica que uma batelada deverá preceder outra, obrigando a uma das binárias possuir valor 1.

$$ib_{b,n,n',d} \geq fb_{b',nx,nx',d} + TempDeslBat_{b,d} - (1 - binRev_{b,b',d}) * Horizonte \quad (32)$$

$$\forall \{b,n,n',d\} \in BNND, \{b',nx,nx',d\} \in BNND, \{b,b',d\} \in BBDrev \mid n \neq nx \wedge n' \neq nx'$$

$$binRev_{b',b,d} + binRev_{b,b',d} = 1 \quad \forall \{b,b',d\} \in BBDrev \quad (33)$$

As Restrições 34 até 40 realizam o cálculo do número de reversões que cada duto irá sofrer. Primeiramente, calcula-se a ordem de cada batelada b no duto d que sofre reversão. Para este cálculo, utiliza-se a variável binária $binManterOrdem_{b,b',d}$. Quando o valor da binária for 1, conclui-se que a batelada b precede b' , caso contrário, b' precede b . Assim, com a binária $binManterOrdem_{b,b',d}$ é possível identificar o número de bateladas b' que sucedem b . Se $binManterOrdem_{b,b',d} = 1$, b' sucede b . Se $binManterOrdem_{b',b,d} = 0$, também conclui-se que b' sucede b . Somando o número de binárias que satisfazem uma das condições anteriores, identifica-se o número de bateladas que sucedem a batelada b no duto d . Deste modo, a Equação 34 define o valor da ordem da batelada b como sendo o número de bateladas que trafegam pelo duto d , subtraindo o número de bateladas que a sucedem. A Inequação 35 limita o espaço de busca tendo em vista que duas bateladas b e b' não podem possuir a mesma ordem para o mesmo duto d .

$$ordemBatDuto_{d,b} = NumMaxBateladas_d - \sum_{\{b,b',d\} \in BBDtotal} binManterOrdem_{b,b',d} - \sum_{\{b',b,d\} \in BBDtotal} (1 - binManterOrdem_{b',b,d}) \quad \forall \{d,b\} \in DutoBatOrdem \quad (34)$$

$$ordemBatDuto_{d,b} + 1 \leq ordemBatDuto_{d,b'} \quad \forall \{b,b',d\} \in BBDrestrin ge, d \in DutosRev \quad (35)$$

Sabendo-se a ordem das bateladas nos dutos, o passo seguinte é identificar as bateladas que estão em sequência em um duto d . Assim, as Inequação 36 e 37 definem o valor da binária $binEmSequencia_{b,b',d}$, sendo que o valor 1 representa que as bateladas b e b' estão em sequência no duto d . A Inequação 38 limita o espaço de busca.

$$ordemBatDuto_{d,b'} - ordemBatDuto_{d,b} - 1 \leq U * (1 - binEmSequencia_{b,b',d}) \quad (36)$$

$$\forall \{b,b',d\} \in BBDSeqRev$$

$$ordemBatDuto_{d,b'} - ordemBatDuto_{d,b} - 1 \geq L * (1 - binEmSequencia_{b,b',d}) \quad (37)$$

$$\forall \{b,b',d\} \in BBDSeqRev$$

$$binEmSequencia_{b,b',d} + binEmSequencia_{b',b,d} \leq 1 \quad \forall \{b,b',d\} \in BBDSeqRev \quad (38)$$

Em um duto d , cujo o número de bateladas é igual a $NumMaxBateladas_d$, o número de bateladas em sequência é igual ao número de bateladas no duto menos 1, ou seja, o número de transições entre as bateladas no duto d . Assim, a Equação 39 restringe o número de binárias $binEmSequencia_{b,b',d}$ que podem possuir valor igual a 1. Finalmente, a Equação 40 calcula o número de reversões em um duto d através da soma do número de bateladas em sequência ($binEmSequencia_{b,b',d} = 1$) que possuem sentido de movimentação inversa ($\{b,b',d\} \in BBDrev$).

$$\sum_{\{b,b',d\} \in BBDSeqRev} binEmSequencia_{b,b',d} = NumMaxBateladas_d - 1 \quad \forall d \in DutosRev \quad (39)$$

$$numReversoes_d = \sum_{\{b,b',d\} \in BBDrev} binEmSequencia_{b,b',d} \quad \forall d \in DutosRev \quad (40)$$

4. Resultados e Discussões

Esta seção compara resultados da sequência de bateladas obtida pela metodologia baseada em heurísticas construtivas apresentada em Boschetto *et al.* (2010) com a sequência obtida com o modelo MILP proposto. Ambas as sequências são posteriormente processadas pelo módulo de temporização proposto por Boschetto *et al.* (2010), definindo detalhes do *scheduling* de cada batelada. Três cenários reais que compreendem, cada um, um período de 30 dias de dados são utilizados nos testes. A Tabela 1 apresenta alguns indicadores para os cenários testados. Inicialmente, resultados do modelo MILP de sequenciamento são evidenciados: tempo computacional, número de variáveis, restrições e bateladas. Em todos os testes o modelo foi executado até a otimalidade (*gap* de relaxação igual a 0%). O número elevado de variáveis,

principalmente binárias, e restrições são consequências do número de bateladas envolvidas, as quais atendem demandas de todos os órgãos da rede para um período de 30 dias.

A Tabela 1 também destaca resultados obtidos após a temporização (*scheduling*). Compara-se a abordagem de sequenciamento “Heurístico” e o modelo “MILP” proposto. Para os cenários testados obteve-se uma redução significativa do valor da função objetivo (F.O. - função de minimização) e, conseqüentemente, das violações de estoques (Boschetto *et al.*, 2010). Destaca-se também o período necessário para a movimentação de todas as bateladas (Horizonte). Observa-se a redução do horizonte para o modelo proposto. Por exemplo, no Cenário 1 obteve-se uma solução com um período de 730 horas, ao passo que para a abordagem heurística há necessidade de adicionais 55h para completar as movimentações. Outro indicador observado é o número de operações de reversão (Nº Reversões) que ocorrem no cenário. Operações de reversão de fluxo são custosas e devem ser minimizadas.

Tabela 1. Resultados do modelo de sequenciamento.

		Cenário 1	Cenário 2	Cenário 3
Resultados do Modelo MILP de Sequenciamento Proposto	Tempo (s)	42,66	844,03	151,10
	Nº Variáveis	13273	15036	11875
	Nº Var. binárias	8852	10300	7975
	Nº Restrições	31026	35641	28107
	Nº Bateladas	259	289	219
Resultados da temporização baseada nos sequenciamentos Heurístico / MILP	F.O. Temp. (#)	2,05e9 / 4,65e8	1,05e10 / 1,97e9	4,90e9 / 1,40e9
	Horizonte (h)	785 / 730	946 / 736	819 / 725
	Nº Reversões	17 / 10	24 / 23	10 / 10

A seguir, apresenta-se um estudo de caso utilizando cartas de Gantt e perfis de estoque para elucidar a influência da sequência de bateladas na qualidade da solução proposta. O cenário em análise é o Cenário 1 da Tabela 1. A Figura 6, ilustra cartas de Gantt do *scheduling* de todas as bateladas. As soluções foram obtidas pelo módulo de temporização proposto por Boschetto *et al.* (2010) tendo como entrada as sequências baseadas na Solução Heurística (a) e Modelo MILP proposto (b). Cada linha representa um duto da rede e as cores representam os produtos. O eixo horizontal está associado ao tempo. No caso, as bateladas são bombeadas durante um horizonte de mais de 30 dias.

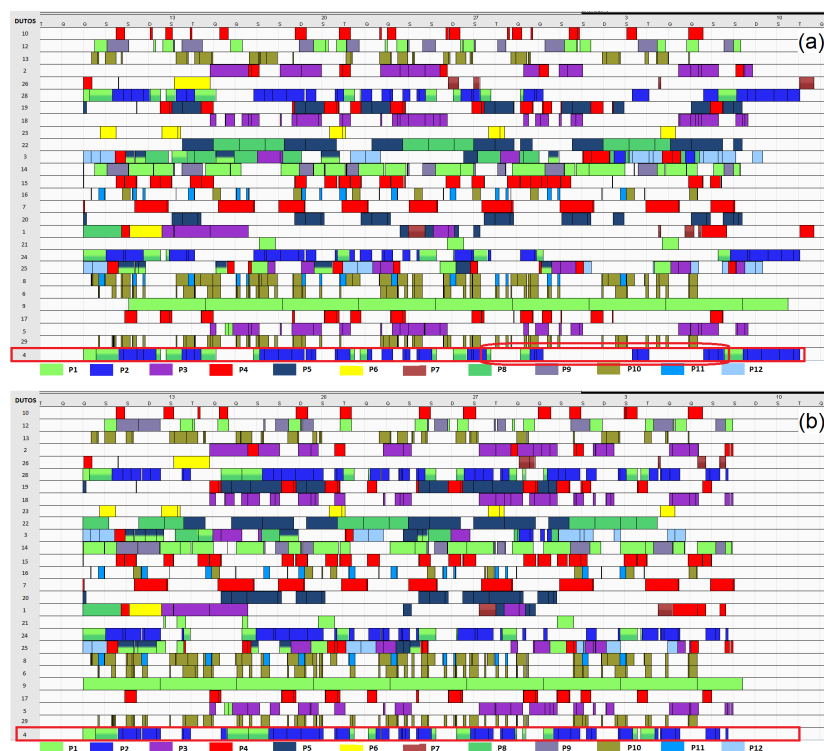


Figura 6. Cartas de Gantt baseadas na solução Heurística (a) e modelo MILP (b).

Na Figura 6, o duto 4 (em destaque) é utilizado para a chegada dos produtos P1 e P2 no órgão N11. Este órgão possui elevada demanda destes produtos em relação à capacidade de estocagem disponível. Assim, o suprimento deve ser realizado por meio de uma frequente chegada de P1 e P2 em N11. Na Figura 6 (a), duto 4, é destacado um longo período em que não há regularidade na entrega de P1 e P2. Em consequência, na Figura 7 (a), a qual ilustra a projeção de estoque do produto P2 no órgão N11, solução Heurística, observa-se que durante alguns dias não existiria produto suficiente para atender à demanda (período onde o estoque está abaixo de 0). Na prática operacional, esta é uma solução inviável. Para o mesmo cenário em estudo, a solução sugerida pelo modelo de sequenciamento proposto propicia o suprimento do produto na frequência requerida pelo órgão, conforme Figura 6 (b). Desta forma, percebe-se na projeção de estoque, Figura 7 (b), que o atendimento à demanda não mais necessitaria ser interrompido, ocorrendo somente violações de estoque mínimo (estoque abaixo de 8000 m³) por apenas algumas horas. Esta é uma situação operacional mais adequada se comparada à da Figura 7 (a). Para o sequenciamento MILP, os demais órgãos/produtos também apresentaram projeções de estocagem adequadas. Portanto, destaca-se a influência do sequenciamento das bateladas no gerenciamento dos inventários e, conseqüentemente, na qualidade da solução final de *scheduling*.

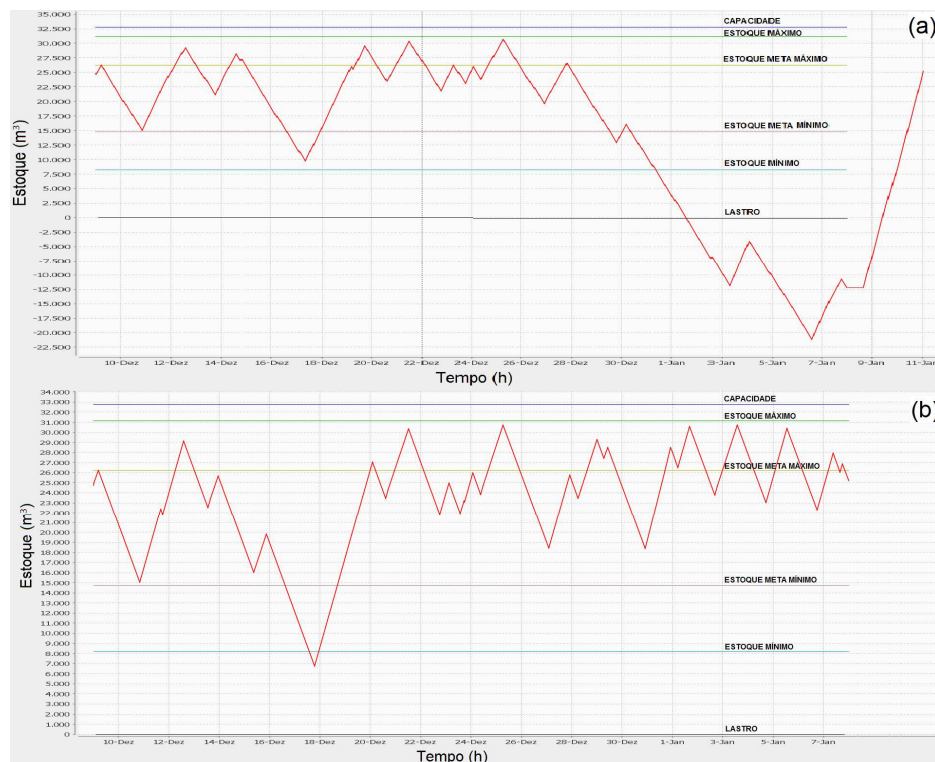


Figura 7. Estoque do produto P2 no órgão N11: Solução Heurística. (a) e modelo MILP (b).

5. Conclusões

Este trabalho apresenta um modelo MILP para o sequenciamento de bateladas em uma rede de dutos real, a qual conecta refinarias, terminais e clientes finais, transportando diferentes derivados de petróleo (Figura 1). De fato, trata-se da malha de transporte de derivados leves (claros) da Petrobras localizada no estado de São Paulo. O modelo está imerso numa abordagem de decomposição baseada nos três elementos chaves do *scheduling* (Figura 3). O objetivo do modelo é encontrar o melhor sequenciamento das bateladas, minimizando violações de inventário em todos os órgãos da rede. Particular atenção foi dada à criação do conceito de janelas de tempo dinâmicas (e.g., subseção 3.3) e à minimização do número de reversões nos dutos (e.g., subseção 3.7). Desta forma, tópicos não endereçados na literatura (Felizari *et al.*, 2009; Boschetto *et al.*, 2010; Boschetto *et al.*, 2012) foram abordados pelo presente trabalho, agregando-se qualidade à solução de *scheduling* obtida (e.g., Figura 7).

Testes foram executados utilizando-se cenários reais contendo conjuntos de mais de 200 bateladas bombeadas em um horizonte de *scheduling* de um mês (*e.g.*, Tabela 1). Nos casos testados, comparado a abordagens anteriores, houve redução (Cenários 1 e 2, Tabela 1) / manutenção (Cenário 3, Tabela 1) do número de reversões, com melhor qualidade no gerenciamento dos inventários (*e.g.*, F.O. Temp. (#) e Horizonte (h) da Tabela 1; e, Figura 7b). O modelo proposto está imerso em uma ferramenta de auxílio ao processo de tomada de decisões operacionais, sendo possível a automática visualização/análise das soluções sugeridas pelo modelo. Assim, o programador (especialista) pode visualizar o *scheduling* a ser executado (*e.g.*, Figura 6), permitindo um planejamento das movimentações, antecipando decisões relacionadas a tendências de faltas de produtos em clientes e excedentes de estoque junto às refinarias.

Agradecimentos

A PETROBRAS/CENPES (termo de cooperação 0050.0066666.11.9) e aos projetos de produtividade do CNPq 304037/2010-9, 311877/2009-5 e 305405/2012-8. Aos comentários realizados pelos revisores que contribuíram para o aprimoramento do artigo.

Referências

- Boschetto, S.N., Magatão, L., Brondani, W.M., Neves-Jr, F., Arruda, L.V.R., Barbosa-Póvoa, A.P.F.D., Relvas, S.** An Operational Scheduling Model to Product Distribution through a Pipeline Network. *Ind. & Eng. Chem. Res.*, v. 49, 5661-5682, 2010.
- Boschetto, S.N., Neves-Jr, F., Magatão, L., Polli, H.L., Arruda, L.V.R., Relvas, S., Barbosa-Póvoa, A.P.F.D.** Planning and Sequencing Product Distribution in a Real-World Pipeline Network: An MILP Decomposition Approach. *Ind. & Eng. Chem. Res.*, v. 51, 4591-4609, 2012.
- Felizari, L.C., Arruda, L.V.R., Stebel, S.L., Lüders, R.** Sequencing Batches in a Real-World Pipeline Network Using Constraint Programming, In: *10th International Symposium on Process Systems Engineering*, Salvador, v. 27, 303-308, 2009.
- Reklaitis, G.V.** Overview of Scheduling and Planning of Batch Process Operations, *Proc. of the NATO Advanced Study Institute on Batch Processing System*, Antalya, Turkey, 660-705, 1992.

Apêndices

A Tabela 2 contém os índices usados para a definição dos conjuntos e restrições e os parâmetros do modelo de sequenciamento, definindo cada elemento e a respectiva unidade de medida. A Tabela 3 descreve os conjuntos do modelo e o valor de cada elemento. A Tabela 4 apresenta os conjuntos esparsos utilizados na formulação. A Tabela 5 apresenta as variáveis do modelo, conjuntos de definição, faixa de valores possíveis e descrição de cada variável.

Tabela 2 – Índices e parâmetros do modelo.

$n, n', nx, nx' \in Nos$	Nós da rede de dutos
$d, d', dx, dx' \in Dutos$	Dutos da rede
$b, b' \in Bateladas$	Bateladas que trafegam pela rede de dutos
$pr \in Produtos$	Produto de uma batelada
$fx \in FaixasJanela$	Faixa de estoque de uma janela de tempo
Horizonte	Tamanho do horizonte de programação (horas)
$nNos$	Número de nós da rede (em unidades, simplificada uni)
$nDut$	Número de dutos da rede (uni)
$nProd$	Número de produtos que trafegam pela rede de dutos (uni)
Kto_{fx}	Fator de custo das violações para nós de origem (\$)
Ktd_{fx}	Fator de custo das violações para nós de destino (\$)
$KidDinfx$	Fator de custo das violações para nós de destino das bateladas com janelas dinâmicas (\$)
$Krev$	Fator de custo da operação de reversão de fluxo (\$)
$NumMaxBatDestDin_{n',pr}$	Número de bateladas programadas para chegar em n' do produto pr (uni)
$NumMaxBatelada_d$	Número de bateladas que trafegam pelo duto d (uni)
$MaxNumReversao_d$	Número máximo de reversões que poderá ocorrer no duto d (uni)
$TempBombBat_{d,b}$	Tempo despendido no bombeio da batelada b no duto d (horas)
$TempDeslBat_{d,b}$	Tempo despendido no deslocamento da batelada b no duto d (horas)
$vazBomb_{b,d}$	Vazão de bombeamento da batelada b no duto d (m ³ /hora).
$TED_{b,fx}$	Tempo de envio disponível da batelada b em relação à faixa de estoque fx (horas)
$TEC_{b,fx}$	Tempo de envio crítico da batelada b em relação à faixa de estoque fx (horas)

$TRD_{b,fx}$	Tempo de recebimento disponível da batelada b em relação à faixa de estoque fx (horas)
$TRC_{b,fx}$	Tempo de recebimento crítico da batelada b em relação à faixa de estoque fx (horas)

Tabela 3 – Conjuntos do modelo.

<i>Nos</i>	$\{1..nNos\}$	Conjunto de nós da rede de dutos
<i>Dutos</i>	$\{1..nDut\}$	Conjunto de dutos da rede
<i>Produtos</i>	$\{1..nProd\}$	Conjunto de produtos
<i>FaixasJanela</i>	$\{“CAP”, “MnMx”, “Meta”\}$	Conjunto das faixas de estoques utilizadas para o cálculo das janelas
<i>Bateladas</i>	$\{b,pr,vol,r\}$	Conjunto de bateladas b que definem uma quantidade a ser transportada vol de um produto pr por uma determinada rota r
<i>Janelas</i>	$\{b,fx,ted,tec,trd,trc\}$	Janelas de tempo na origem e no destino para a batelada b em relação à faixa de estoque fx . O valor ted representa $TED_{b,fx}$ assim como tec representa $TEC_{b,fx}$, trd representa $TRD_{b,fx}$ e trc representa $TRC_{b,fx}$

Tabela 4 – Conjuntos esparsos do modelo.

<i>BatEstDuto</i>	$\{b,d\}$	Conjunto com as bateladas de estoque em duto b e os dutos d onde as bateladas estão presentes
<i>BNND</i>	$\{b,n,n',d\}$	Conjunto que define os dutos d por onde a batelada b trafega no sentido do nó n para n' ($n \neq n'$)
<i>BNNDbomb</i>	$\{b,n,n',d\}$	Conjunto equivalente ao <i>BNND</i> onde b e d não pertencem ao conjunto <i>BatEstDuto</i>
<i>BNNDestDuto</i>	$\{b,n,n',d\}$	Conjunto equivalente ao <i>BNND</i> onde b e d pertencem ao conjunto <i>BatEstDuto</i>
<i>BOfx</i>	$\{b,n,fx\}$	Conjunto onde n é o nó de origem da batelada b para todas as faixas de estoques fx
<i>BDfx</i>	$\{b,n',fx\}$	Conjunto onde n' é o nó de destino da batelada b para todas as faixas de estoques fx
<i>BBDtotal</i>	$\{b,b',d\}$	Conjunto onde as bateladas b e b' ($b \neq b'$) trafegam pelo mesmo duto d
<i>BBDrestringe</i>	$\{b,b',d\}$	Conjunto equivalente a <i>BBDtotal</i> , onde não é permitido a troca de ordem entre b e b' no duto d
<i>BBDrev</i>	$\{b,b',d\}$	Conjunto onde as bateladas b e b' ($b \neq b'$) trafegam pelo mesmo duto d , porém em sentido contrário
<i>DutosRev</i>	$d \in Dutos \ \& \ \{b,b',d\} \in BBDrev$	Conjunto de dutos que sofrem reversão de fluxo
<i>DutoBatOrdem</i>	$\{d,b\} \mid d \in DutosRev$	Conjunto com todas as bateladas b que trafegam pelo duto d , sendo que d realiza a operação de reversão
<i>BBDSeqRev</i>	$\{b,b',d\} \mid d \in DutosRev$	Conjunto com todas as combinações de bateladas b e b' distintas que trafegam pelo duto d , sendo que d realiza a operação de reversão
<i>PULMAO</i>	$\{b,b',n,n',nx',d,d'\}$	Conjunto onde as bateladas b e b' ($b \neq b'$) realizam a operação de pulmão no nó n' , onde d é o duto de entrada da batelada b com sentido de n para n' ($n \neq n'$), e d' é o duto de saída com destino em nx' ($n' \neq nx'$)
<i>BDfxDin</i>	$\{b,n',fx\}$	Conjunto onde n' é o nó de destino da batelada b para todas as faixas de estoques fx , sendo que n' sofre influência do cálculo das janelas dinâmicas
<i>BDPdin</i>	$\{n',pr,b\}$	Conjunto onde n' é o nó de destino da batelada b e pr é o produto da batelada b
<i>NPIJan</i>	$\{n',pr,i,fx,trd,trc\}$	Conjunto onde n' é o nó de destino da batelada b , pr é o produto da batelada b e i é o índice da janela de tempo representada pelo intervalo entre trd e trc
<i>BNPind</i>	$\{b,n',pr,i\}$	Conjunto onde n' é o nó de destino da batelada b e pr é o produto da batelada b e i representa um índice de uma das janelas de tempo do nó n' para o produto pr
<i>BBNdin</i>	$\{b,b',n'\}$	Conjunto onde b e b' ($b \neq b'$) possuem o mesmo nó de destino n' sendo que n' recebe bateladas de mais de um nó de origem

Tabela 5 – Variáveis do modelo.

$ib_{b,n',d}$	$\{b,n,n',d\} \in BNND$	$\{0..2*Horizonte\}$	Início de bombeio da batelada b no duto d com direção de n para n' (horas)
$fb_{b,n',d}$	$\{b,n,n',d\} \in BNND$	$\{0..2*Horizonte\}$	Final de bombeio da batelada b no duto d com direção de n para n' (horas)
$ir_{b,n',d}$	$\{b,n,n',d\} \in BNND$	$\{0..2*Horizonte\}$	Início de recebimento da batelada b no duto d com direção de n para n' (horas)
$fr_{b,n',d}$	$\{b,n,n',d\} \in BNND$	$\{0..2*Horizonte\}$	Final de recebimento da batelada b no duto d com direção de n para n' (horas)
$adOrig_{b,n,fx}$	$\{b,n,fx\} \in BOfx$	$\{0..Horizonte\}$	Adiantamento no bombeio da batelada b no nó n em relação à faixa de estoque fx (horas)
$atOrig_{b,n,fx}$	$\{b,n,fx\} \in BOfx$	$\{0..Horizonte\}$	Atraso no bombeio da batelada b no nó n em relação à faixa de estoque fx (horas)
$adDest_{b,n',fx}$	$\{b,n',fx\} \in BDfx$	$\{0..Horizonte\}$	Adiantamento no recebimento da batelada b no nó n' em relação à faixa de estoque fx (horas)
$atDest_{b,n',fx}$	$\{b,n',fx\} \in BDfx$	$\{0..Horizonte\}$	Atraso no recebimento da bat. b no nó n' em relação à faixa de estoque fx (horas)
$adDestDin_{b,n',fx}$	$\{b,n',fx\} \in BDfxDin$	$\{0..Horizonte\}$	Adiantamento no recebimento da batelada b no nó n' em relação à faixa de estoque fx , para nós que sofrem influência das janelas dinâmicas (horas)
$atDestDin_{b,n',fx}$	$\{b,n',fx\} \in BDfxDin$	$\{0..Horizonte\}$	Atraso no recebimento da batelada b no nó n' em relação à faixa de estoque fx , para nós que sofrem influência das janelas dinâmicas (horas)
$binRev_{b,b',d}$	$\{b,b',d\} \in BBDrev$	$\{0,1\}$	Variável binária que identifica a precedência no duto d entre as bateladas b e b' , quando estas possuem sentido de movimentação distinto (reversão)
$binManterOrdem_{b,b',d}$	$\{b,b',d\} \in BBDtotal$	$\{0,1\}$	Variável binária que identifica a precedência no duto d entre as bateladas b e b'
$binBBNdin_{b,b',n'}$	$\{b,b',n'\} \in BBNdin$	$\{0,1\}$	Variável binária que identifica a precedência no nó de destino n' entre as bateladas b e b' para nós que utilizam janelas dinâmicas
$binBNPind_{b,n',pr,i}$	$\{b,n',pr,i\} \in BNPind$	$\{0,1\}$	Variável binária que identifica o índice i que a batelada b possuirá no nó de destino n' de pr
$binBNPind1_{b,n',pr,i}$	$\{b,n',pr,i\} \in BNPind$	$\{0,1\}$	Variável binária auxiliar
$binBNPind2_{b,n',pr,i}$	$\{b,n',pr,i\} \in BNPind$	$\{0,1\}$	Variável binária auxiliar
$binEmSequencia_{b,b',d}$	$\{b,b',d\} \in BBDSeqRev$	$\{0,1\}$	Variável binária que identifica se as bateladas b e b' possuem ordem sequencial no duto d
$ordemBatDuto_{d,b}$	$\{d,b\} \in DutoBatOrdem$	$\{1..NumMaxBatelada_d\}$	Ordem da batelada b no duto d . Possui valor inteiro por ser atribuído um somatório de valores binários. Valor limitado ao número máximo de bateladas que trafegam pelo duto
$numReversao_d$	$d \in DutosRev$	$\{1..MaxNumReversao_d\}$	Número de reversões que estão ocorrendo no duto d . Possui valor inteiro por ser atribuído um somatório de valores binários. Valor limitado ao número máximo de reversões
$indiceRecBat_{n',pr,b}$	$\{n',pr,b\} \in BDPdin$	$\{1..NumMaxBatDestDin_{n',pr}\}$	Variável inteira que representa a ordem de recebimento da batelada b no destino n' do produto pr . Valor limitado ao número máximo de bateladas com destino n' do produto PR