

APLICAÇÃO DA TÉCNICA DA PROGRAMAÇÃO POR COMPROMISSO (*COMPROMISE PROGRAMMING*) EM PROBLEMAS DE PROJETO E ANÁLISE DE EXPERIMENTOS COM MÚLTIPLAS RESPOSTAS

Aneirson Francisco da Silva - aneirson@gmail.com

Fernando Augusto Silva Marins - fmarins@feg.unesp.br

Faculdade de Engenharia – Campus de Guaratinguetá - UNESP

Av. Ariberto Pereira da Cunha, 333 – 12516-410 – Guaratinguetá – SP

Bruna Sallum de Carvalho -b.sallum@gmail.com

Vitor Jonatas Neiva- vitorjgn@yahoo.com.br

Centro Universitário de Itajubá – FEPI, Itajubá – Rua Doutor Antônio Braga Filho, 687 -
Bairro Varginha - Itajubá - Minas Gerais - CEP 37.501-002 - Tel. (35) 3629.8400

Resumo

O uso da Pesquisa Operacional (PO) auxilia na tomada de decisão nos mais diversos problemas industriais e empresariais. O foco deste trabalho é apresentar, de forma prática, a aplicação de técnica de otimização multiobjetivo da PO em problemas da área de Projeto e Análise de Experimentos com múltiplas respostas, comparando-as com as técnicas tradicionalmente adotadas. Assim, foi aplicado e comparado o desempenho de um método de Aglutinação, utilizando um modelo de Programação por Compromisso (*Compromise Programming* - CP), com os resultados obtidos pelo método da função *Desirability*. Para esta comparação foram utilizados os dados dos artigos clássicos de Derringer e Suich (1980) e Khuri e Conlon (1981). O resultado obtido com a aplicação da CP, que utilizou a metaheurística evolucionária do *software Optquest*, foi superior ao do método da função *Desirability*.

Palavras chave: Otimização Multiobjetivo, Programação por Compromisso, Função *Desirability*, Metodologia de Superfície de Respostas, Otimização Não-Linear.

Abstract

The use of Operations Research (OR) assists decision making in various business and industrial problems. The focus of this paper is to present, in a practical way, the application of multi-objective optimization technique of postoperative problems in the area of Design and Analysis of Experiments with multiple answers, comparing them with the techniques traditionally adopted. Thus, we applied and compared the performance of an agglutination method using a model of Compromise Programming (Compromise Programming - CP), with the results obtained using the Desirability function. For this comparison we used data of classic articles and Suich Derringer (1980) and Khuri and Conlon (1981). The result obtained with the application of CP, which used the evolutionary metaheuristic software *OptQuest* was higher than Desirability function method.

Key-Word: Multi-Objective optimization, Compromise Programming, Desirability Function, Response Surface Methodology, Nonlinear Programming.

1. Introdução

É difícil a tomada de decisão referente à melhoria do desempenho de processos industriais, pois há muitas variáveis envolvidas a serem consideradas, das quais várias (conhecidas como variáveis independentes) influenciam o comportamento de outras (conhecidas como variáveis dependentes) que estão associadas a um mesmo processo. Ou seja, há necessidade de se entender o comportamento e grau de influência existente entre estas variáveis dependentes e independentes. Para colaborar nesta tarefa podem-se adotar métodos de otimização da Pesquisa Operacional - PO que corroboram para o aumento da eficiência destes processos (PAIVA, FERREIRA e PAIVA, 2007).

De acordo com Montgomery (2001), encontrar especificações que resultem em aumento da eficiência de um processo industrial, além da obtenção de produto com a qualidade desejada e que atendendo às tolerâncias estabelecidas, constituem motivo suficiente para o uso de técnicas avançadas de otimização.

Há vários exemplos de metodologias estatísticas de modelagem matemática que têm sido utilizadas em conjunto com os métodos de otimização, como na importante área de Projeto e Análise de Experimentos (*Design of Experiments* - DOE). Conforme Antony *et al.* (1998), o DOE é um conjunto de ferramentas matemáticas e estatísticas utilizadas na modelagem e análise de problemas, permitindo avaliar processos de alta complexidade de forma científica, estando estes influenciados por variáveis dependentes e independentes.

O arranjo experimental fatorial completo (cobre todo o espaço experimental) é uma destas ferramentas, sendo a quantidade de experimentos recomendada igual a n^k , onde k = número de fatores (ou variáveis independentes) e n = número de níveis que estas variáveis podem assumir (ÇAYDAS e EKICI, 2012). Assim, neste tipo de arranjo a quantidade de experimentos cresce exponencialmente, tornando-o muito caro e pouco prático para problemas industriais com vários fatores. Como alternativa há o projeto fatorial fracionado saturado (ou *Plackett-Burman*), também conhecido por arranjo investigativo (MONTGOMERY e RUNGER, 2003 e MONTGOMERY, 2001).

Nos casos em que se deseja investigar possíveis não linearidades de determinados processos, é possível utilizar o Método da Superfície de Resposta - MSR, o Método de Taguchi ou o Método de Misturas na otimização de tal busca (LEE e KWON, 2010, RAISSI e FARSANI, 2009, SHAJI e RADHAKRISNAN, 2003 e OLIVEIRA *et al.*, 2011).

Com respeito ao MSR, é comum utilizar-se a função *Desirability* proposta por Harrington (1965) e melhorada por Derringer e Swich (1980) na otimização, apesar do uso desta função *Desirability* apresentar algumas desvantagens. Segundo Khuri e Conlon (1981), uma das desvantagens deste método, diz respeito à forma como são aglutinadas as múltiplas respostas e o fato de não se considerar a estrutura de variância-covariância (KO *et al.*, 2005 e WU, 2005).

Outra desvantagem, como apontado por Ortiz *et al.* (2004), é o aumento da não linearidade à medida que se considera um número maior de variáveis respostas e a possível obtenção de ótimo local e não global como é desejado. Paiva (2012) comenta que a dependência deste método de uma escolha subjetiva das funções utilizadas no modelo também pode ser considerada um problema adicional, pois isto influenciará diretamente na confiabilidade da solução obtida.

A finalidade principal deste artigo é propor um novo método para otimizar a solução de problemas de planejamento de experimentos com múltiplas respostas, com base em uma função global formulada a partir de conceitos da Programação Multiobjetivo da PO. A proposta envolve o desenvolvimento de um modelo da Programação por Compromissos (*Compromise Programming – CP* ou *Method of Global Criteria*) e o uso de uma metaheurística evolucionária para a sua otimização (DEB, 2009 e GEN E CHENG, 2000).

O desempenho deste método foi comparado com os dos modelos clássicos de MSR, com a função *Desirability*, utilizando os dados de problemas tratados por Derringer e Swich (1980) e Khuri e Conlon (1981), ficando evidentes as suas vantagens.

Com base em Bertrand e Fransoo (2002), a pesquisa pode ser classificada como uma pesquisa aplicada com objetivos empíricos descritivos, pois se propõe um novo método de resolução de uma classe específica de problemas em DOE e o teste do desempenho deste método é feito com base em problemas clássicos da literatura. Aplicou-se uma abordagem qualitativa e quantitativa na comparação dos métodos testados, sendo o método de pesquisa a modelagem.

O artigo está organizado como se segue: na próxima seção está uma breve descrição de métodos de otimização utilizados na otimização de DOE com múltiplas respostas, na seção 3 apresentam-se os resultados obtidos com a função *Desirability* e pelo modelo CP e uma comparação entre estes, na seção 4 estão as considerações finais do trabalho, incluindo propostas de continuidade da pesquisa, sendo seguidas pela bibliografia utilizada na elaboração deste texto.

2. Conceitos Gerais de Otimização, a Programação por Compromisso e a Metodologia da Superfície de Resposta

Em geral, a Otimização Multiobjetivo - OM possui três fases: desenvolvimento do modelo matemático, a escolha da estratégia de combinação entre os múltiplos objetivos (aglutinação ou priorização) e a seleção do algoritmo.

Um problema típico de OM pode ser expresso conforme:

$$\text{Min ou Max } z = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)) \quad (1)$$

s.a:

$$g(x) \leq b \quad (2)$$

$$x \in X \quad (3)$$

sendo X o espaço de soluções viáveis; $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X$ é o vetor das variáveis de decisão; Z é a imagem de X no espaço de objetivos; $z = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_p(x)) \in Z$ é o vetor dos objetivos; e (2) e (3) representam as restrições.

Em problemas de OM o intuito é encontrar uma solução que satisfaça plenamente o maior número dos objetivos envolvidos, sendo que eles podem ser conflitantes entre si (COHON, 2004) o que dificulta bastante esta tarefa. Neste contexto, conforme Steuer (1989), considerando um problema de minimização, há algumas definições importantes, que são explicitadas na sequência e ilustradas na Figura 1:

Solução Pareto Ótima – Uma solução $x^* \in X$ será Pareto ótima se e somente se não houver qualquer outra solução $x \in X$ tal que $f_i(x) \leq f_i(x^*)$, para todo $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ e

com pelo menos algum i para o qual $f_i(x) < f_i(x^*)$. Assim uma solução é Pareto ótima quando não for possível melhorar algum objetivo sem prejudicar pelo menos um dos outros.

Solução Eficiente e Solução Ineficiente – Uma solução $x^* \in X$, será eficiente se, e somente se, não houver outra solução $x \in X$, tal que $f(x) \leq f(x^*)$, com pelo menos um $f_i(x) < f_i(x^*)$; do contrário x^* será denominada ineficiente.

Fronteira Eficiente – A fronteira eficiente será formada pelo conjunto de todos os pontos eficientes.

Vetor Não Dominado e Vetor Dominado - O vetor $f(x^*) \in Z$ será denominado como sendo não dominado se e somente se não houver vetor $f(x) \in Z$ tal que $f(x) \leq f(x^*)$, com pelo menos um $f_i(x) < f_i(x^*)$; do contrário $f(x^*)$ será denominado dominado.

Assim um problema em OM pode apresentar várias soluções Pareto ótimas, devendo ser considerados os *trade-offs* (compromissos) entre elas quando da escolha da solução final. Neste procedimento devem-se priorizar quais objetivos deverão ser melhorados, mesmo que à custa de se prejudicar outros menos prioritários. Este tipo de solução Pareto ótima recebe a denominação de solução de melhor compromisso.

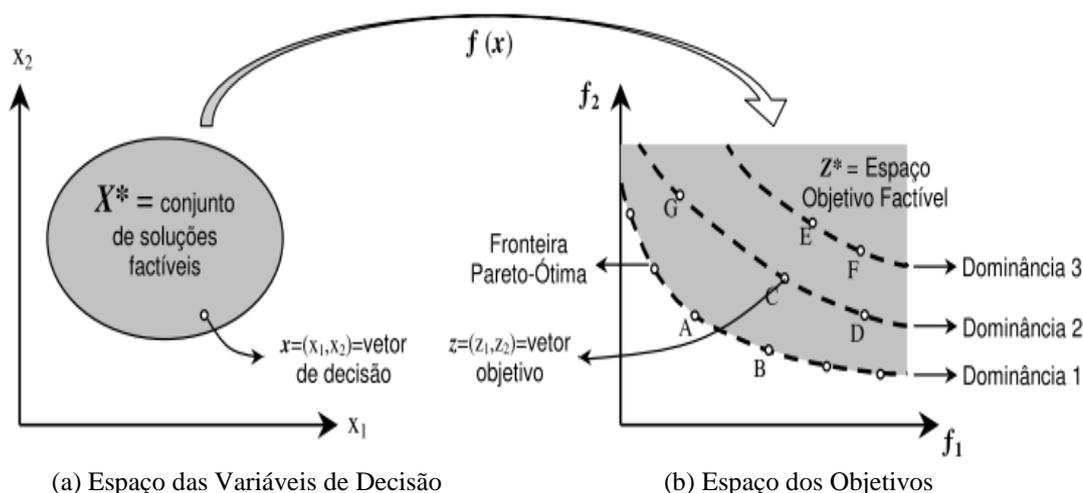


Figura 1- Conjunto de soluções viáveis e espaço objetivo viável com grau de dominância em um problema de minimização. Fonte: DEB (2001).

Na Figura 1, ilustra-se a correspondência que existe entre conceitos no espaço de variáveis de decisão (X) e no espaço de objetivos (Z), considerando-se um problema de minimização com duas funções objetivos f_1 e f_2 e duas variáveis de decisão x_1 e x_2 . Na Figura 1 (a) está ilustrado um conjunto de soluções viáveis X^* , no espaço das variáveis de decisão, e na Figura 1 (b) está o conjunto viável Z^* associado à X^* no espaço dos objetivos. As soluções viáveis associadas aos pontos A e B, no espaço de objetivos, são Pareto ótimas e eficientes, além disto, elas dominam as soluções C, D, E, F e G. Por sua vez, as soluções C, D e G dominam as soluções E e F. A fronteira de eficiência é formada pelas soluções Pareto ótimas que estão localizadas na curva de nível de Dominância 1, que contém os pontos A e B e onde se localizam as soluções de melhor compromisso.

Passa-se a apresentar sucintamente métodos aplicados na otimização dos modelos multiobjetivo que podem ser aplicados ao problema de planejamento de experimentos aqui abordado.

Segundo Zeleny (1973), a Programação por Compromisso (*Compromise Programming*

– CP) caracteriza-se por ser um processo iterativo e por obter uma solução (Pareto ótima) que está mais próxima de uma solução estabelecida como sendo a de referência (*ideal solution*). Em geral esta solução ideal não existe (pois há objetivos conflitantes), sendo constituída pelos valores ótimos das funções objetivos consideradas no modelo. Nestes modelos há necessidade de se escolher uma métrica associada às distâncias (*distance metric*) e a solução de referência.

Uma métrica bastante usada está em (4):

$$\text{Min } L_i = \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i \left[Z_i^* - Z_i(x) \right]^s \right\}^{\frac{1}{s}} \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$$

sendo que Z_i^* é o valor alvo (*target*) e s indica a importância do desvio de cada i -ésima função objetivo em relação ao seu valor ideal $Z_i(x)$, com $1 \leq s \leq \infty$, que pode ser fixado pelos decisores ou ser associado à estrutura de preferências intrínseca ao problema, α_i são pesos não negativos atribuídos a cada função objetivo $Z_i(x)$, cujo somatório deve ser igual a um (100%). Geralmente adota-se $s = 2$, resultando assim, no cálculo da distância euclidiana em relação ao valor de referência (alvo) de cada objetivo.

Uma área importante no estudo de processos industriais é a do Planejamento de Experimentos (Delineamento de Experimentos, ou *Design of Experiments* - DOE), que se aplica, por exemplo, em situações em que há necessidade de realizar um conjunto de ensaios (físicos ou químicos) experimentais tendo como objetivo determinar a influência de determinadas variáveis nos resultados de um dado sistema ou processo.

Utilizando uma abordagem multivariada, o DOE permite reduzir o número de experiências, o tempo e o custo global do processo de experimentação para obter bons resultados (GOTTIPATI e ISHARA, 2010). Além disso, ele permite avaliar as interações entre os fatores (ou variáveis independentes) que influenciam as respostas (ou variáveis dependentes) (ISLAM; SKKAS e ALBANIS, 2009).

O DOE é uma ferramenta essencial no desenvolvimento de novos processos e no aprimoramento de processos em uso, sendo que seu adequado planejamento possibilita, além do aprimoramento de processos, a redução da variabilidade de resultados, a redução de tempos de análise e dos custos envolvidos (MONTGOMERY, 2001).

Geralmente, em um processo industrial o relacionamento real entre as variáveis dependentes e independentes é desconhecido e, desta forma, procura-se encontrar uma razoável aproximação para este relacionamento, por meio da estimação de um polinômio que associe as variáveis dependentes às independentes. O Método dos Mínimos Quadrados Ordinários (*Ordinary Least Squares* – OLS) pode ser usado para estimar os parâmetros β que serão os coeficientes das variáveis independentes no polinômio estimado:

$$\hat{\beta} = (I^T I)^{-1} I^T R \quad (5)$$

sendo I a matriz das variáveis independentes e R a matriz das variáveis respostas.

Uma dificuldade e desvantagem destes MSR é que, como a função a ser otimizada não é linear, pode-se convergir para soluções que são ótimos locais e não globais.

3 Modelagem e Comparação

Tendo em vista problemas típicos de otimização em DOE, aqui o problema de pesquisa foi: A CP pode proporcionar melhores resultados em comparação ao método da função *Desirability* quando aplicados ao DOE com múltiplas respostas?

Para responder esta questão de pesquisa, utilizaram-se os dados e as modelagens propostas por Derringer e Suich (1980) e Khuri e Conlon (1981) em seus artigos clássicos sobre DOE e MSR, para se efetuar uma comparação entre os desempenhos do modelo CP e da função *Desirability*. Destaque-se que, nestes artigos de Derringer e Suich (1980) e Khuri e Conlon (1981) os tipos de funções objetivos e restrições envolvidas são típicos e similares aos tratados em vários artigos recentes que investigaram problemas de DOE com múltiplas respostas por meio da MSR (RAJMOHAN e PALANIKUMAR, 2013; AYENI *et al.*, 2013).

O modelo tratado por Derringer e Suich (1980) está na formulação (6) – (16) e o tratado por Khuri e Conlon (1981) está em (17) – (26):

Derringer e Suich (1980)

$$Y_1 = 139,12 + 16,49x_1 + 17,88x_2 + 10,91x_3 - 4,01x_1^2 - 3,45x_2^2 - 1,57x_3^2 + 5,13x_1x_2 + 7,13x_1x_2 + 7,88x_2x_3 \quad (6)$$

$$Y_2 = 126,11 + 268,15x_1 + 246,5x_2 + 139,48x_3 - 83,55x_1^2 - 124,79x_2^2 + 199,17x_3^2 + 69,38x_1x_2 + 94,13x_1x_2 + 104,38x_2x_3 \quad (7)$$

$$Y_3 = 400,38 - 99,67x_1 - 31,4x_2 + 73,92x_3 + 7,93x_1^2 + 17,31x_2^2 + 0,43x_3^2 + 8,75x_1x_2 + 6,25x_1x_2 + 1,25x_2x_3 \quad (8)$$

$$Y_4 = 68,91 - 1,41x_1 + 4,32x_2 + 1,63x_3 - 1,56x_1^2 - 0,06x_2^2 - 0,32x_3^2 - 1,63x_1x_2 + 0,13x_1x_2 - 0,25x_2x_3 \quad (9)$$

Sujeito a:

$$Y_1 \geq 120 \quad (10)$$

$$Y_2 \geq 1000 \quad (11)$$

$$400 \leq Y_3 \leq 600 \quad (12)$$

$$60 \leq Y_4 \leq 75 \quad (13)$$

$$-1 \leq x_1 \leq 1 \quad (14)$$

$$-1 \leq x_2 \leq 1 \quad (15)$$

$$-1 \leq x_3 \leq 1 \quad (16)$$

Khuri e Conlon (1981)

$$Y_1 = 1,526 - 0,575x_1 - 0,524x_2 - 0,171x_1^2 - 0,098x_2^2 + 0,318x_1x_2 \quad (17)$$

$$Y_2 = 0,660 - 0,092x_1 - 0,010x_2 - 0,096x_1^2 - 0,058x_2^2 - 0,070x_1x_2 \quad (18)$$

$$Y_3 = 1,7760 - 0,25x_1 - 0,078x_2 - 0,156x_1^2 - 0,079x_2^2 - 0,010x_1x_2 \quad (19)$$

$$Y_4 = 0,468 + 0,131x_1 + 0,073x_2 + 0,026x_1^2 + 0,024x_2^2 - 0,083x_1x_2 \quad (20)$$

Sujeito a:

$$Y_1 \geq 0,37 \quad (21)$$

$$Y_2 \geq 0,3 \quad (22)$$

$$Y_3 \geq 1,1 \quad (23)$$

$$Y_4 \geq 0,23 \quad (24)$$

$$-1 \leq x_1 \leq 1 \quad (25)$$

$$-1 \leq x_2 \leq 1 \quad (26)$$

As equações (27) e (28) contemplam a função CP para o modelo de Derringer e Swich (1980) e Khuri e Conlon (1981), respectivamente.

$$\sqrt{0,25 \cdot (170 - Y_1)^2 + 0,25 \cdot (1.300 - Y_2)^2 + 0,25 \cdot (500 - Y_3)^2 + 0,25 \cdot (67,5 - Y_4)^2} \quad (27)$$

$$\sqrt{\alpha_1 \cdot (2,68 - Y_1)^2 + \alpha_2 \cdot (0,69 - Y_2)^2 + \alpha_3 \cdot (1,69 - Y_3)^2 + \alpha_4 \cdot (0,71 - Y_4)^2} \quad (28)$$

Para resolver os modelos pela CP aplicou-se o *software Optquest* do programa *Crystal Ball* - versão de avaliação, tendo sido utilizado um computador *Intel core i7 1,22 GHZ* com 8GB de RAM e sistema operacional Windows 64 bits.

A Tabela 1 mostra os resultados da CP frente aos resultados de Derringer e Suich (1980), considerando pesos iguais $\alpha_i = 25\%$ para cada uma das quatro respostas. Já as Tabelas 2 e 3 mostram os resultados da CP frente aos resultados de Khuri e Conlon (1981), considerando pesos diferentes $\alpha_1 = 0,05$; $\alpha_2 = 0,5$; $\alpha_3 = 0,05$; $\alpha_4 = 0,4$ (Tabela 2) e $\alpha_1 = 0,1$; $\alpha_2 = 0,5$; $\alpha_3 = 0,05$; $\alpha_4 = 0,8$ (Tabela 3) para as quatro respostas. Finalmente, a Tabela 4 mostra os resultados da CP frente aos resultados de Khuri e Conlon (1981), considerando pesos iguais $\alpha_i = 25\%$ para as quatro respostas. Os tempos computacionais para a otimização dos casos (associado às Tabelas 1- 4) foram de aproximadamente: 5 minutos para a Tabela 1, 3 minutos para a Tabela 2 e 3,5 minutos para as Tabelas 3 e 4 aproximadamente o tempo de convergência foi de 4 minutos.

Nas Tabelas 1 a 4, para avaliar o desempenho das soluções oriundas da aplicação da CP e pela função *Desirability* usou-se o Desvio Percentual Médio - DPM:

$$DPM = \left(\sum_{i=1}^p |R_i - T_i| / T_i \right) / p \quad (29)$$

sendo R_i o valor final da otimização para a resposta i , T_i o valor alvo (*target*) associado à resposta i e p o número de respostas analisadas.

Nas Tabelas 1 a 4, na primeira coluna têm-se as variáveis independentes (conhecidos como fatores do DOE) denotadas por x_1 , x_2 e x_3 e as variáveis respostas, denotadas por Y_1 , Y_2 , Y_3 e Y_4 , na segunda e terceira colunas estão, respectivamente, os resultados com a aplicação da função *Desirability*, e com a aplicação da CP, na coluna 4 estão os valores dos alvos para cada variável resposta que foram apresentados nos artigos de Derringer e Suich (1980) – para a Tabela 1 e Khuri e Conlon (1981) – para as Tabelas 2 a 4, e nas colunas 5 e 6 têm-se os valores dos DPM associados a cada variável resposta, respectivamente, para a função *Desirability* e para a CP.

Tabela 1- Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função *Desirability* de Derringer e Suich (1980) - pesos iguais $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 25\%$.

Variáveis	Resultados da Otimização para		Alvos para às Respostas	DPM das Respostas Para	
	Função <i>Desirability</i>	CP		Função <i>Desirability</i>	CP
x_1	-0,05	-0,69	-	-	-
x_2	0,145	0,93	-	-	-
x_3	-0,868	0,63	-	-	-
Y_1	129,50	144,06	170,00	0,238235	0,15261
Y_2	1.300,00	1.301,02	1.300,00	0	0,00078

Y_3	465,70	497,25	500,00	0,0686	0,0055
Y_4	68,00	74,95	67,50	0,007407	0,11043
DPM	-	-	-	7,86%	6,73%

Percebe-se, que o método da CP gerou resultados com menor DPM (= 6,73%), ficando, assim, mais próximo dos valores alvos vinculados a cada resposta (objetivo) do que os resultados obtidos pelo método *Desirability* (DPM = 7,86%).

Tabela 2- Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função *Desirability* de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = 0,05$; $\alpha_2 = 0,5$; $\alpha_3 = 0,05$; $\alpha_4 = 0,4$.

Variáveis	Resultados da Otimização para		Alvos para às Respostas	DPM das Respostas Para	
	Função <i>Desirability</i>	CP		Função <i>Desirability</i>	CP
x_1	-0,219	-0,06	-	-	-
x_2	-1	-1	-	-	-
Y_1	2,14	2,008	2,68	0,2014	0,2506
Y_2	0,61	0,613	0,69	0,1159	0,1115
Y_3	1,82	1,780	1,69	0,0769	0,0532
Y_4	0,37	0,420	0,71	0,4788	0,4084
DPM	-	-	-	21,83%	20,60%

Para a situação da Tabela 2, o método da CP também gerou um resultado com menor DPM (= 20,60%) do que a função *Desirability* (DPM = 21,83%).

Com os pesos da Tabela 3 o DPM do CP foi menor (= 20,23%) que o anterior (= 20,60) da Tabela 2 melhorando o seu desempenho frente ao da função *Desirability* (DPM = 21,83).

Tabela 3- Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função *Desirability* de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = 0,1$; $\alpha_2 = 0,5$; $\alpha_3 = 0,05$; $\alpha_4 = 0,8$.

Variáveis	Resultados da Otimização para		Alvos para às Respostas	DPM das Respostas Para	
	Função <i>Desirability</i>	CP		Função <i>Desirability</i>	CP
x_1	-0,219	-0,06	-	-	-
x_2	-1	-1	-	-	-
Y_1	2,14	2,0247	2,68	0,2014	0,2445
Y_2	0,61	0,6132	0,69	0,1159	0,1113
Y_3	1,82	1,7400	1,69	0,0769	0,0295
Y_4	0,37	0,4090	0,71	0,4788	0,4239
DPM	-	-	-	21,83%	20,23%

Tabela 4- Comparação dos resultados da aplicação da CP com os resultados da função *Desirability* de Khuri e Conlon (1981) - $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = 25\%$.

Variáveis	Resultados da Otimização para		Alvos para às Respostas	DPM das Respostas para	
	Função <i>Desirability</i>	CP		Função <i>Desirability</i>	CP
x_1	-0,219	-0,06	-	-	-
x_2	-1	-1	-	-	-
Y_1	2,14	2,2829	2,68	0,2015	0,1482
Y_2	0,61	0,6053	0,69	0,1159	0,1228
Y_3	1,82	1,8462	1,69	0,0769	0,0924
Y_4	0,37	0,3372	0,71	0,4789	0,5251
DPM	-	-	-	21,83%	22,21%

Na Tabela 4, com os pesos iguais para cada resposta i , a CP gerou uma solução com DPM = 22,21% que é maior que o da função *Desirability* (DPM = 21,83%). A partir da análise conjunta de todos os casos (Tabelas 1 – 4) evidencia-se que há importância na estimação prévia dos pesos (prioridades) vinculados a cada resposta, na busca de soluções de compromisso que possibilitem um atendimento mais próximo de todos os alvos. Neste sentido, surgiu uma possibilidade de continuidade desta pesquisa que é a investigação de técnicas de normalização (AHERN e ANANDARAJAH, 2007), que visem minimizar a importância dos pesos na CP.

4. Conclusão e Recomendações para Futuras Pesquisas

Neste trabalho mostrou-se a possibilidade de aplicar com vantagens um método da Programação Multiobjetivo conhecido como Programação por Compromisso (*Compromise Programming* - CP) para melhorar a otimização de problemas de planejamento de experimentos (DOE) com múltiplas respostas frente à alternativa tradicionalmente adotada da Função *Desirability*.

Para valores adequados de pesos (prioridades) atribuídos às respostas, o resultado da CP foi superior ao resultado da função *Desirability* no atingimento dos alvos e também quanto aos valores otimizados dos fatores (variáveis independentes) nas duas classes de problemas testados, o que é uma motivação para o prosseguimento desta linha de pesquisa.

Cabe finalmente ressaltar que, na prática, os processos industriais são regidos por condições estabelecidas para a qualidade dos produtos e, em geral, as variáveis de respostas (características dos produtos finais) possuem alvos (*targets*) definidos pelos clientes ou pelas próprias características do processo investigado. Assim, para o caso em que não se tenha a priori o valor alvo para cada resposta, uma estratégia seria otimizar cada resposta individualmente (desconsiderando as demais) e, posteriormente, adotar este valor otimizado individualmente como sendo o alvo num modelo CP.

Como proposta para futuras pesquisas envolvendo o CP em problemas de otimização do DOE com múltiplas respostas, pretende-se explorar os seguintes aspectos:

- Testar a sensibilidade do modelo de CP com relação aos pesos atribuídos às respostas.
- Utilizar técnicas de normalização no modelo de CP visando minimizar a importância da estimação dos pesos (prioridades) para cada resposta.
- Testar a sensibilidade do CP com relação ao maior ou menor número de variáveis independentes e dependentes.

Agradecimentos: Ao Cnpq e Capes

Referências Bibliográficas

- AYENI, A. O.; HYMORE, F. K.; MUDLIAR, S. N.; SATPUTE, D. B.; OMOLEYE, J.A.; PANDEY, R.A. **Hydrogen peroxide and lime based oxidative pretreatment of wood waste to enhance enzymatic hydrolysis for a biorefinery: Process parameters optimization using response surface methodology.** *Fuel*, v. 106, p.187-194, 2013.
- AHERN, A.; ANANDARAJAH, G. R. Railway projects prioritisation for investment: Application of goal programming. *Transport Policy*, v14, p. 70-80, 2007.
- ANTONY, J.; KAYE, M.; FRANGOU, A. **A strategic methodology to the use of advanced statistical quality improvement techniques.** *The TQM Magazine*, v.10, n. 3, p. 169-176, 1998.
- BERTRAND, J. W. M.; FRANSOO, J. C. **Modelling and Simulation: Operations management research methodologies using quantitative modeling.** *International Journal of Operations & Production Management*, v. 22, n. 2, p. 241-264, 2002.
- ÇAYDAS, U., EKICI, S. **Support vector machines models for surface roughness prediction in CNC turning of ABNT 304 austenitic stainless steel.** *Journal of Intelligence Manufacturing*, v.23, p.639-650, 2012.
- COHON, J.L. **Multiobjective Programming and Planning.** Dover Publications, 2004.
- DEB, K. **Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms.** John Wiley & Sons, Inglaterra, 2001.
- GOTTIPATI, R.; MISHRA, S. **Process optimization of adsorption of Cr(VI) on activated carbons prepared from plant precursors by a two-level full factorial design.** *Chemical Engineering Journal*, v.160, n.1, p.99-107, 2010.
- HARRINGTON, E. C. **The Desirability Function.** *Industrial Quality Control*, n 21, p. 494-498, 1965.
- ISLAM, M.A.; SAKKAS, V.; ALBANIS, T.A. **Application of statistical design of experiment with desirability function for the removal of organophosphorus pesticide from aqueous solution by low-cost material.** *Journal of Hazardous Materials*, v.170, n. 1, p.230-238, 2009.
- KHURI, A. I., CONLON, M. **Simultaneous optimization of multiple responses represented by polynomial regression functions.** *Technometrics*, v 23, n 4, p. 363-375, 1981

- LEE, H. W.; KWON, W. T. **Determination of the minute range for RSM to select the optimum cutting conditions during turning on CNC lathe.** Journal of Mechanical Science and Technology, v. 24 n. 8, p. 1637-1645, 2010.
- MONTGOMERY, D. C. **Design and Analysis of Experiments.** Fourth ed., Wiley, New York, 2001.
- MONTGOMERY, D. C., RUNGER, G. C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros.** LTC – Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., 2 ed., 2003.
- OLIVEIRA, F. A. de.; PAIVA, A. P de.; LIMA, J. W. M.; BALESTRASSI, P. P.; MENDES, R. R. A. **Portfolio optimization using mixture design of experiments: Scheduling trades within electricity markets.** Energy Economics. v. 32, p.24-32, 2011.
- ORTIZ, F.; SIMPSON, J.R.; PIGNATIELO JR, J.J. & HEREDIA-LANGNER. **A genetic algorithm approach to multiple-response optimization.** Journal of Quality Technology, v.36, p.432-450, 2004.
- PAIVA, E. J., FERREIRA, J. R., PAIVA, A. P. **Otimização de processos de manufatura com múltiplas respostas baseada em índices de capacidade Cpm.** ENEGEP, Foz do Iguaçu, Paraná, Brasil, 2007.
- PAIVA, E. J de. **Erro quadrático médio multivariado na otimização do torneamento do aço ABNT 52100 endurecido.** Tese de Doutorado. Universidade Federal de Itajubá MG, 2012.
- SHAJI, S., RADHAKRISNAN, V. **Analysis of process parameters in surface grinding with graphite as lubricant based on Taguchi method.** Journal of Material Process Technology, v.141, n.1, p.1-9, 2003.
- SILVA, A. F.; MARINS, F. A. S.; MONTEVECHI, J. A. B. **Multi-choice mixed integer goal programming optimization for real problems in a sugar and ethanol milling company.** Applied Mathematical Modelling. v.37, n.9, p.6146-6162. 2013.
- STEUER, R. E. **Multiple criteria optimization: theory, computation and application.** USA: Krieger Pub Co, 1989.
- RAISSI, S., FARSANI, R. E. **Statistical Process Optimization through multi-response surface methodology.** World Academy of Science, Engineering and Technology, v. 51, p. 267-271, 2009.
- RAJMOHAN, T.; PALANIKUMAR, K. **Application of the central composite design in optimization of machining parameters in drilling hybrid metal matrix composites,** v. 46, p. 1470-1481.
- WU, F. C. **Optimization of correlated multiple quality characteristics using desirability function.** Quality Engineering, v. 17, n. 1, p. 119-126, 2005.
- ZELNY, M. **Compromise programming.** In: J. Cochrane e M. Zeleny, editors, **Multiple Criteria Decision Making.** University of South Carolina Press, Columbia, 1973.