

REDUÇÃO DO ESPAÇO DE BUSCA EM PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO VIA SIMULAÇÃO

Rafael de Carvalho Miranda

Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI
Av. BPS, 1303, Bairro Pinheirinho, Itajubá - MG
mirandaprod@yahoo.com.br

José Arnaldo Barra Montevechi

Universidade Federal de Itajubá - UNIFEI
Av. BPS, 1303, Bairro Pinheirinho, Itajubá - MG
montevechi@unifei.edu.br

Aneirson Francisco da Silva

Faculdade de Engenharia – Campus de Guaratinguetá - UNESP
Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333, Guaratinguetá - SP
aneirson@yahoo.com.br

RESUMO

Problemas envolvendo otimização e simulação a eventos discretos tem apresentado um crescimento contínuo, devido principalmente a ferramentas comerciais que permitam tal integração. No entanto, o grande problema associado a sua utilização consiste nas limitações referentes ao número de variáveis inteiras serem otimizadas e seu intervalo de variação, que podem fazer com que o custo computacional seja elevado. Desta forma, este trabalho visa definir os melhores intervalos (*range*) de variação vinculada a cada variável de decisão, por meio da proposição de um método que combina a Análise por Envoltória de Dados com Retornos Variáveis de Escala (DEA-BCC) e Arranjos Ortogonais de Taguchi na otimização via simulação. Um objeto de estudo é utilizado como exemplo para aplicação do método proposto. Os resultados alcançados confirmam a eficiência da proposta apresentada, promovendo reduções da ordem 95% do espaço de busca e reduções significativas do tempo necessário para se otimizar um modelo de simulação.

PALAVRAS-CHAVES. Otimização via Simulação. Redução do Espaço de Busca. DEA-BCC. Arranjos Ortogonais de Taguchi.

ÁREA PRINCIPAL: SIM

ABSTRACT

Problems involving optimization and discrete event simulation have shown steady growth, mainly due to commercial tools that allow this integration. However, the major problem associated with their use is the limitation regarding the number of integer variables to be optimized and their range of variation, which may lead to high computational cost. Thus, this work aims to define the best intervals (*range*) of variation linked to each decision variable, by proposing a method that combines Data Envelopment Analysis with Return of Scale Variable (DEA-BCC) and Taguchi's Orthogonal Arrays in simulation optimization. An object of study is used as an example for applying the proposed method. The results obtained confirm the efficiency of the proposal, promoting reductions of 95% of the search space and significant reductions in the time required to optimize a simulation model.

KEYWORDS. Simulation Optimization. Reduced Space Searching. DEA-BCC. Taguchi's Orthogonal Arrays.

MAIN AREA: SIM

1. Introdução

Apesar de discutido há várias décadas, a integração da otimização em modelos de simulação a eventos discretos ganha força e passa a ser utilizado de forma crescente a partir da década de 90, devido principalmente ao desenvolvimento de pacotes de simulação que já possuem rotinas de otimização integradas (BANKS *et al.*, 2005; FU *et al.*, 2000; FU, 2002).

Porém, apesar dos avanços ocorridos nos *softwares* de otimização para modelos de simulação, uma crítica comum é que, ao manipularem mais de uma variável de entrada, tais *softwares* tornam-se muito lentos (APRIL *et al.*, 2003; BANKS, 2001; HARREL, GHOSH e BOWDEN, 2004).

Além disso, para Hillier e Liberman (2010), apesar dos grandes avanços nos pacotes comerciais de otimização via simulação, esta ainda pode ser considerada uma forma relativamente lenta e custosa no estudo de sistemas caóticos e dinâmicos. Para tais sistemas, normalmente se requer grandes despesas e quantidade de tempo para análise e programação, além de considerável custo computacional.

Segundo Cabrera *et al.* (2012), a Busca exaustiva (ES) pode ser usada para problemas de natureza discreta e combinatória, como são na maioria dos casos os problemas de otimização via simulação. No entanto, a fim de determinar a melhor solução, pode ser necessário testar cada possível solução para um problema e verificar se esta satisfaz suas restrições. Isso, para os casos em que o intervalo de variação das variáveis de decisão possuir um valor de amplitude grande (*range* associado a cada variável inteira), elevará o custo computacional que é diretamente proporcional ao número de possíveis combinações, e este problema é agravado quando o analista avalia múltiplos objetivos.

Para Siegmund *et al.* (2012), problemas de otimização via simulação multiobjetivo são em geral difíceis de resolver, devido ao grande número de simulações que são necessárias a fim de se encontrar soluções adequadas para o problema, e também pelo fato da natureza conflitante destes objetivos.

De modo a contornar este problema, vários estudos têm se concentrado em desenvolver métodos de otimização, ou aprimorar metaheurísticas, que aumentem a eficiência do processo de otimização via simulação buscando boas soluções em um tempo computacional aceitável (BACHELET, 2007; JACOBSON, 2009; KESKIN, 2010; LEE, 2008; LIN, 2013; SIEGMUND, 2012; WILLIS e JONES, 2008; YANG, 2009).

Porém, poucos estudos se preocuparam em limitar o espaço de busca da otimização, trabalhando apenas com as variáveis de maior significância e com a melhor faixa de valores para cada variável. Dentre estes estudos, destaca-se o uso de planejamentos fatoriais na tentativa de se identificar as variáveis significativas para um problema e concentrar o processo de otimização nessas variáveis (MONTGOMERY, 2005; MAGALLANES e OLIVIERI, 2010; BESSERIS, 2012; EDWARDS, 2011; KLEIJNEN, 1998; KLEIJNEN, 2005; MONTEVECHI *et al.*, 2010; MONTEVECHI *et al.*, 2012).

No entanto, tais métodos apresentam certas limitações, como a necessidade de conhecimento na área para sua aplicação, validade dos resíduos do modelo (homocedasticidade), além de simplificarem a variação dos limites das variáveis em apenas dois níveis. Outro fator é a dificuldade em se trabalhar com mais de uma variável de saída, fazendo com que a análise dos dados seja conduzida em separado para cada saída.

Sendo assim, este trabalho visa definir os melhores intervalos de variação para cada variável de decisão, reduzindo o espaço de busca pela melhor solução. Para tal, este trabalho apresenta um novo procedimento que utiliza os Arranjos ortogonais de Taguchi (TAGUCHI, 1987) para representar a região experimental, a DES para testar cada cenário, e a DEA-BCC (BANKER *et al.*, 1984) aliada ao conceito da Supereficiência (ANDERSEN e PETERSEN, 1993) para identificar os cenários de maior eficiência. Com base nesse *ranking* de eficiências, torna-se possível limitar o intervalo de busca para cada variável, incrementando a eficiência do processo de otimização.

Para cumprir com os objetivos propostos, este artigo encontra-se dividido em 5 seções. A seção 2 apresenta o referencial teórico focando os principais temas abordados neste trabalho, a

seção 3 apresenta o novo procedimento de otimização proposto. A seção 4 faz a aplicação do novo procedimento de otimização e discute os resultados alcançados. Por fim, a seção 5 apresenta as conclusões e é seguida das referências bibliográficas.

2. Referencial teórico

2.1 Otimização baseada em Simulação

Segundo Swisher *et al.*(2000), Fu (2002), Olafsson e Kim (2002) e Eskandari *et al.* (2011), pode-se definir a Otimização baseada em Simulação (*Simulation-based Optimization*) como o processo de procurar o melhor conjunto de especificações para um modelo de simulação, ou seja, seus parâmetros ou variáveis de entrada, de forma a otimizar as saídas do modelo.

Para Swisher *et al.* (2000), os parâmetros de entrada de um modelo de simulação podem ser tanto discretos como contínuos, ou até mesmo uma combinação dos dois. Sendo que os tipos de parâmetros de entradas, bem como suas faixas de variação, influenciarão na região de busca e no método de otimização a ser empregado.

Nesse sentido, a maioria dos casos presentes na literatura dá destaque para variáveis cujo domínio é discreto, com pequena variação entre seus limites inferior e superior. Tal fato pode ser constatado pela análise de trabalhos publicados sobre o tema em várias bases científicas, tais como: *Emerald, Elsevier, ISI, ScienceDirect, SpringerLink, Scopus*, dentre outras.

Fu (1994) define um problema tradicional de minimização com um único objetivo via simulação como:

$$\min f(\theta) \quad (1)$$

Sujeito a: $\theta \in \Theta$

Sendof $f(\theta) = E[\psi(\theta, \omega)]$ o valor esperado do desempenho do sistema estimado a partir de amostras do modelo de simulação e $\psi_j(\theta, \omega)$ valores de desempenho observados segundo parâmetros de entrada discretos ou contínuos pertencentes a um conjunto viável Θ .

Apesar de a literatura dar maior destaque à otimização via simulação monobjetivo (WILLIS e JONES, 2008), Jones *et al.* (2002) comentam que usualmente os problemas do mundo real possuem múltiplos objetivos (DEB, 2001), que, em geral são conflitantes entre si. Estes autores destacam ainda que, além da complexidade de resolução natural associada à otimização multiobjetivo, num problema real, deve-se levar em consideração uma possível aleatoriedade nos dados de entrada, o que torna esta tarefa difícil de ser realizada (JONES *et al.*, 2002; LIN, 2013).

Em geral, um problema de minimização multiobjetivo com m objetivos e n parâmetros de entrada é dado por (WILLIS e JONES, 2008):

$$\min f(\zeta_i(\delta_j), \epsilon) \quad (2)$$

Sendo que: δ é um vetor com os n parâmetros de entrada, $\zeta_i = \{\kappa_1(v_1, v_2, \dots, v_n), \kappa_2(v_1, v_2, \dots, v_n), \dots, \kappa_m(v_1, v_2, \dots, v_n)\}$ representa um vetor de m objetivos dependentes destas entradas, ϵ representa o erro estatístico dos dados. Por conseguinte, um algoritmo de otimização buscará a melhor solução δ^* que fornece o valor mínimo para $E(f(\zeta_i(\delta_j), \epsilon))$.

2.2 Análise por Envoltória de Dados (DEA)

Os modelos clássicos de Análise Envoltória de Dados (DEA) foram introduzidos por Charnes, Cooper e Rhodes(1978) constituindo-se nos modelos de retornos constantes de escala (denominados modelos CCR em homenagem aos seus idealizadores) e estendidos por Banker, Charnes e Cooper(1984) com os modelos de retornos variáveis de escala (denominados modelos BCC em homenagem aos seus idealizadores).

Segundo Cook e Seiford (2009), a DEA consiste em uma metodologia não paramétrica para mensuração comparativa da eficiência de Unidades Tomadoras de Decisão (*Decision Making Units* - DMUs). Outro fato que merece destaque é a possibilidade de existir

incomensurabilidade (diferentes unidades de medida) entre os elementos das matrizes de entradas e saídas, o que é contornado com o uso da DEA.

Assim a DEA fornece uma metodologia que permite identificar as DMUs que sejam referências (*benchmarking*) para as demais analisadas, formando uma fronteira de eficiência. Na sequência são apresentados os modelos clássicos DEA-CCR e DEA-BCC.

No modelo original de Charnes, Cooper e Rhodes (1978) os pesos para as variáveis de entrada e saída do modelo podem ser obtidos a partir da solução do modelo de Programação Fracionária, dado por (3) – (6):

$$\max w_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i \cdot x_{i0}} \quad (3)$$

Sujeito a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s. \quad (5)$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

sendo DMU₀ a DMU sob avaliação; w_0 é a eficiência relativa de DMU₀; y_{r0} e x_{i0} são os dados de saídas e entradas para a DMU₀; j o índice da DMU, $j=1, \dots, n$; r é o índice da saída, com $r = 1, \dots, s$; i é o índice da entrada, $i = 1, \dots, m$; y_{rj} é o valor da r -ésima saída para a j -ésima DMU; x_{ij} é o valor da i -ésima entrada para a j -ésima DMU; u_r é o peso associado a r -ésima saída; v_i é o peso associado a i -ésima entrada.

Observe-se que caso $w_0 = 1$, a DMU₀ é eficiente quando comparada às demais unidades consideradas no modelo e se $w_0 < 1$, esta DMU é ineficiente.

Este modelo (3) – (6) não é linear podendo ter múltiplas soluções, mas ele pode ser linearizado gerando o modelo DEA - CCR, conforme (7) – (11):

$$\max w_0 = \sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{r0} \quad (7)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \quad (8)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s. \quad (10)$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (11)$$

O modelo DEA – BCC, com retornos variáveis de escalas, pode ser expresso por (12)-(17):

$$\max w_0 = \sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{r0} + c_0 \quad (12)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \quad (13)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + c_0 \leq 0 \quad j=1,2,\dots,n \quad (14)$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1,2,\dots,s. \quad (15)$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1,2,\dots,m. \quad (16)$$

$$c_0 \text{ free} \quad (17)$$

A principal diferença no modelo DEA-BCC para o DEA-CCR é a adição da variável c_0 (livre) que indica os retornos variáveis de escala. Banker, Charnes e Cooper (1984) comentam que uma DMU considerada eficiente no modelo BCC também o será no modelo de CCR, mas o contrário não necessariamente ocorre.

O modelo DEA-BCC é o mais indicado para utilização neste trabalho, principalmente devido à natureza estocástica (não linear) da simulação e os variados tipos de entradas e saídas de um modelo de simulação, que tendem a ter retornos de escala diferentes.

Segundo Cooper *et al.* (2007), para haver uma discriminação adequada das DMUs num modelo DEA tradicional deve-se verificar se:

Número de DMUs \geq Max {(produto do número de entradas e número de saídas), 3.(número de entradas + número de saídas)}.

Os modelos clássicos da DEA consideram as DMUs com $w_0 = 1$ como sendo eficientes e as DMUs com $w_0 < 1$ ineficientes. Ocorre que existe a possibilidade que várias DMUs tenham $w_0 = 1$, ou seja, não se consegue discriminar bem as DMUs. De modo a lidar com essa limitação, Andersen e Petersen (1993) propuseram o conceito da Supereficiência para ajudar na diferenciação das DMUs que apresentem $w_0 = 1$.

Para que a Supereficiência possa ser empregada no modelo DEA-BCC, Andersen e Petersen (1993) sugerem retirar a restrição (13) do modelo, ou seja, apenas para a DMU que está sob análise, assim a DMU analisada pode alcançar escores até maiores que 1, o que facilitará a elaboração de um ranking de eficiência mesmo para as DMUS que originalmente tinham $w_0 = 1$.

Este conceito de Supereficiência será usado neste trabalho em conjunto com as técnicas descritas a seguir.

2.3 Arranjos ortogonais de Taguchi

Ballantyne *et al.* (2008) apontam que o processo de otimização de sistemas complexos, que possuem muitas variáveis de entradas com vários níveis, pode consumir muito tempo e recursos durante seu processamento. Nesse sentido, para sistemas com poucos níveis, Antony (2006) recomenda o uso de estratégias fatoriais, como os fatoriais completos ou fracionados, que trabalham tipicamente com dois níveis: um baixo e um alto (MONTEGOMERY, 2005).

No entanto, para processos complexos envolvendo quatro ou mais fatores, com três ou mais níveis, abordagens como estas exigiriam um número elevado de experimentos para poderem ser utilizadas. Uma abordagem alternativa é a utilização de Arranjos Ortogonais de Taguchi (TAGUCHI, 1987) que reduzem o número de experimentos necessários e permitem a análise dos fatores de maior importância.

A vantagem da utilização dos arranjos ortogonais consiste na capacidade de se avaliar vários fatores com um número mínimo de testes. De fato, este arranjo permite considerar k fatores com n níveis cada, testando todos os níveis de cada fator de uma maneira balanceada (ROSS, 1996).

Enquanto a abordagem clássica do Planejamento de Experimentos (*Design of Experiments* – DOE) incentiva se trabalhar em dois níveis para identificação dos parâmetros críticos em uma etapa inicial de pesquisa, seguido por abordagens mais poderosas como a metodologia de superfície de resposta, os Arranjos Ortogonais de Taguchi utilizam três ou mais níveis do processo para estimar todos os efeitos principais e algumas potenciais interações.

Neste trabalho os Arranjos de Taguchi serão empregados para uma pré-avaliação do espaço de busca da otimização de um dado problema, uma vez que estes arranjos permitem a geração de uma matriz experimental mais diversificada. Em função do número de variáveis a serem otimizadas e de seus limites de variação, arranjos ortogonais serão selecionados e a matriz experimental guiará a realização da simulação dos cenários e posterior determinação de sua eficiência via um modelo DEA-BCC.

3. Procedimento de Otimização Proposto

A utilização do procedimento de redução do espaço de busca para otimização via simulação proposto, parte do pressuposto que o modelo de simulação encontra-se construído, verificado e validado; e que as variáveis de decisão do problema são do tipo inteiras. As etapas da sua aplicação estão descritas na sequência:

- 1) Determinar as variáveis de decisão ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$) e os limites de variação para cada variável (Limite Inferior $\leq x_i \leq$ Limite Superior, com $1 \leq i \leq n$);
- 2) Determinar as variáveis de saída que serão otimizadas: minimização ou maximização de uma ou mais variáveis de saída ($y_1, y_2, y_3, \dots, y_m$);
- 3) Seleção do Arranjo Ortogonal de Taguchi (L4, L9, L12, L16, L25, L32, L54, ...) em função do número de variáveis de decisão, de seus limites de variação; e do número mínimo de DMUs necessários para serem analisados pelo DEA-BCC, de forma a atender a regra básica (COOPER, SEIFORD e TONE, 2007).
- 4) Geração da matriz experimental que represente a região de solução da forma mais diversificada possível, explorando ao máximo (quando possível) todos os níveis de cada variável de decisão;
- 5) Execução dos experimentos no simulador e armazenamento dos dados simulados para análise;
- 6) Determinação da eficiência de cada cenário por meio da aplicação do DEA-BCC nos resultados simulados;
- 7) Ranquear as DMUs mais eficientes a partir do conceito da supereficiência;
- 8) Baseando-se nas 2 DMUs mais eficientes, definir a nova faixa de variação para as variáveis de decisão, retirando do processo de otimização aquelas variáveis cujos valores em ambas as DMUs forem iguais, sendo este valor adotado para aquela variável;
- 9) Otimizar o modelo de simulação utilizando a nova faixa de variação para cada variável de decisão;
- 10) Analisar os resultados e tomar decisões com base nos resultados encontrados.

De modo a exemplificar a aplicação do procedimento proposto, na próxima seção um caso realé apresentado. O modelo de simulação utilizado foi previamente validado e encontra-se apto à otimização.

4. Aplicação do Procedimento de Otimização e discussão dos resultados

4.1 Objeto de estudo

O objeto de estudo deste trabalho é a Unidade de Processamento de Roupas (UPR) de um hospital paulista. A unidade é responsável pelo fornecimento e manutenção de roupas utilizadas por pacientes, médicos, enfermeiros e portadores de doenças que atendem os pacientes. Todas as etapas de verificação e validação do modelo de simulação foram empregadas, de forma que o modelo representa de forma adequada o sistema ao qual se procura otimizar.

Para o objeto de estudo apresentado, foram definidas como variáveis de decisão: o número de lavadoras (x_1), o número de centrifugas (x_2), o número de secadoras (x_3), o número de operadores da área contaminada (x_4) e o número de funcionários da área não contaminada (x_5), os quais desempenham atividades diferenciadas na célula modelada. Foi definido que as variáveis de decisão seriam do tipo inteiras, com limite inferior igual a 1 e limite superior igual a 5. A Tabela 1 apresenta essas informações.

Tabela 1 - Variáveis de decisão, tipo e limites para o primeiro objeto de estudo

	Variável	Tipo	Limite Inferior	Limite Superior
x_1	Número de lavadoras	Inteira	1	5
x_2	Número de centrifugas	Inteira	1	5
x_3	Número de secadoras	Inteira	1	5
x_4	Número de operadores área contaminada	Inteira	1	5
x_5	Número de operadores área não contaminada	Inteira	1	5

O objetivo da otimização foi encontrar a melhor combinação das variáveis de decisão de forma a maximizar o total de roupas lavadas em uma semana na lavanderia (y_1). Para o problema em questão, considerando o número de variáveis e sua variação máxima, existe um total de 3125 cenários possíveis para a busca da melhor configuração.

Considerando a quantidade de variáveis de decisão e a variação dos níveis de cada variável, optou-se por um arranjo ortogonal L25. Este arranjo prevê a realização de 25 experimentos, o que atende a regra mínima do número de DMUs ser igual ou superior, a 3 vezes o número total de variáveis de entrada e de saídas (COOPER, SEIFORD e TONE, 2007).

Com o arranjo definido foi gerada a matriz experimental, apresentada na Tabela 2. Os cenários na matriz experimental foram simulados no Promodel®. Foram simuladas 30 replicações para cada cenário, referentes a umasemana de operação da unidade de processamento de roupas, e os dados referentes a cada variável de saída foram armazenados para o cálculo da Supereficiência.

As simulações dos 25 cenários e suas replicações foram realizadas em um computador com processador Intel (Core 2 Duo) 1.58 GHZ, 2GB de RAM e sistema operacional Microsoft plataforma 64 bits, e consumiram pouco menos de 5 minutos. Os resultados encontrados encontram-se apresentados na Tabela 2. Os dados analisados referem-se às médias das 30 replicações.

Para o cálculo da eficiência relacionada a cada DMU com o modelo DEA-BCC usou-se o software *The General Algebraic Modeling* – GAMS (GAMS, 2013) na versão 23.6.5 utilizando o *solver* CPLEX na versão 12.2.1. O tempo envolvido neste processamento foi inferior a 20 segundos. Com estes resultados pode-se relacionar a cada cenário o valor da eficiência da DMU. Estes valores encontram-se dispostos na Tabela 2.

Pelos valores de Supereficiência (Tabela 2) foi possível ranquear as DMUs mais eficientes, podendo ser constatado que a DMU 22 é a mais eficiente seguida da DMU 13. Ambas as DMUs encontram-se destacadas na Tabela 2.

Com a identificação das DMUs mais eficientes um novo intervalo para cada variável de decisão pode ser redefinido, permitindo assim, a redução do espaço de busca do processo de otimização.

Ainda da análise da Tabela 2, pode-se verificar que a variável x_5 apresentou o mesmo valor nas DMUs mais eficientes tendo, portanto, seu valor definido em $x_5 = 4$, reduzindo o número de variáveis do problema de 5 para 4. Os novos intervalos para as demais variáveis de decisão estão na Tabela 3.

Com a redução do intervalo de variação de cada variável de decisão o espaço de busca para a melhor solução foi reduzido de 3125 para 120, uma redução de aproximadamente 96,2%. Para testar a eficiência desta proposta de redução do espaço de busca, um otimizador (Solver) comercial foi empregado. Para este trabalho foi utilizado o software *SimRunner*®.

O *SimRunner*® é um software de otimização via simulação que trabalha em conjunto com o *softwarePromodel*®. Este *software* baseia-se em uma metaheurística (Algoritmo Genético associado com *Evolution Strategies*) que é uma variante dos *Evolutionary Algorithms* (BANKS *et al.*, 2005).

Tabela 2 – Matriz experimental e resultados obtidos

DMU	Variáveis de entrada					Variável de saída	Supereficiência	Ranking
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	y_1 (Kg)		
1	1	1	1	1	1	2958,00	2,000	3
2	1	2	2	2	2	2984,00	1,000	18
3	1	3	3	3	3	3013,00	1,000	19
4	1	4	4	4	4	2990,00	1,000	20
5	1	5	5	5	5	3012,00	1,987	4
6	2	1	2	3	4	5294,00	1,523	8
7	2	2	3	4	5	5325,00	0,774	23
8	2	3	4	5	1	4573,00	1,381	11
9	2	4	5	1	2	5300,00	1,411	10
10	2	5	1	2	3	5294,00	1,613	7
11	3	1	3	5	2	5275,00	1,887	5
12	3	2	4	1	3	5326,00	1,638	6
13	3	3	5	2	4	5313,00	2,833	2
14	3	4	1	3	5	5329,00	1,000	21
15	3	5	2	4	1	4519,00	1,500	9
16	4	1	4	2	5	5315,00	1,082	17
17	4	2	5	3	1	4530,00	1,326	14
18	4	3	1	4	2	5286,00	1,330	13
19	4	4	2	5	3	5295,00	0,769	24
20	4	5	3	1	4	5288,00	1,142	15
21	5	1	5	4	3	5249,00	1,000	22
22	5	2	1	5	4	5287,00	4,250	1
23	5	3	2	1	5	5328,00	1,122	16
24	5	4	3	2	1	4535,00	1,379	12
25	5	5	4	3	2	5304,00	0,500	25

Tabela 3 - Variáveis de decisão, tipo e novos limites para o primeiro objeto de estudo

	Variável	Tipo	Limite Inferior	Limite Superior
x_1	Número de lavadoras	Inteira	3	5
x_2	Número de centrífugas	Inteira	2	3
x_3	Número de secadoras	Inteira	1	5
x_4	Número de funcionários área contaminada	Inteira	2	5

Conforme comentado por Carson e Maria (1997), o *SimRunner*® integra recursos para analisar e otimizar modelos de simulação, promovendo uma otimização multiobjetivo que testa várias combinações de fatores em busca da combinação que conduza o melhor valor para a função objetivo.

Para comprovar a eficiência da nova região de busca, o *SimRunner*® foi configurado para realizar a otimização do modelo de simulação objetivando maximizar o total de roupas lavadas

(y_1) na lavanderia hospitalar, segundo a nova faixa de variação definida com a utilização do procedimento proposto.

De modo a confirmar os resultados obtidos com a primeira otimização, o otimizador foi configurado nas mesmas condições e com os mesmos objetivos, porém com a variação original para as variáveis de decisão (Tabela 1), ou seja, com o intervalo (range) de variação de 1 a 5 para todas as variáveis de decisão. Os resultados encontrados na otimização com a redução do espaço experimental, e segundo o problema original podem ser vistos na Tabela 4.

Tabela 4 – Resultados da otimização

Variáveis de decisão	Solução	
	Novo range	Range original
x_1	5	5
x_2	3	3
x_3	1	5
x_4	4	4
x_5	4	5

Variáveis de saída	Respostas	
	Novo range	Range original
y_1	5338	5350
Intervalo de confiança de y_1 (95%) (5296-5379) (5307-5392)		

As respostas apresentadas pelo otimizador para as variáveis de decisão foram iguais para as variáveis x_1, x_2 e x_4 . Já para as demais variáveis de decisão o otimizador encontrou valores diferentes, sendo que para o problema com os ranges originais as respostas apresentadas indicam a necessidade de um número maior de funcionários na área contaminada e 4 máquinas secadoras a mais. Quanto às soluções para y_1 , os resultados foram estatisticamente iguais, para um nível de confiança de 5%, como pode ser visto pela análise de variância conduzida com os resultados das 30 amostras provenientes da simulação (Figura 2).

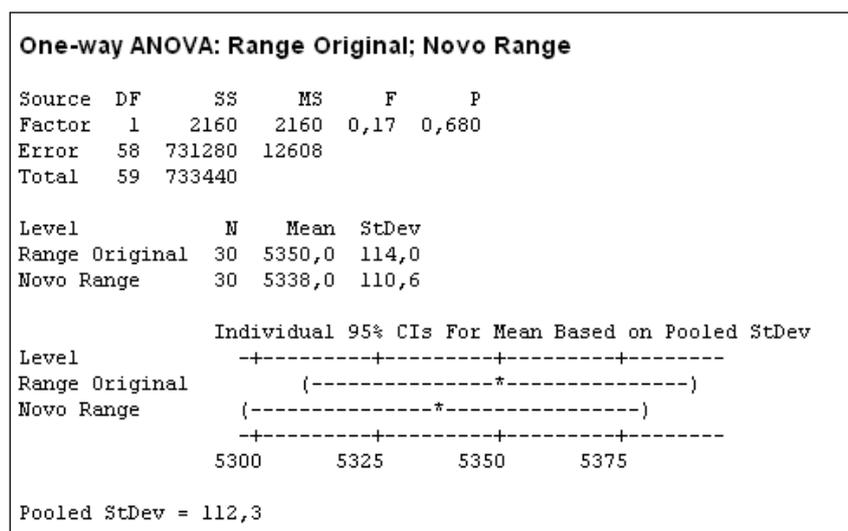


Figura 2 – Resultado da Anova: Range Original x Novo Range

Destaca-se que o otimizador realizou 63 experimentos antes de convergir para o problema de otimização com o range reduzido, o que equivale a 52,5% da área experimental, consumindo 12 minutos. Já para o problema otimizado com o range original, o otimizador realizou 153

experimentos o que equivale a aproximadamente 5% de toda área experimental original, consumindo para tal, aproximadamente 30 minutos.

5. Conclusões

A proposta de um procedimento de otimização via simulação integrando DEA-BCC adaptada ao conceito da Supereficiência e os Arranjos Ortogonais de Taguchi para determinação da melhor região de busca, apresentou excelentes resultados. Com a aplicação do procedimento de otimização proposto conseguiu-se uma redução da ordem de 95% do espaço de busca sem que, com isso, houvesse perda da qualidade das respostas encontradas.

Adicionalmente deve ser comentado que, por ser uma ferramenta não paramétrica, a DEA permite trabalhar com dados associados a distribuições de probabilidade diferentes da Normal e com possibilidade de uso de amostras pequenas, além de contornar o problema da incomensurabilidade dos elementos envolvidos no problema (unidades produzidas, kg, lucro, tempo, etc.) e quantificando a eficiência de diversos cenários com diferentes variáveis de saída, como nos casos da otimização de multiobjetivos. Isto pode ser considerado como uma vantagem da DEA sobre outros métodos de cálculo de eficiência.

A utilização do otimizador comercial permitiu comparar os resultados das otimizações com o espaço de busca original, e com o espaço de busca reduzido proposto pelo procedimento de otimização. No caso apresentado, o otimizador alcançou soluções de igual qualidade, mostrando que a redução do espaço de busca conduz a uma boa região de soluções para o problema.

Destaca-se também, a redução de tempo obtido com a utilização do procedimento de otimização para se chegar a uma resposta para o problema. No caso do objeto de estudo apresentado, o tempo de processamento foi reduzido em mais de 40%, passando de 30 minutos para o caso da otimização com o range original, para 17 minutos, sendo 5 minutos para o processamento dos 25 cenários e 12 minutos para a otimização com o range reduzido.

A redução do espaço de busca permitiu também que a região experimental pudesse ser explorada mais eficientemente pelo otimizador. No caso abordado a cobertura da área experimental, após a redução da área de busca, foi significativamente maior.

Cabe ressaltar que para a proposta aqui apresentada possa alcançar bons resultados, o arranjo experimental utilizado deve explorar o máximo possível a diversidade de níveis presentes em cada variável de decisão. Quanto mais diversificada for a matriz experimental, maiores as chances de se identificar o range de variação ideal para cada variável de decisão.

Como trabalhos futuros sugere-se a aplicação do procedimento aqui proposto, na otimização de modelos de simulação mais complexos e multiobjetivos, com variação na faixa de limites inferior e superior.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao CNPq, CAPES e FAPEMIG pelo suporte dado ao longo da pesquisa.

Referências bibliográficas

- Andersen, P. e Petersen, N. C.** (1993) A procedure for ranking efficient units in data envelopment analysis. *Management Science*, 39, 1261-1264.
- Antony, J.** (2006) Taguchi or classical design of experiments: a perspective from a practitioner. *Sensor Review*, 26, 227-230.
- April, J.; Glover, F.; Kelly, J. P. e Laguna, M.** Practical introduction to simulation optimization, in: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* New Orleans, LA, USA, 2003.
- Bachelet, B. e Yon, L.** (2007) Model enhancement: Improving theoretical optimization with simulation, *Simulation Modeling Practice and Theory*, 15, 703-715.
- Ballantyne, K. N.; van Oorschot, R. A. e Mitchell, R.J.** (2008) Reduce optimisation time and effort: Taguchi experimental design methods, *Forensic Science International: Genetics*, 1, 7-8.
- Banker, R. D.; Charnes, A. e Cooper, W. W.** (1984) Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30, 1078-1092.
- Banks, J.; Carson II, J. S.; Nelson, B. L. e Nicol, D. M.** *Discrete event Simulation*, 4st. ed., Upper Saddle River, Prentice-Hall, New Jersey, 2005.

- Banks, J.** Panel Session: The Future of Simulation, in: Winter Simulation Conference, Proceedings... Arlington, VA, USA, 2001.
- Besseris, G. J.** (2012) Profiling effects in industrial data mining by non-parametric DOE methods: An application on screening check weighing systems in packaging operations. *European Journal of Operational Research*, 220, 147-161.
- Cabrera, E.; Taboada, M.; Iglesias, M. L.; Epelde, F. e Luque, E.** (2012) Simulation Optimization for Healthcare Emergency Departments. *Procedia Computer Science*, 9, 1464-1473.
- Carson, Y. e Maria, A.** Simulation optimization: methods and applications, in: Winter Simulation Conference, Proceedings... Atlanta, GA, USA, 1997.
- Charnes, A.; Cooper, W. W. e Rhodes, E.** (1978) Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2, 429-444.
- Cook, W. D. e Seiford, L. M.** (2009) Data Envelopment Analysis (DEA) - Thirty years on. *European Journal of Operational Research*, 192, 1-17.
- Cooper, W. W.; Seiford, L. M. e Tone, K.** *Data envelopment analysis: A comprehensive text with models, application, references and DEA-Solver Software*, 2nd ed., Springer Science + Business Media, New York, 2007.
- Deb, K.** *Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms*, John Wiley & Sons, Chichester, 2001.
- Edwards, D. J. e Truong, D. H. Q.** (2011) A Comparison of Designs for One-step Screening and Response Surface Estimation. *Quality and Reliability Engineering International*, 27, 1009-1024.
- Eskandari, H.; Mahmoodi, E.; Fallah, H. e Geiger, C. D.** Performance analysis of commercial simulation-based optimization packages: Optquest and Witness Optimizer, in: Winter Simulation Conference, Proceedings... Phoenix, AZ, USA, 2011.
- Fu, M. C.** (1994) Optimization via simulation: A review. *Annals of Operations Research*, 53, 199-247.
- Fu, M. C.** (2002) Optimization for Simulation: Theory vs. Practice. *Journal on Computing*, 14, 192-215.
- Fu, M. C.; Andradóttir, S.; Carson, J. S.; Glover, F.; Harrel, C. R.; Ho, Y. C.; Kelly, J. P. e Robinson, S. M.** Integrating optimization and simulation: research and practice, in: Winter Simulation Conference, Proceedings... Orlando, FL, USA, 2000.
- GAMS - The General Algebraic Modeling.** Disponível em: <<http://www.gams.com/>>. Acesso em Janeiro de 2013.
- Harrel, C. R.; Ghosh, B. K. e Bowden, R.** *Simulation Using Promodel*, McGraw-Hill, New York, 2004.
- Hillier, F. S. e Lieberman, G. J.** *Introduction to Operations Research*, 9th. ed., McGraw-Hill, New York, 2010.
- Jacobson, S. H. e McLay, L. A.** (2009) Applying statistical tests to empirically compare tabu search parameters for MAX3-SATISFIABILITY: A case study, *International Journal of Management Science*, 37, 522-534.
- Jones, D. F.; Mirrazavi, S. K. e Tamiz, M.** (2002) Multi-objective meta-heuristics: an overview of the current state-of-the-art, *European Journal of Operational Research*, 137, 1-9.
- Keskin, B. B.; Melouk, S. H. e Meyer, I. L.** (2010) A simulation-optimization approach for integrated sourcing and inventory decisions. *Computers & Operations Research*, 37, 1648-1661.
- Kleijnen, J. P. C.** (2005) An overview of the design and analysis of simulation experiments for sensitivity analysis. *European Journal of Operational Research*, 164, 287-300.
- Kleijnen, J. P. C.** *Experimental design for sensitivity analysis, optimization, and validation of simulation models*, In: J. Banks (Ed.), *Handbook of Simulation*, Wiley, New-York, 1998, 173-223.
- Lee, L. H.; Chew, E. P.; Teng, S. e Chen, Y.** (2008) Multi-objective simulation-based evolutionary algorithm for an aircraft spare parts allocation problem. *European Journal of Operational Research*, 189, 476-491.

- Lin, R. C.; Sir, M. Y. e Pasupathy, K. S.** (2013) Multi-objective simulation optimization using data envelopment analysis and genetic algorithm: Specific application to determining optimal resource levels in surgical services. *International Journal of Management Science*, 41, 881-892.
- Magallanes, J. e Olivieri, A. C.** (2010) The effect of factor screening interactions in Plackett-Burmann experimental designs. Comparison of Bayesian-Gibbs analysis and algorithms. *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, 102 8-14.
- Montevechi, J. A. B.; Miranda, R. C. e Friend, J. D.** *Sensitivity Analysis in Discrete Event Simulation Using Design of Experiments*, In: Eldin Wee Chuan Lim (Ed.), *Discrete Event Simulations - Development and Applications*, InTech, Rijeka, 2012, 63-102.
- Montevechi, J. A. B.; Almeida Filho, R. G.; Paiva, A. P.; Costa, R. F. S. e Medeiros, A. L.** (2010) Sensitivity analysis in discrete-event simulation using fractional factorial designs, *Journal of Simulation*, 4, 128-142.
- Montgomery, D. C.** *Design and Analysis of Experiments*, 6th ed, Wiley, New York, 2005.
- Ólfasson, S. e Kim, J.** Simulation Optimization, in: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* San Diego, CA, USA, 2002.
- Ross, P. J.** *Taguchi techniques for quality engineering*, McGraw-Hill, New York, 1996.
- Siegmund, F.; Bernedixen, J.; Pehrsson, L.; Ng, A. H. C. e Deb, K.** Reference point-based evolutionary multi-objective optimization for industrial systems simulation, in: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* Berlim, GER, 2012.
- Swisher, J. R.; Hyden, P. D.; Jacobson, S. H. e Schruben, L.W.** A Survey of Simulation Optimization Techniques and Procedures, in: Winter Simulation Conference, *Proceedings...* Orlando, FL, USA, 2000.
- Taguchi, G.** *System of experimental design: Engineering methods to optimize quality and minimize costs*, UNIPUB/Kraus International Publications, Dearborn, 1987.
- Willis, K. O. e Jones, D. F.** (2008) Multi-objective simulation optimization through search heuristics and relational database analysis. *Decision Support Systems*, 46, 277–286.
- Yang, T.** (2009) An evolutionary simulation–optimization approach in solving parallel-machine scheduling problems – a case study. *Computers & Industrial Engineering*, 56, 1126-1136.